

## TD 2 : Modélisation des signaux et systèmes

### Exercice 1 : Sinus et modèles autorégressifs (TP 2)

Soit le signal échantillonné  $x[k] = ae^{-bkT_e} \sin(2\pi f k T_e + \phi)$ .

1. Montrer qu'il vérifie une équation de récurrence de la forme :  
$$x[k] = a_1 x[k-1] + a_2 x[k-2].$$
2. Donner les valeurs des paramètres  $a_1$  et  $a_2$  correspondants, ainsi que les valeurs initiales  $x[0]$  et  $x[1]$  en fonction des paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $f$  et  $\phi$  du modèle de signal.
3. Deux tels modèles sont-ils encore équivalents dans le cas d'un signal bruité ?

### Exercice 2 : Linéarité des modèles

Étudiez la linéarité vis-à-vis des entrées et vis-à-vis du paramètre  $\theta$  des modèles de systèmes suivants :

- $y_{\mathcal{M}}[k+1] = \theta u[k]$
- $y_{\mathcal{M}}[k+1] = \theta y_{\mathcal{M}}[k] + u[k]$
- $y_{\mathcal{M}}[k+1] = \theta^2 u[k]$
- $y_{\mathcal{M}}[k+1] = \theta y_{\mathcal{M}}^2[k] + u[k]$

Étudiez la linéarité vis-à-vis des paramètres ( $A$ ,  $\phi$ ,  $a$ ,  $b$  et éventuellement  $f_0$ ) des modèles de signaux suivants :

- $y_{\mathcal{M}}[k] = A \sin(2\pi k f_0 / F_e + \phi)$  lorsque  $f_0$  est connue et lorsqu'elle est inconnue.
- $y_{\mathcal{M}}[k] = a \sin(2\pi k f_0 / F_e) + b \cos(2\pi k f_0 / F_e)$  lorsque  $f_0$  est connue et lorsqu'elle est inconnue.

### Exercice 3 : Identifiabilité et discernabilité

1. Étudier l'identifiabilité des structures de modèles de signaux :

$$y_{\mathcal{M}}^{(1)}[k] = A \sin(2\pi k f_0 / F_e + \phi) \text{ de paramètres } A, f_0 \text{ et } \phi$$
$$\text{et } y_{\mathcal{M}}^{(2)}[k] = a \sin(2\pi k f_0 / F_e) + b \cos(2\pi k f_0 / F_e) \text{ de paramètres } a, b \text{ et } f_0.$$

2. Étudier la discernabilité entre ces structures de modèles.

3. Soit la structure de modèle de système de fonction de transfert  $H(p) = \frac{\theta_1}{p^2 + (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)p + \theta_2\theta_3}$ .

Étudier l'identifiabilité de cette structure de modèle.

4. Soient les structures de modèles de systèmes de fonctions de transfert :

$$H(p) = \frac{p + \theta_3}{p^2 + (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)p + \theta_1\theta_3} \quad \text{et} \quad G(p) = \frac{p + \theta_1 + \theta_3}{p^2 + (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)p + \theta_1\theta_2}.$$

Étudier la discernabilité entre ces structures de modèle.

5. Étudier la discernabilité des signaux AR d'ordre  $N$  et des signaux AR d'ordre  $N+1$ .