

TD 2 : Modélisation des signaux et systèmes

Exercice 1 : Sinus et modèles autorégressifs (TP 2)

Soit le signal échantillonné $x[k] = ae^{-bkT_e} \sin(2\pi fkT_e + \phi)$.

- Montrer qu'il vérifie une équation de récurrence de la forme :

$$x[k] = a_1x[k - 1] + a_2x[k - 2].$$

- Donner les valeurs des paramètres a_1 et a_2 correspondants, ainsi que les valeurs initiales $x[0]$ et $x[1]$ en fonction des paramètres a , b , f et ϕ du modèle de signal.
- Deux tels modèles sont-ils encore équivalents dans le cas d'un signal bruité ?

Exercice 2 : Linéarité des modèles

Étudiez la linéarité vis-à-vis des entrées et vis-à-vis du paramètre θ des modèles de systèmes suivants :

- $y_M[k + 1] = \theta u[k]$
- $y_M[k + 1] = \theta y_M[k] + u[k]$
- $y_M[k + 1] = \theta^2 u[k]$
- $y_M[k + 1] = \theta y_M^2[k] + u[k]$

Étudiez la linéarité vis-à-vis des paramètres (A , ϕ , a , b et éventuellement f_0) des modèles de signaux suivants :

- $y_M[k] = A \sin(2\pi k f_0 / F_e + \phi)$ lorsque f_0 est connue et lorsqu'elle est inconnue.
- $y_M[k] = a \sin(2\pi k f_0 / F_e) + b \cos(2\pi k f_0 / F_e)$ lorsque f_0 est connue et lorsqu'elle est inconnue.

Exercice 3 : Identifiabilité et discernabilité

- Étudier l'identifiabilité des structures de modèles de signaux :

$$y_M^{(1)}[k] = A \sin(2\pi k f_0 / F_e + \phi) \text{ de paramètres } A, f_0 \text{ et } \phi$$

et $y_M^{(2)}[k] = a \sin(2\pi k f_0 / F_e) + b \cos(2\pi k f_0 / F_e)$ de paramètres a , b et f_0 .

- Étudier la discernabilité entre ces structures de modèles.

- Soit la structure de modèle de système de fonction de transfert $H(p) = \frac{\theta_1}{p^2 + (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)p + \theta_2\theta_3}$.

Étudier l'identifiabilité de cette structure de modèle.

- Soient les structures de modèles de systèmes de fonctions de transfert :

$$H(p) = \frac{p + \theta_3}{p^2 + (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)p + \theta_1\theta_3} \quad \text{et} \quad G(p) = \frac{p + \theta_1 + \theta_3}{p^2 + (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)p + \theta_1\theta_2}.$$

Étudier la discernabilité entre ces structures de modèle.

- Étudier la discernabilité des signaux AR d'ordre N et des signaux AR d'ordre $N + 1$.