

Master 2 SIA2

Compte rendu

TP : *Compression d'Images*

✦ Module : *Compression des signaux, images et vidéo*

✦ Réalisé par :

- *KABOU Abdeldjalil*

Sujet 1 : Travaux pratiques de Compression d'Images

I. Transformée de Haar en 2D :

1) **Question 1** : elle est donnée dans le code Matlab

La matrice H de taille 512×512 est construite à partir des filtres de Haar :

$$h = [0.5 ; 0.5]$$

$$g = [0.5 ; -0.5]$$

Pour chaque paire de pixels consécutifs $(2j-1, 2j)$, on place les coefficients du filtre dans la matrice H :

- × Pour les colonnes 1 à 256, on place le filtre h, ce qui permet de calculer les moyennes (basses fréquences).
- × Pour les colonnes 257 à 512, on place le filtre g, ce qui permet de calculer les différences (hautes fréquences).

Ainsi, chaque colonne de H contient uniquement deux valeurs non nulles (0.5 et ± 0.5), correspondant à l'application des filtres sur deux pixels successifs.

La transformée de Haar 2D sur un niveau est ensuite calculée par :

$$B = H^T A H$$

La matrice B est organisée en quatre sous-blocs de taille 256×256 :

- × Bloc en haut à gauche (LL) : approximation de l'image.
- × Bloc en haut à droite (LH) : détails horizontaux.
- × Bloc en bas à gauche (HL) : détails verticaux.
- × Bloc en bas à droite (HH) : détails diagonaux.

La reconstruction est effectuée par :

$$A_{reco} = 4 H B H^T$$

Le facteur 4 provient du fait que les filtres utilisés sont définis avec 0.5 au lieu de $1/\sqrt{2}$.

L'erreur maximale obtenue entre l'image originale et l'image reconstruite est :

$$Erreur\ max = 2.2204 \times 10^{(-16)}$$

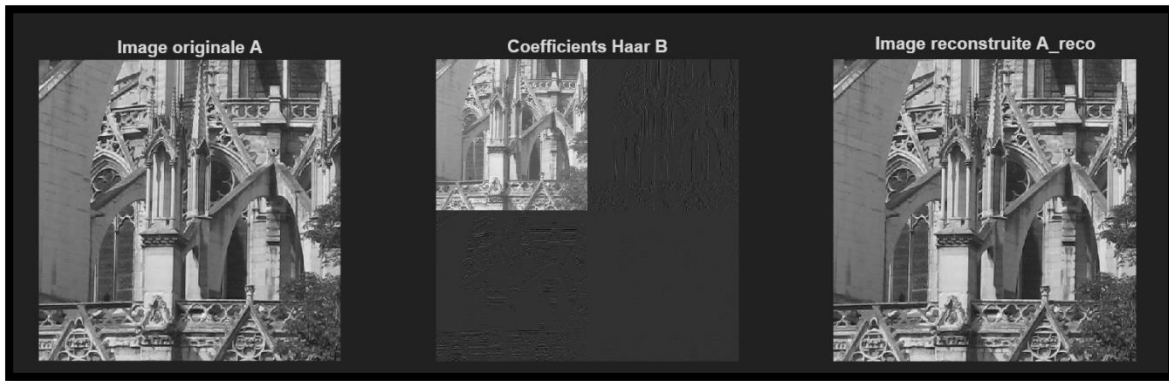


Figure 1 : Représentation de la décomposition Haar 2D (1 niveau)

2) Question 2 : elle est donnée dans le code Matlab

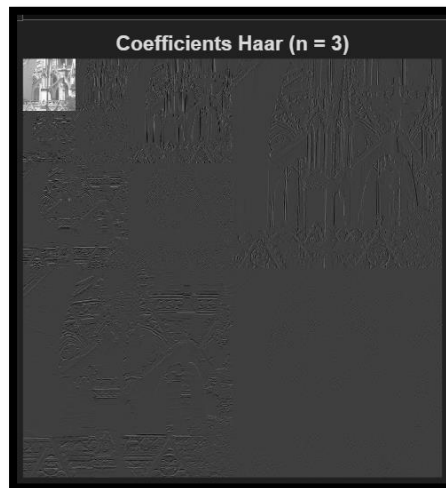


Figure 2 : Représentation de l'image découpée



Figure 3 : Représentation de l'image originale et reconstruite

Commentaires :

À n niveaux, la transformée de Haar est appliquée récursivement uniquement sur le bloc d'approximation LL (bloc en haut à gauche).

Chaque niveau divise ce bloc par 2 dans chaque dimension, ce qui permet une analyse multi-échelle de l'image.

La structure obtenue est pyramidale :

- ✖ Niveau 1 : 4 sous-bandes (LL, LH, HL, HH)
- ✖ Niveau 2 : le bloc LL est à nouveau décomposé en 4
- ✖ Niveau n : seule la partie LL est encore subdivisée

Nombre maximal de niveaux :

La taille initiale de l'image est 512×512 .

Comme $512 = 2^9$, on peut diviser la taille par 2 au maximum 9 fois :

$512 \rightarrow 256 \rightarrow 128 \rightarrow 64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

Donc le nombre maximal théorique de niveaux est : $n_{\text{max}} = 9$

Au niveau 9, le bloc LL est de taille 1×1 . Au-delà, la décomposition n'est plus possible.

Conclusion :

- ✖ La transformée de Haar multi-niveaux permet une représentation hiérarchique de l'image.
- ✖ Plus le nombre de niveaux augmente, plus l'analyse se fait à des échelles fines.
- ✖ Le nombre maximal de niveaux est limité par la taille de l'image et correspond à $\log_2(N)$.
- ✖ Dans notre cas, avec $N = 512$, le nombre maximal de niveaux est 9..

3) Question 3 et 4 : elle est donnée dans le code Matlab

Étude de l'effet du seuil S (n fixé) :

Dans cette étude, le nombre de niveaux de décomposition est fixé à $n=3$.

On fait varier le seuil S afin d'analyser son influence sur la distorsion et le taux de compression.

Les résultats obtenus sont les suivants :

- ✖ Pour $S=0.02$
RMSE = 0.0201
Taux de compression = 3.72
- ✖ Pour $S=0.1$
RMSE = 0.0761
Taux de compression = 23.24

- ✖ Pour $S=0.20$
RMSE = 0.1039
Taux de compression = 56.11

On observe que lorsque le seuil augmente :

- ✖ Davantage de coefficients de détail sont annulés ;
- ✖ Le taux de compression augmente fortement ;
- ✖ La distorsion (RMSE) augmente progressivement ;
- ✖ La qualité visuelle de l'image diminue.

Pour des seuils faibles (par exemple $S=0.02$), la distorsion reste faible et l'image reconstruite est très proche de l'originale.

En revanche, pour des seuils plus élevés (par exemple $S=0.20$), certains détails fins disparaissent visuellement, ce qui traduit une perte d'information.

Ces résultats mettent en évidence le compromis classique entre compression et qualité :

Augmenter le seuil permet d'améliorer la compression, mais au prix d'une augmentation de la distorsion.

Étude de l'effet du n (S fixé) :

Résultats ($S = 0.02$ fixé) :

N	RMSE	CR
1	0.01146	2.2772
3	0.020124	3.7213
5	0.026442	3.8528
7	0.032184	3.8598
9	0.039615	3.8603

À seuil fixé $S=0.02$, on fait varier le nombre de niveaux n . Les résultats montrent que la distorsion (RMSE) augmente avec n , car la décomposition plus profonde applique le seuillage sur des détails à différentes échelles, ce qui entraîne une perte d'information plus importante. Le taux de compression augmente fortement entre $n=1$ et $n=3$, puis se stabilise autour de $CR \approx 3.86$ à partir de $n \geq 5$. Cela indique qu'au-delà d'un certain niveau, augmenter n apporte peu de gain en compression pour ce seuil, mais dégrade davantage la qualité de reconstruction.

Conclusion Générale :

Dans ce TP, nous avons implémenté la transformée de Haar 2D pour la compression d'images. La matrice H a été construite à partir des filtres passe-bas et passe-haut, puis utilisée pour réaliser la décomposition multi-niveau de l'image.

La transformée de Haar permet de séparer l'image en une partie d'approximation (bloc LL) contenant l'information principale, et des blocs de détails (LH, HL, HH) représentant les variations fines et les contours. En augmentant le nombre de niveaux, la décomposition devient multi-échelle : seule la partie LL est subdivisée récursivement.

La compression est réalisée par seuillage des coefficients de détail. Les coefficients de faible amplitude sont mis à zéro, car ils contribuent peu à l'information visuelle. Les résultats montrent clairement le compromis classique entre compression et qualité :

- ✖ Lorsque le seuil S augmente, le taux de compression augmente fortement, mais la distorsion (mesurée par la RMSE) augmente également.
- ✖ Lorsque le nombre de niveaux n augmente (à seuil fixé), la distorsion augmente progressivement, tandis que le gain en compression devient limité au-delà d'un certain niveau.

On observe donc qu'il existe un compromis optimal entre le seuil, le nombre de niveaux et la qualité de reconstruction. Un seuil trop élevé ou un nombre de niveaux trop grand entraîne une perte visible de détails, tandis que des valeurs modérées permettent une bonne compression tout en conservant une qualité visuelle satisfaisante.

Ce TP met en évidence l'efficacité des ondelettes de Haar pour la compression d'images et illustre clairement la relation entre représentation multi-échelle, réduction du nombre de coefficients et dégradation progressive de la qualité.