

Master 2 SIA2

Compte rendu

*TP2 : Séparation aveugle de sources par l'analyse en composantes
parcimonieuses*

✦ Module : *Apprentissage automatique et séparation de sources*

✦ Réalisé par :
- *KABOU Abdeldjalil*

Sujet 2 : Séparation aveugle de sources par l'analyse en composantes parcimonieuses

I. Génération d'un mélange artificiel de deux sources :

1) **Question 1** : elle est donnée dans le code Matlab

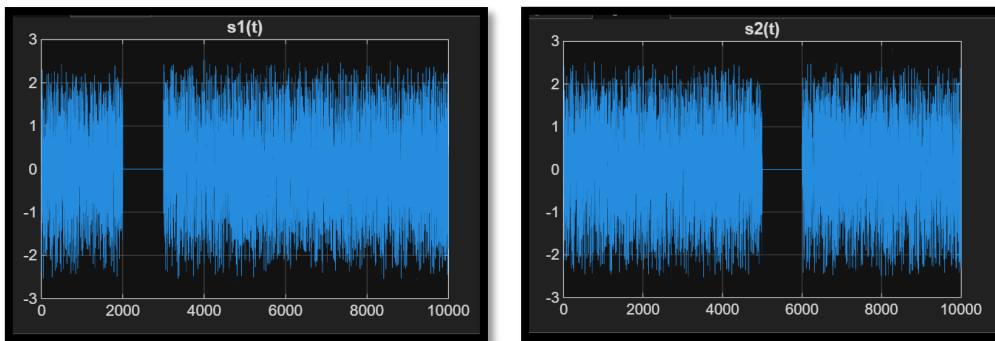


Figure 1 : Représentation de la source $S_1(t)$ et $S_2(t)$

Observation :

On observe clairement des zones temporelles où l'une des sources est nulle pendant que l'autre est active. Par exemple :

- ✗ Entre 2000 et 3000 : $s_1(t) = 0$ et $s_2(t) \neq 0$
- ✗ Entre 5000 et 6000 : $s_2(t) = 0$ et $s_1(t) \neq 0$

Donc il existe des zones mono-sources.

Ces zones permettront d'estimer les colonnes de la matrice de mélange dans la suite du TP.

2) **Question 2** : elle est donnée dans le code Matlab

Conclusion :

- ✗ Le coefficient de corrélation entre s_1 et s_2 vaut 0.4475.
- ✗ Il n'est pas nul, donc les deux sources ne sont pas non-corrélées.
- ✗ On ne peut donc pas considérer ces sources comme indépendantes.

3) **Question 3**

Commentaire :

- ✗ Après mélange avec la matrice A , les observations $x_1(t)$ et $x_2(t)$ sont des combinaisons linéaires des deux sources.
- ✗ Chaque observation contient une contribution de s_1 et s_2 .
- ✗ Les zones mono-sources sont moins visibles dans les observations.
- ✗ Aucune observation ne correspond à une source pure..

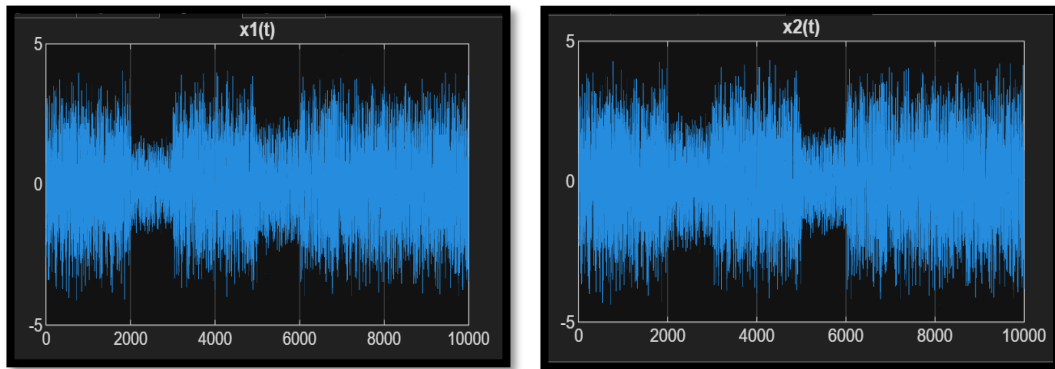


Figure 2 : Représentation du vecteur d'observations $X_1(t)$ et $X_2(t)$

II. Méthode LI-TEMPROM :

4) Question 4

Q4 \Rightarrow On a :

$$\begin{cases} x_1(t) = s_1(t) + 0,7s_2(t) \\ x_2(t) = 0,8s_1(t) + s_2(t) \end{cases}$$

le rapport $r(t) = \frac{x_2(t)}{x_1(t)}$

cas 0.1 $s_1(t) = 0 \Rightarrow s_2$ est active seule :

$$x_1(t) = 0,7s_2(t) ; x_2(t) = s_2(t)$$

donc $r(t) = \frac{s_2(t)}{0,7s_2(t)} = \frac{1}{0,7} \Rightarrow$ le rapport est constant, ne dépend pas du temps.

cas 2 $s_2(t) = 0 \Rightarrow x_1(t) = s_1(t) ; x_2(t) = 0,8s_1(t)$

donc $r(t) = \frac{0,8s_1(t)}{s_1(t)} = 0,8 \Rightarrow$ le rapport est aussi constant.

\Rightarrow Si le rapport est constant \Rightarrow sa variance est nulle (ou très faible en pratique).

méthode 8 :

on découpe le signal en zones temporelles, dans chaque zone on calcule $r(t) \Rightarrow$ on calcule la variance de ce rapport.

si la variance est petite (nulle) \Rightarrow zone mono-source.

Figure 3 : Préparation de la question 4

5) Question 5

Observation :

- On observe que les zones 3 et 6 présentent une variance nulle du rapport x_2/x_1 .

- ✗ Cela signifie que le rapport est constant dans ces zones.
- ✗ Ces zones correspondent donc à des zones mono-sources.

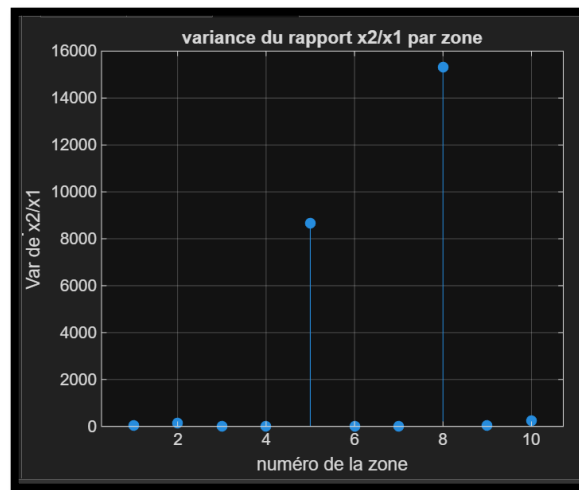


Figure 4 : Représentation de la variance du rapport par zone

6) Question 6 :

Q6 \Rightarrow donc le cas 1 ($S_2=0$) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \cdot S_1 \\ x_2 = 0,8 \cdot S_1 \end{cases}$

Alors on peut dire que x_1 et x_2 sont le même signal, juste multiplié par un nombre différent.

\Rightarrow le vecteur $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ pointe tjrs dans la même direction.

cas 2 ($S_1=0$) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0,7 \cdot S_2 \\ x_2 = 1 \cdot S_2 \end{cases}$

\Rightarrow le vecteur $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ a tjrs la même direction.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0,7 \\ 0,8 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ Dans une zone mono-source le mélange $x(t)$ est proportionnel à une colonne de A .
(même direction)

\Rightarrow donc le $r(t) \Rightarrow$ donne la direction "la pente" de la matrice A .

Méthode 8

Dans chaque zone mono-source :

- on calcule la moyenne du rapport $\frac{x_2}{x_1}$
- et on construit une colonne estimée :

$$\hat{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ M[r(t)] \end{pmatrix}$$

7) **Question 7** : elle est donnée dans le code Matlab

Observation :

- ✗ Les zones mono-source détectées donnent un rapport x_2/x_1 quasi constant.
- ✗ La moyenne du rapport vaut environ 0.8 et 1.4286, ce qui correspond aux directions des deux colonnes de A.
- ✗ On obtient donc deux estimations des colonnes de la matrice de mélange (à un facteur d'échelle près).

```
Colonnes estimées (une par zone mono) :
    1.0000    1.0000
    1.4286    0.8000
```

Figure 5 : Représentation des colonnes estimées

8) **Question 8** : elle est donnée dans le code Matlab

Commentaires :

- ✗ Les colonnes estimées se regroupent en deux directions correspondant aux deux colonnes de la matrice de mélange, à un facteur d'échelle près.
- ✗ Ici, on obtient deux estimations distinctes, ce qui suffit pour déduire une estimation unique de chaque colonne.

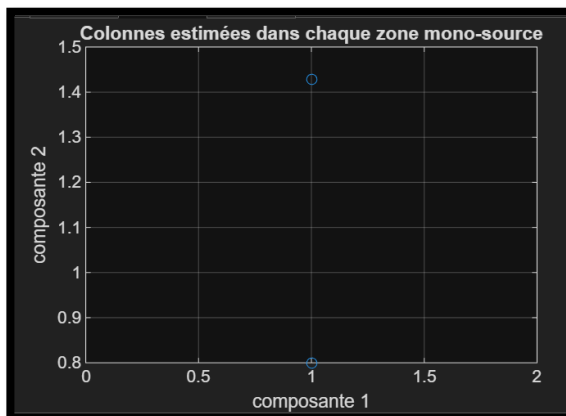


Figure 6 : Représentation les colonnes estimées dans la question 7

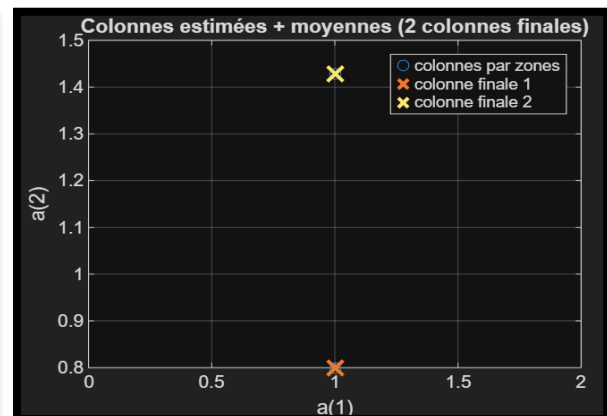


Figure 7 : Représentation d'une unique estimation de chacune des colonnes de A

9) **Question 9** : elle est donnée dans le code Matlab

Commentaires :

- ✗ Les sources estimées sont obtenues par $Y=A^{-1}X$.
- ✗ Après normalisation à puissance unitaire, les signaux y_1 et y_2 ressemblent fortement aux sources originales.
- ✗ La corrélation entre $[s_1, s_2]$ et $[y_1, y_2]$ montre une correspondance quasi diagonale (à permutation et signe près).
- ✗ La séparation est donc réussie, ce qui est conforme aux ambiguïtés classiques en SAS (échelle/signes et permutation).

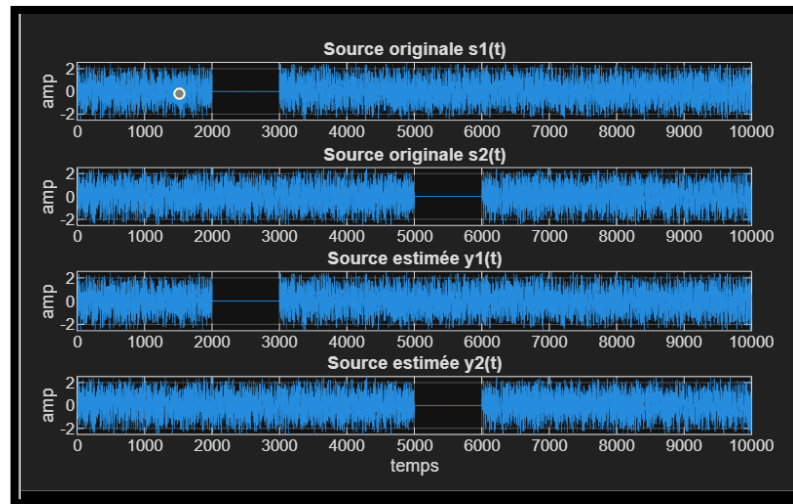


Figure 8 : Représentation de chacune des sources estimées avec des sources originales (M=1000)

10) **Question 10** : elle est donnée dans le code Matlab

Commentaires :

- ✗ Quand on réduit la taille des zones d'analyse M, on obtient plus de segments, donc un plus grand nombre de zones mono-sources détectées (ex. 10 zones pour M=200, 40 zones pour M=50).
- ✗ Dans ces zones, le rapport x_2/x_1 reste proche de deux valeurs (≈ 0.8 et ≈ 1.4286), correspondant aux deux colonnes de la matrice de mélange à un facteur d'échelle près.
- ✗ Par contre, plus M est petit, plus l'estimation de la variance et de la moyenne est bruitée (moins d'échantillons), ce qui rend la détection plus sensible aux fluctuations et peut augmenter les erreurs de décision.
- ✗ Malgré cela, dans nos tests, la séparation reste globalement correcte.

Il faut donc choisir MMM comme un compromis entre résolution temporelle (petit MMM) et robustesse statistique (grand MMM).

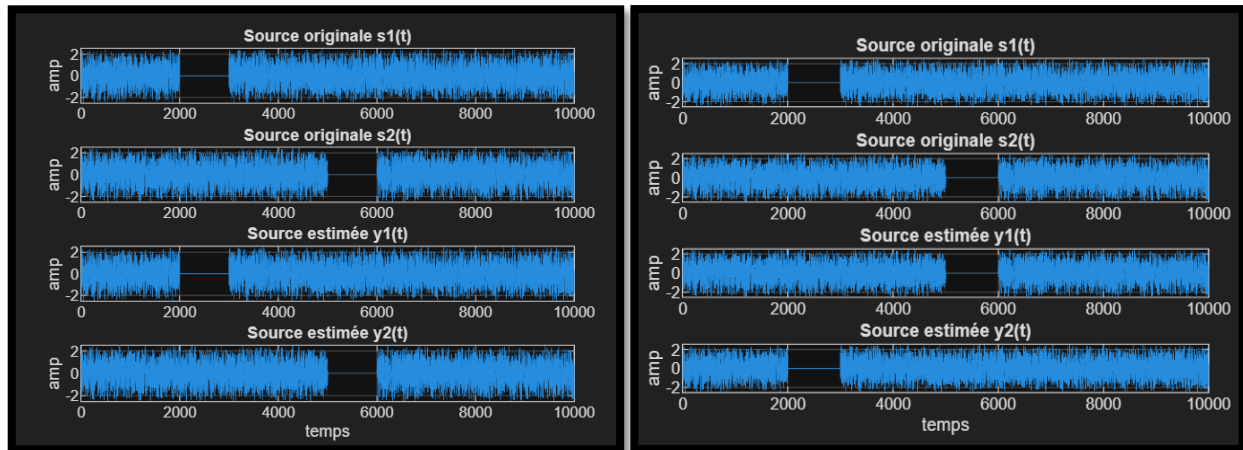


Figure 9 : Représentation de chacune des sources estimées avec des sources originales (M=200 et M=50)

11) Question 11 : elle est donnée dans le code Matlab

Conclusion :

- ✗ Sur les mélanges audio, plusieurs zones quasi mono-sources sont détectées (ici 5).
- ✗ La matrice de mélange estimée permet d'effectuer l'inversion et de séparer les deux voix.
- ✗ À l'écoute, les deux sources sont clairement distinguables, ce qui montre que la méthode fonctionne sur des signaux réels, même si l'estimation de la matrice n'est pas parfaite.

III. Méthode LI-TEMPCORR :

12) Question 12 :

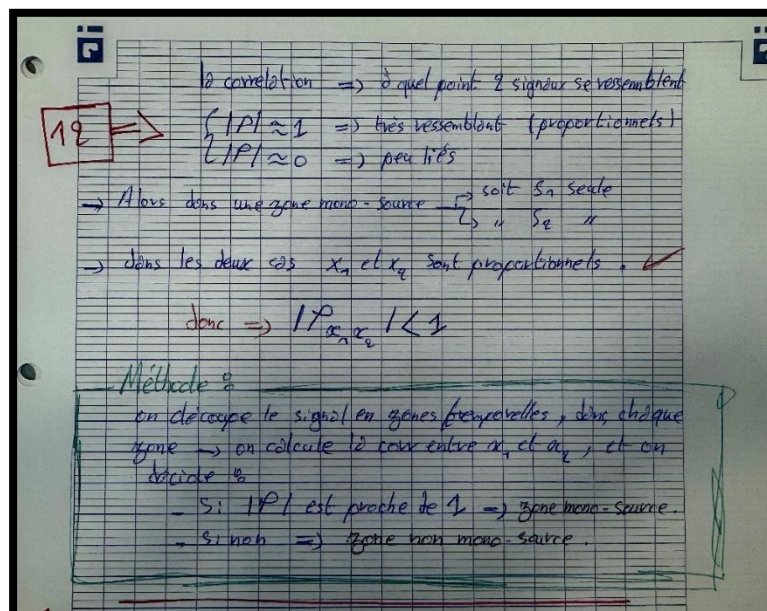


Figure 10 : Préparation de la question 12

13) Question 13 :

$T3 \Rightarrow$ on a déjà x_1 et $x_2 \Rightarrow$ proportionnels
 donc on cherche un nombre C tel que $\Rightarrow x_2(t) = C \cdot x_1(t)$
 c'est exact le meilleur coeff. (comme "moindres carrés") pour
 approximer $x_2 \approx C \cdot x_1$ sur une zone.
 cas 1 $\Rightarrow x_1(t) = s_1(t); x_2(t) = 0.8 \cdot s_1(t) \} \Rightarrow x_2(t) = 0.8 \cdot x_1(t)$
 $\Rightarrow C = 0.8$
 cas 2 $\Rightarrow x_1(t) = 0.7 \cdot s_1(t); x_2(t) = s_1(t) \} \Rightarrow x_2(t) = \frac{1}{0.7} \cdot x_1(t)$
 $\Rightarrow C = \frac{1}{0.7}$

Figure 11 : Préparation de la question 13

14) Question 14 : elle est donnée dans le code Matlab

Commentaires :

- ✗ On applique la méthode LI-TEMPCORR pour séparer les deux voix.
- ✗ On détecte les zones mono-sources avec la corrélation, puis on estime la matrice de mélange et on fait l'inversion.
- ✗ Après séparation, chaque signal contient principalement une seule voix.
- ✗ Cependant, on entend encore légèrement l'autre voix en arrière-plan avec un volume faible.

La séparation est donc bonne mais pas parfaite.

IV. Conclusion :

Comparaison avec la méthode FastICA :

Ces méthodes (LI-TEMPROM et LI-TEMPCORR) sont simples à mettre en œuvre et ne nécessitent pas l'indépendance statistique des sources, contrairement à FastICA.

Elles fonctionnent bien lorsque les signaux possèdent des zones mono-sources.

Cependant, elles dépendent fortement de l'existence de ces zones.

Si les sources se chevauchent beaucoup (comme dans l'audio réel), la séparation n'est pas parfaite.

FastICA est en général plus robuste lorsque les sources sont statistiquement indépendantes.

Comparaison entre LI-TEMPROM et LI-TEMPCORR :

Entre LI-TEMPROM et LI-TEMPCORR, la méthode LI-TEMPCORR paraît plus intéressante.

Elle est plus stable car elle utilise la corrélation et évite les problèmes de division par des valeurs proches de zéro.

Dans nos tests, elle donne une séparation plus fiable, surtout pour les signaux audio..