



M1 EEA / IdS

Université Paul Sabatier

Toulouse

Module KEAX7AK1 :

Traitemet des images

A. Herbulet (herbulot@laas.fr)

Sommaire

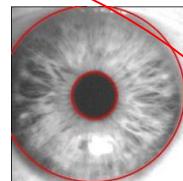
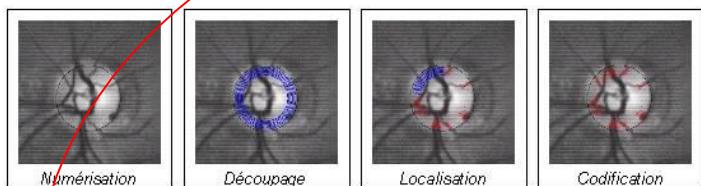
- Introduction
- Numérisation et pré-traitements
- Opérations et transformations 2D
- Filtrage et restauration
- Morphologie mathématique
- Compression et format d'images et vidéos

Introduction

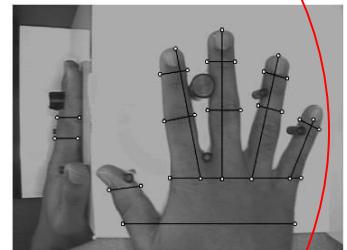


Introduction

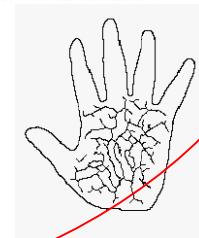
Contrôle d'accès - biométrie



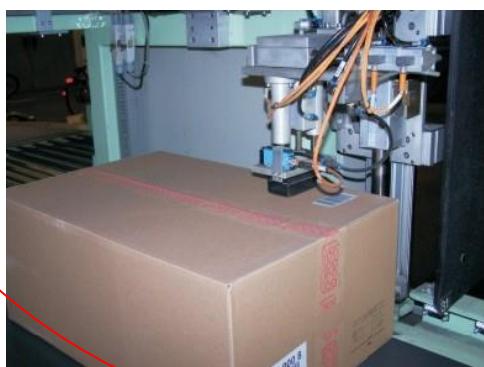
Reconnaissance de la rétine



Reconnaissance d'empreinte



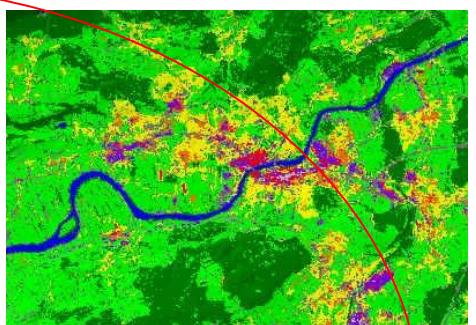
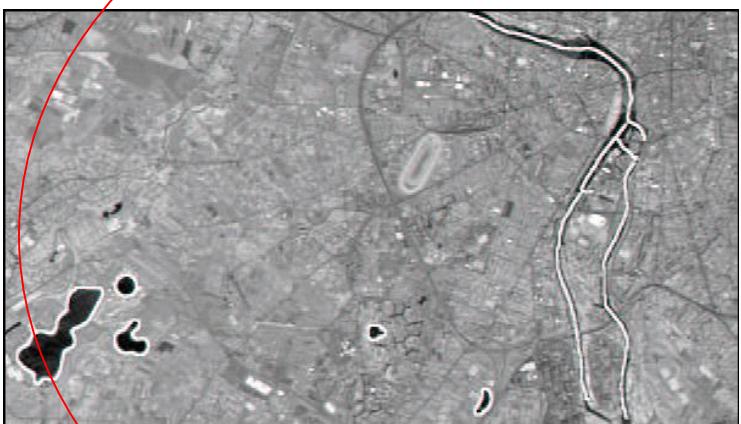
Reconnaissance de caractères (OCR) et code-barres



Robotique

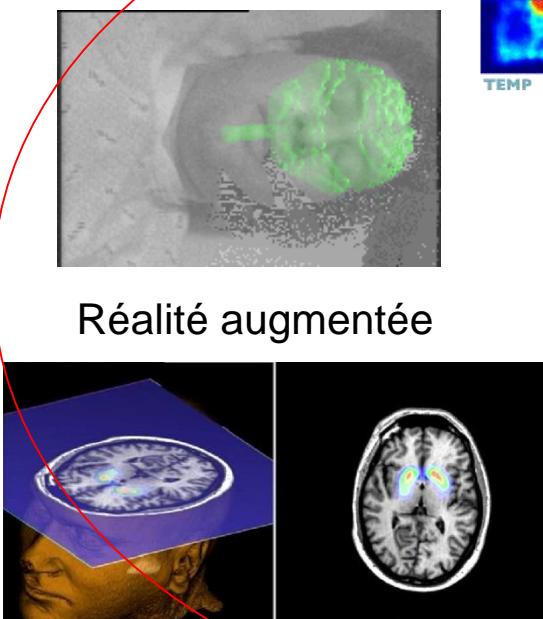


Cartographie



Introduction

Applications médicales



Réalité augmentée

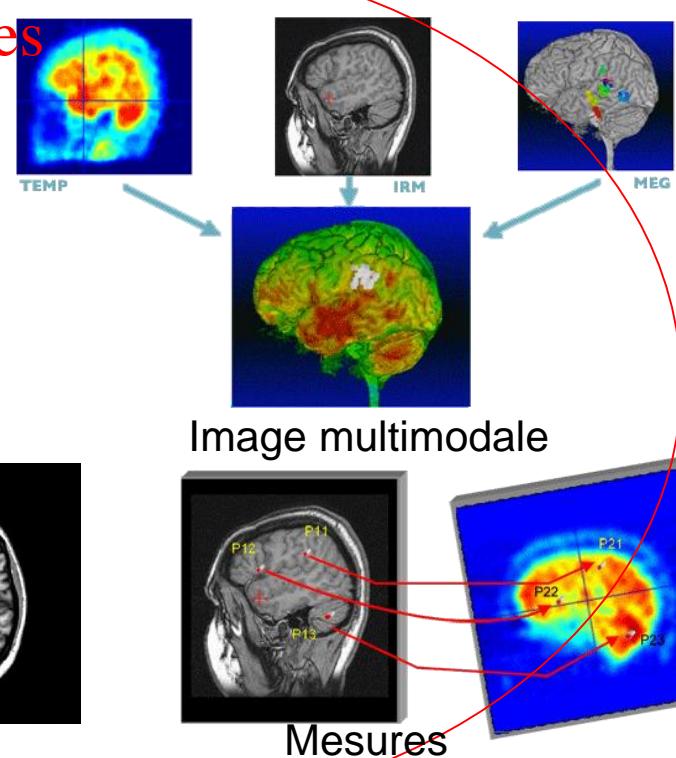
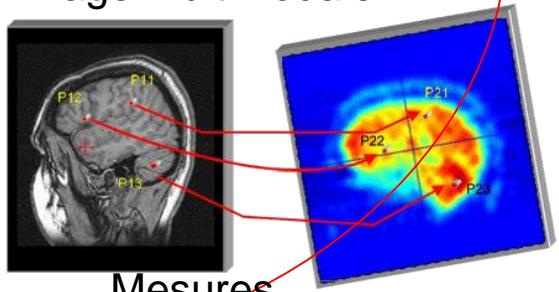


Image multimodale

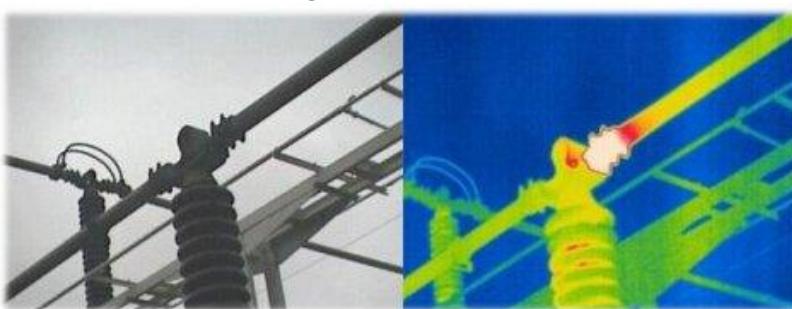


Mesures

Contrôle qualité

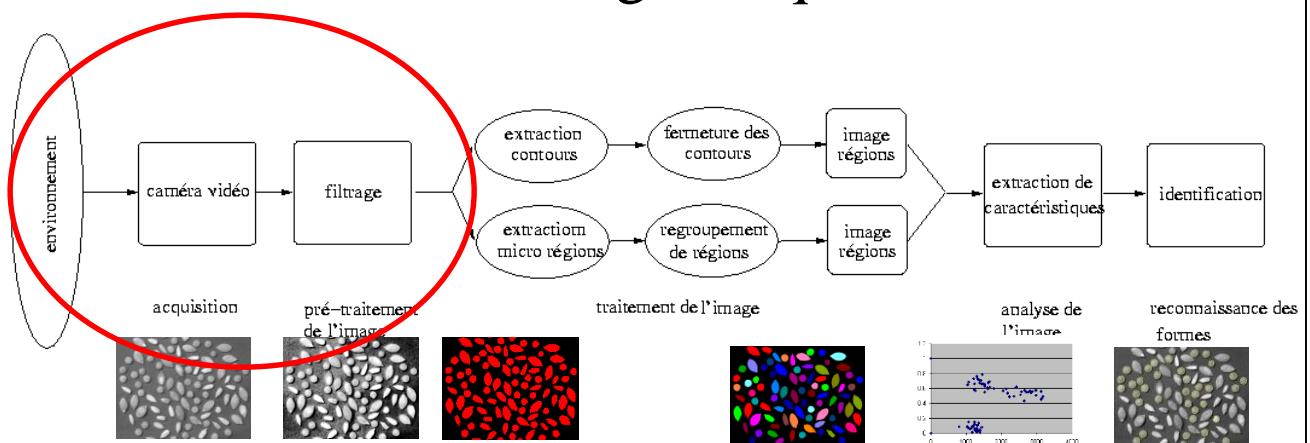


Métrie et vérification de présence

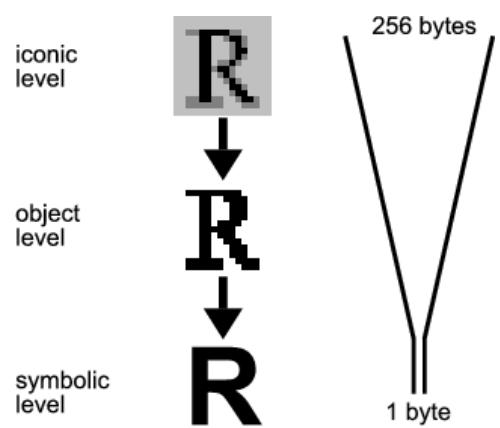


Détection de température

• Démarche génériques en TI



- Acquisition : caméra, carte d'acquisition, illumination, environnement 3D,...
- Prétraitement : mise en forme du signal vidéo
- Analyse/interprétation : extraction de caractéristiques – comparaison avec un modèle prédéfini dans une base de données (classification) – décision de conformité
- Remarques :
 - ☞ approche ascendante mais ...
 - ☞ flot de données : information riche ⇒ compression
 - ☞ applications temps réel
 - ☞ contrôle à distance...



- Introduction
- Numérisation et pré-traitements
- Opérations et transformations 2D
- Filtrage et restauration
- Morphologie mathématique
- Compression et format d'images et vidéos

- Numérisation -

- Quantification et échantillonnage

- but : numériser des images pour les visualiser sur un moniteur, les imprimer, les traiter, les stocker ou les transmettre sur un réseau ...
- échantillonnage : discrétisation de l'espace 2D
- quantification : discrétisation de l'espace des couleurs (ou niveaux de gris)

- Numériser mais pas uniquement

- Techniques utiles aussi pour des images déjà numérisées
 - ☞ modifier la résolution (ré-échantillonnage)
 - ☞ modifier le nombre de couleurs utilisées (quantification)

- Numérisation -

● Quantification et échantillonnage

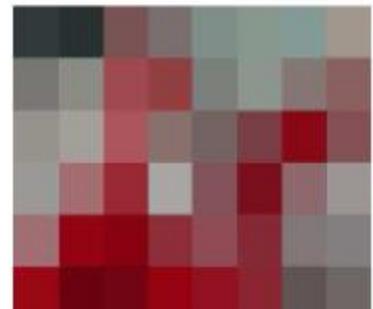
- but : numériser des images pour les visualiser sur un moniteur, les imprimer, les traiter, les stocker ou les transmettre sur un réseau ...
- échantillonnage : discréétisation de l'espace 2D
- quantification : discréétisation de l'espace des couleurs (ou niveaux de gris)



300x260 pixels
4096 couleurs



20x17 pixels
4096 couleurs



8x6 pixels
4096 couleurs



300x260 pixels
4096 couleurs



300x260 pixels
64 couleurs



300x260 pixels
8 couleurs

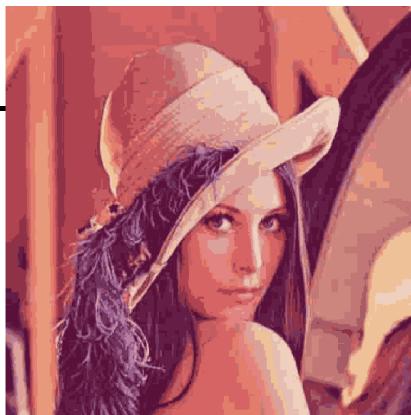
- Quantification-

• Quantification

- but : discréteriser l'ensemble des couleurs ou niveaux de gris, réduire le nombre de couleurs ou de niveaux de gris



n=256



n=20



n=5

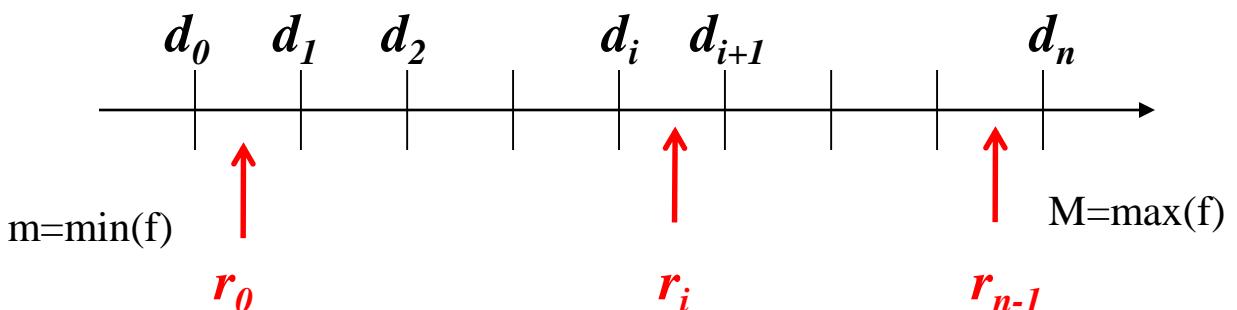
- exemple pour une image en niveaux de gris



- Quantification-

● Quantification

- principe : sélectionner, pour une valeur d'entrée donnée, le **plus proche voisin** appartenant à un ensemble fini prédéterminé de valeurs numériques.
- Plus formellement : remplacer toute valeur située entre deux niveaux de décision d_i par un niveau de reconstruction r_i



- Comment déterminer les niveaux de décision d_i et les niveaux de reconstruction r_i ?
- On cherche à obtenir une image g la plus proche possible de celle de départ f , donc à minimiser l'erreur de quantification :

$$\varepsilon = \int_m^M (f - g)^2 p(f) df = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{d_i}^{d_{i+1}} (f - r_i)^2 p(f) df$$

- Quantification-

● Quantification

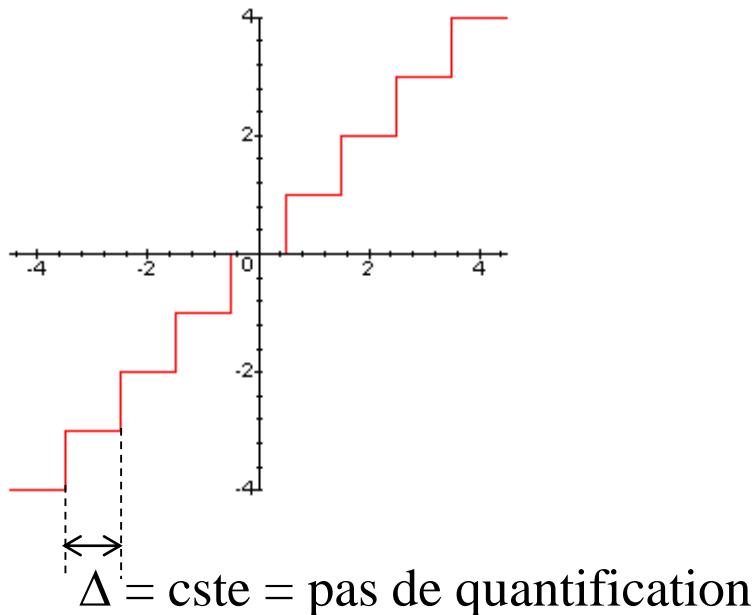
$$\varepsilon = \int_m^M (f - g)^2 p(f) df = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{d_i}^{d_{i+1}} (f - r_i)^2 p(f) df$$

- ☞ *d_i et r_i dépendent de l'image et de la densité de probabilités des intensités de l'image*
- ☞ *les couleurs utilisées ne seront pas forcément les mêmes pour deux images différentes*
- ☞ *on peut simplifier en faisant une hypothèse de densité de probabilités uniforme (ce qui n'est bien sûr pas toujours le cas)*
- ☞ *dans ce cas on se retrouve avec des intervalles $[d_i, d_{i+1}]$ de largeur constante Δ et les représentants r_i aux centres des intervalles*

- Quantification-

- Quantification uniforme

- Cas de l'image en niveaux de gris : quantification scalaire uniforme

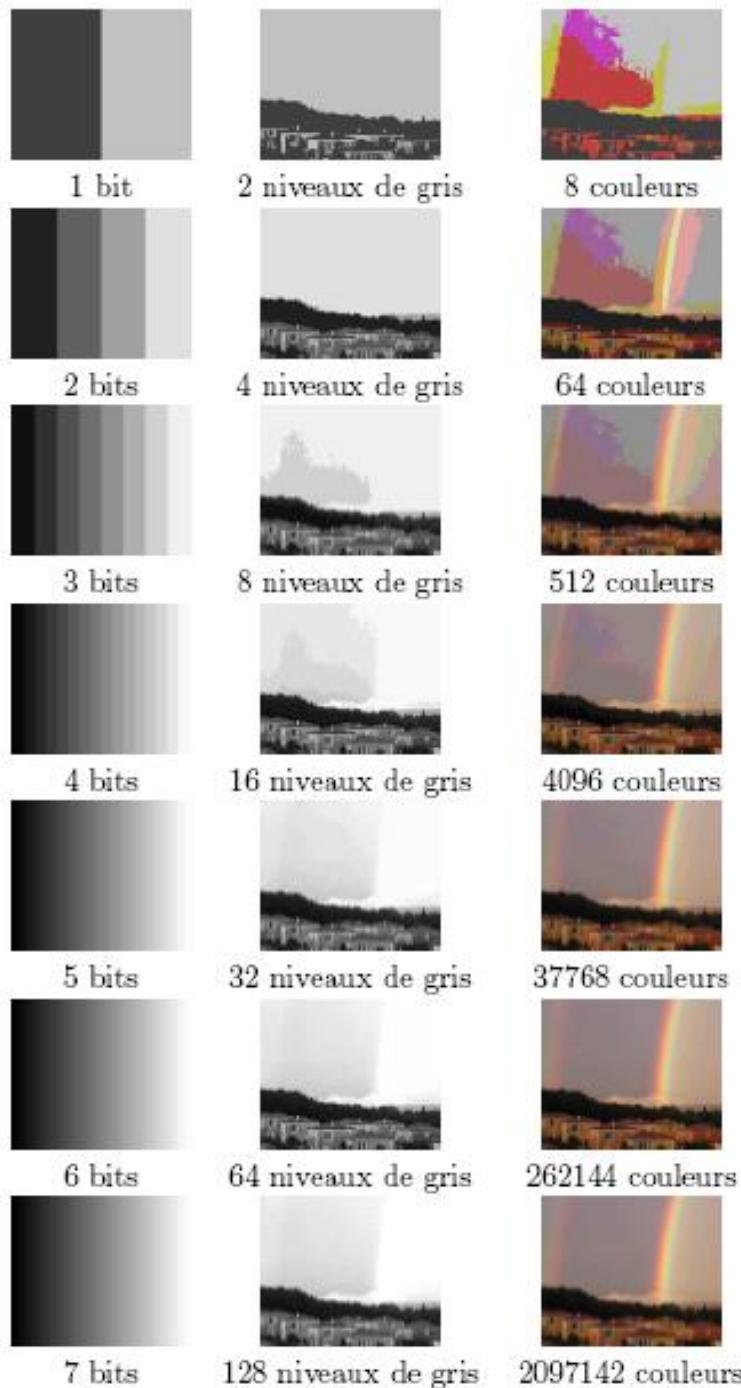


- ☞ *pas de quantification constant*
- ☞ *intervalle $[0, 255]$ découpé en 2^n intervalles => n nombre de bits*

- Quantification-

• Quantification uniforme

• Exemples



- Echantillonnage

● Echantillonnage

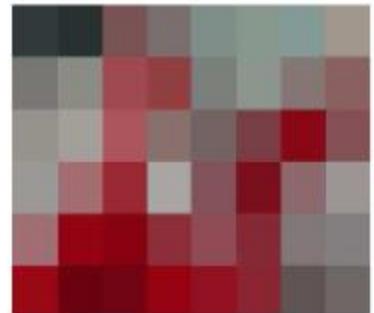
- Passer d'un espace continu à un espace discret
- En image, détermine la résolution spatiale, c'est-à-dire le nombre de pixels dans l'image



300x260 pixels
4096 couleurs

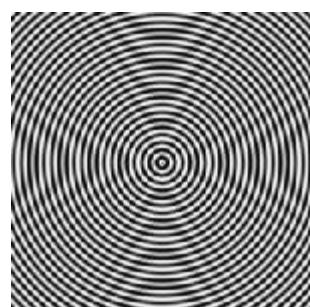
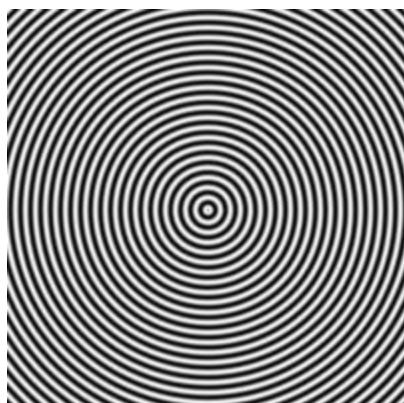


20x17 pixels
4096 couleurs



8x6 pixels
4096 couleurs

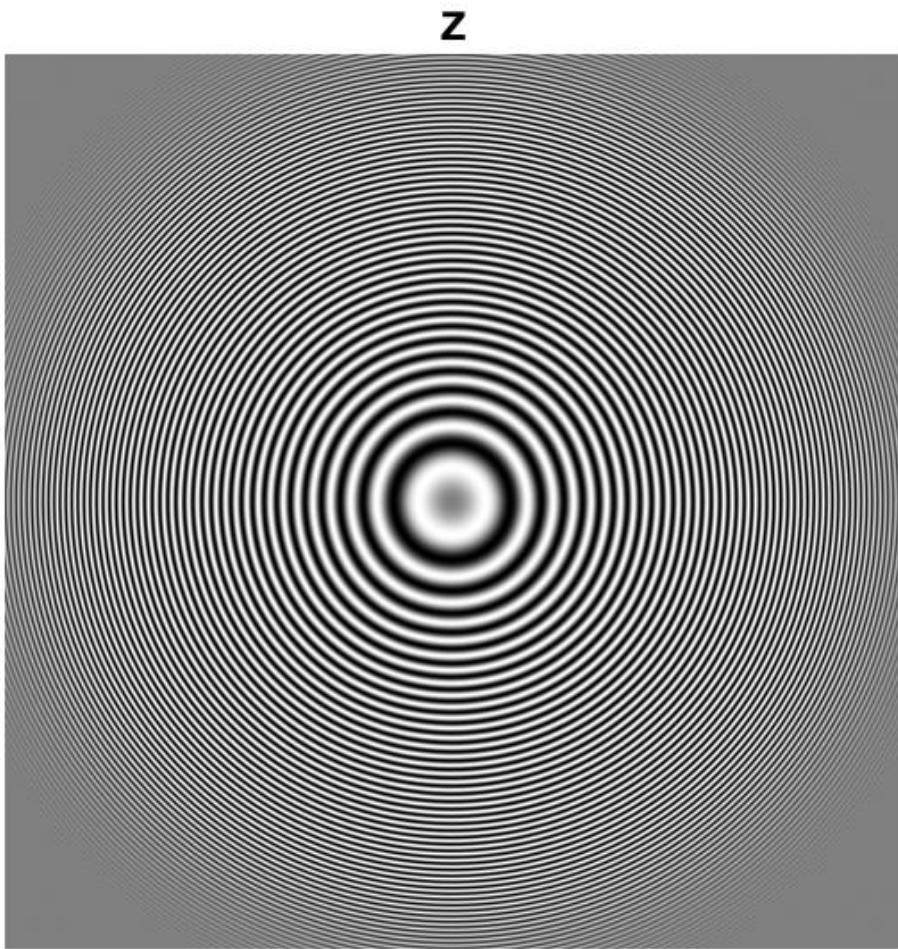
- Comme en signal, faire attention au repliement spectral dans le cas d'échantillonnage ne respectant pas Shannon (phénomène d'aliasing)



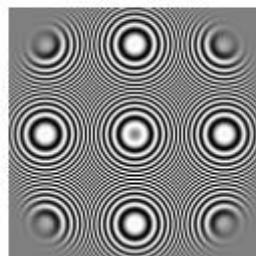
- Echantillonnage

● Echantillonnage

- Autre exemple d'aliasing :



z4



Tiré de <https://blogs.mathworks.com/steve>

- Echantillonnage

● Echantillonnage

- Echantillonnage temporel



- Binarisation -

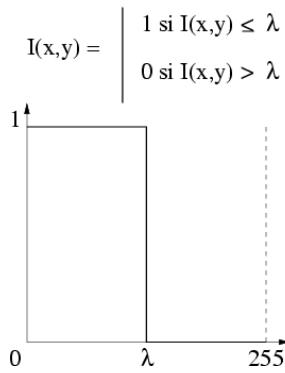
● Définitions

- **but :** obtention d'une image sur deux niveaux – seuillage simple seuil, double seuil, avec hystérésis, optimal,...

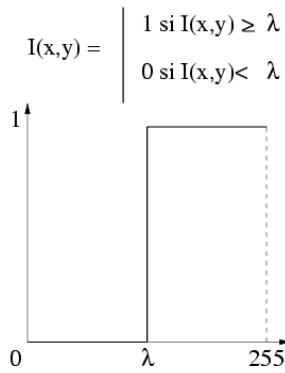
• **seuillage simple ou double seuil :**

Simple seuil :

Seuil majorant :

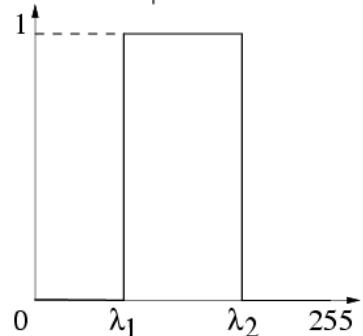


Seuil minorant :



Double seuil :

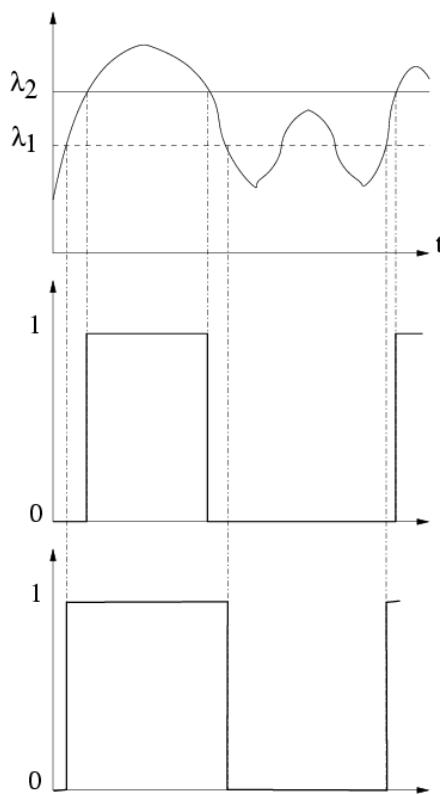
$$I(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \lambda_1 \leq I(x,y) \leq \lambda_2 \\ 0 & \text{si } I(x,y) < \lambda_1 \text{ ou } I(x,y) > \lambda_2 \end{cases}$$



- Binarisation -

● Définitions

- seuillage par hystérésis :



si $I(x,y) > \lambda_2$ les pixels sont retenus : $I(x,y)=1$

si $I(x,y) > \lambda_1$ les pixels sont rejettés : $I(x,y)=0$

si $\lambda_1 < I(x,y) < \lambda_2$:

→ $I(x,y)=1$ si les pixels sont connectés
a des pixels retenus

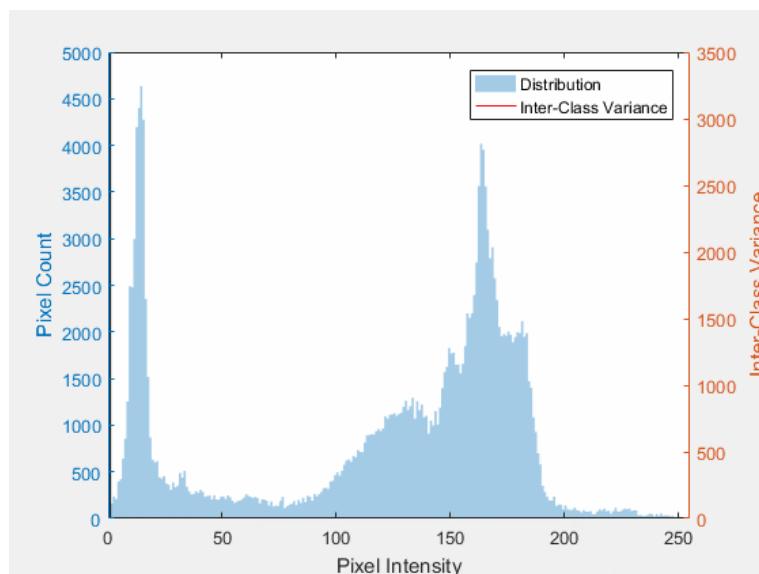
→ $I(x,y)=0$ sinon

- Binarisation -

● Définitions

- seuillage d’Otsu :

Minimisation de la variance intra-classe à partir de tous les seuils possibles => revient à maximiser la variance inter-classe



Par Lucas(CA) — Travail personnel, CC BY-SA 4.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=67144384>



- Binarisation -

- Définitions

- seuillage entropique :

$$S^* = \text{Arg Max} \left(\sum_{i=1}^2 H(R_i) \right) \text{ avec } H(R_1), \text{ resp. } H(R_2)$$

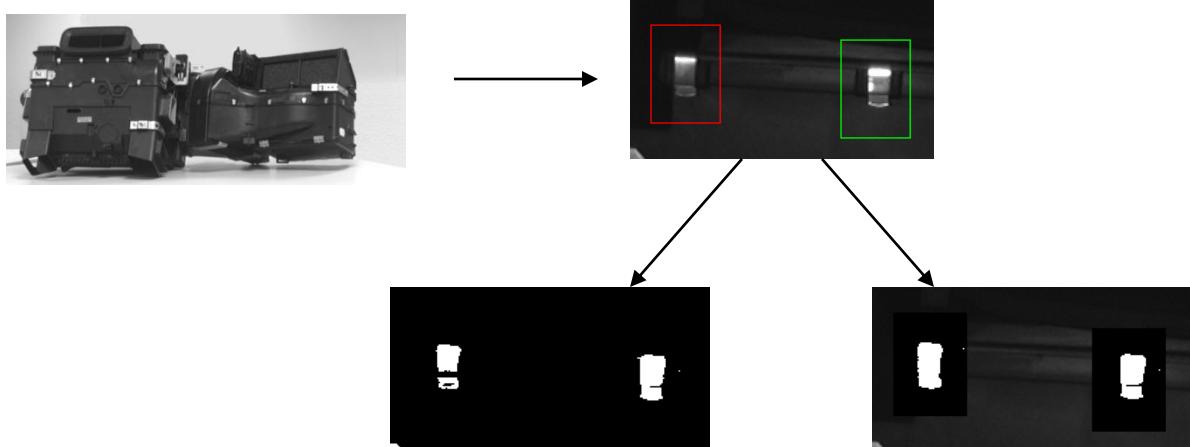
entropie du sous-ensemble des ndg[1, S], resp. [S* + 1, N_{max}] tel que :*

$$H(R_1) = -\sum_{j=1}^{S^*} p_j \cdot \log p_j, p_j = \frac{h_j}{M \cdot N}$$

*h_j histogramme des pixels ∈ R₁ par seuillage S**

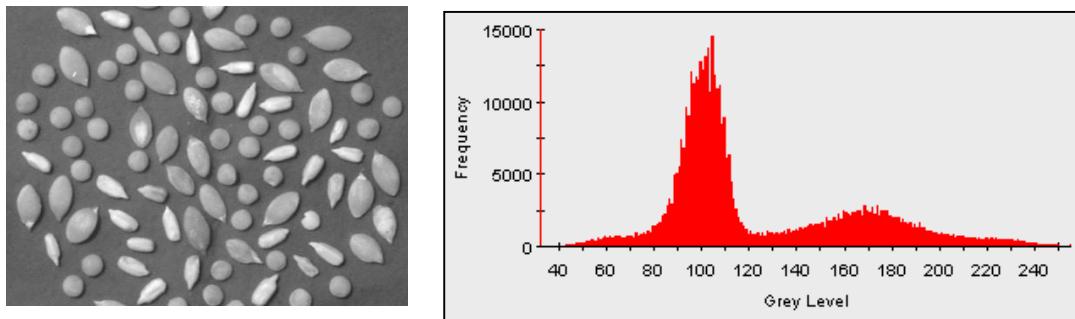


- Choix des seuils ? Interactif ou automatique ? Variable ou fixe ? Global ou local ?

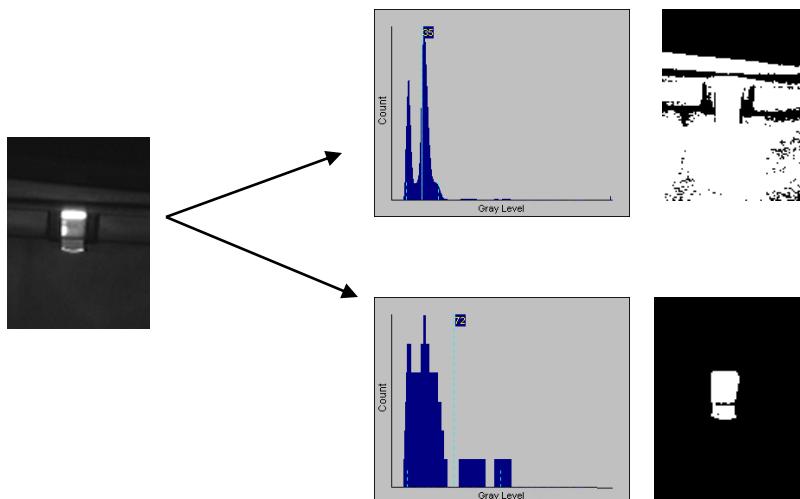


- Binarisation -

- Stratégies de recherche du seuil
 - hypothèse : deux modes dans l'histogramme
 - méthodes non paramétriques :
 - ☞ méthodes des modes - recherche des deux maxima sur l'histogramme, calcul du CdG



- ☞ méthodes des percentiles - nombre de pixels de telle ou telle classe connu a priori, ...
 - ☞ problèmes : bruit, faible contraste, distribution des deux modes très inégales
 - ☞ variante : mise à l'échelle de l'histogramme



- Binarisation -

- Stratégies de recherche du seuil
 - méthodes à seuils variables
 - ☞ un constat : *variations du contraste objets/fond*



☞ principe : (i) *placer des seuils sûrs* (*distributions localement bi-modales*), (ii) *propager ces seuils*

- Seuillage basé sur des critères autres que luminance e.g. couleur, texture,...
- Limitations connues :
 - en présence de bruits importants
 - non prise en compte des relations spatiales
 - nécessité d'un étiquetage a posteriori

- Généralités -

● Pourquoi ?

- mauvais contraste
- présence de bruit
- détails difficilement visibles

● Comment ?

- méthodes à base d'histogrammes
- méthodes de filtrage
- cas des images couleurs



- Introduction-

● Images acquises

- non « idéales » visuellement, défauts introduits par la chaîne d'acquisition
- mauvais contraste (trop / pas assez)
- détails peu visibles
- aberrations chromatiques
- défauts géométriques

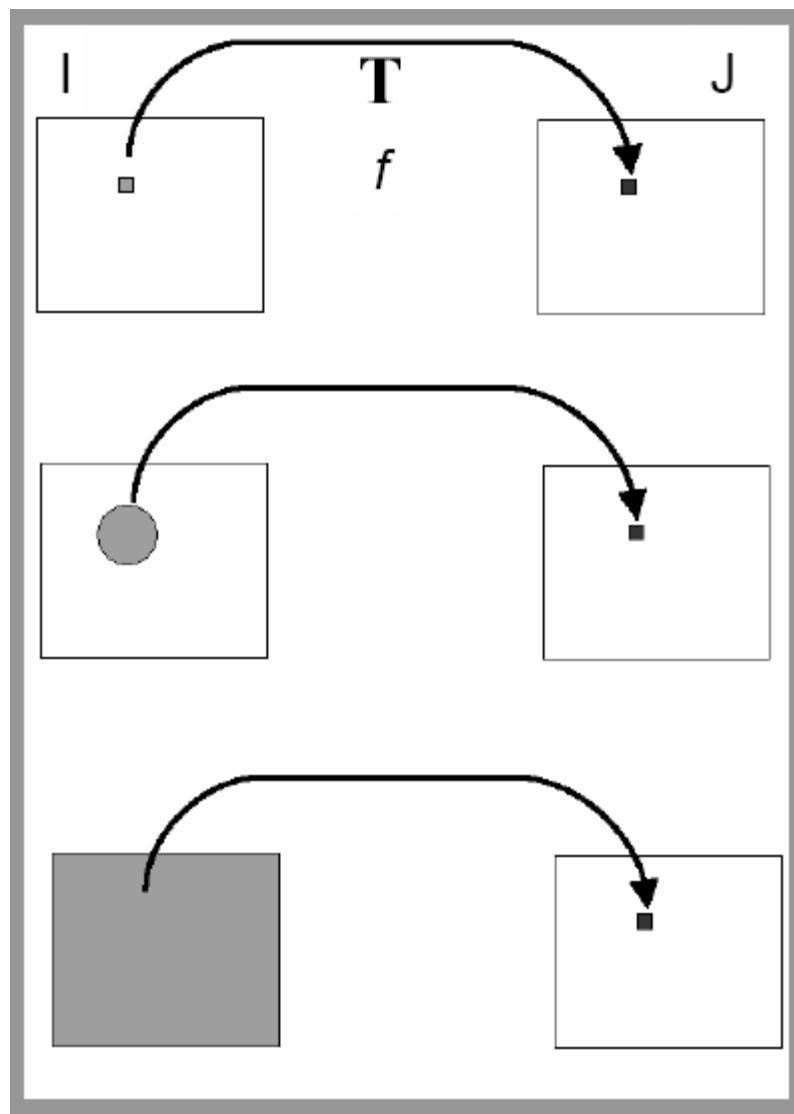
● But :

- obtenir une image proche de celle qui aurait été obtenue en l'absence de défauts sur la chaîne d'acquisition et de transmission
- fidélité à la scène
- obtenir une image de meilleure qualité visuelle – subjectif
- obtenir une image qui soit plus facile à traiter par la suite – accroître la séparabilité des régions

- Introduction-

• Comment améliorer les images ?

- méthodes ponctuelles => histogrammes ...
- méthodes locales => filtres ...
- méthodes globales => transformée de Fourier
- ...



$$J(x_0, y_0) = f(I(x_0, y_0))$$

$$J(x_0, y_0) = f(I(V))$$

V voisinage de (x_0, y_0)

$$J(x_0, y_0) = f(I(x, y))$$

- Méthodes ponctuelles -

● Méthodes ponctuelles

- traitement indépendant du voisinage
- par modification ou spécification d'histogramme
- **modification** d'histogramme par LUT *a priori*
- exemples :
 - ☞ *translation ou recadrage*
 - ☞ *inversion*
 - ☞ *modification de la dynamique*
 - ☞ *seuillage*
 - ☞ *extraction d'intervalles*
 - ☞ *pas forcément des segments de droite...*



- Histogrammes-

● Définitions

- **histogramme** : nombre d'occurrences de chaque niveau dans l'image (de taille M x N)

$$h(i) = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [I(x, y) = i]$$

- **histogramme normalisé** : probabilité d'apparition de chaque niveau dans l'image

$$p(i) = \frac{h(i)}{M.N}$$

- **histogramme cumulé** : nombre d'occurrences cumulées de chaque niveau

$$H(i) = \sum_{n=0}^i h(n)$$

- **histogramme cumulé normalisé** : probabilité d'apparition cumulée de chaque niveau

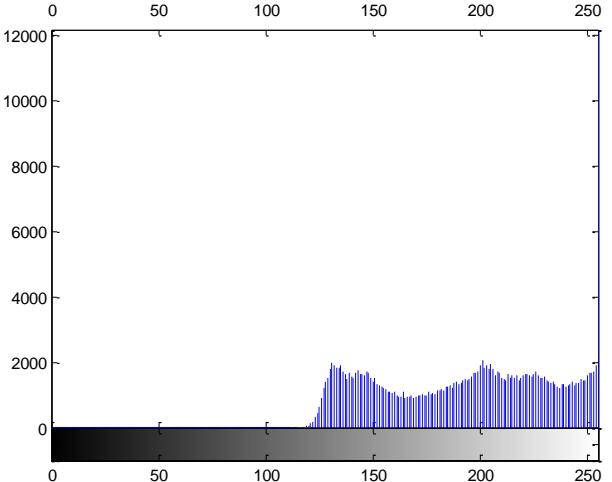
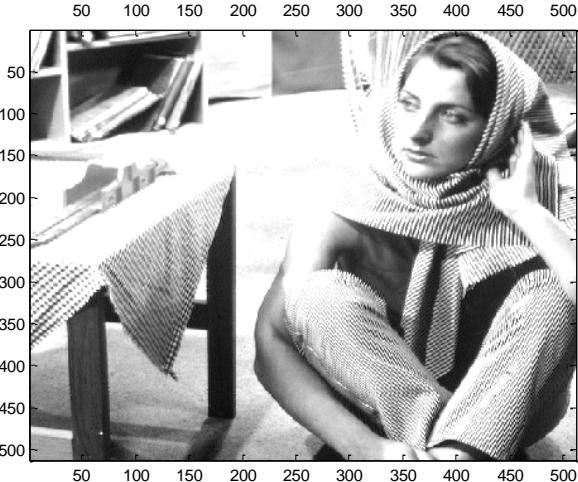
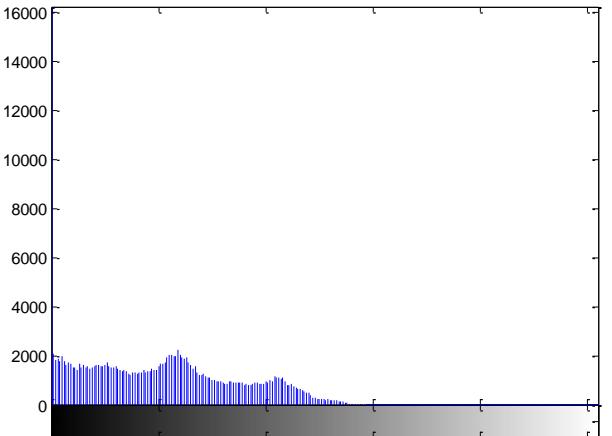
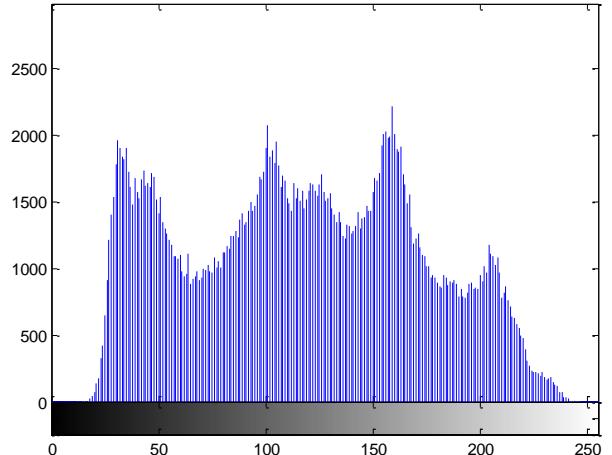
$$P(i) = \frac{H(i)}{M.N}$$

Amélioration d'images

- Histogrammes-

● Représentations

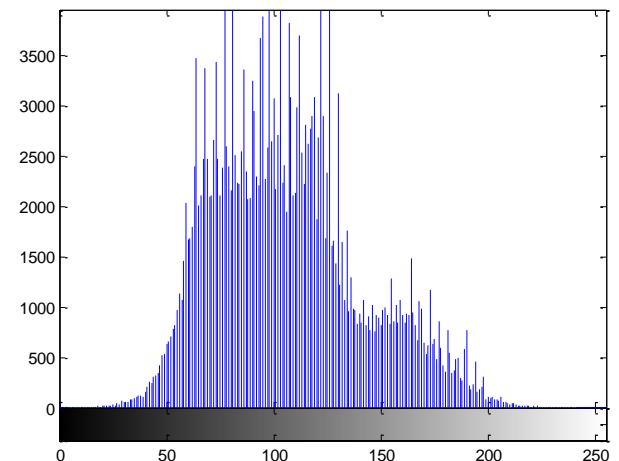
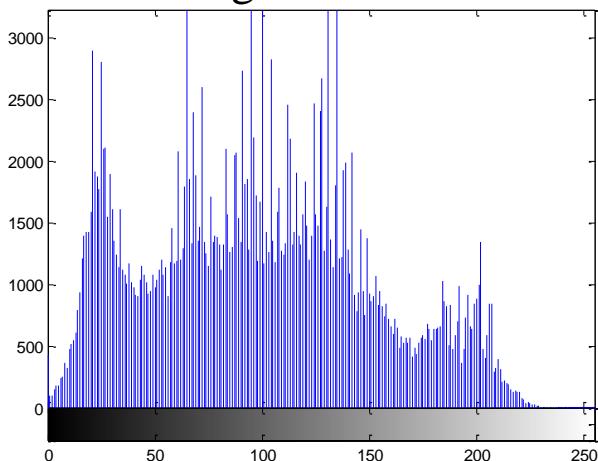
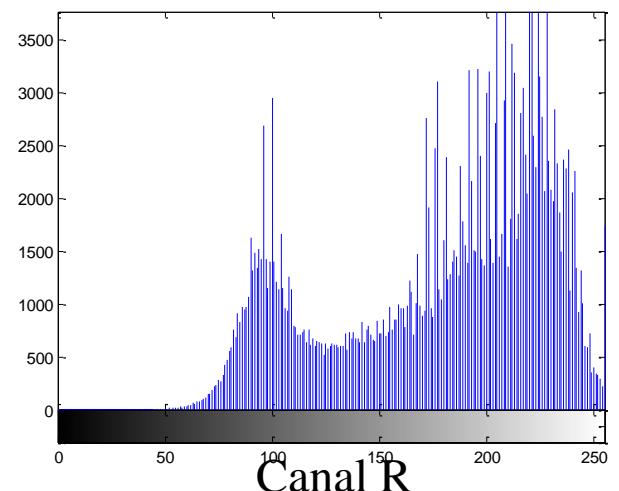
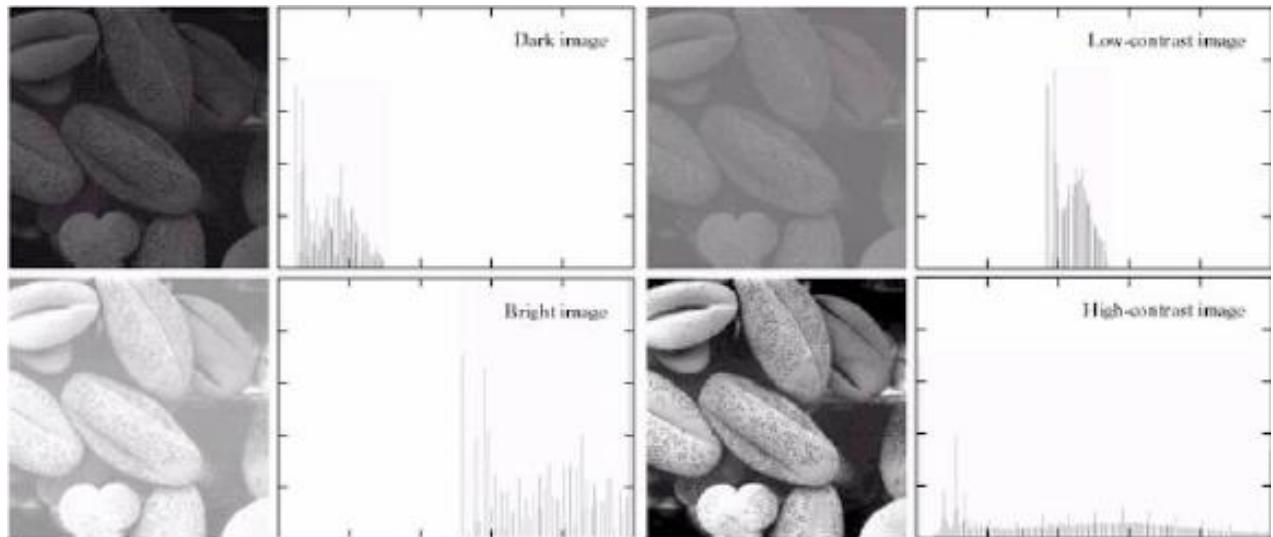
- image codée sur 8 bits => 256 niveaux de gris disponibles



Amélioration d'images

- Histogrammes-

● Représentations



Canal G

32

Canal B

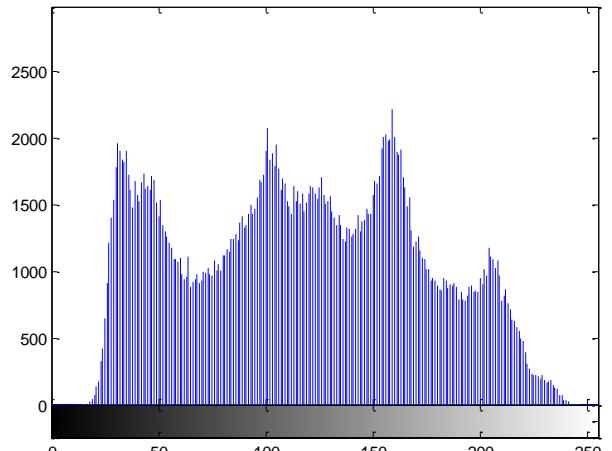
- Histogrammes-

● Informations issues de l'histogramme

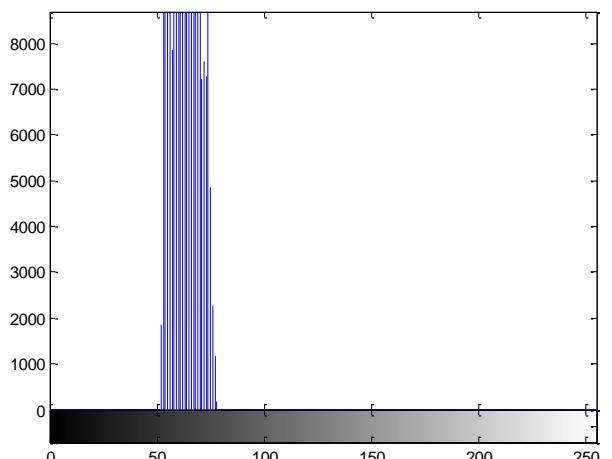
- **dynamique de l'image** : intervalle des niveaux réellement présents dans l'image
- **contraste de l'image** : peut être estimé par la variance de l'histogramme. Est d'autant plus grand que l'histogramme est étalé.



Image originale



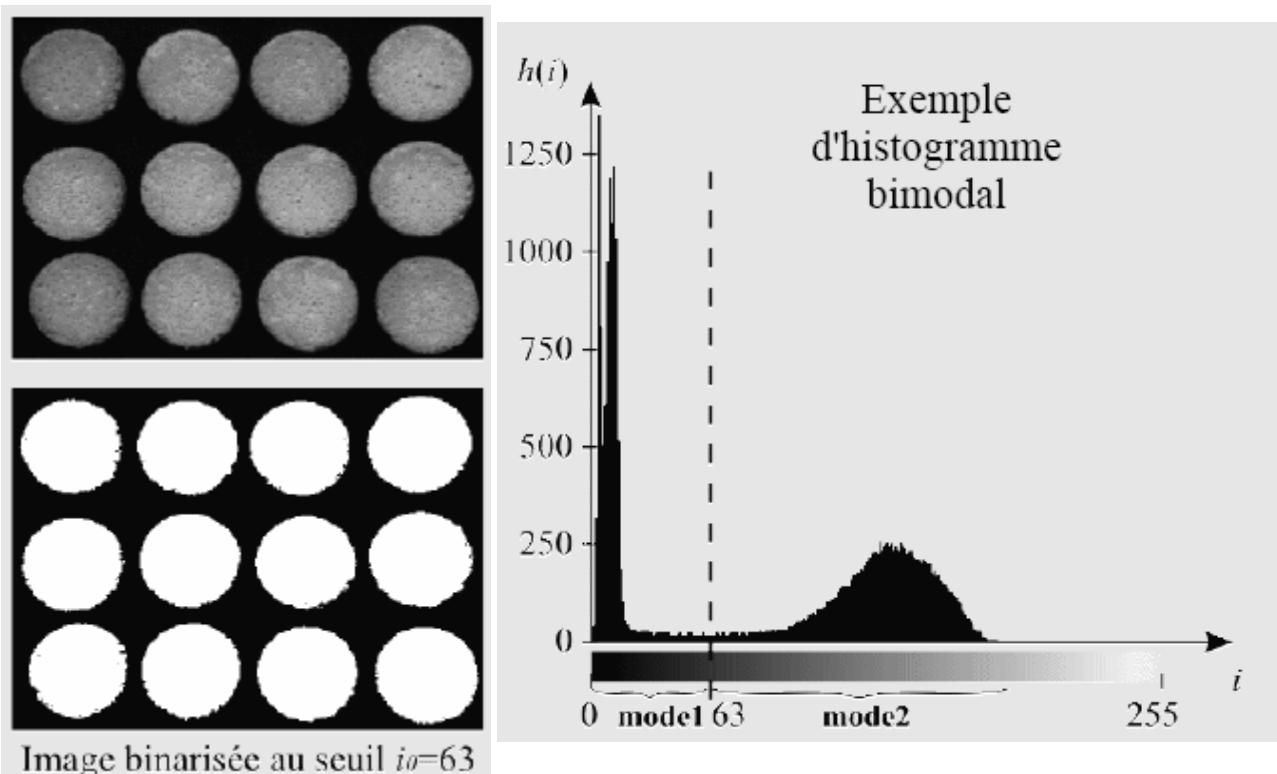
Dynamique réduite



- Histogrammes-

● Informations issues de l'histogramme

- **forme de l'histogramme** : présence de pics (applés *modes*) pour certaines plages de niveaux de gris peuvent révéler des ensembles de pixels intéressants
- **binarisation ou seuillage de ces pics** : permet de séparer les objets correspondants

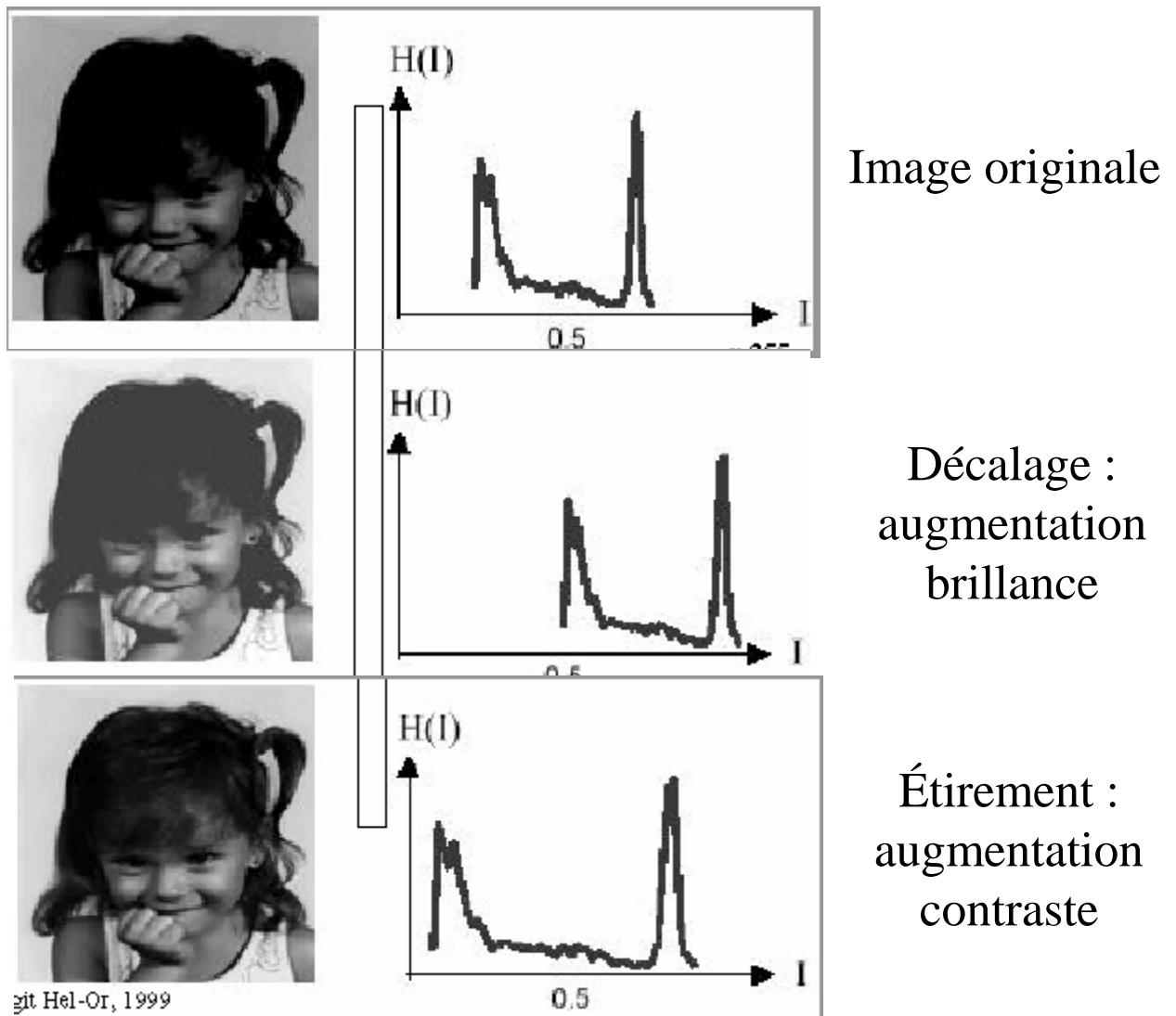


L'histogramme n'apporte d'information que sur les occurrences des niveaux de gris, pas sur leur répartition dans l'image !

- Méthodes ponctuelles -

- A partir d'histogrammes

- **normalisation d'histogrammes** : exploiter toute la dynamique
- **égalisation d'histogrammes** : équilibrer la dynamique et améliorer le contraste
- **segmentation** pour regrouper les pixels de même couleur

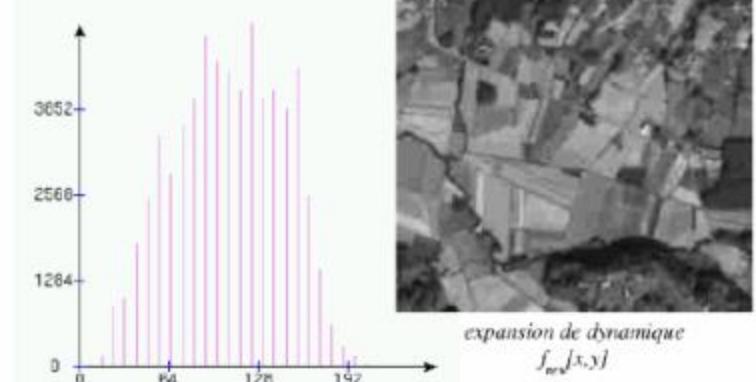
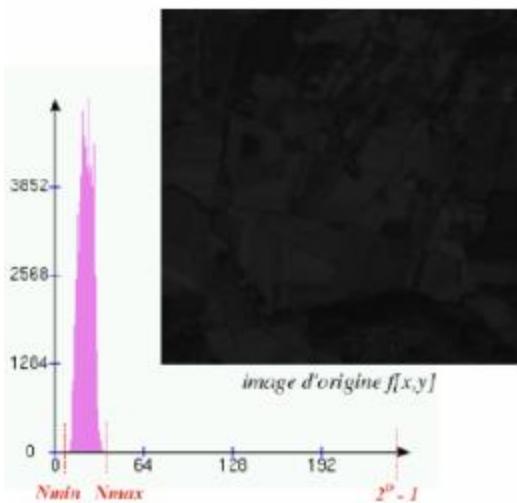
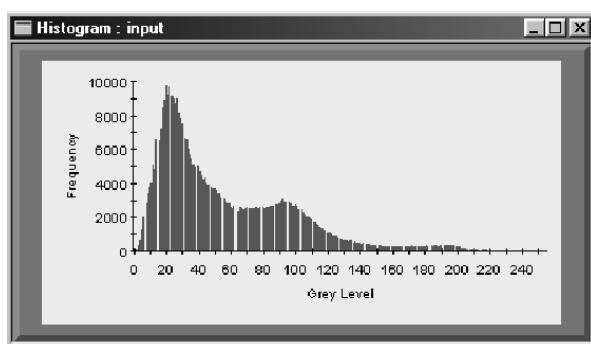
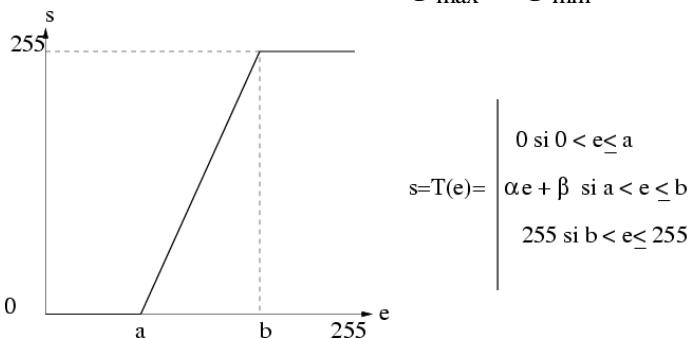


- Méthodes ponctuelles -

● Normalisation

- utiliser au mieux l'échelle des niveaux
- appelée aussi *expansion de dynamique*

$$\text{si } I(x, y) \in [g_{\min}, g_{\max}], O(x, y) = \frac{255}{g_{\max} - g_{\min}} \cdot (I(x, y) - g_{\min})$$



- Méthodes ponctuelles -

● Egalisation

- équilibrer au mieux les niveaux
- idéalement on cherche à obtenir un histogramme plat (donc histogramme cumulé = droite)
- => **augmentation globale du contraste**

☞ principe : transformation d'un niveau $I(x,y)$ en $O(x,y)$ uniformément réparti dans $[g_{\min}, g_{\max}]$

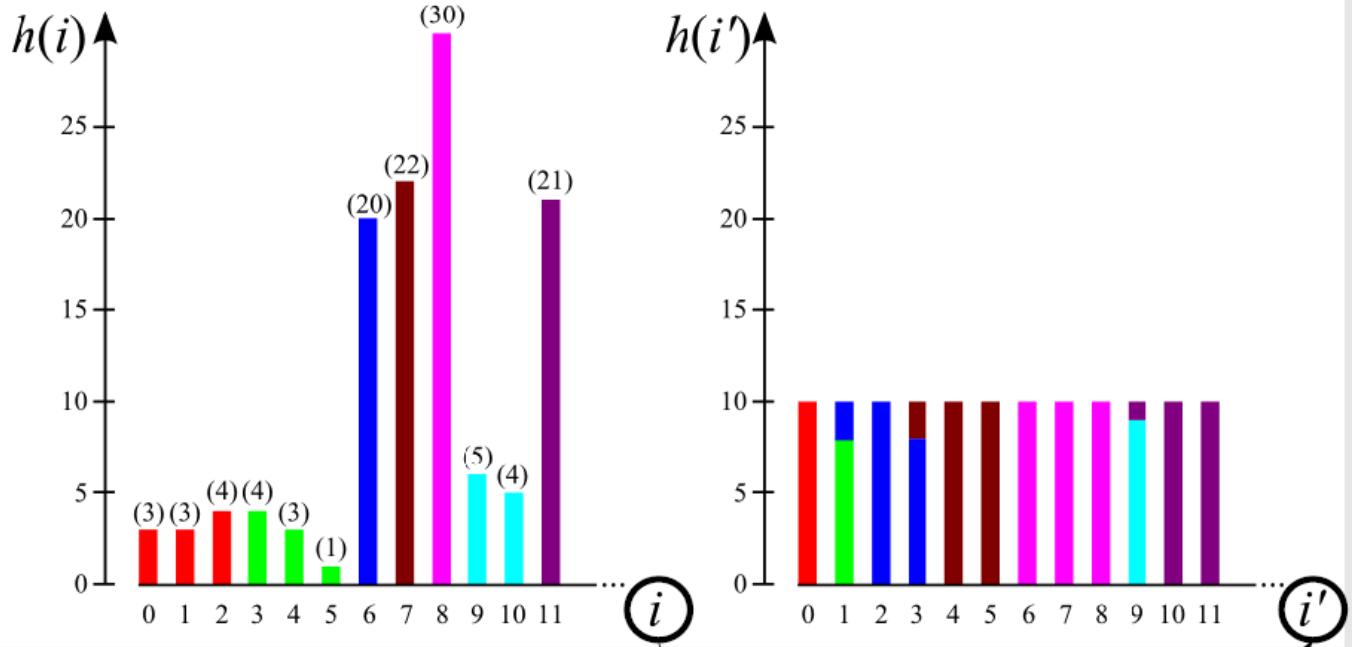
$$o(x, y) = \frac{g_{\max} - g_{\min}}{M \cdot N} \cdot H(I(x, y) = n_k) + g_{\min}$$

☞ *détails accentués dans les zones stationnaires*

Amélioration d'images

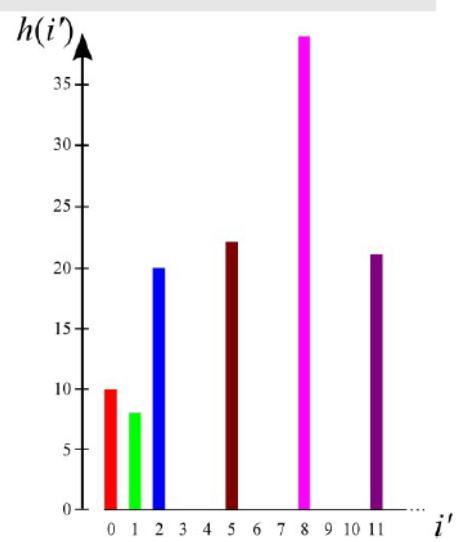
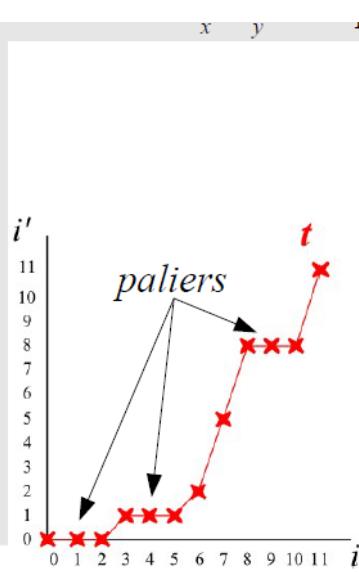
- Méthodes ponctuelles -

• Egalisation



i	$h(i)$	$h_e(i)$	$i' = t(i)$
0	3	3	0
1	3	6	0
2	4	10	0
3	4	14	1
4	3	17	1
5	1	18	1
6	20	38	2
7	22	60	5
8	30	90	8
9	5	95	8
10	4	99	8
11	21	120	11

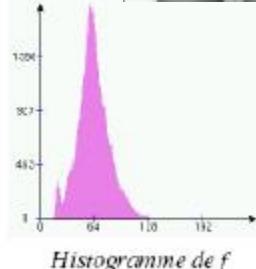
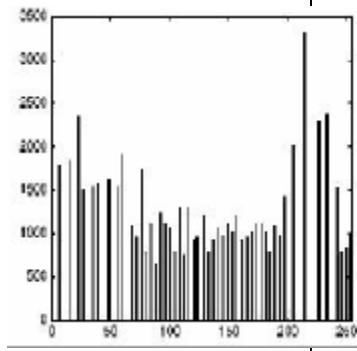
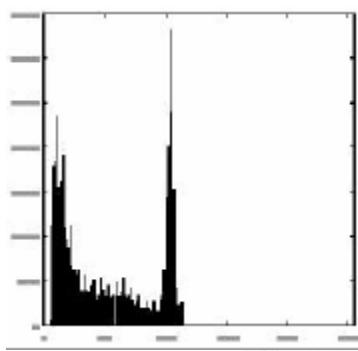
i'	$h(i')$
0	10
1	8
2	20
3	0
4	0
5	22
6	0
7	0
8	39
9	0
10	0
11	21



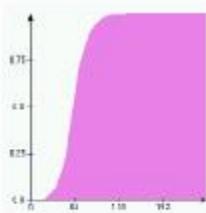
Amélioration d'images

- Méthodes ponctuelles -

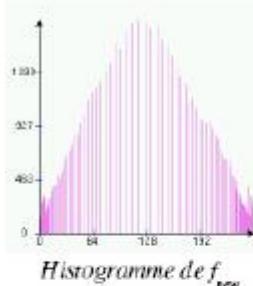
• Egalisation



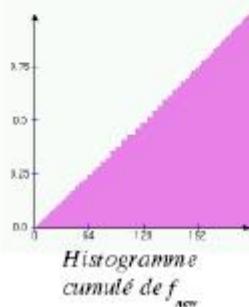
Histogramme de f



Original $f[x, y]$



Histogramme de f_{new}



Histogramme cumulé de f_{new}



Après égalisation $f_{new}[x, y]$

- Méthodes ponctuelles -

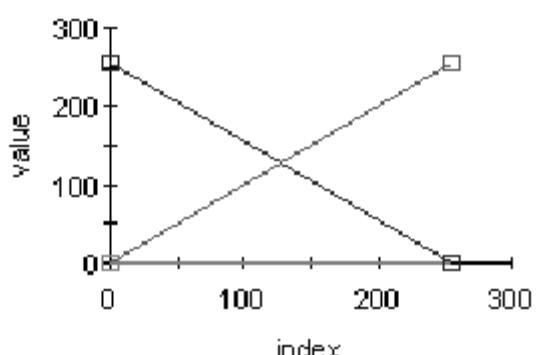
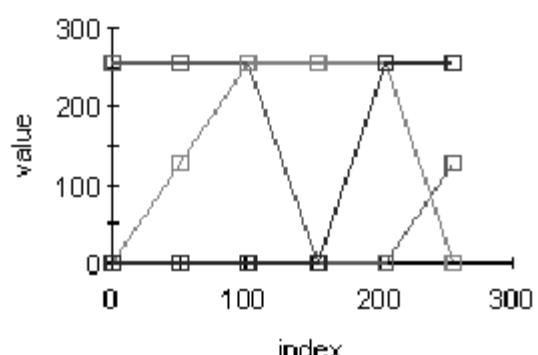
● Egalisation

Attention si l'image est déjà correctement contrastée!



- Méthodes ponctuelles -

- Look-up-table ou LUT

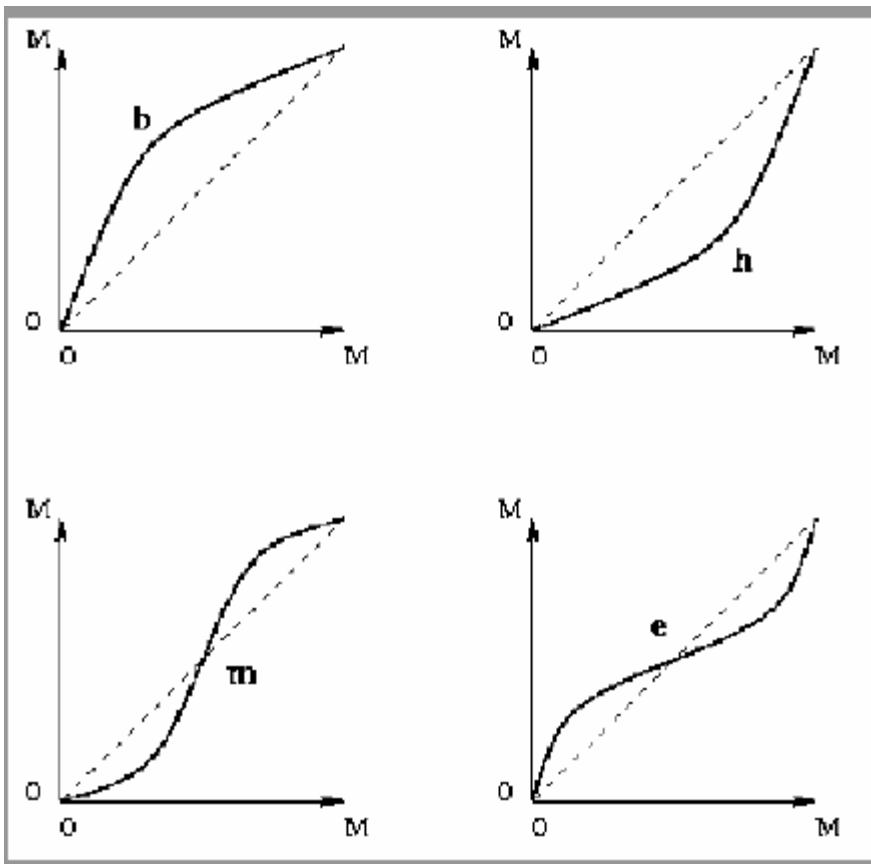


- Méthodes ponctuelles -

● Fonctions de réhaussement

- modification des niveaux de gris suivant une LUT (look-up-table = table de correspondances qui associe à chaque ancien niveau de gris, un nouveau niveau)

$$O(x, y) = f(I(x, y))$$



b augmente la luminosité

h la diminue

m augmente le contraste

e baisse le contraste

- Binarisation -

● Exercice

3	3	4	4	3	4
4	4	5	5	4	5
4	5	10	11	10	7
4	11	12	13	11	7
5	10	12	12	7	6
4	6	6	5	5	5

- tracer l'histogramme de l'image précédente
- binariser l'image en indiquant le seuil utilisé
- calculer la surface de l'objet, les coordonnées du centre de gravité, les moments d'inertie centrés.
- calculer la LUT permettant de normaliser les niveaux sur l'intervalle $[0, \dots, 15]$.

On donne :

$$M_{pq} = \sum_x \sum_y I(x, y) \cdot x^p \cdot y^q \text{ et}$$

$$\text{aire} = M_{00}, M_{01} = M_{00} \cdot Y_g, M_{10} = M_{00} \cdot X_g$$

- Méthodes ponctuelles -

● Exercices

- exercice 1 : soit l'image suivante dont les niveaux sont compris entre 0 et 9. Construire l'histogramme, l'histogramme cumulé. En déduire l'image résultat obtenue par égalisation d'histogramme. On conserve la même palette de niveaux.

2	0	0	5	7	7	7	8
2	2	2	7	8	8	8	8
6	6	7	8	9	9	9	9
6	7	7	8	9	9	9	9
7	7	7	8	9	8	8	9
5	3	3	8	9	9	9	8
3	1	3	5	8	8	8	9
1	3	3	4	4	4	4	8

- Méthodes ponctuelles -

• Exercices

- exercice 2 : soit l'image suivante. Tracer l'histogramme. Appliquer une égalisation d'histogramme et une normalisation d'histogramme. Comparer.

On veut binariser l'image. Quelle est la meilleure valeur de seuil? Donner l'image binaire ainsi obtenue.

4	5	4	5	4	5
5	6	8	10	6	4
4	5	8	10	12	6
5	7	9	11	12	4
4	6	9	11	11	4
5	6	5	6	5	5

- Calibrage chromatique-

● Calibrage chromatique

- but : corriger les aberrations chromatiques dues à :
 - ☞ la nature spectrale de l'illuminant
 - ☞ la sensibilité du capteur *CCD variable suivant la longueur d'onde*
 - ☞ la transmissivité des filtres utilisés
- appelé encore balance des blancs
- démarches :
 - ☞ quantifier les couleurs à partir de gris de référence (*mire de Macbeth*)
 - ☞ calculer 3 LUTs *R,V,B* à partir des différences de valeurs observées sur une image quelconque ou zones ou pixels achromes associés

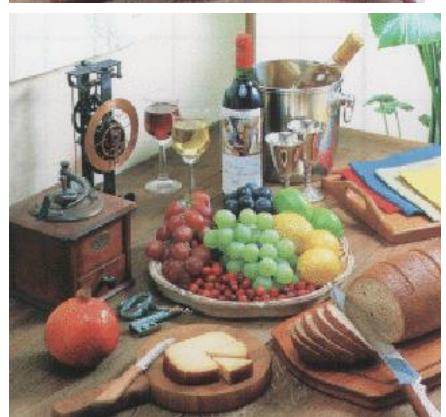
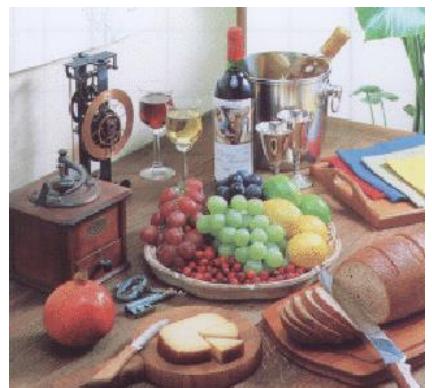
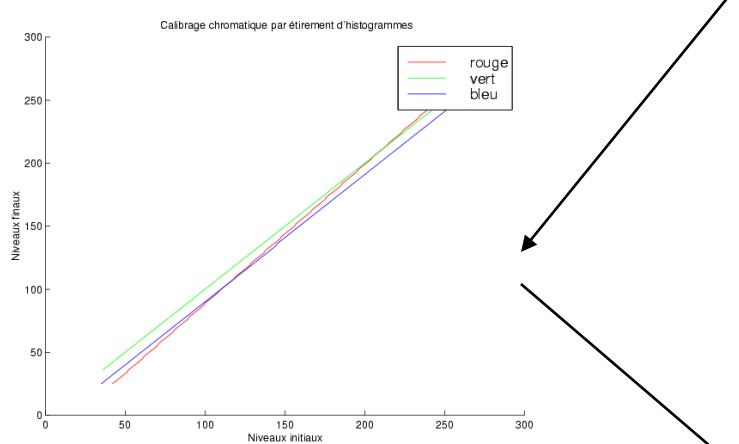


mire Macbeth

- Calibrage chromatique-

● Calibrage chromatique

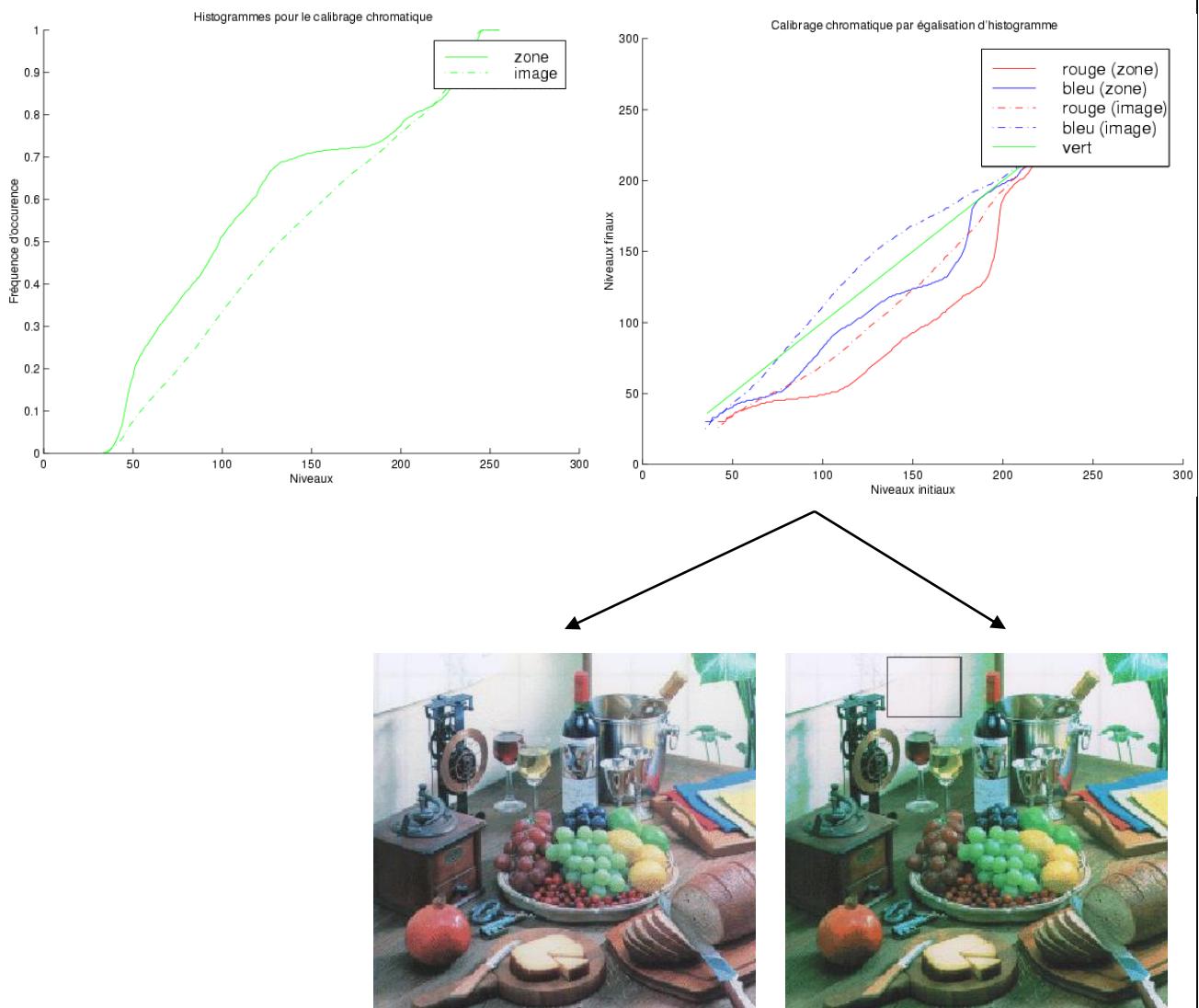
- par étirement d'histogramme
- principe : caractériser les trois LUTs mettant en correspondance les histogrammes des composantes R,V,B par :
 - ☞ *calcul des trois histogrammes sur l'image entière ou zones achromes*
 - ☞ *sélection de l'histogramme ayant la plus grande dynamique (référence)*
 - ☞ *normalisation des histogrammes des deux autres composantes à partir de l'histogramme de référence*



- Calibrage chromatique-

● Calibrage chromatique

- par égalisation d'histogramme
- principe : idem mais égalisation les deux composantes à partir de l'histogramme de référence
 - pas de loi mathématique ici



- Correction géométrique -

● Correction géométrique

- but : modéliser puis corriger les distorsions optiques - correction en deux étapes :

☞ estimation de la transformation géométrique entre repères de l'image originale et lié à l'image dégradée

$$\begin{cases} x' = r(x, y) \\ y' = s(x, y) \end{cases}$$

☞ interpolation des niveaux

- appariements entre points de contrôle de l'image déformée et image idéale :

$$[(x, y)_i \Rightarrow (x', y')_i]$$

- approximation du modèle de distorsion par équations bilinéaires :

$$\begin{cases} r(x, y) = a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3 \cdot xy + a_4 \\ s(x, y) = b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3 \cdot xy + b_4 \end{cases}$$

- minimisation au sens des moindres carrés pour estimer les paramètres du modèle :

$$E = \sum_{i=1}^n \left\{ [x'_i - r(x_i, y_i)]^2 + [y'_i - s(x_i, y_i)]^2 \right\}$$

- Correction géométrique -

● Distorsions optiques

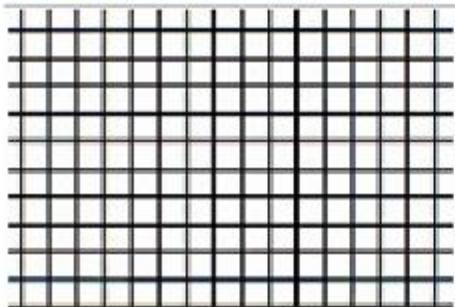
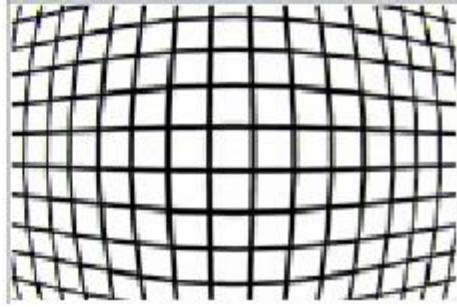
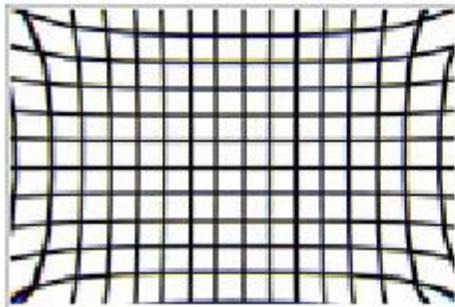


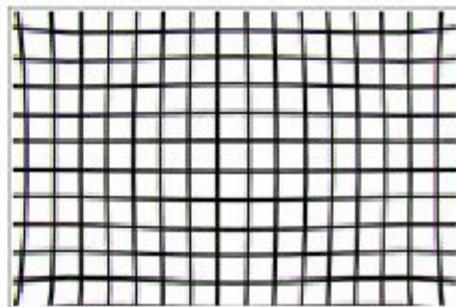
image originale



distorsion en bâillet



distorsion en coussinet

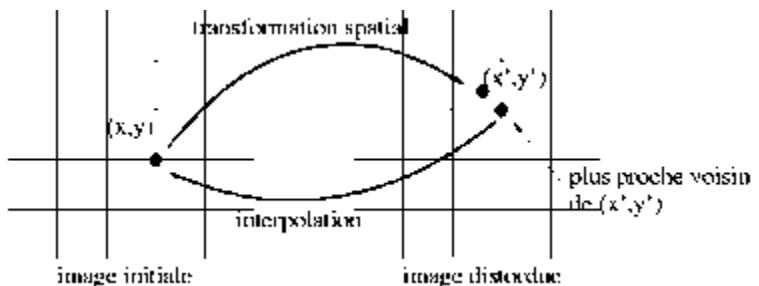


distorsion complexe

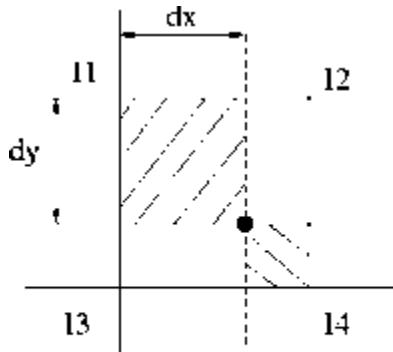
- Correction géométrique -

● Interpolation

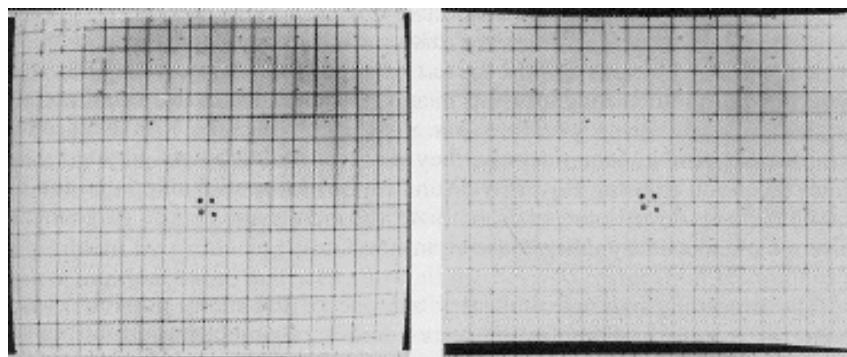
- interpolation des niveaux nécessaires car les coordonnées calculées sont non entières
- interpolation de type :
 - ☞ **ordre 0** - sélection du pixel entier le plus proche :



- ☞ **bi-linéaire** - calcul à partir des 4 voisins entiers du pixel :



$$I = 11 \cdot (1-dx)(1-dy) + 12 \cdot dx(1-dy) + 13 \cdot (1-dx)dy + 14 \cdot dx \cdot dy$$



Amélioration d'images



Amélioration d'images

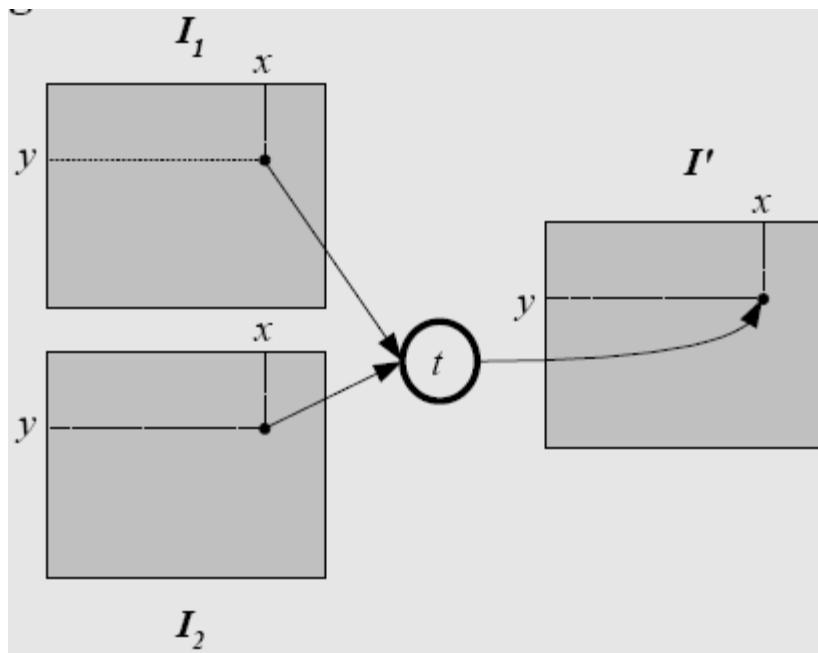


- Opérations sur les images -

- **Principe** : combinaison de plusieurs images, appliquer pixel à pixel les opérations arithmétiques ou logiques

$$O(x, y) = f(I_1(x, y), I_2(x, y), \dots, I_n(x, y))$$

- **Contraintes** : les images doivent être de même taille ou images constantes
- **Attention** : débordements de [0,255], normalisation



- Opérations sur les images -

● Addition d'images

- principe : $O(x, y) = \sum_{i=1}^N I_i(x, y)$
- utilisation possible : augmentation de la luminance ou réduction du bruit par moyennage

$$O(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_i(x, y)$$

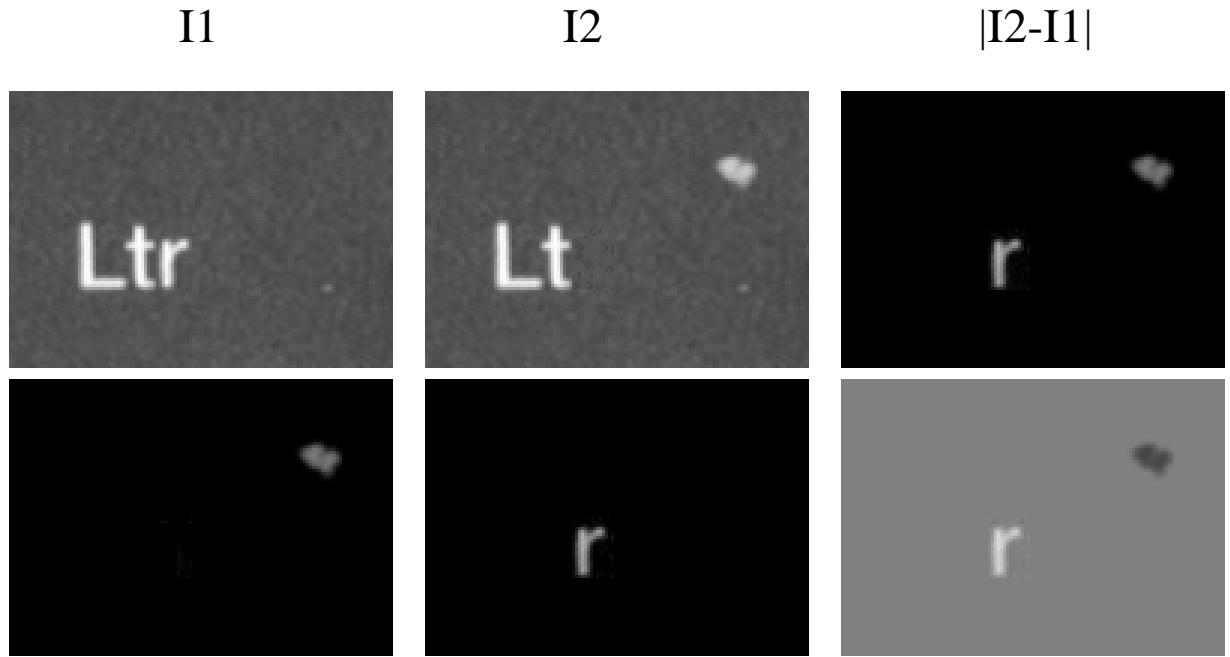
- ☞ bruit d'acquisition dans une vidéo supposé blanc
- ☞ moyennage sur plusieurs images pour supprimer le bruit
- ☞ mais peu réaliste car lourd en calcul ...

● Soustraction d'images

- valeur absolue de la différence (détection de présence par exemple)
- troncature positive (valeurs négatives mises à zéro) ou négative (valeurs positives mises à zéro)
- Utilisation possible : diminution de la luminance, détection de changements entre images (défauts, mouvement ...)

- Opérations sur les images -

• Soustraction d'images



troncature positive
($I_2 - I_1$)

troncature négative
($I_2 - I_1$)

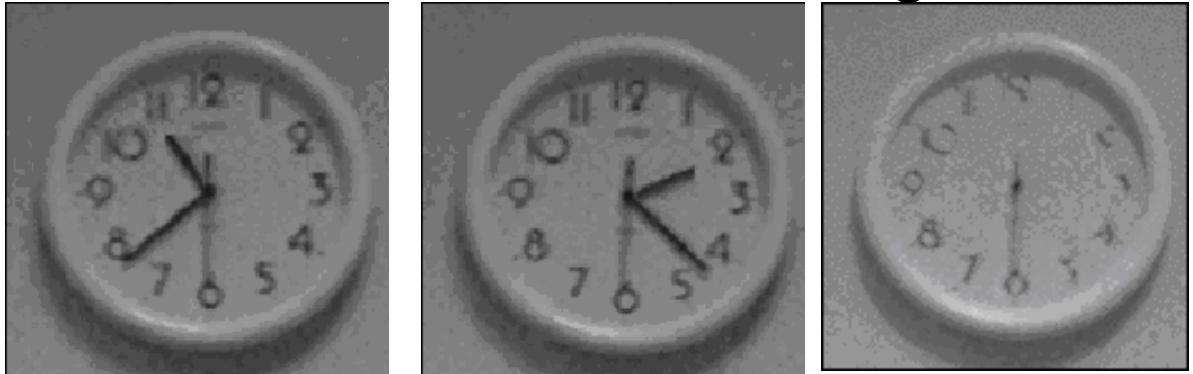
échelle linéaire

• échelle linéaire :

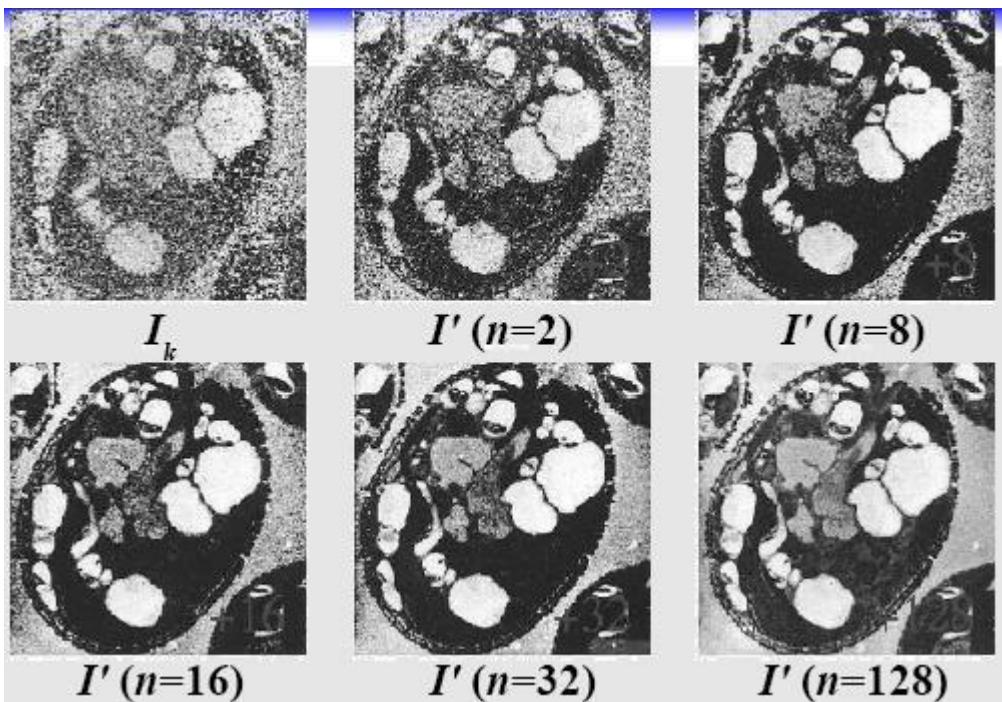
$$O(x, y) = \frac{1}{2} [255 + I_1(x, y) - I_2(x, y)]$$

- Opérations sur les images -

- Maximum / minimum entre images



- ET/OU logique
- Multiplication, combinaison linéaire, division ...



Diminution du bruit par moyennage dans une séquence d'images

- Opérations sur les images -

• Correction d'ombrages

- principe : $O(x, y) = b + [I(x, y) - I_r(x, y)]$
- génération d'une image de fond :



- application : contrôle d'impression sur des objets arrondis
 - = correction d'ombrage appliquée pour compenser les variations d'intensité dues aux variations de l'angle d'incidence

- Méthodes locales-

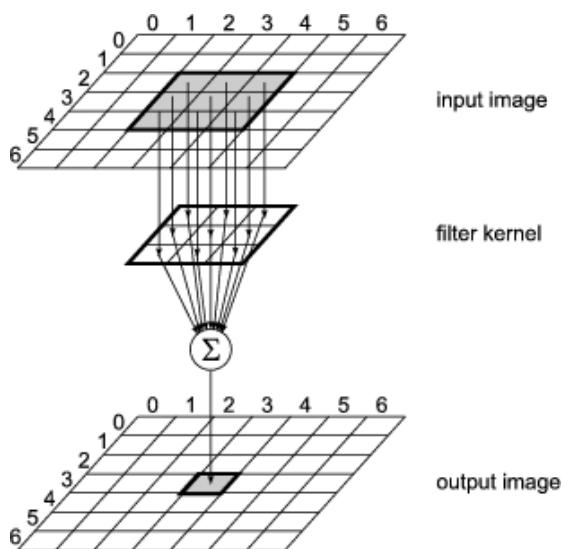
● Méthodes locales

- utilisent l'information portée par le pixel mais aussi son voisinage
- réduire le bruit introduit par l'acquisition et la transmission
- filtrage par convolution spatiale :

$$O(x, y) = \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N H(i, j).I(x-i, y-j) = H \otimes I$$

avec H un noyau de taille $2N+1$ et \otimes l'opérateur de convolution

☞ *notion de 4 ou 8-connectivité*



☞ *somme pondérée des niveaux inclus dans un voisinage défini par H tourné à 180 degrés*

☞ *largeur de taille N au bord de l'image où le filtre n'est pas applicable : mise à zéro, effet miroir ...*

☞ *noyau pas forcément carré, ni symétrique (attention à H alors)*

- Méthodes locales-

● Convolution spatiale

- différents types de filtres

☞ filtres passe-bas : atténue le bruit et les détails (basses fréquences) => **lissage**



☞ filtres passe-haut : accentue les détails et les contours (hautes fréquences) => **accentuation**



- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres de lissage : lissage des variations rapides
- noyaux symétriques et normalisés (somme des coefficients = 1)
- différents par leur forme et leurs coefficients

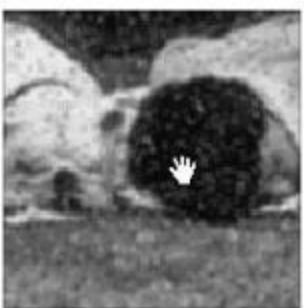
$$H_1 = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, H_2 = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, H_3 = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



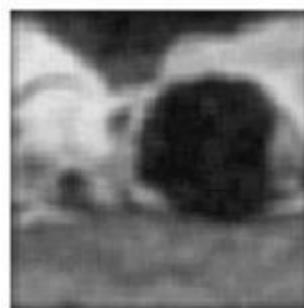
bruit additif



bruit multiplicatif



3 X 3 Average



7 X 7 Average



Median

- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres moyenneurs

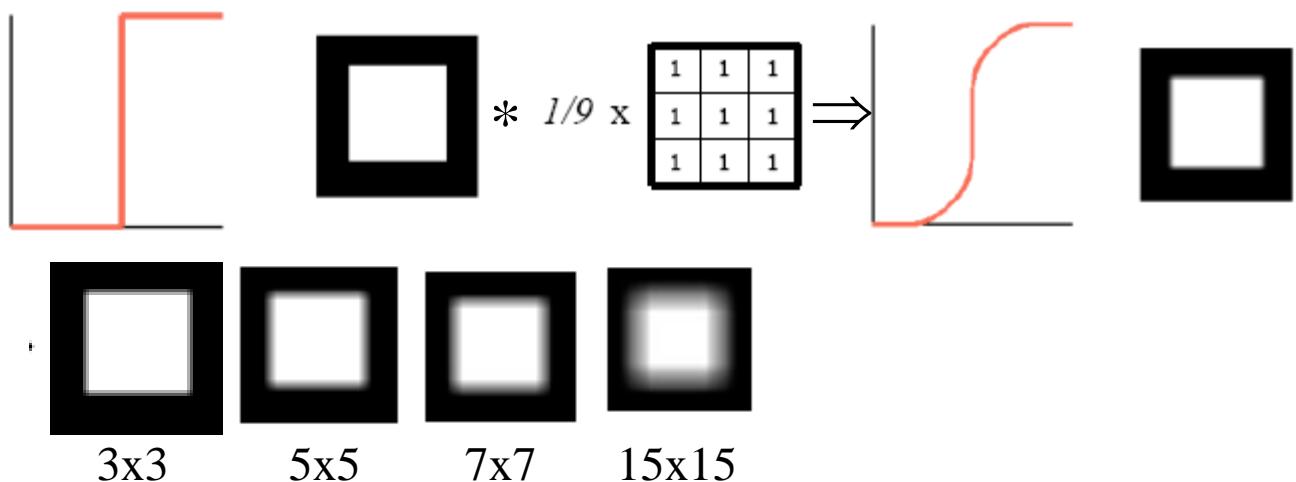
- ☞ permet de lisser l'image
- ☞ remplace chaque pixel par la moyenne de ses voisins
- ☞ réduit le bruit
- ☞ réduit les détails non importants
- ☞ brouille ou rend floue l'image
- ☞ filtre dont les coefficients sont égaux

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

1/9

1	1	1
1	1	1
1	1	1

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1



Amélioration d'images

- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres moyenneurs



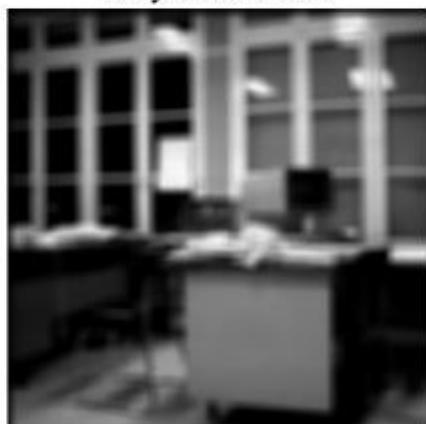
Image originale



Moyenne 3×3



Moyenne 5×5



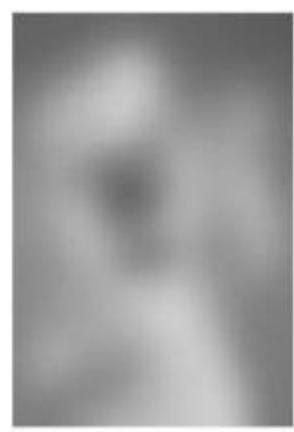
Moyenne 7×7



Original



Moyenne 5×5

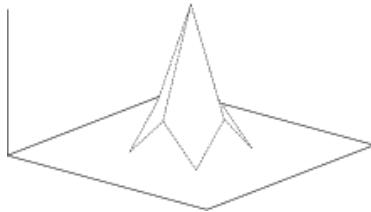
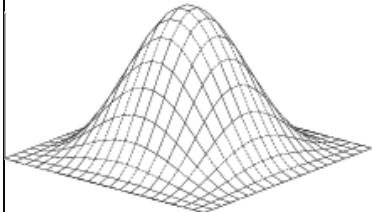


Moyenne 11×11

- Méthodes locales-

• Filtrage linéaire

- filtres gaussiens



$$H_1 = \frac{1}{32} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 12 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, H_2 = \frac{1}{121} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & 11 & 7 & 2 \\ 3 & 11 & 17 & 11 & 3 \\ 2 & 7 & 11 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$



Image originale



Gaussienne de variance 0,75



Gaussienne de variance 2,08



Gaussienne de variance 4,08

- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres exponentiels

$$h(x, y) = \frac{\gamma^2}{4} \exp(-\gamma(|x| + |y|)) \quad \frac{1}{80} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 7 & 3 & 1 \\ 3 & 7 & 16 & 7 & 3 \\ 1 & 3 & 7 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Filtre exponentiel ($\gamma = 0,8$)

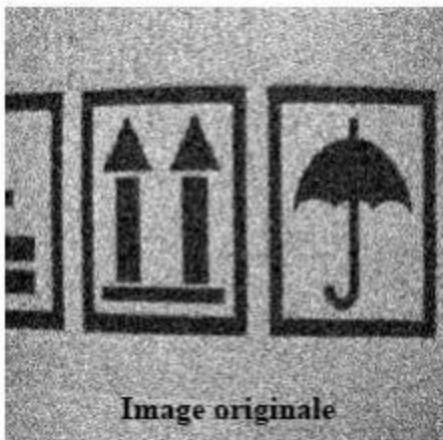
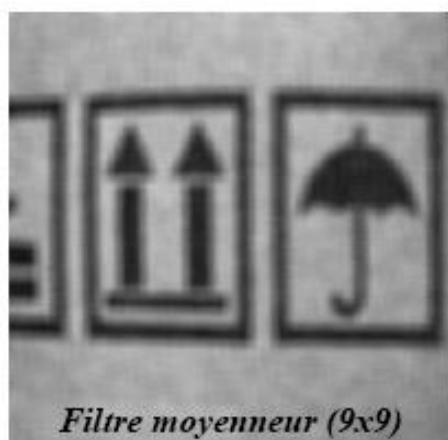
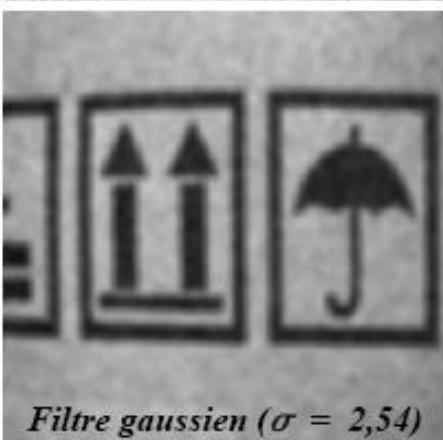


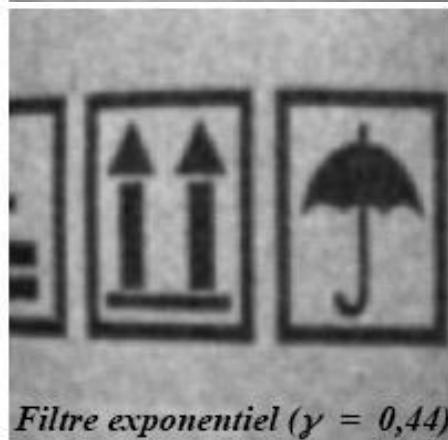
Image originale



Filtre moyenneur (9x9)



Filtre gaussien ($\sigma = 2,54$)

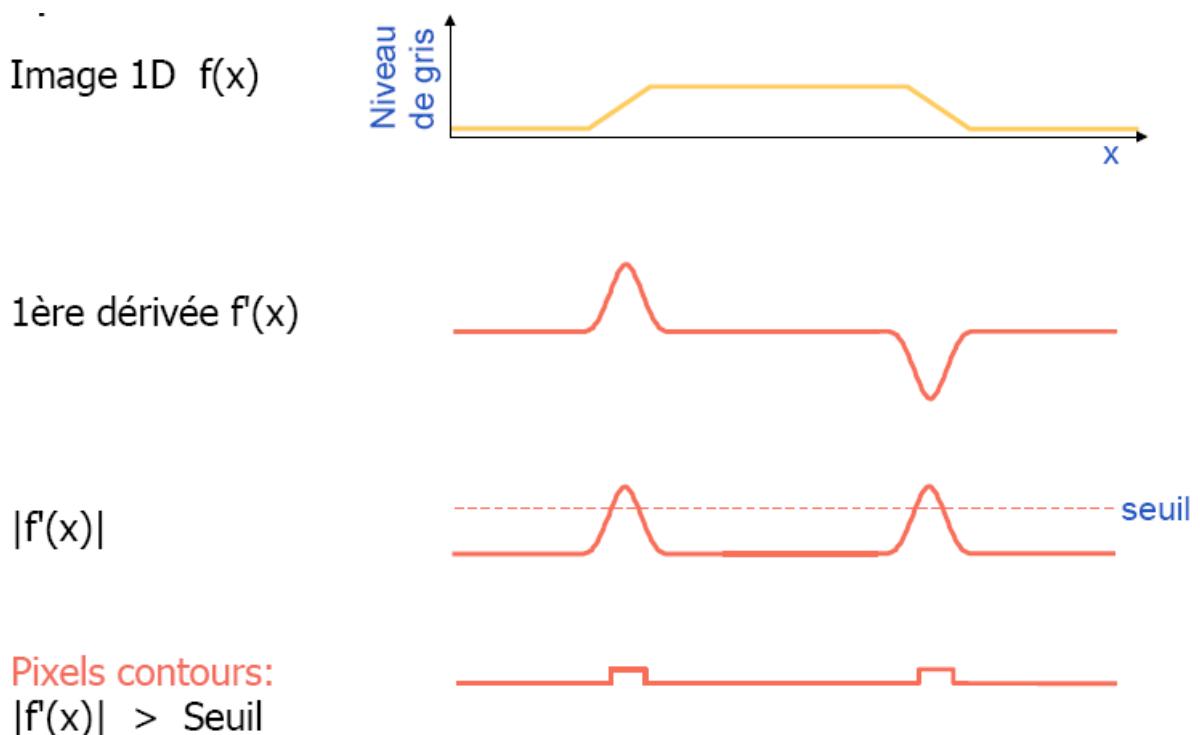


Filtre exponentiel ($\gamma = 0,44$)

- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres de contours : filtres dérivatifs
 - ☞ filtres isotropes : dérivées paires, non directionnels
 - ☞ filtres anisotropes : dérivées impaires, directionnels
- filtres dérivatifs d'ordre 1



- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres de dérivatifs d'ordre 1 : opérateur gradient

☞ gradient : défini par vecteur

$$\vec{\nabla}I(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial I(x, y)}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_x(x, y) \\ G_y(x, y) \end{pmatrix}, \|\vec{\nabla}I\| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

☞ approximation des dérivées premières par différences finies :

$$\frac{\Delta I}{\Delta x} = \frac{I(x + \Delta x) - I(x)}{\Delta x}$$

$$G_x(x, y) = I(x+1, y) - I(x, y)$$

$$G_y(x, y) = I(x, y+1) - I(x, y)$$

$$G_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad G_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ou

$$G_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad G_y = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Méthodes locales-

• Filtrage linéaire

- filtres de dérivatifs d'ordre 1 : opérateur gradient

image initiale

$$I = \begin{bmatrix} 20 & 20 & 10 \\ 20 & \mathbf{20} & 10 \\ 20 & 20 & 10 \end{bmatrix}$$

gradient x

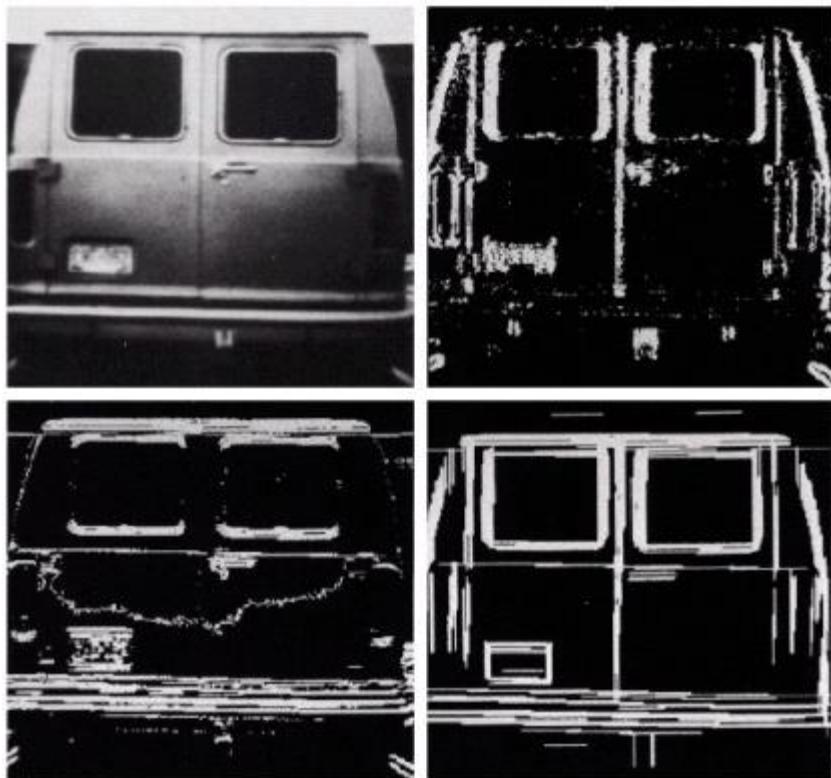
$$G_x = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & -40 & \\ & & \end{bmatrix}$$

gradient y

$$G_y = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ 0 & & \\ & & \end{bmatrix}$$

amplitude

$$\|\vec{\nabla} I\| = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ 40 & & \\ & & \end{bmatrix}$$



- Méthodes locales-

• Filtrage linéaire

- filtres dérivatifs d'ordre 1 :

$$H_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

20	20	20	20
20	20	20	20
10	10	10	10
10	10	10	10

20	20	10	10
20	20	10	10
20	20	10	10
20	20	10	10

?	?	?	?
?	?	?	?
?	?	?	?
?	?	?	?

?	?	?	?
?	?	?	?
?	?	?	?
?	?	?	?

- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres dérivatifs d'ordre 1 :

☞ Roberts (1965), Prewitt, Sobel ...

☞ masques de convolution différents

Roberts:

1	0
0	-1

0	1
-1	0

Prewitt:

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

Sobel:

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres dérivatifs d'ordre 1

Filtre de Prewitt : Moyenneur + Dérivée

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Filtre de Sobel : Gaussienne + Dérivée

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

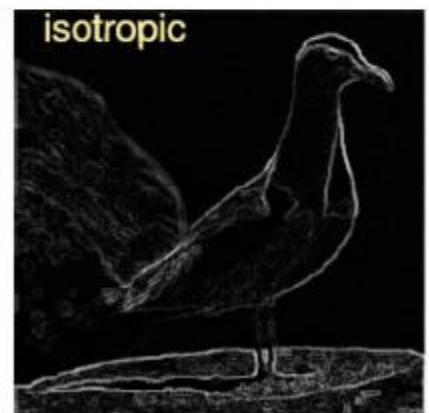
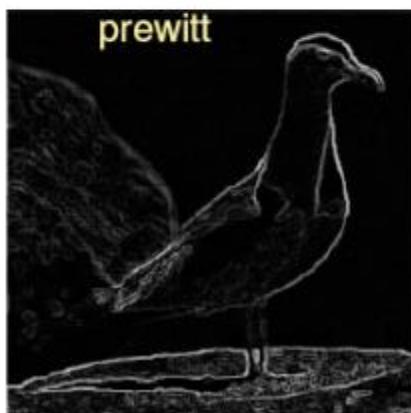
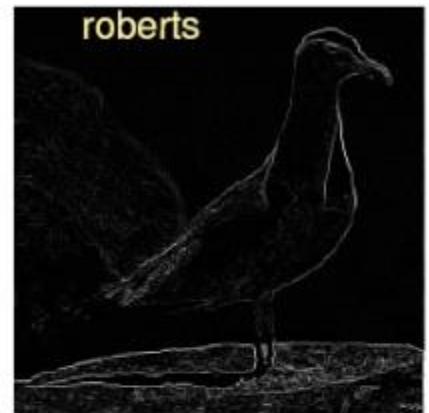
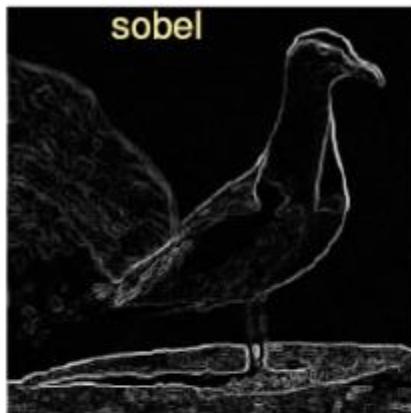
☞ dérivée + lissage : détection des contours moins sensible au bruit!!

Amélioration d'images

- Méthodes locales-

- Filtrage linéaire

- filtres dérivatifs d'ordre 1



- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres dérivatifs d'ordre 2 : opérateurs laplaciens

☞ calcul des dérivées du second ordre (scalaire)

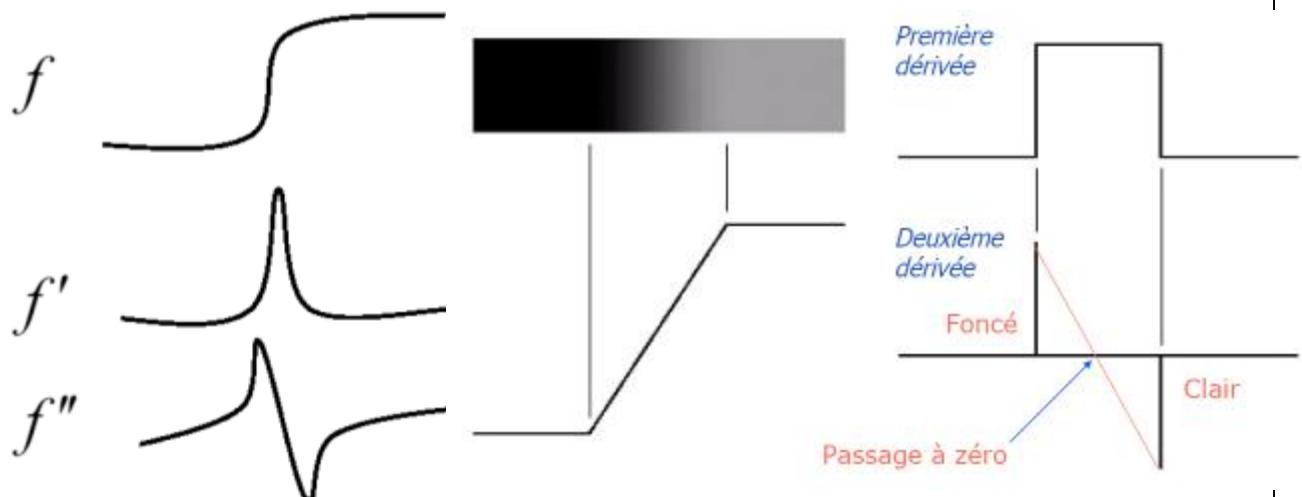
$$\nabla^2 I = \frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial y^2} \quad \nabla^2 I = \sum_k \sum_l I(i+k, j+l) \cdot H(k, l)$$

☞ convolution de l'image avec un masque

☞ aucune information sur la direction du contour

☞ favorise les points isolés et les fins de ligne,
dédoublement des lignes de contours

☞ utile pour ses passages par zéros...



- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres dérivatifs d'ordre 2 : opérateurs laplaciens

☞ calcul des dérivées du second ordre (scalaire)

$$\nabla^2 I = \frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial y^2} \quad \nabla^2 I = \sum_k \sum_l I(i+k, j+l) \cdot H(k, l)$$

☞ convolution de l'image avec un masque

☞ aucune information sur la direction du contour

☞ favorise les points isolés et les fins de ligne,
dédoublement des lignes de contours

☞ utile pour ses passages par zéros...

☞ moyennage sur 4 ou 8 directions

$$H_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, H_2 = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

☞ applications : filtre passe-haut, détection de contours
par ses passages par 0

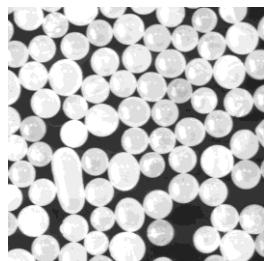
20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	19 -4 -8	20 1	20	20	20
20	20 10 30	20	20	20	20	20	20
10	10 -10 -30	10	20	20	20	200	20
10 0	10 -1	10 0	20	20 -1	20 -1	20 -1	20
10 -1	10 4	10 -1	20	20 -1	20 8	20 -1	20
0	-1	0		-1	-1	-1	

- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres dérivatifs d'ordre 2 : opérateurs laplaciens

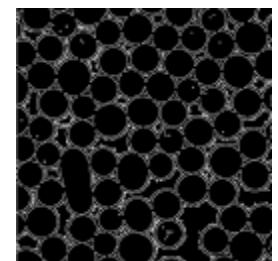
image initiale



calcul du laplacien

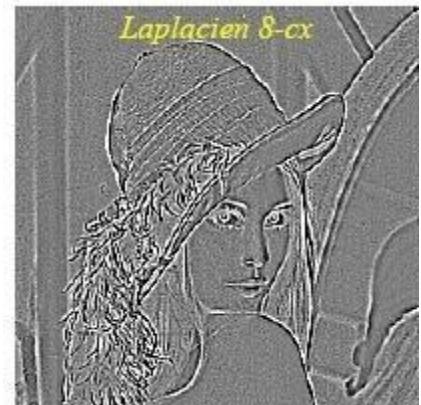


contours détectés



*dérivée
seconde*

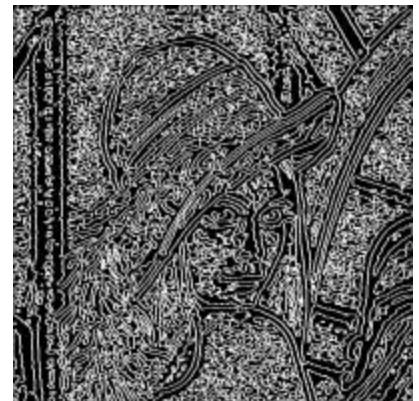
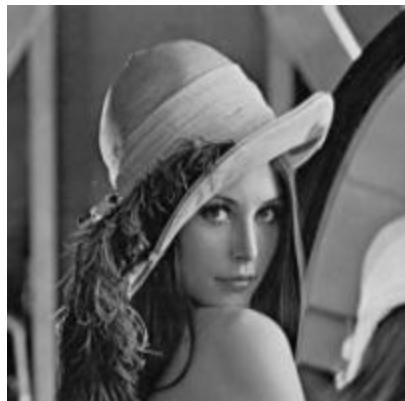
*passages
par zéro*



Original

Laplacien 4-cx

Laplacien 8-cx



- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtres dérivatifs d'ordre 2 : opérateurs laplaciens
- réhaussement de contours

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



- Méthodes locales-

● Filtrage linéaire

- filtre du premier ou second ordre pour les contours ?



- ☞ pas de méthode parfaite pour la détection de contours
 - ☞ avec ou sans information sur l'orientation du contour
 - ☞ plus / moins sensible au bruit
 - ☞ besoin d'un masque ou de plusieurs masques de convolution
 - ☞ => chacun sa méthode préférée!
-
- ☞ va dépendre du temps de calcul, de la précision, du rapport S/B ...

- Méthodes locales-

● Filtrage non linéaire

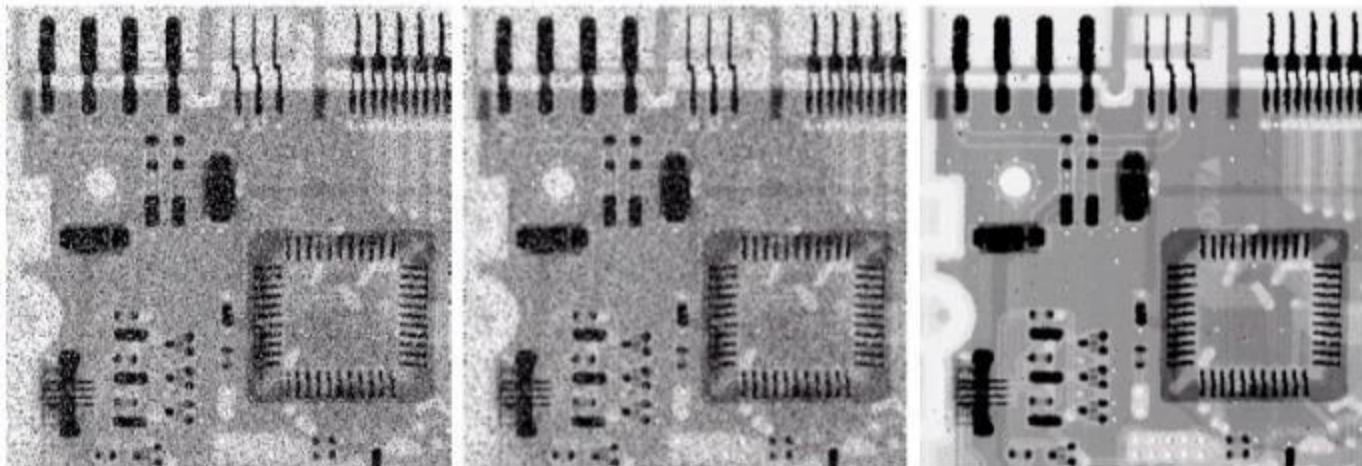
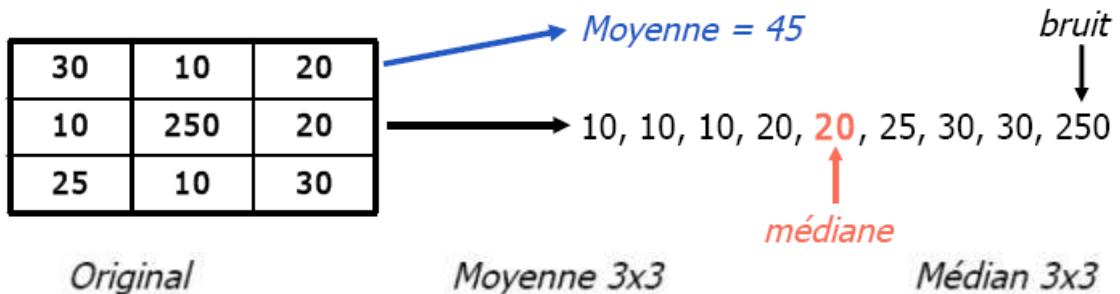
- filtre médian

☞ *plus efficace que filtre gaussien ou moyenneur pour lisser le bruit*

☞ *filtre non linéaire qui ne peut pas s'implémenter par convolution!*

☞ *efficace sur du bruit type poivre et sel ...*

- principe : remplacer la valeur du pixel par celle de la valeur médiane de ses NxN voisins

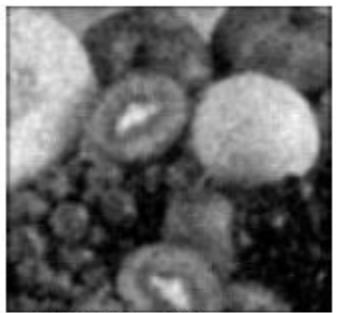


- Méthodes locales-

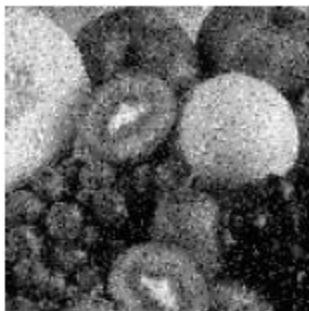
● Filtrage non linéaire

- filtre médian

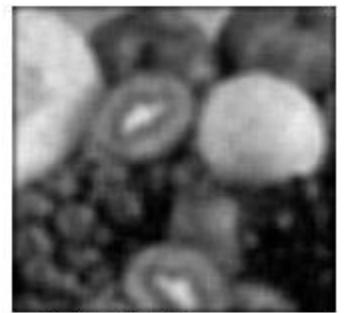
☞ *préserve les contours en supprimant les pixels aberrants*



3 X 3 Moyenne



Bruit "poivre et sel"



5 X 5 Moyenne



7 X 7 Moyenne



Filtre médian

- Méthodes locales-

● Filtrage non linéaire

- filtre médian

☞ *préserve les contours en supprimant les pixels aberrants*



Image initiale



Bruit Poivre & Sel



Moyenne V8



Min V8



Max V8



Médian V8

- Méthodes locales-

● Filtrage non linéaire

- filtre médian : exercice

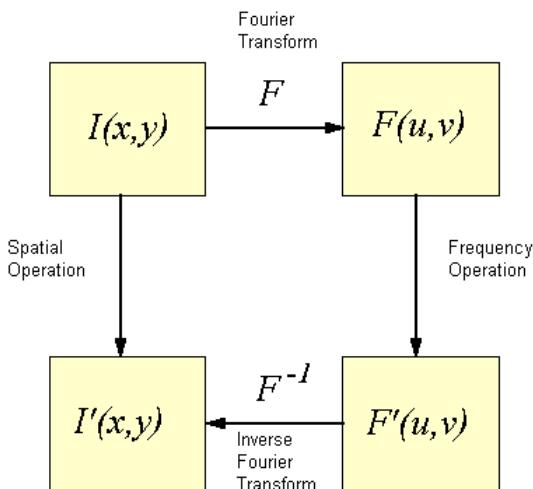
- ☞ expliquer le principe de fonctionnement d'un filtre médian 3×3
- ☞ appliquer ce filtre à l'image suivante et donner le résultat après deux passages

4	3	2	2	5
7	4	5	1	6
3	6	12	11	9
4	11	12	8	10
8	12	10	11	9

- Méthodes globales-

● Méthodes globales

- traitement de tous les pixels en même temps
- plus intuitif que dans le domaine spatial mais plus coûteux en temps de calcul
- principe : filtrage de certaines gammes de fréquences (passe-bas, passe-haut ou passe-bande)



- TF dans le cas continu :

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-j2\pi(u.x + v.y)].I(x, y).dx dy$$

- TF dans le cas discret :
- pour une image de taille $n \times n$:

$$F(u, v) = \frac{1}{n^2} \sum_{x, y=0}^{n-1} \exp\left[-j2\pi \frac{(u.x + v.y)}{n}\right].I(x, y)$$

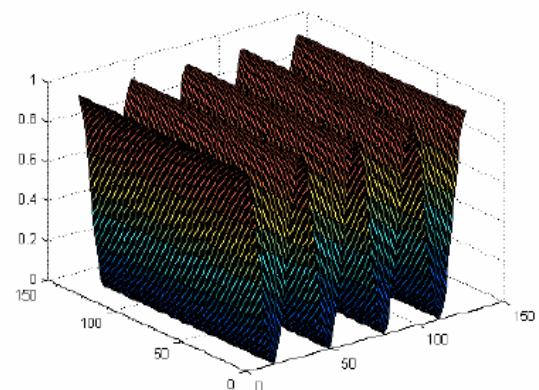
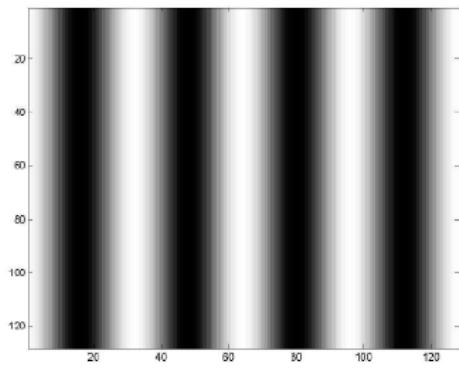
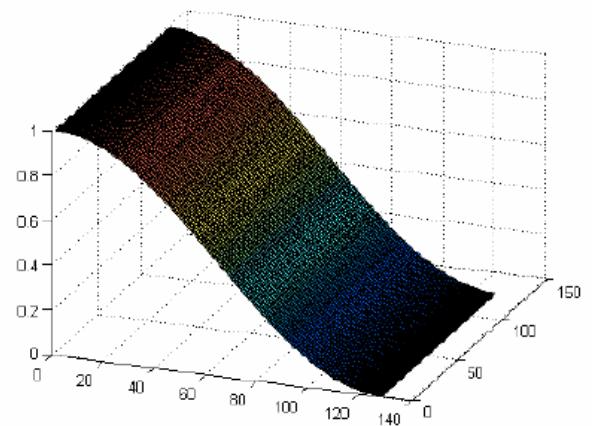
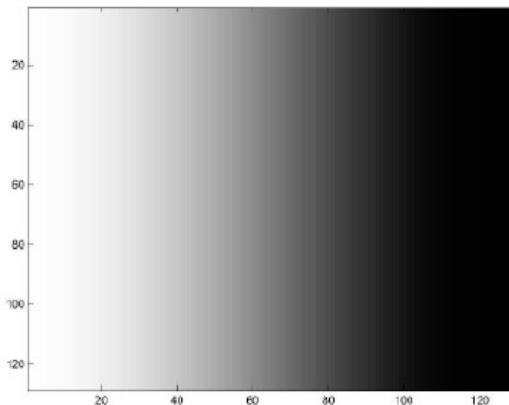
- spectre de la TF défini par le module i.e. $F.F^*$

Amélioration d'images

- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- but : utiliser le domaine fréquentiel pour manipuler les images



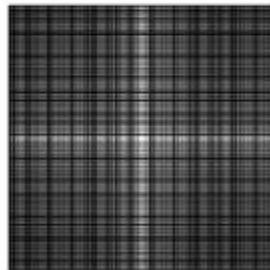
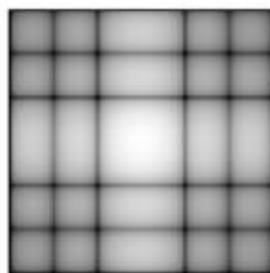
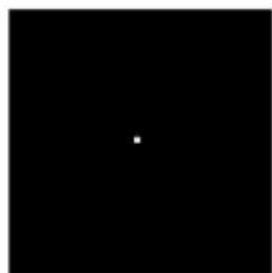
- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- but : utiliser le domaine fréquentiel pour manipuler les images
- en image : $F(0,0)$ est la moyenne des niveaux de gris de l'image

$$F(0,0) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} I(x, y)$$

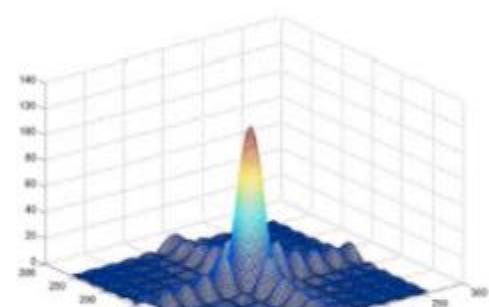
- spectre symétrique si image réelle



Images originales

FFT

Vue 3D de la FFT

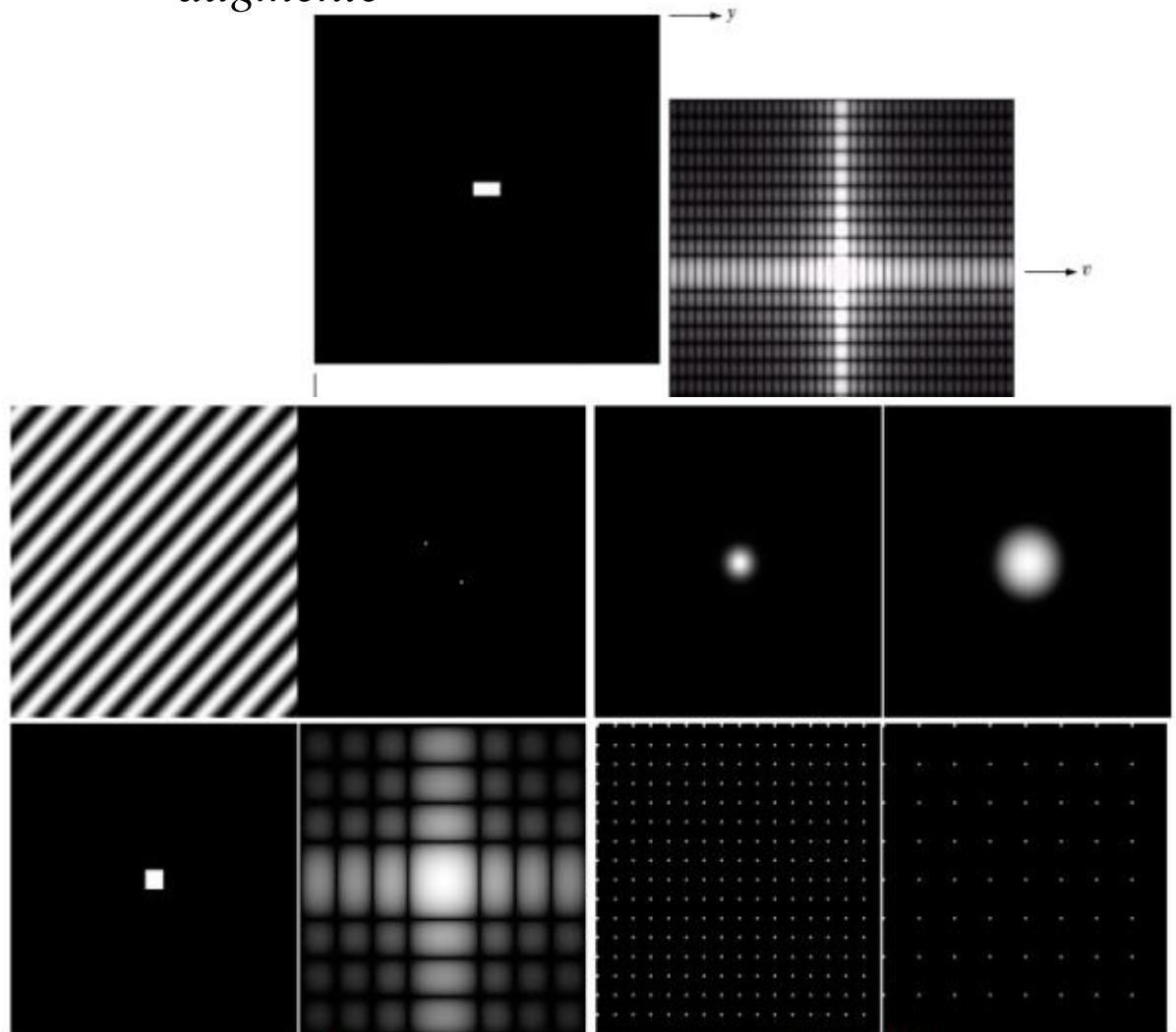


- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- interprétation du spectre :

☞ *chaque terme du spectre est fonction de toutes les valeurs de l'image pondérées par l'exposant*
☞ *fréquences reliées directement aux changements de tons dans l'image*
☞ *plus on s'éloigne du centre, plus la fréquence augmente*

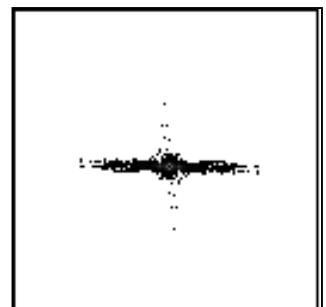
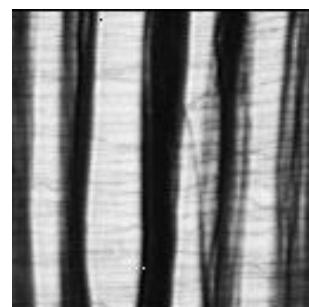
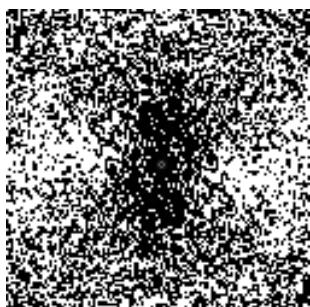
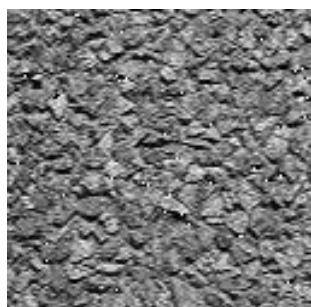
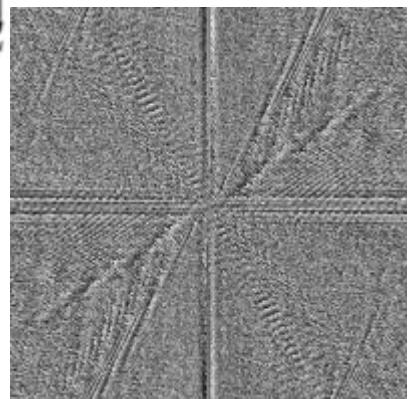
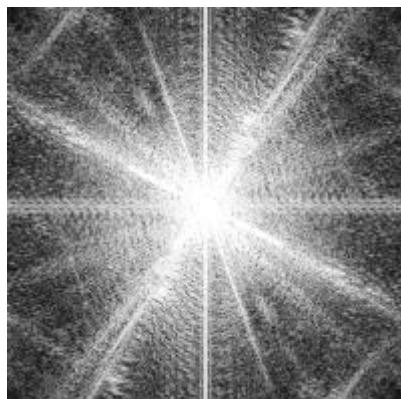
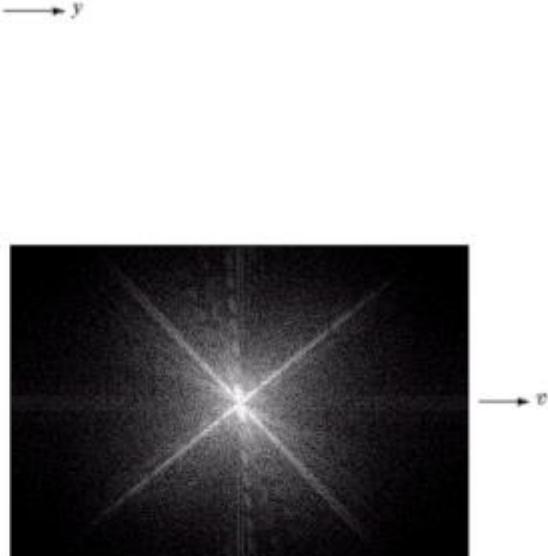
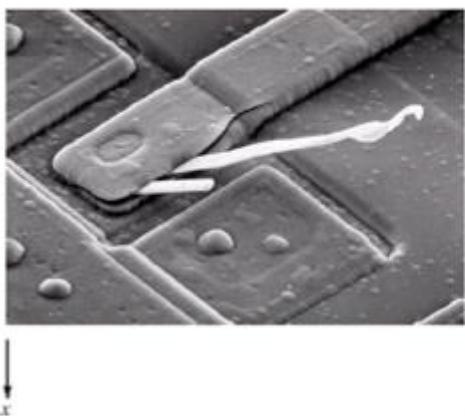


Amélioration d'images

- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- exemples de spectres et phases

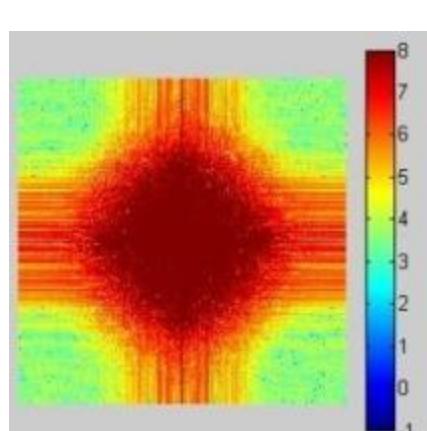
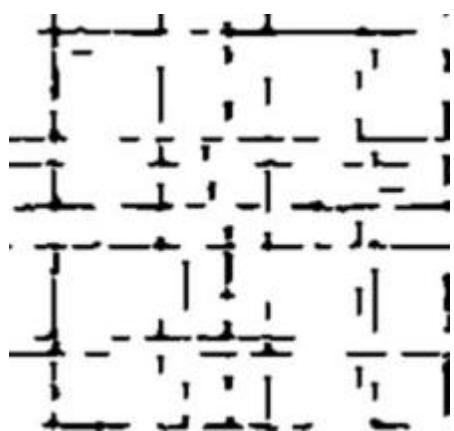
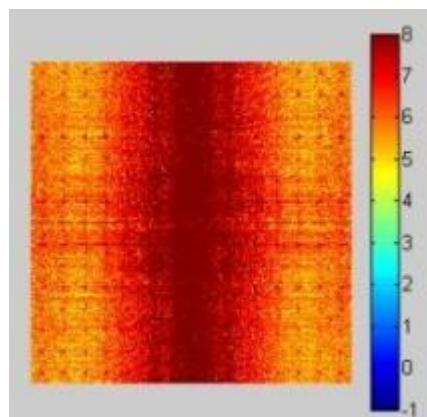
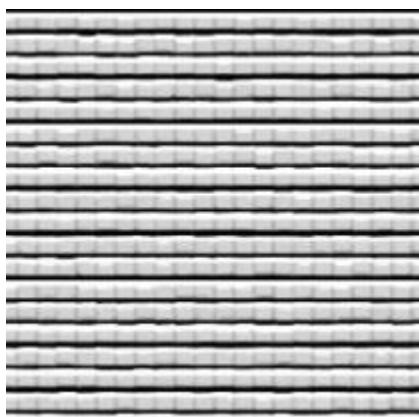
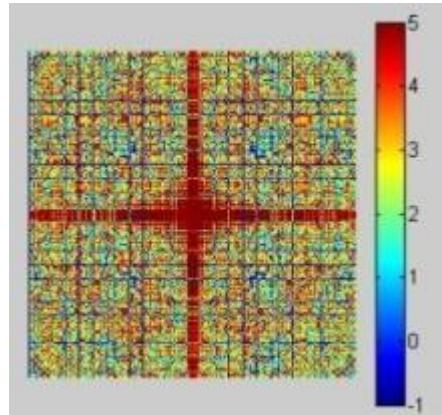
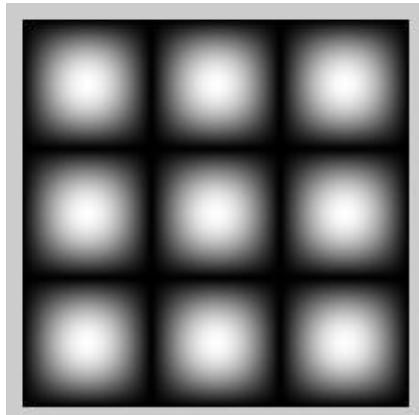


Amélioration d'images

- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

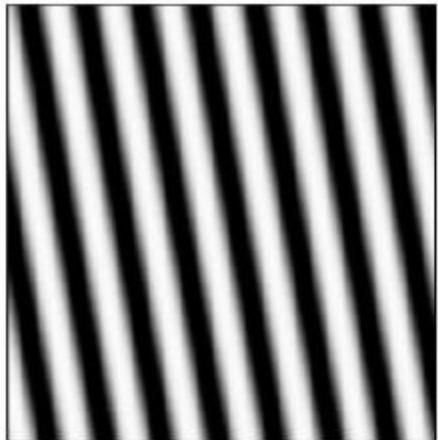
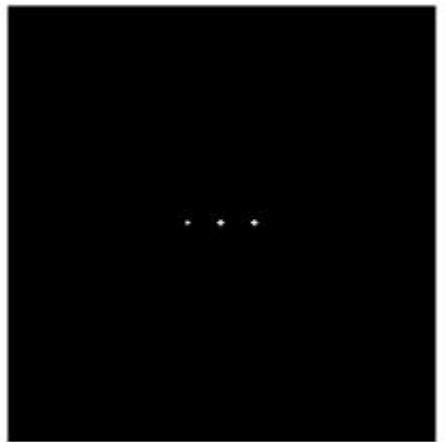
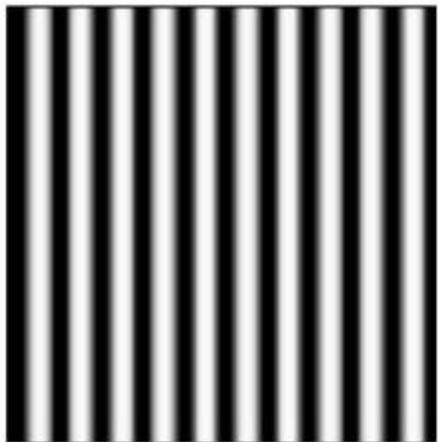
- exemples de spectres et phases



- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

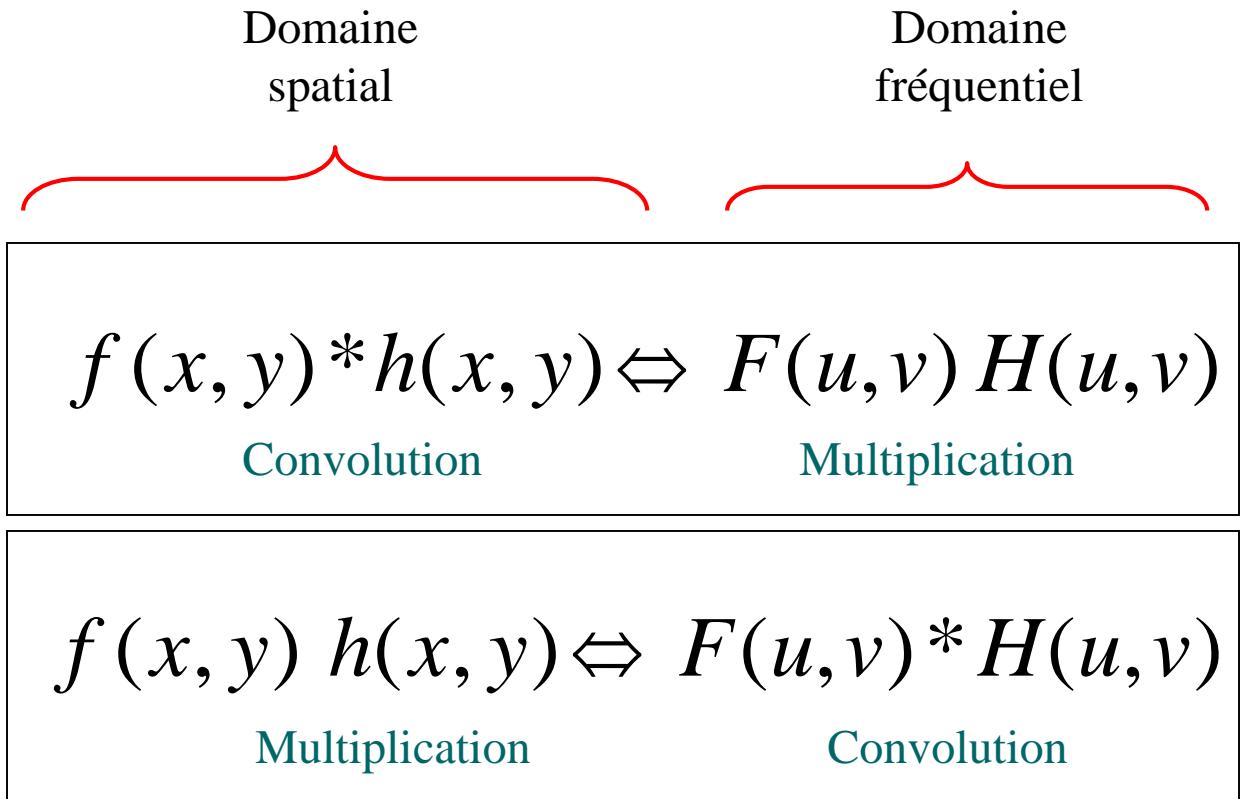
- rotations



- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- relation entre filtrage spatial et fréquentiel ?



- donc pour tout filtre fréquentiel il existe un filtre spatial associé

- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- filtrage dans le domaine fréquentiel
- caractéristiques :
 - ☞ *moyenne à l'origine*
 - ☞ *basses fréquences : niveaux de gris des surfaces douces*
 - ☞ *hautes fréquences : détails, arêtes, bruits, contours*
- possibilité de créer des filtres dédiés à l'atténuation de fréquences spécifiques
 - ☞ *passe-bas : élimination des hautes fréquences, supprimer les détails*
 - ☞ *passe-haut : éliminer les fréquences basses, conserver la silhouette*
 - ☞ *passe-bande ou coupe-bande : garder certaines fréquences et en éliminer d'autres*

- Méthodes globales-

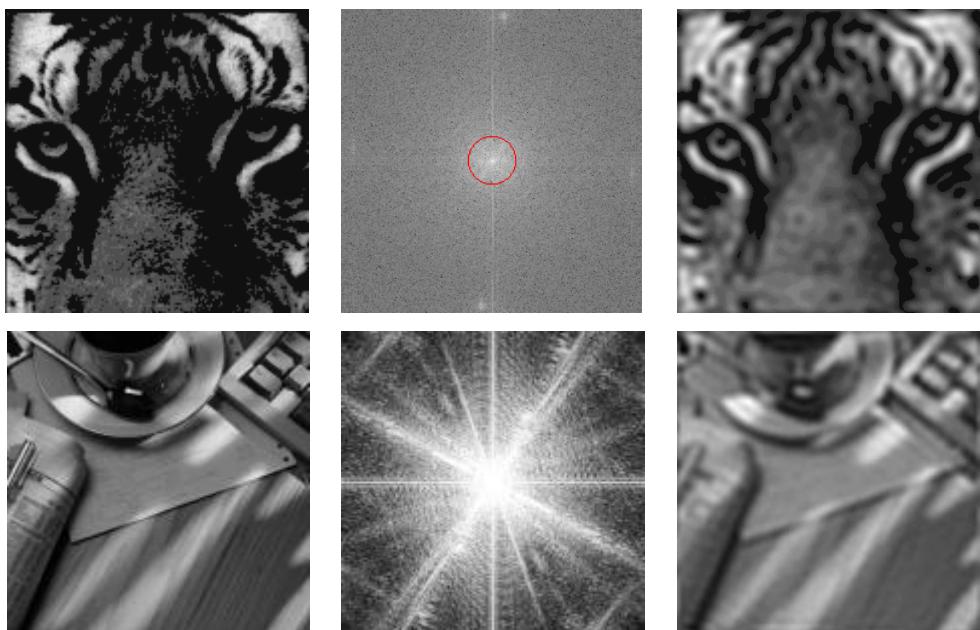
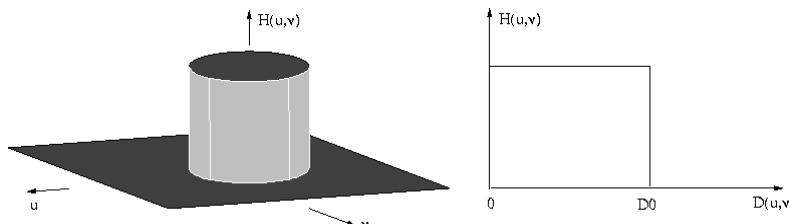
● Transformée de Fourier

- filtrage passe-bas
 - ☞ *filtre de lissage*
 - ☞ *éliminer hautes fréquences*

- filtre idéal :

si $D(u, v) = \sqrt{((u - M / 2)^2 + (v - N / 2)^2)}$:

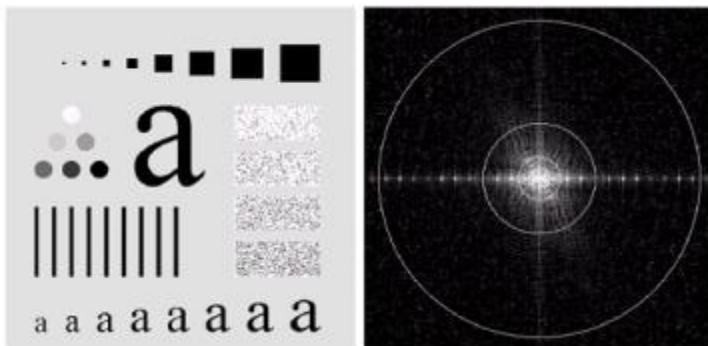
$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{si } D(u, v) > D_0 \end{cases}, \text{ avec } D_0 \text{ fréquence de coupure}$$



- Méthodes globales-

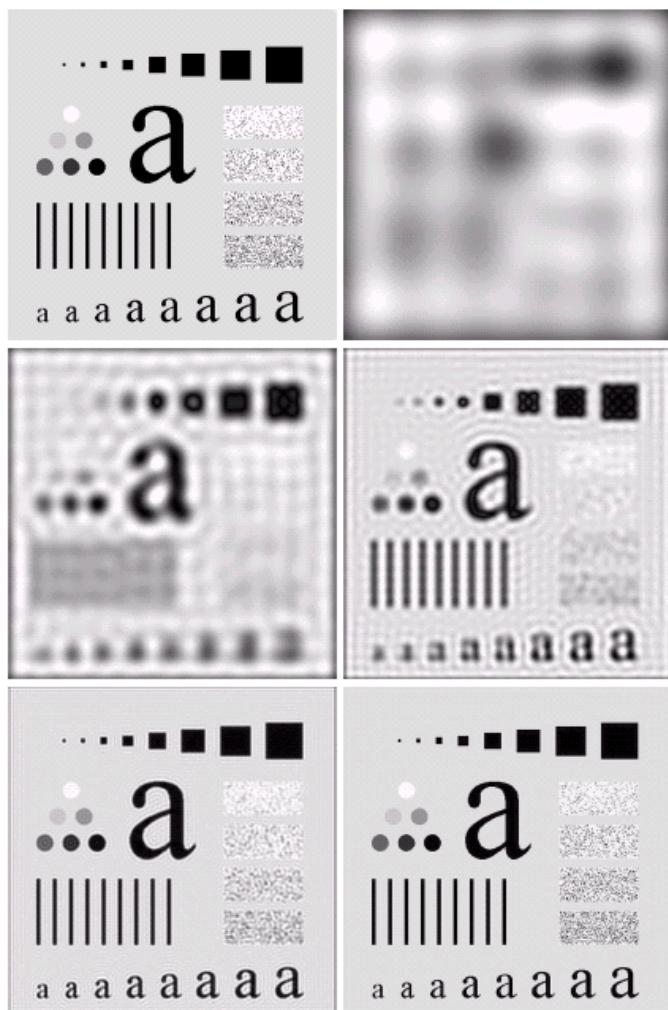
● Transformée de Fourier

- filtre passe-bas idéal



a b

FIGURE 4.11 (a) An image of size 500×500 pixels and (b) its Fourier spectrum. The superimposed circles have radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, which enclose 92.0, 94.6, 96.4, 98.0, and 99.5% of the image power, respectively.



a b
c d
e f

FIGURE 4.12 (a) Original image. (b)-(f) Results of ideal lowpass filtering with cutoff frequencies set at radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). The power removed by these filters was 8.5, 5.4, 3.6, 2, and 0.5% of the total, respectively.

- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- filtre passe-haut idéal

si $D(u, v) = \sqrt{((u - M / 2)^2 + (v - N / 2)^2)}$:

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{si } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

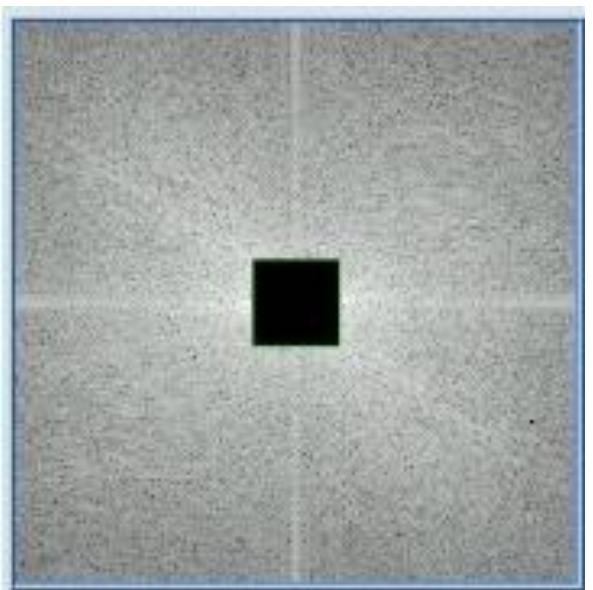
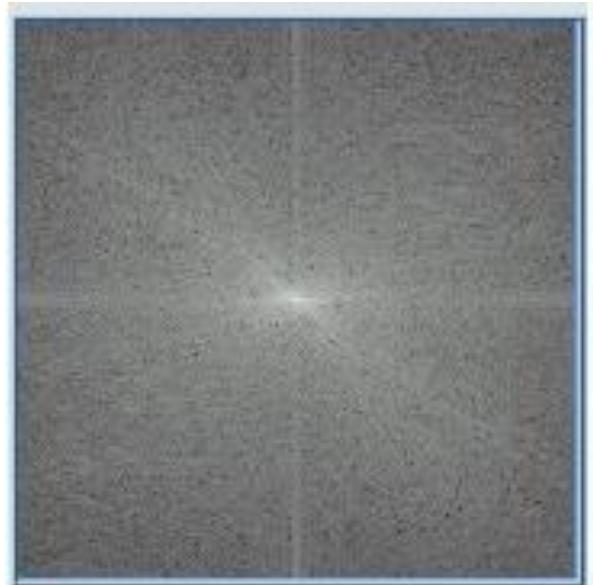


Amélioration d'images

- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

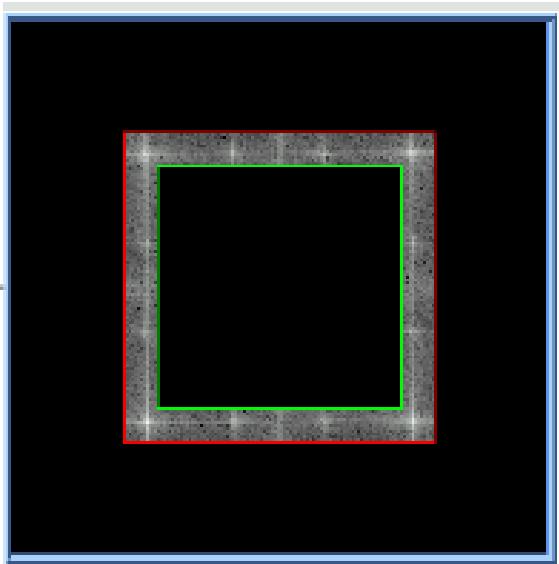
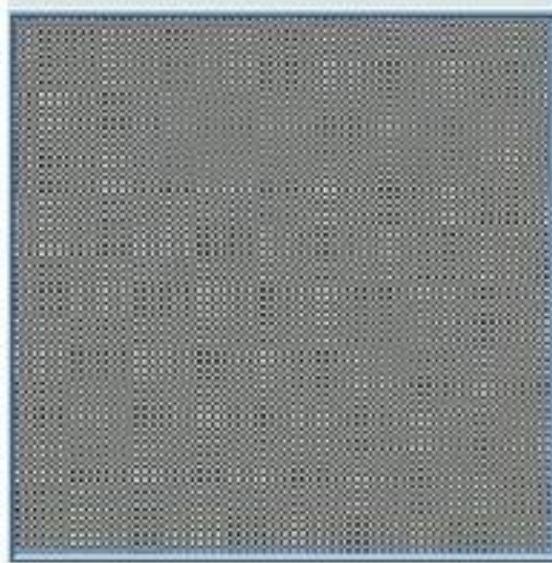
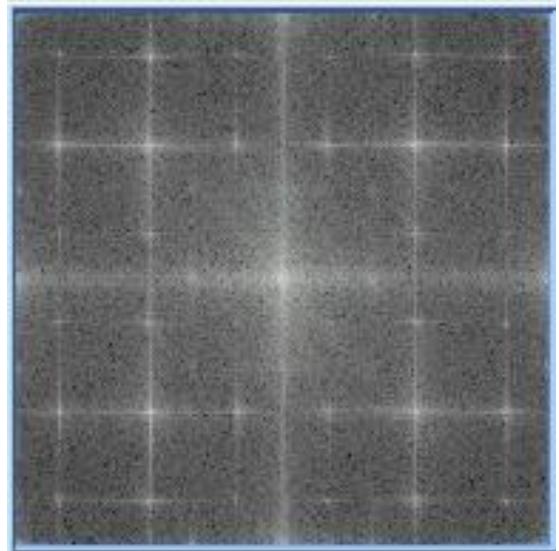
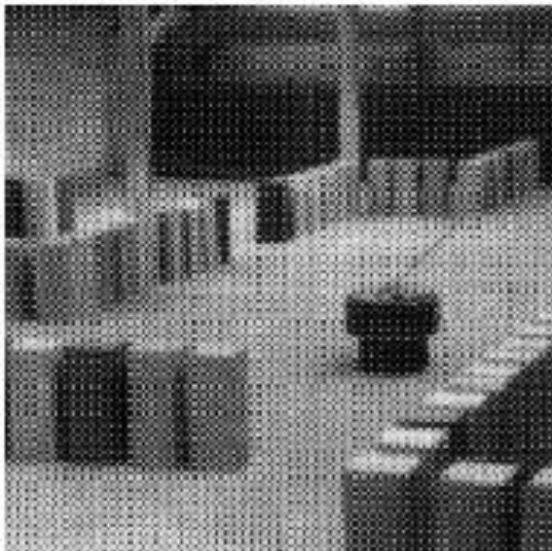
- filtre passe-haut



- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- filtre passe-bande

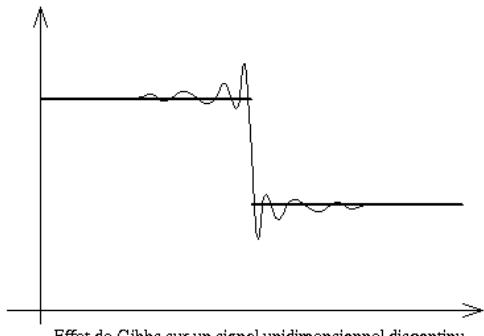


- Méthodes globales-

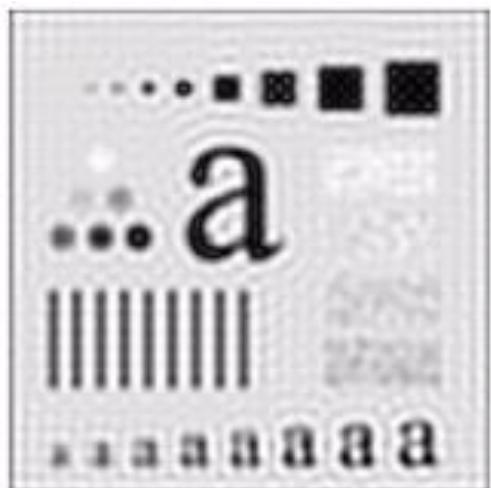
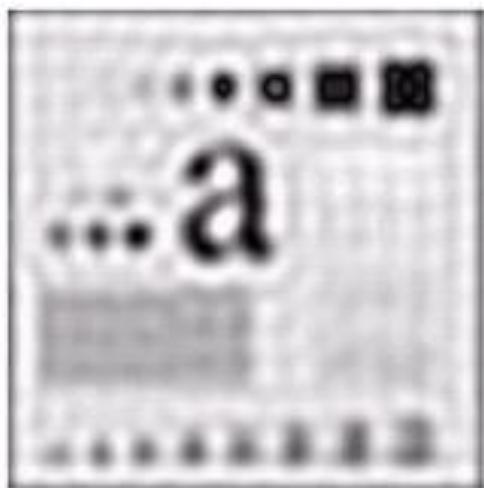
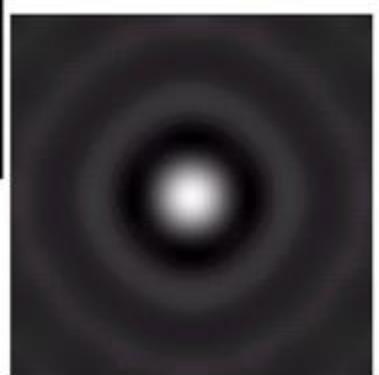
● Transformée de Fourier

- phénomène de Gibbs (“ringing”)

$$h(x,y)$$



$H(u,v)$
Filtre idéal
 $D_0 = 5$ pixels



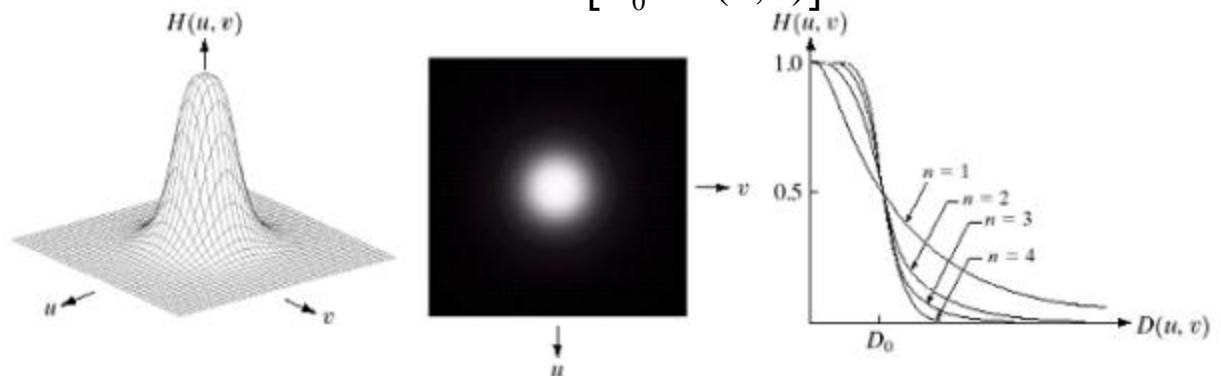
- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

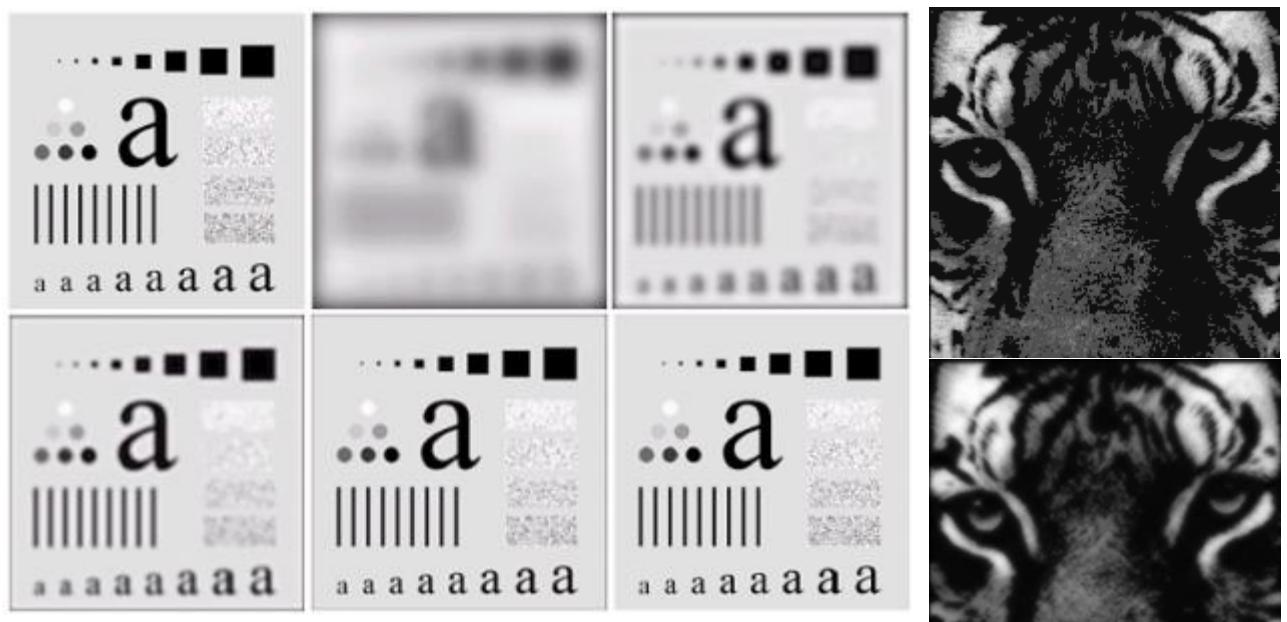
- filtre de Butterworth

$$H_{pb}(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

$$H_{ph}(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u, v)]^{2n}}$$



D_0 est choisie pour $H(u, v) = 0.5$



$D_0 : 5, 15, 30, 80$ et 230 pixels; $n = 2$

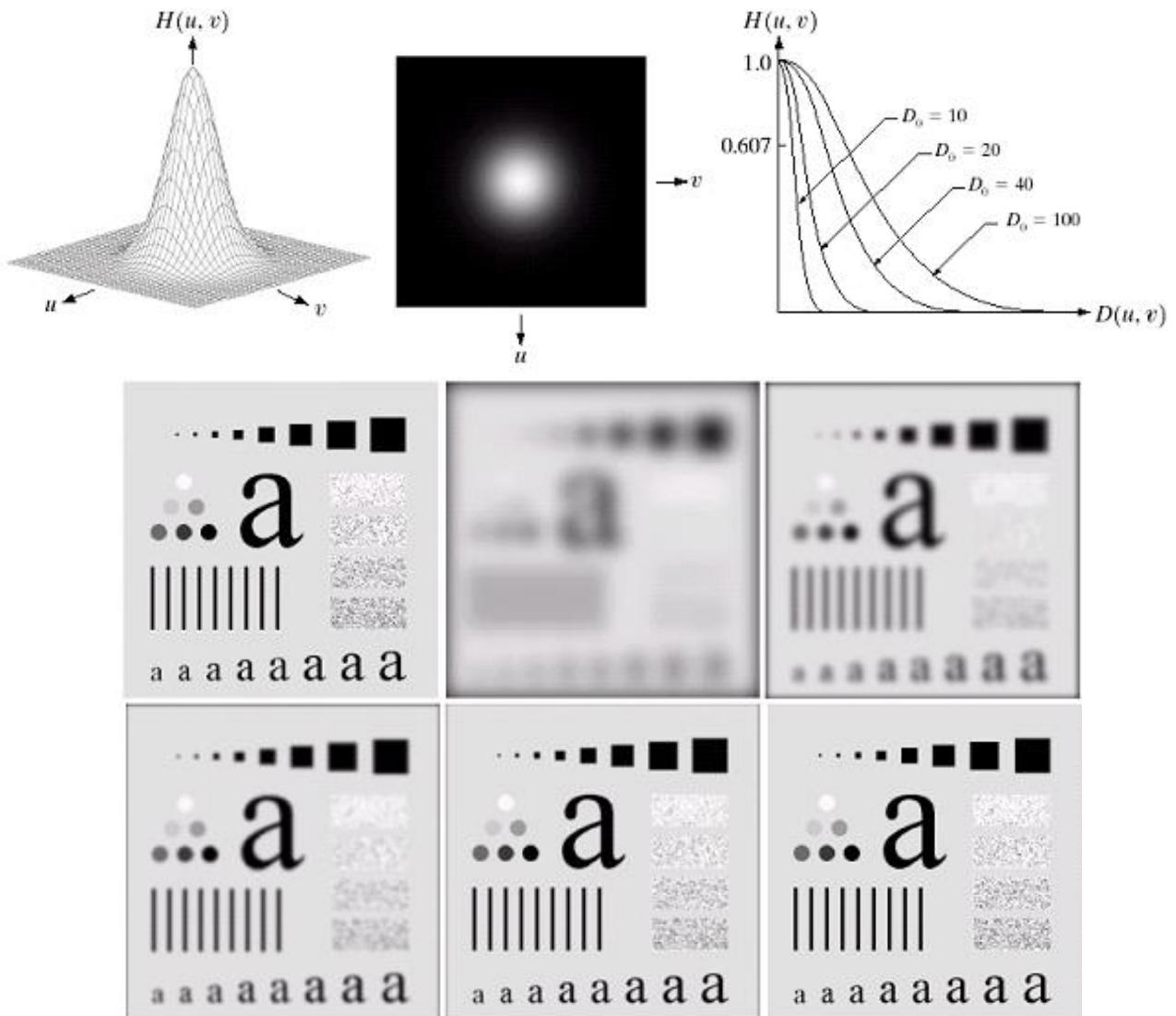
- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- filtre gaussien

$$H_{pb}(u, v) = \exp[-K \cdot (u^2 + v^2)]$$

$$H_{ph}(u, v) = 1 - \exp[-K \cdot (u^2 + v^2)]$$



$D_0 : 5, 15, 30, 80$ et 230 pixels

- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- séparabilité des filtres : transformation 2D devient 2 transformations 1D
- TF 2D : TF 1D sur les lignes + TF 1D sur les colonnes

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} I(x, y) e^{-j2\pi \left(\frac{xu}{M} + \frac{yv}{N} \right)}$$
$$= ?$$

- Méthodes globales-

● Transformée de Fourier

- séparabilité des filtres : transformation 2D devient 2 transformations 1D
- TF 2D : TF 1D sur les lignes + TF 1D sur les colonnes

$$\begin{aligned}
 F(u, v) &= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} I(x, y) e^{-j2\pi \left(\frac{xu}{M} + \frac{yv}{N} \right)} \\
 &= \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} e^{-j2\pi \frac{xu}{M}} \frac{1}{N} \sum_{y=0}^{N-1} I(x, y) e^{-j2\pi \frac{yv}{N}} \\
 &= \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} F(x, v) e^{-j2\pi \frac{xu}{M}}
 \end{aligned}$$

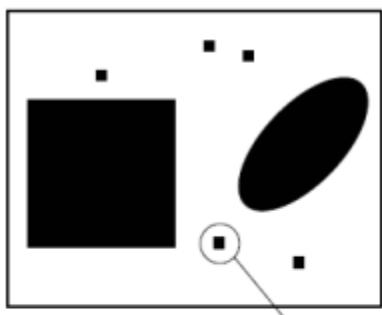
avec $F(x, v) = \frac{1}{N} \sum_{y=0}^{N-1} I(x, y) e^{-j2\pi \frac{yv}{N}}$

- Introduction
- Numérisation et pré-traitements
- Opérations et transformations 2D
- Filtrage et restauration
- Morphologie mathématique
- Compression et format d'images et vidéos

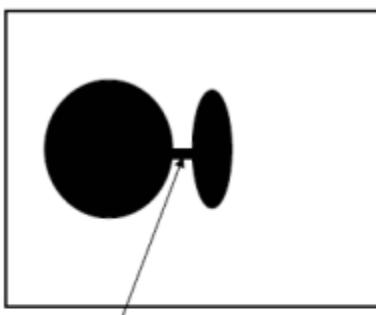
- Morphologie mathématique -

● Introduction

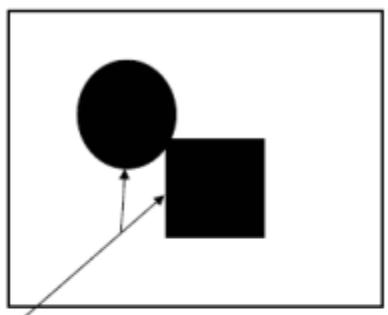
- historique : discipline née en France dans les années 60, technique d'analyse d'image fondée sur les ensembles
- applications :
 - ☞ *filtrage d'images* : suppression d'objets ne satisfaisant pas certains critères morphologiques
 - ☞ *mesure d'images* : mesures pour chaque image ou chaque point de l'image
 - ☞ *segmentation d'images* : segmentation morphologique (ligne de partage des eaux)



Comment éliminer ce bruit ?



Comment séparer ces deux composantes ?



Comment étiqueter différemment ces deux formes connexes ?

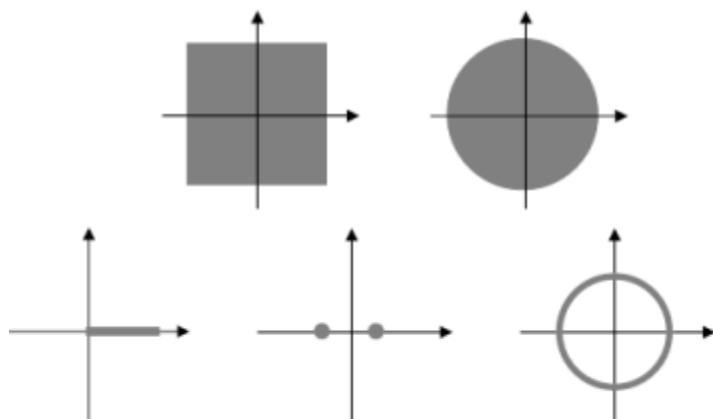
Comment comparer ces deux formes ?



- Morphologie mathématique -

● Principe

- utilisation de filtres permettant de modifier la forme et la topologie des objets
- comparaison locale de structures dans l'image avec un élément de référence : *l'élément structurant*
- morphologie mathématique en binaire et niveaux de gris
- élément structurant :
 - ☞ structure élémentaire qui va servir à analyser l'image localement
 - ☞ choix de sa taille et de sa forme
 - ☞ en général symétrique, convexe, connexe
 - ☞ mais pas toujours



- Morphologie mathématique -

● Principe

- notations
- ensemble X , x élément de X
- élément structurant B
- une transformation en tout ou rien de X par B est définie en déplaçant B sur l'ensemble des points x . On note Bx le translaté de B par x

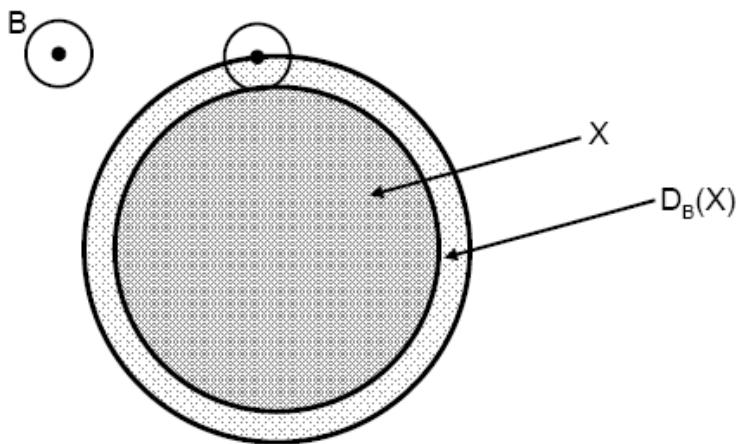
- Opérateurs de base -

• Dilatation

• principe: le dilaté de l'ensemble X par l'élément structurant B est :

$$D_B(X) = X \oplus B = \{x + b / b \in B, x \in X\}$$

$$D_B(X) = \{x / B_x \cap X \neq \emptyset\}$$

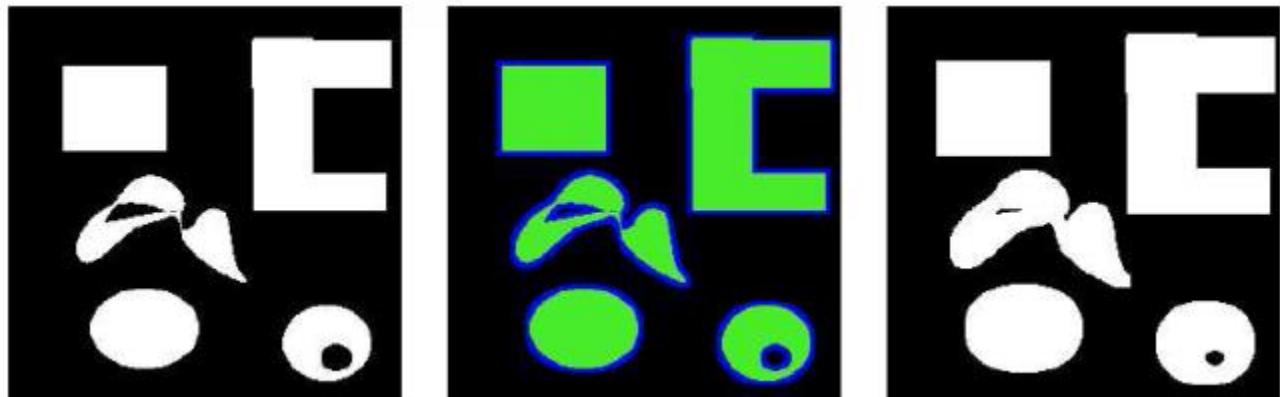
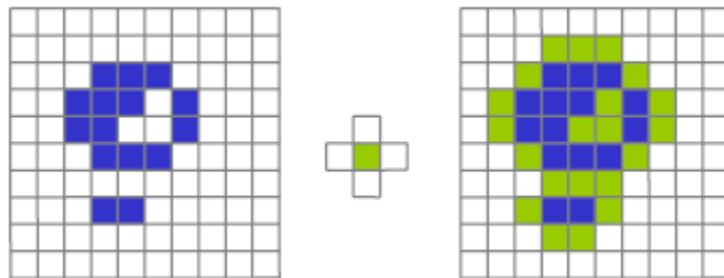
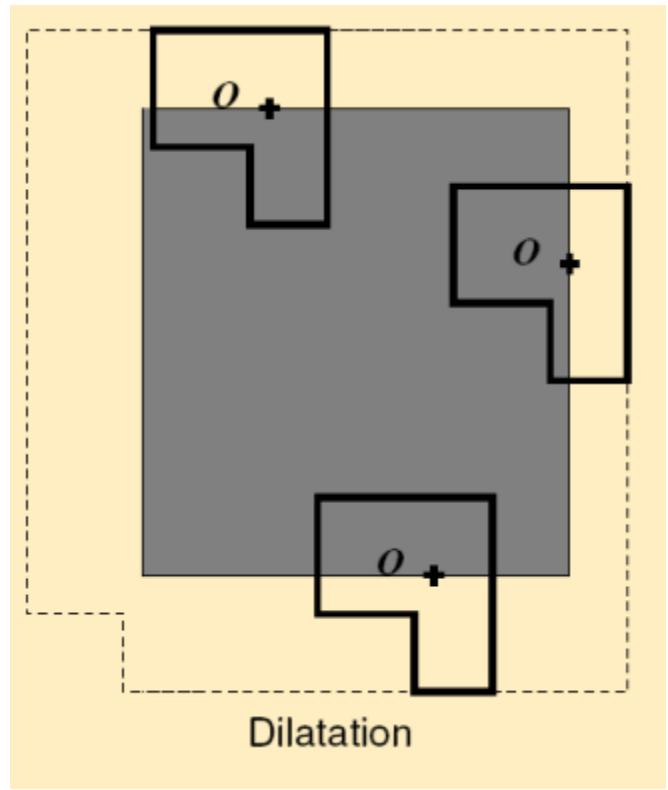
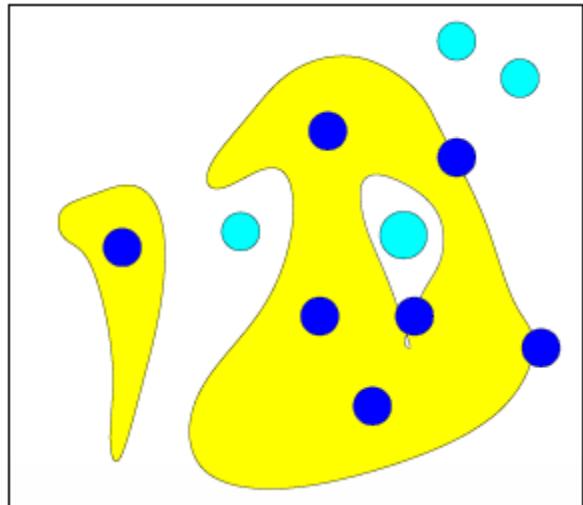


• remarques :

- ☞ la forme du dilaté va dépendre de l'élément structurant utilisé
- ☞ la dilatation bouche les trous plus petits que l'élément structurant B
- ☞ élargit les caps
- ☞ comble les chenaux étroits
- ☞ soude deux formes proches

- Opérateurs de base -

• Dilatation

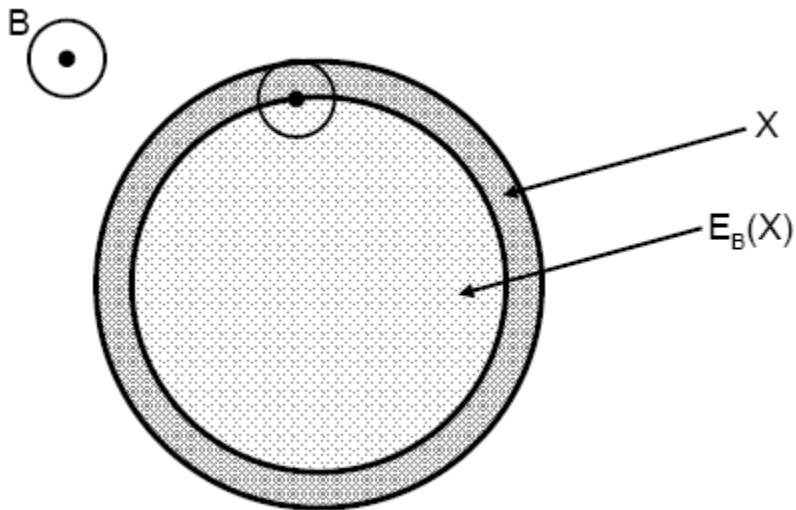


- Opérateurs de base -

● Erosion

- principe: l'érodé de l'ensemble X par l'élément structurant B est :

$$E_B(X) = \{x / B_x \subset X\}$$

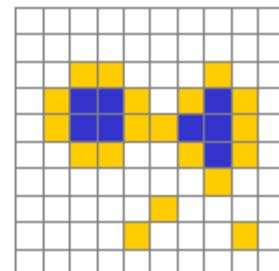
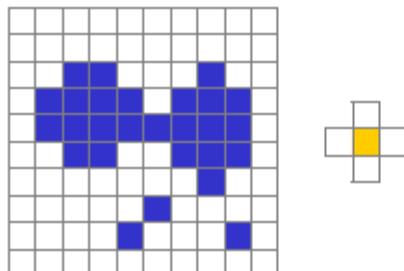
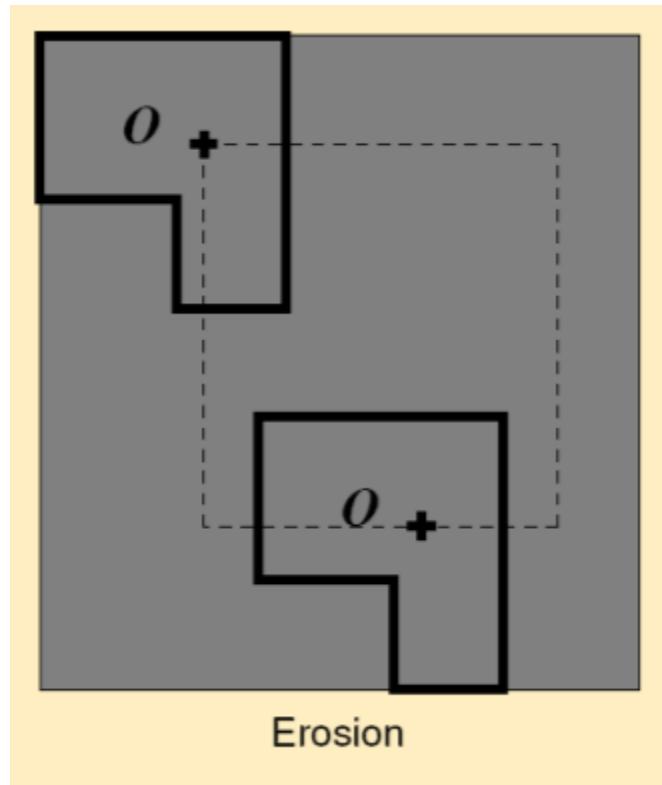
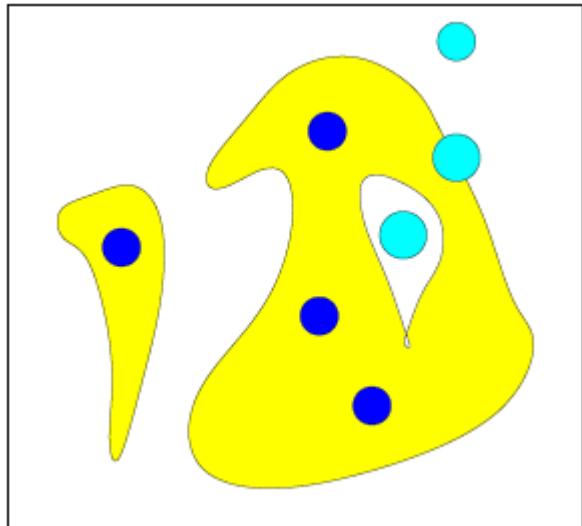


- remarques :

- ☞ élimine les composantes connexes plus petites que B
- ☞ élimine les caps étroits
- ☞ élargit chenaux et trous
- ☞ transforme une presqu'ile en île

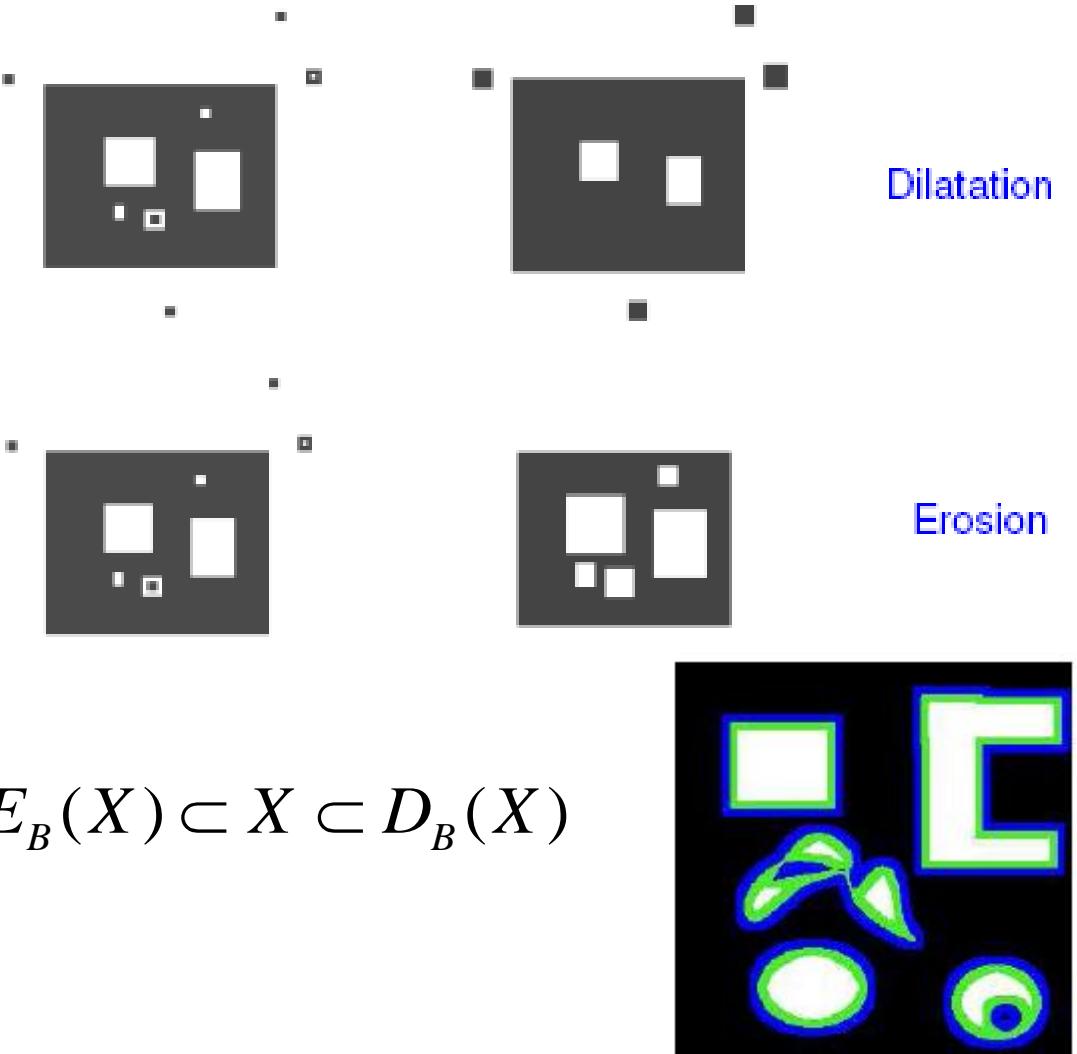
- Opérateurs de base -

• Erosion



- Opérateurs de base -

• Dilatation et érosion



• Remarques

- ☞ *dualité noir / blanc*
- ☞ *érosion du blanc = dilatation du noir*
- ☞ *dilatation du noir = érosion du blanc*
- ☞ *Accentuation des opérations : ré-itérer le filtre ou augmenter la taille du voisinage*

- Opérateurs de base -

• Dilatation et érosion

- avec des éléments de taille croissante



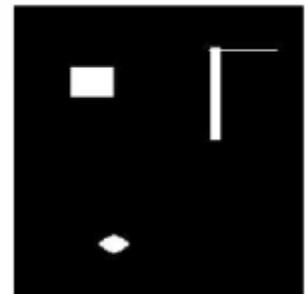
X



$\mathcal{E}_{5B}(X)$



$\mathcal{E}_{10B}(X)$



$\mathcal{E}_{15B}(X)$



X



$\delta_{5B}(X)$



$\delta_{10B}(X)$



$\delta_{15B}(X)$

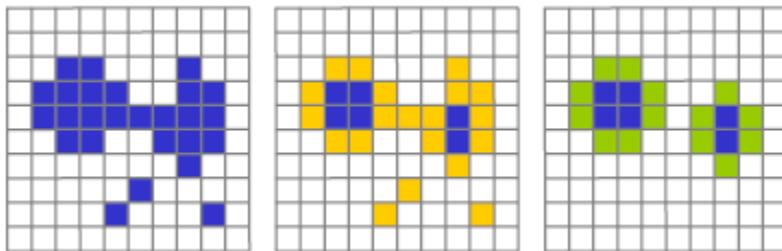
- ☞ *Dilatation utile pour boucher les trous, mais on augmente la taille de l'ensemble*
- ☞ \Rightarrow *appliquer une érosion après*
- ☞ \Rightarrow *opérations ouverture / fermeture*

- Opérateurs de base -

● Ouverture et fermeture

- Ouverture = érosion + dilatation avec le même élément structurant B

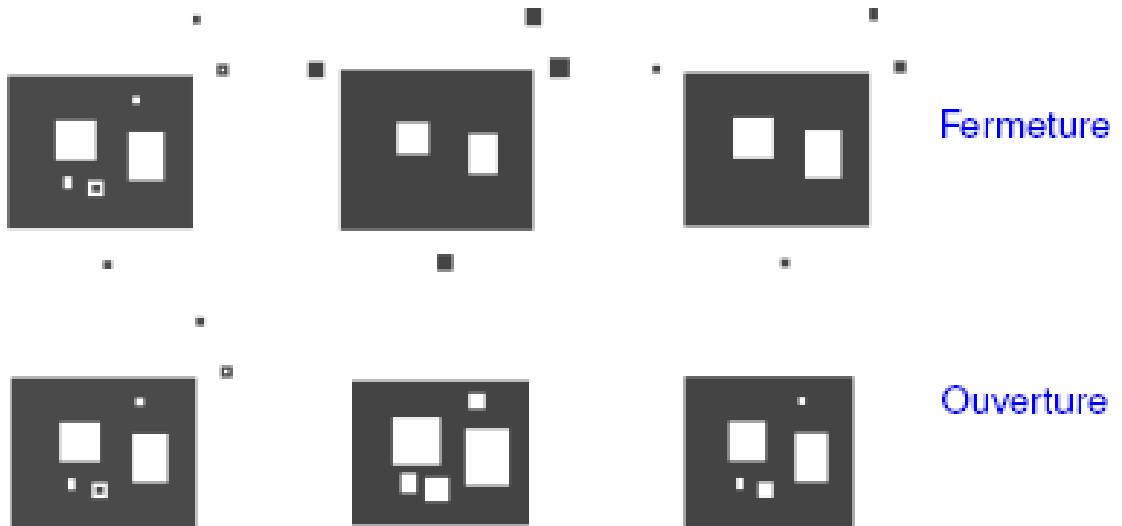
- ☞ supprime les parties de l'ensemble ne contenant pas l'élément structurant
- ☞ lisse les formes
- ☞ conserve souvent la taille et la forme
- ☞ ne conserve pas nécessairement la topologie



- Fermeture = dilatation + érosion avec le même élément structurant B
 - ☞ bouche les parties du fond ne contenant pas l'élément structurant
 - ☞ conserve souvent la taille et la forme
 - ☞ ne conserve pas nécessairement la topologie
 - ☞ en particulier : soude les formes proches

- Opérateurs de base -

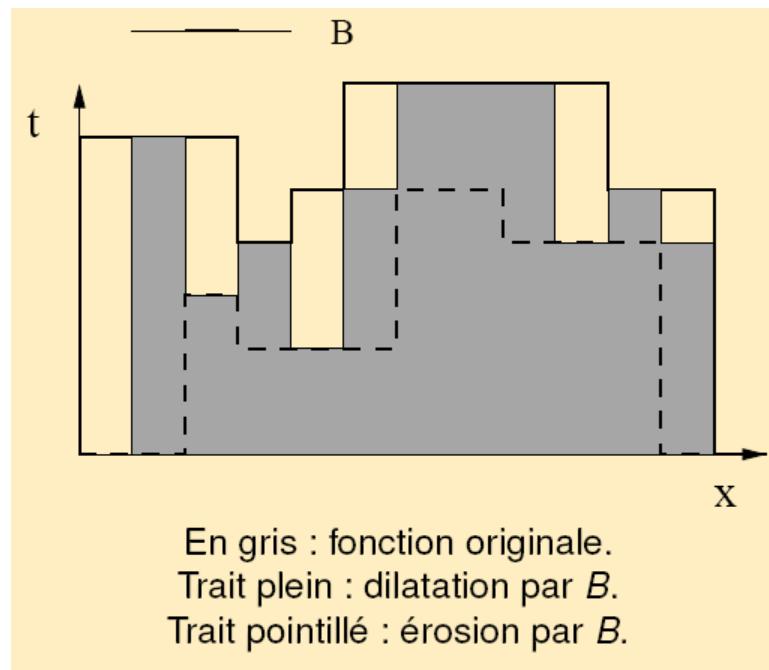
● Ouverture et fermeture



- Opérateurs de base -

● En niveaux de gris

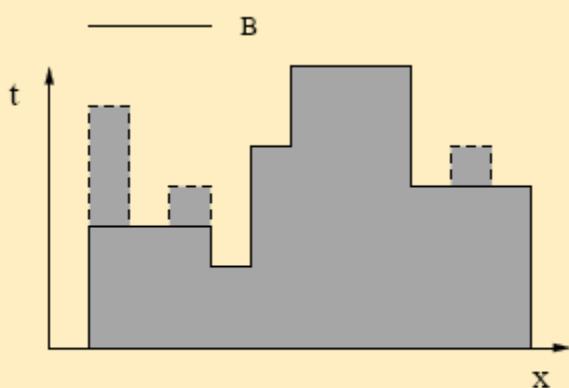
- Dilatation = maximum sur un voisinage
- Erosion = minimum sur un voisinage



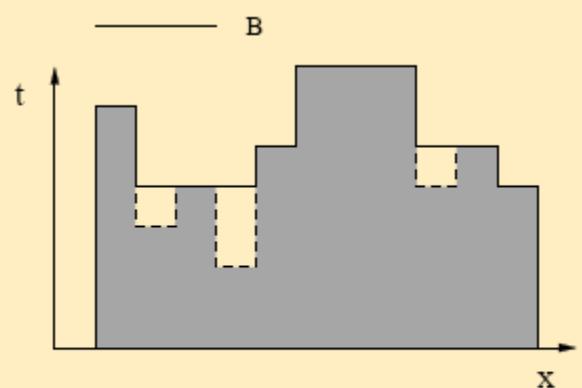
- Opérateurs de base -

● En niveaux de gris

- Ouverture = adoucit la fonction de manière non-linéaire, supprime les pics de la fonction plus étroits que l'élément structurant
- Fermeture = bouche les “creux” de la fonction plus étroits que l'élément structurant



Trait plein : ouverture par B .



Trait plein : fermeture par B .



Original.



Ouverture par une boule de rayon 3.

- Opérateurs de base -

● En niveaux de gris

- Ouverture = supprime les pics de la fonction plus étroits que l'élément structurant
- Fermeture = bouche les “creux” de la fonction plus étroits que l'élément structurant



Original.



Ouverture par une boule de rayon 3.



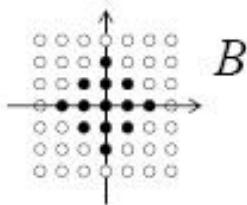
Original.



Fermeture par une boule de rayon 3.

- Opérateurs de base -

● En niveaux de gris



$\varepsilon_B(X)$



$\delta_B(X)$



X



$\gamma_B(X)$



$\varphi_B(X)$

- Autres opérateurs-

• Reconstruction

- Dilatation conditionnelle : dilatation sous condition d'appartenance à un masque

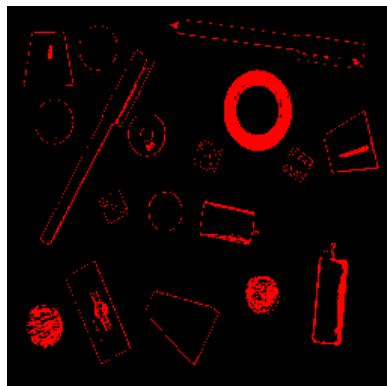
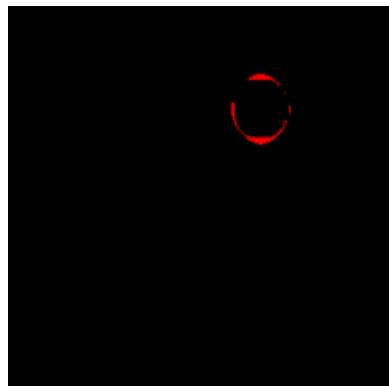
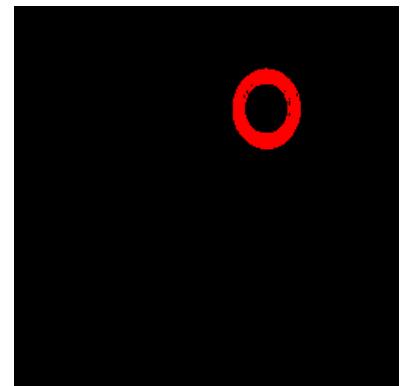


Image seuillée

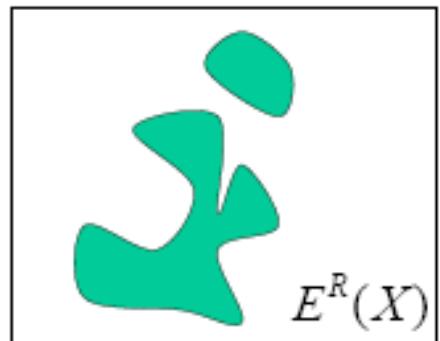
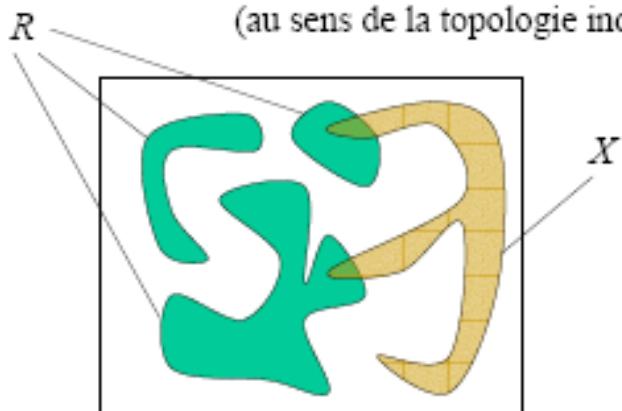


Erosion ultime



Reconstruction

Dans le cadre ensembliste, c'est l'ensemble des composantes connexes (au sens de la topologie induite par B_I) de R qui intersectent X :

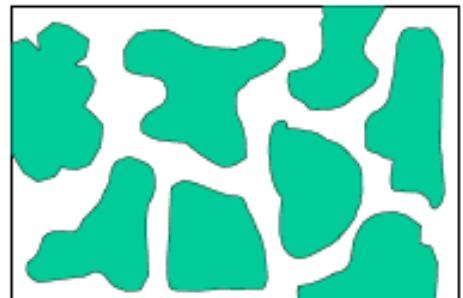


- Autres opérateurs-

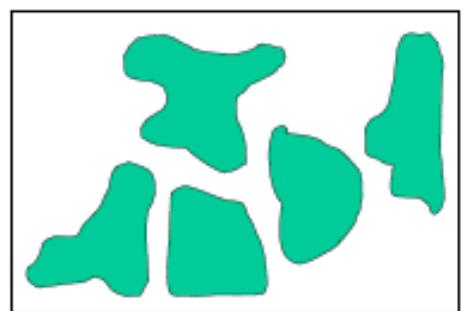
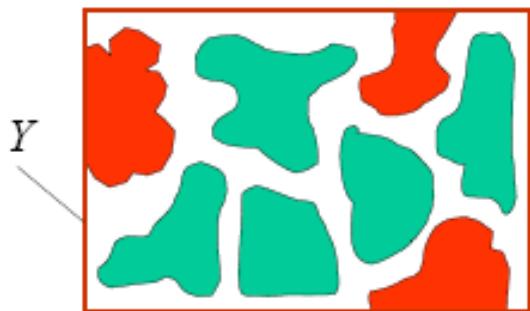
• Autres opérateurs

- Border kill

La suppression des objets touchant le bord de l'image binaire X s'obtient par différence avec la reconstruction du bord dans X :



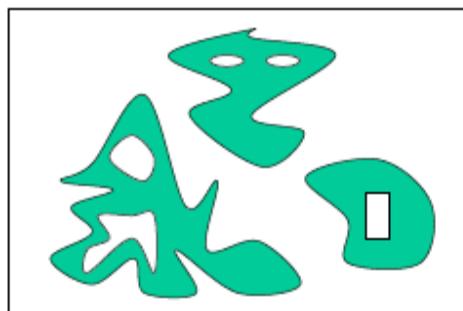
X



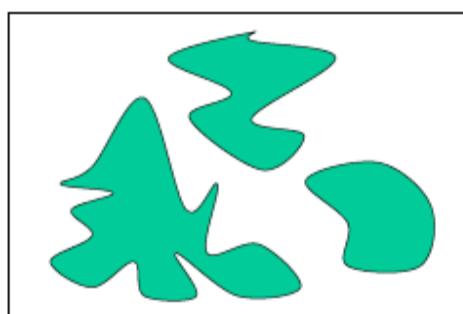
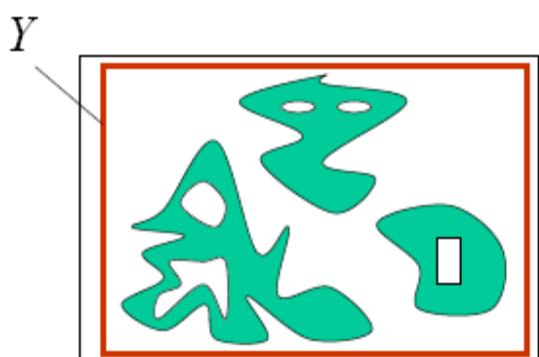
$X \setminus E^X(Y)$

- Boucher des trous

Le bouchage de trous dans l'image binaire (bidimensionnelle !) X s'obtient par complément de la reconstruction dans X^c d'un ensemble qui n'intersecte pas X :



X

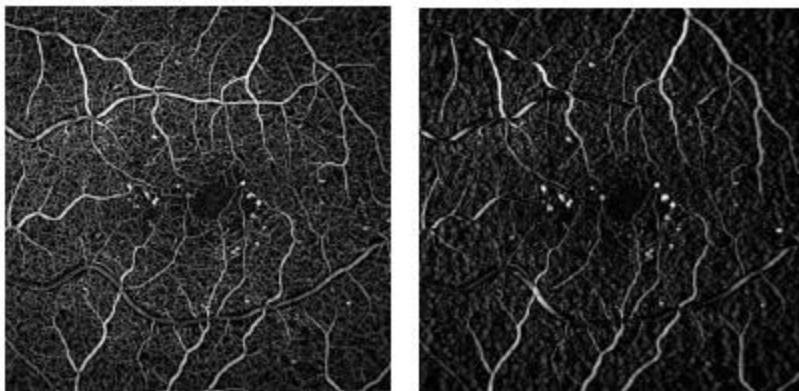


$(E^{X^c}(Y))^c$

- Autres opérateurs-

● Chapeau haut de forme

- Chapeau haut de forme (top hat): image – ouverture, pour extraire les pics d'intensité => contient les pics plus étroits que l'élément structurant



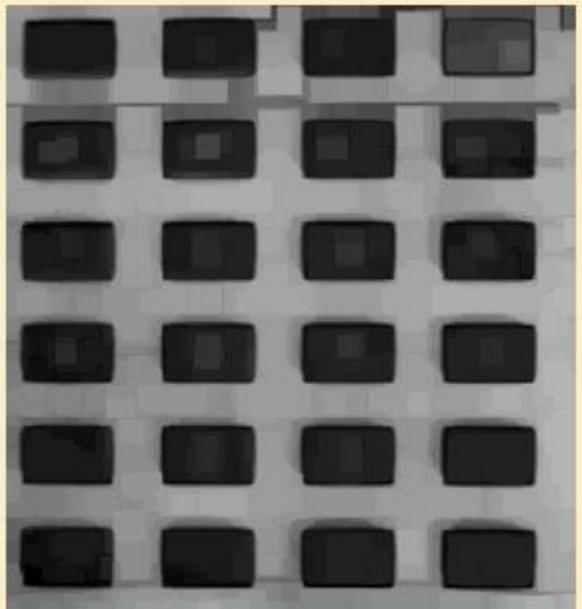
- Chapeau haut de forme dual : fermeture – image => contient les creux plus étroits que l'élément structurant

- Autres opérateurs-

● Chapeau haut de forme



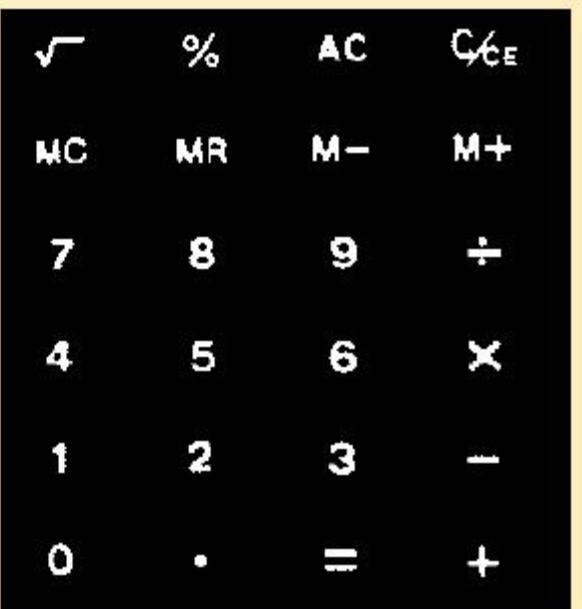
Original



Ouverture



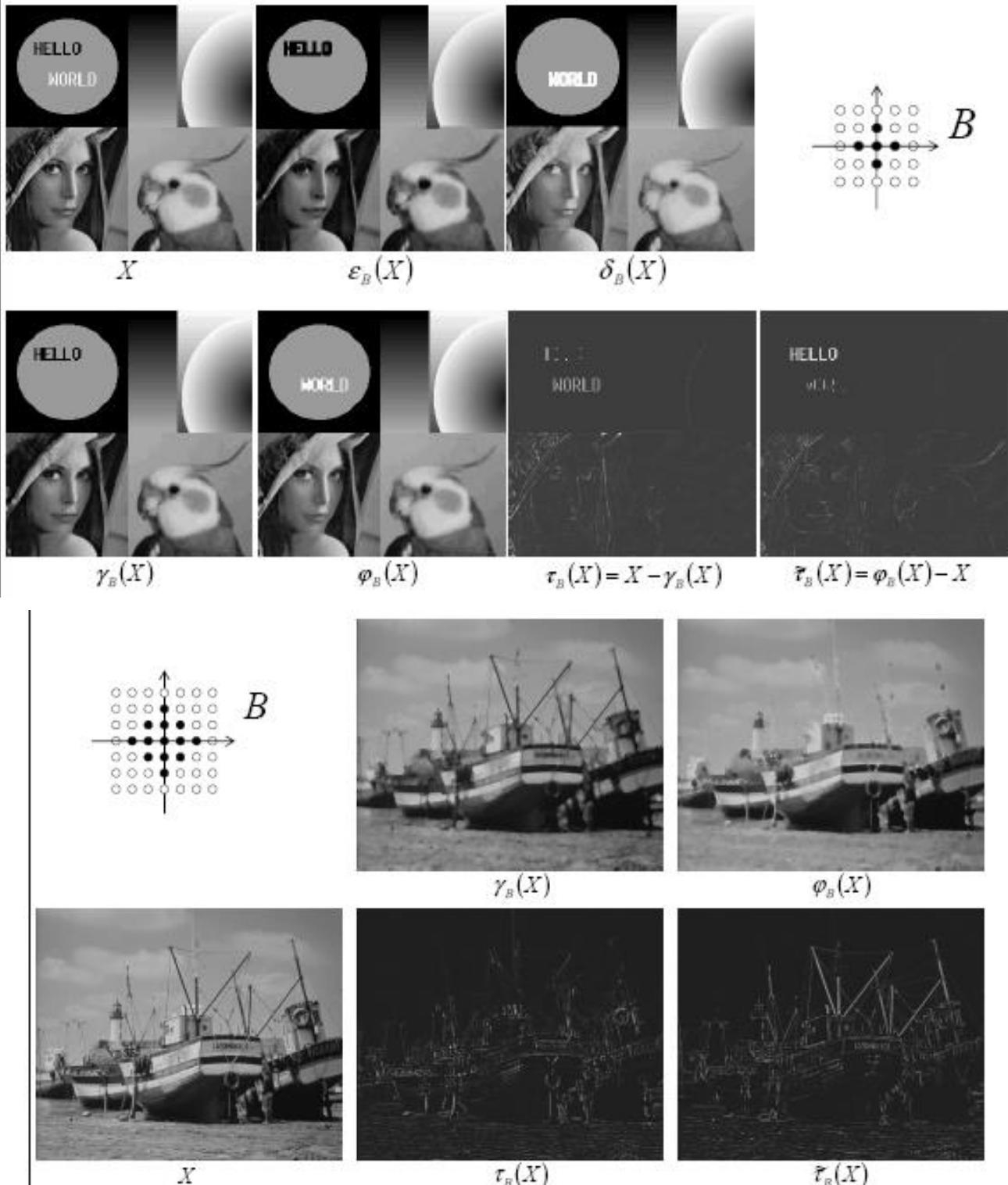
Top-hat



Seuillage

- Autres opérateurs-

● Chapeau haut de forme



- Autres opérateurs-

● Gradient morphologique

- Gradient morphologique :
 - ☞ *dilatation – érosion*
 - ☞ *interne : image – érosion*
 - ☞ *externe : dilatation - image*



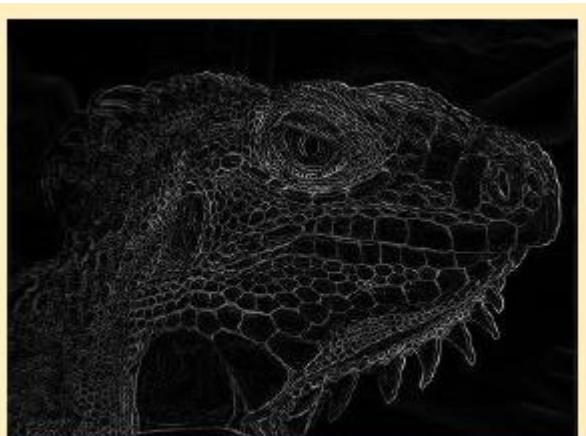
Original



Gradient morphologique



Gradient morphologique interne

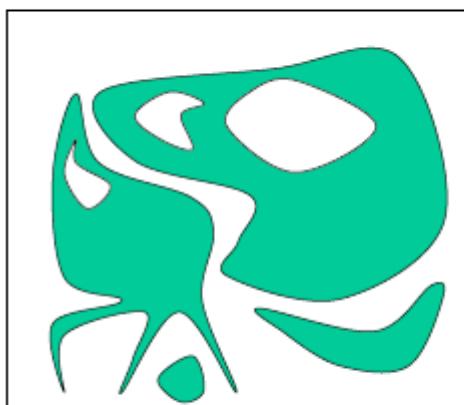


Gradient morphologique externe

- Outils plus avancés-

- Ouverture et fermeture par reconstruction

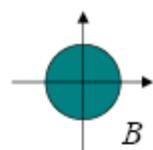
L'ouverture par reconstruction élimine les composantes connexes qui n'appartiennent pas à l'ouvert sans modifier les autres :



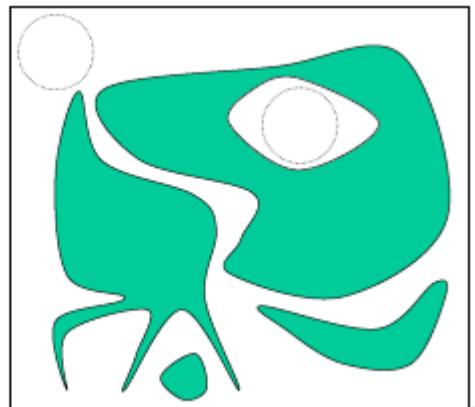
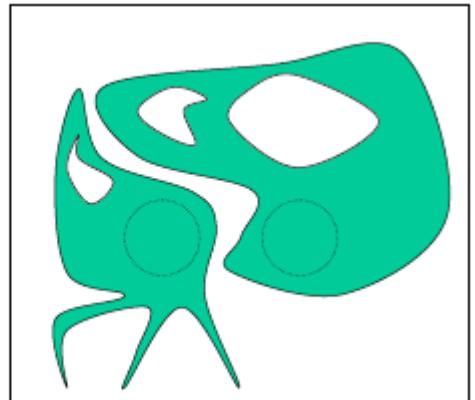
X

La fermeture par reconstruction est définie par dualité :

$$\text{ouverture par reconstruction} \\ E^X(\gamma_B(X))$$



$$\text{fermeture par reconstruction} \\ \left(E^{X^c} \left((\varphi_B(X))^c \right) \right)^c$$



original



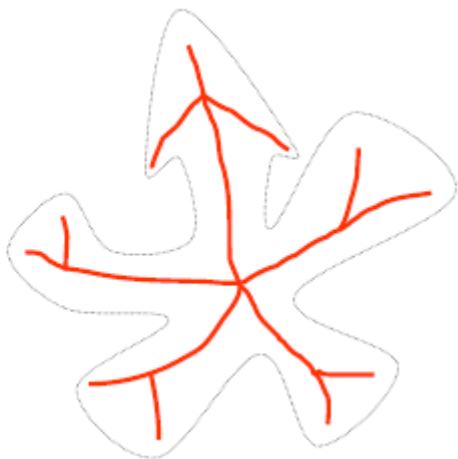
ouverture par reconstruction



fermeture par reconstruction

- Outils plus avancés-

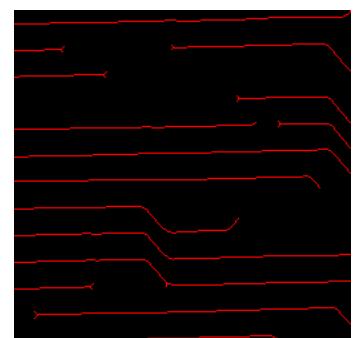
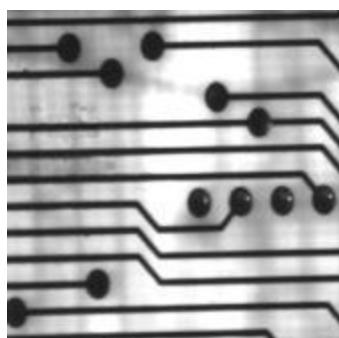
● Squelettisation



- But : représenter un ensemble avec un minimum d'information, sous une forme simple à manipuler

- Propriétés :

- ☞ préservation de la géométrie
- ☞ épaisseur nulle
- ☞ préservation de la topologie
- ☞ invariance aux transformations affines
- ☞ réversibilité
- ☞ continuité



- Outils plus avancés-

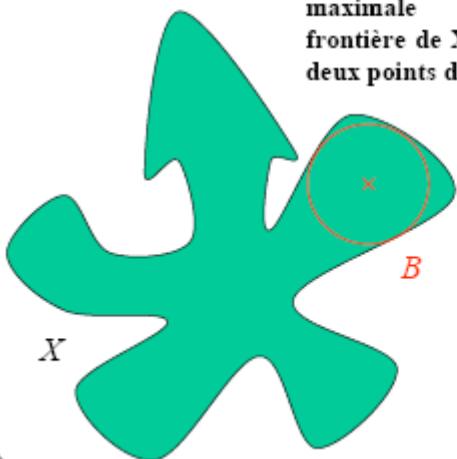
● Squelettisation

Le squelette morphologique est fondée sur la notion d'*axe médian* (*Blum 67*). Il utilise la notion de *boule maximale* :

Une boule B est dite maximale dans X si :

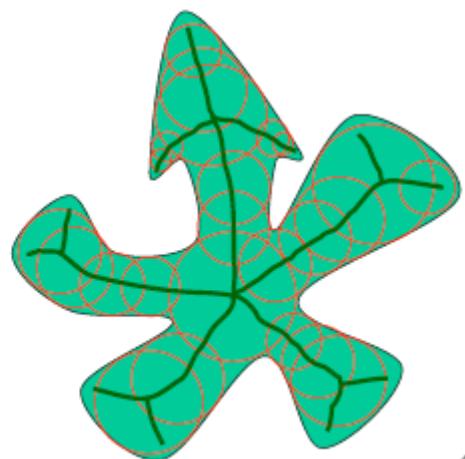
$$B \subset B' \subset X \Rightarrow B' = B$$

Propriété : une boule maximale touche la frontière de X en au moins deux points distincts



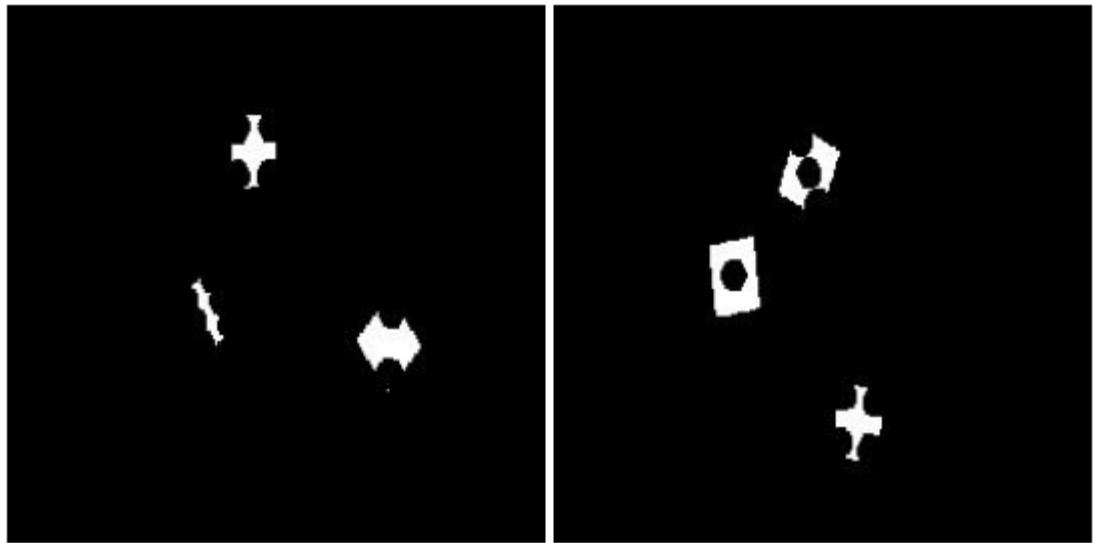
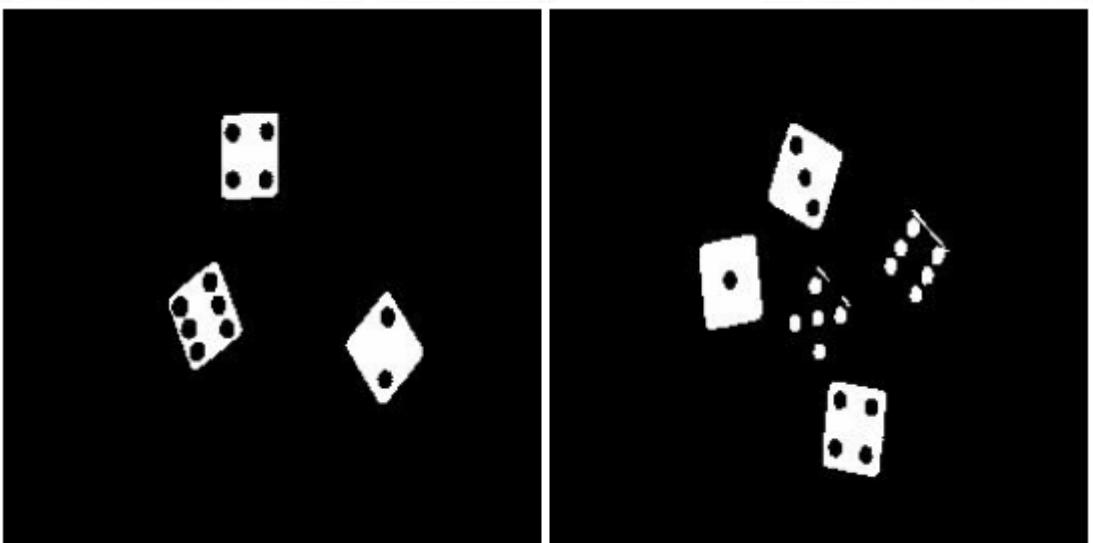
Le squelette morphologique (euclidien) est la réunion des centres de boules (euclidiennes) maximales :

$$S(X) = \bigcup_{\rho \geq 0} \{x \in \mathbb{R}^2; B(x, \rho) \text{ est maximale dans } X\}$$



Morphologie mathématique

- Applications -

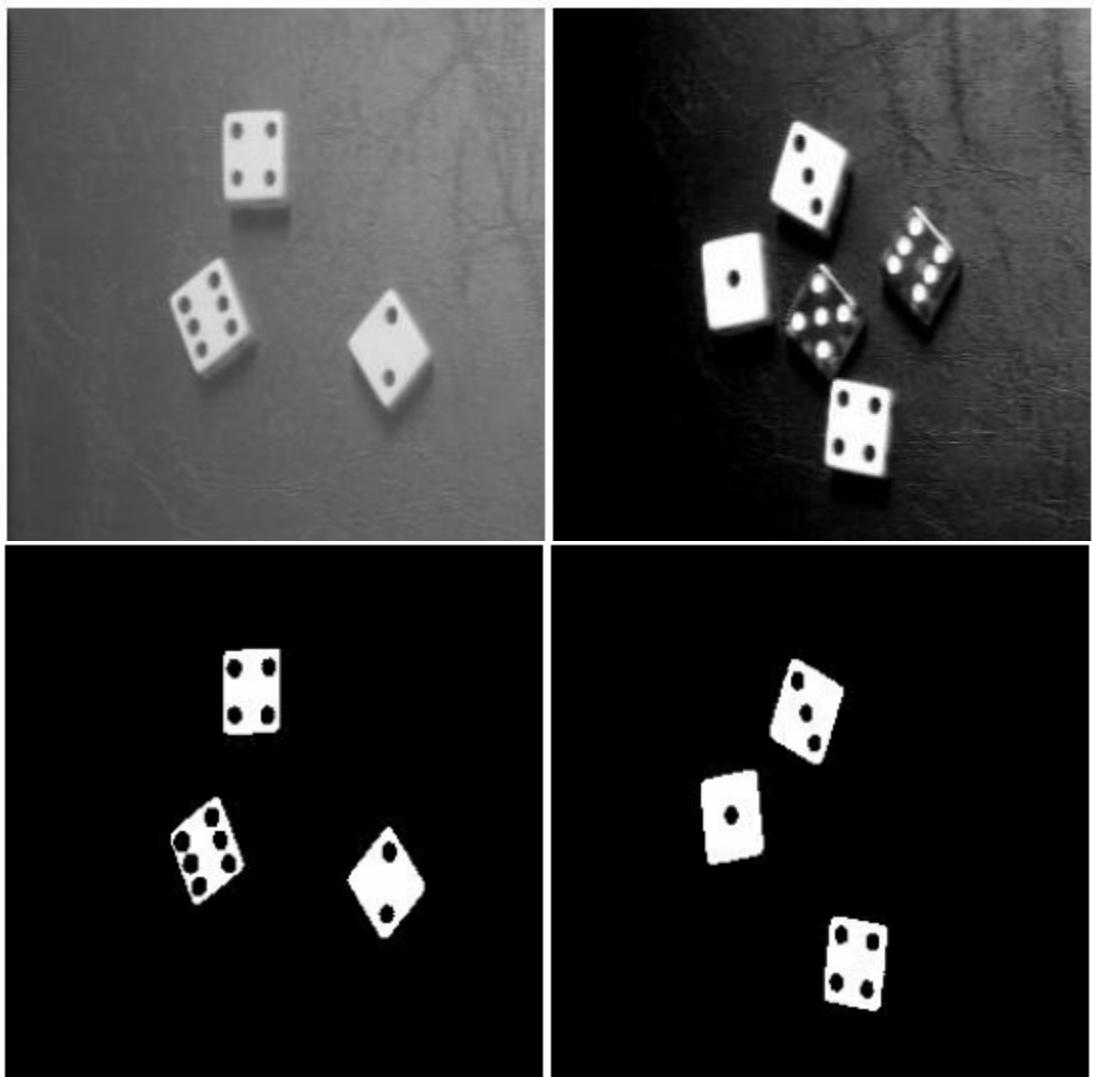


seuillage

érosion

Morphologie mathématique

- Applications -



reconstruction

=> Comptage des dés blancs et des points noirs sur chaque dé

- Applications -

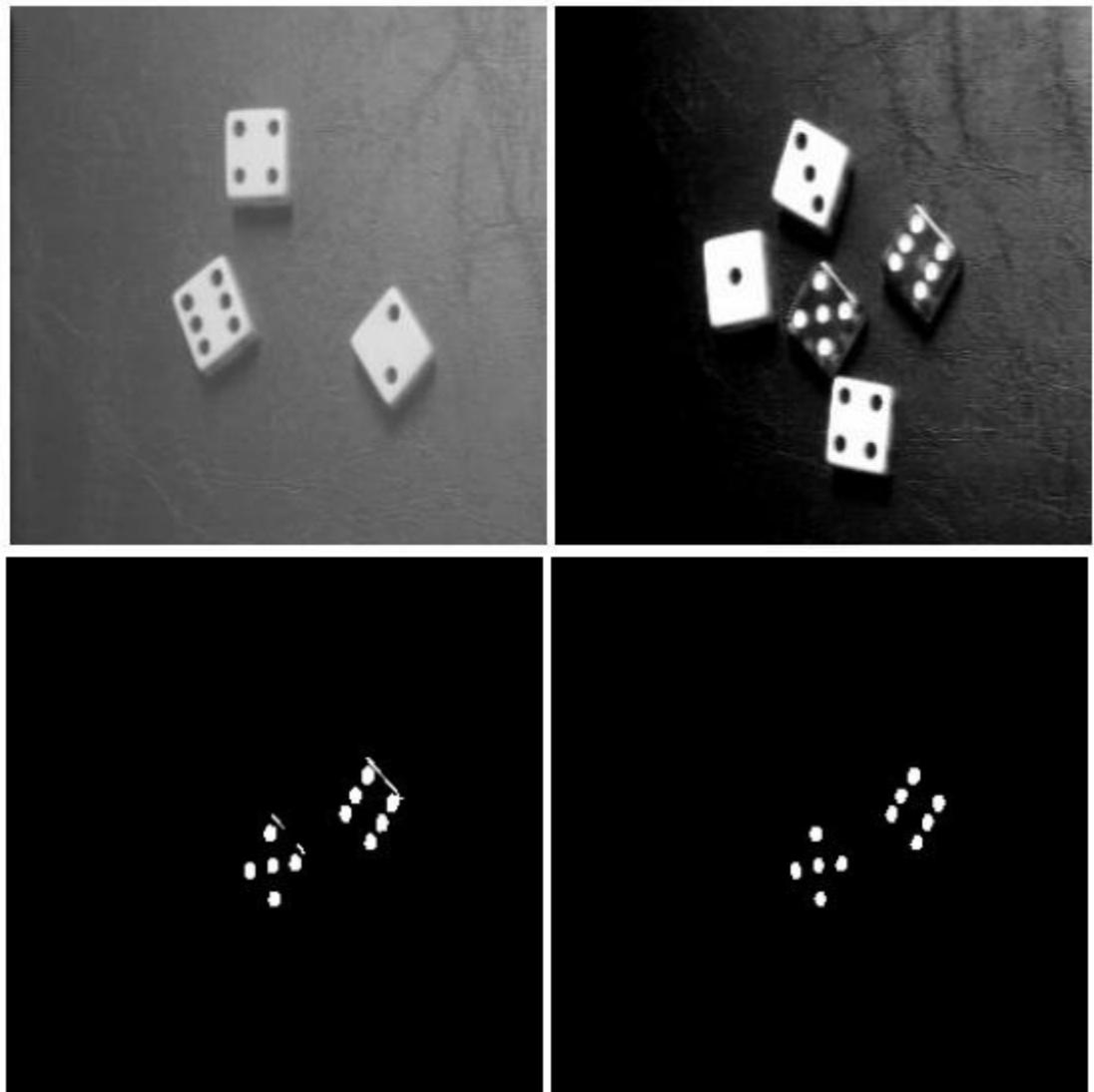


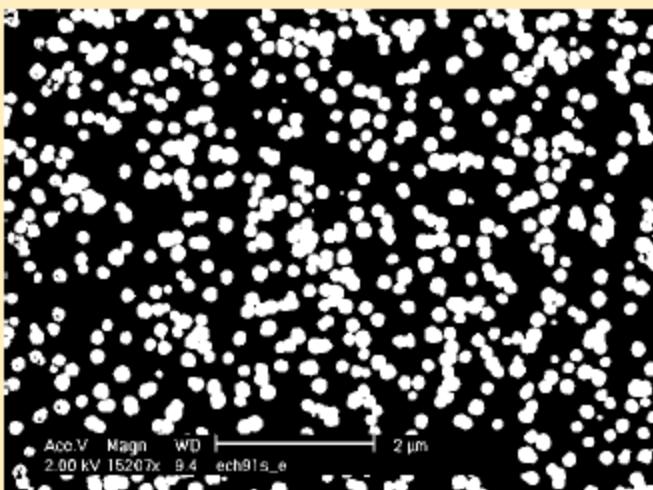
Image seuillée – image reconstruite puis ouverture

=> Comptage des dés noirs et des points blancs sur chaque dé

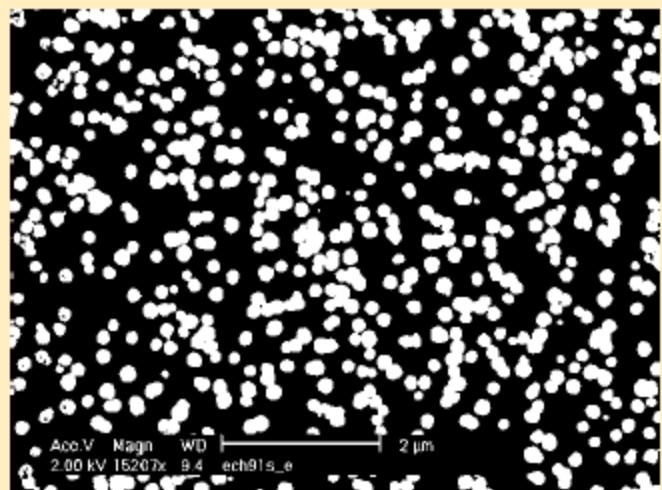
- Applications -

● Granulométrie

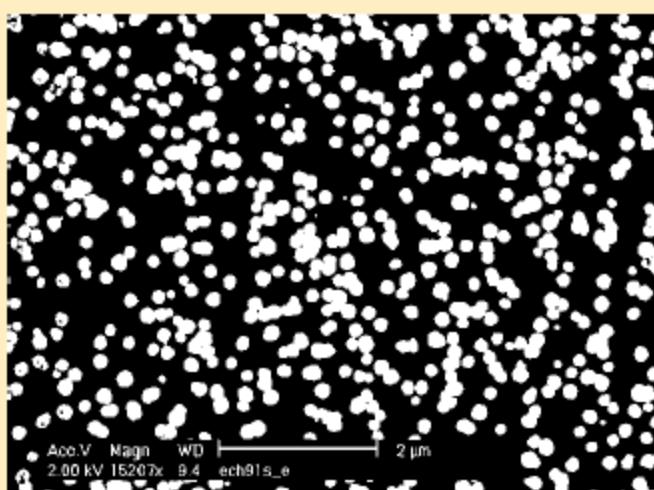
- But : tamisage des objets selon leur taille
- Principe : sélection des objets par un ensemble de tamis de différentes tailles
- Exemple :



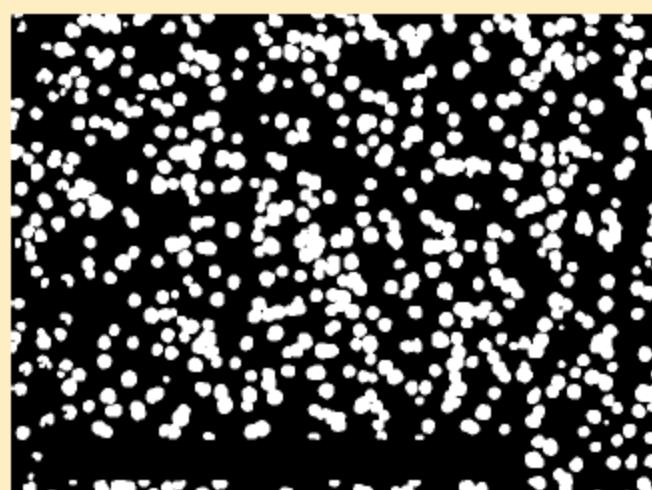
Original



Ouverture de taille 1.



Original

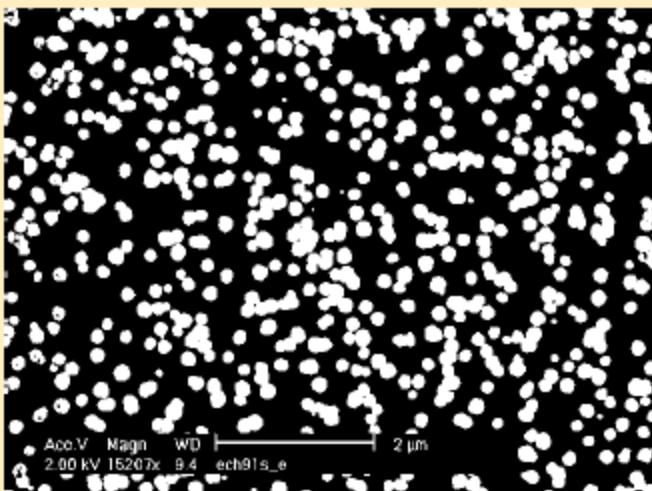


Ouverture de taille 3.

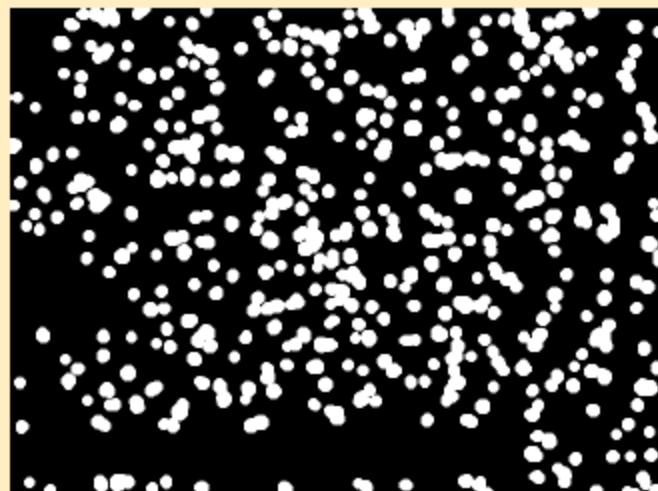
- Applications -

● Granulométrie

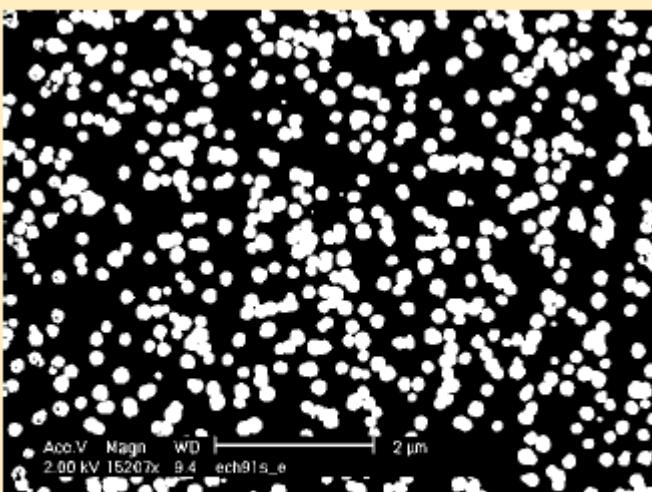
- But : tamisage des objets selon leur taille
- Principe : sélection des objets par un ensemble de tamis de différentes tailles
- Exemple :



Original



Ouverture de taille 6.



Original



Ouverture de taille 8.

- Applications -

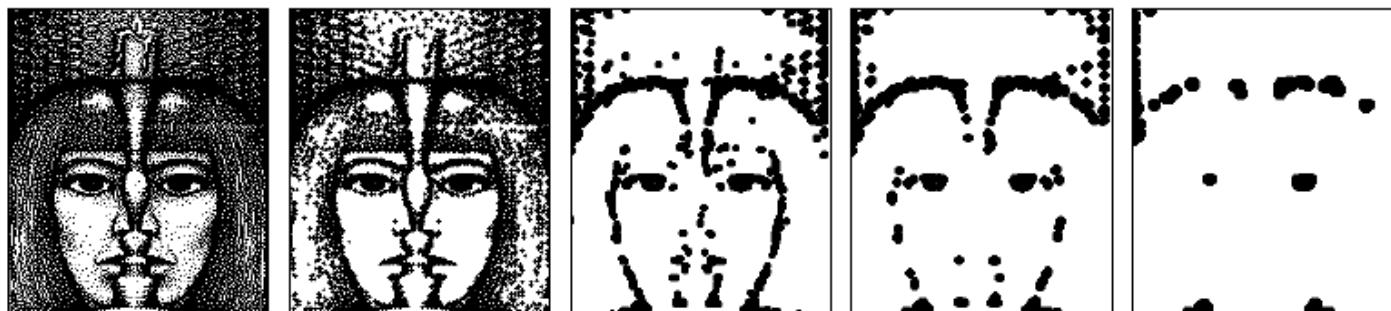
● Granulométrie

- But : tamisage des objets selon leur taille
- Principe : sélection des objets par un ensemble de tamis de différentes tailles
- Exemple :

granulométrie



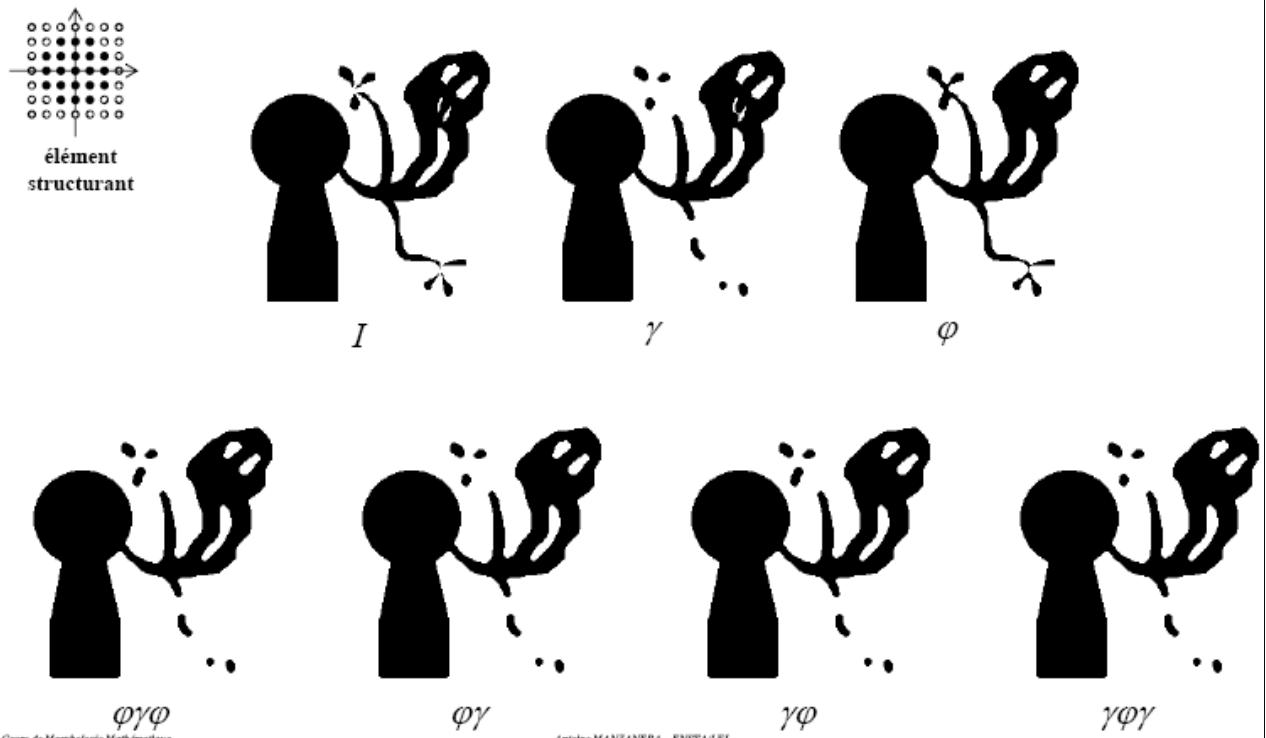
anti-granulométrie



- Applications -

● Filtres alternés

- Alternance d'ouvertures et de fermetures



- ☞ élimination progressive des pics et des creux de faible surface

- Applications -

● Filtres alternés

- Filtres alternés séquentiels : alternance d'ouvertures et de fermetures de taille croissante
- Application : réduction du bruit



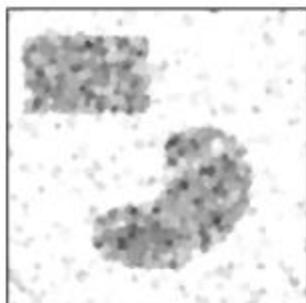
Original



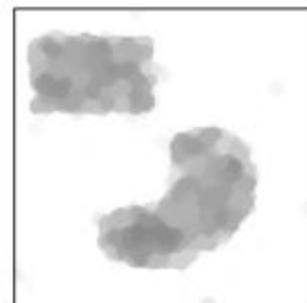
Application directe
du filtre alterné $\gamma_4 \phi_4$



Ξ_1



Ξ_2



Ξ_5



Ξ_8



- Exercices -

● Opérateurs morphologiques

1.1 Érosion

1. Appliquer une érosion binaire avec les éléments structurants de la figure 1 sur la figure 3.
2. Appliquer une érosion en niveaux de gris avec les éléments structurants plats de la figure 1 sur la figure 3.
3. Appliquer une érosion en niveaux de gris avec les éléments structurants de la figure 2 sur la figure 3. Expliquer la différence observée avec les résultats obtenus à la question précédente.

1.2 Dilatation

Reprendre les questions précédentes en considérant une dilatation au lieu d'une érosion. Expliquer l'intérêt de l'érosion et de la dilatation.

1.3 Ouverture et fermeture

Reprendre les questions précédentes en considérant une ouverture (resp. une fermeture). Expliquer l'intérêt de ces traitements.

- Exercices -

● Opérateurs morphologiques

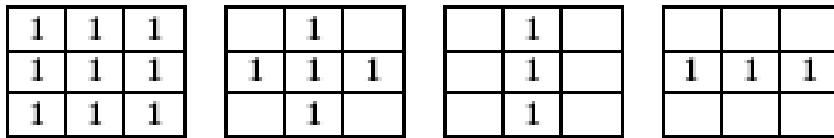


FIG. 1 – Quatre éléments structurants binaires 2D.

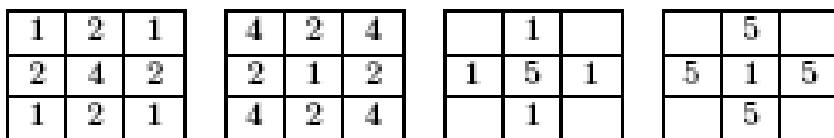


FIG. 2 – Quatre éléments structurants en niveaux de gris 2D.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	1	0	4	0
0	1	4	3	3	1	1	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	2	2	0
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	3	1	1	0
0	1	4	3	3	1	3	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	1	0	4	0
0	1	4	3	3	1	1	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	2	2	0
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	3	1	1	0
0	1	4	3	3	1	3	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FIG. 3 – Image en niveaux de gris 3D. Dans le cas des questions portant sur une image binaire, on considérera l'image binaire obtenue par seuillage à la valeur 1.

- Exercices -

● Opérateurs morphologiques

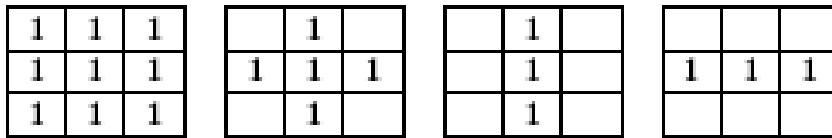


FIG. 1 – Quatre éléments structurants binaires 2D.

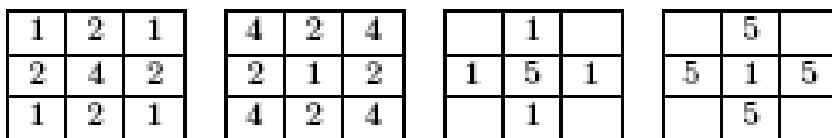


FIG. 2 – Quatre éléments structurants en niveaux de gris 2D.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	1	0	4	0
0	1	4	3	3	1	1	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	2	2	0
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	3	1	1	0
0	1	4	3	3	1	3	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	1	0	4	0
0	1	4	3	3	1	1	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	2	2	0
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	3	1	1	0
0	1	4	3	3	1	3	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FIG. 3 – Image en niveaux de gris 3D. Dans le cas des questions portant sur une image binaire, on considérera l'image binaire obtenue par seuillage à la valeur 1.

- Exercices -

● Opérateurs morphologiques

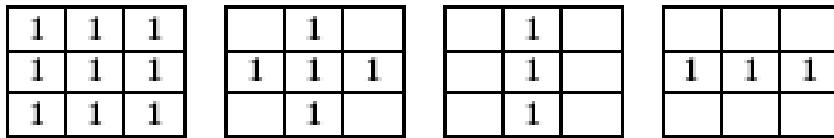


FIG. 1 – Quatre éléments structurants binaires 2D.

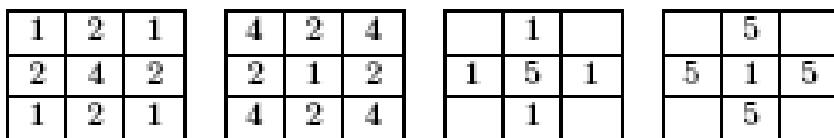


FIG. 2 – Quatre éléments structurants en niveaux de gris 2D.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	1	0	4	0
0	1	4	3	3	1	1	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	2	2	0
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	3	1	1	0
0	1	4	3	3	1	3	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	1	0	4	0
0	1	4	3	3	1	1	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	2	2	0
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	3	1	1	0
0	1	4	3	3	1	3	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FIG. 3 – Image en niveaux de gris 3D. Dans le cas des questions portant sur une image binaire, on considérera l'image binaire obtenue par seuillage à la valeur 1.

- Exercices -

● Opérateurs morphologiques

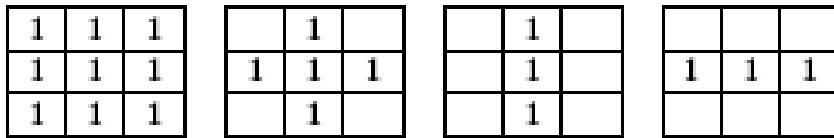


FIG. 1 – Quatre éléments structurants binaires 2D.

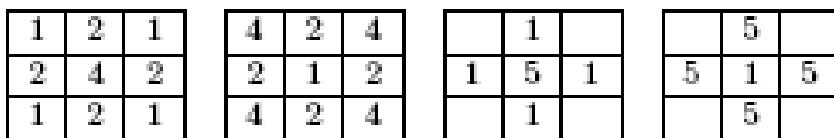


FIG. 2 – Quatre éléments structurants en niveaux de gris 2D.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	1	0	4	0
0	1	4	3	3	1	1	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	2	2	0
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	3	1	1	0
0	1	4	3	3	1	3	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	1	0	4	0
0	1	4	3	3	1	1	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	2	2	0
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	3	1	1	0
0	1	4	3	3	1	3	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FIG. 3 – Image en niveaux de gris 3D. Dans le cas des questions portant sur une image binaire, on considérera l'image binaire obtenue par seuillage à la valeur 1.

- Exercices -

● Opérateurs morphologiques

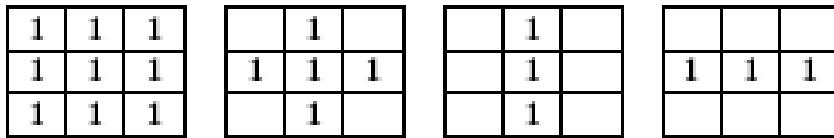


FIG. 1 – Quatre éléments structurants binaires 2D.

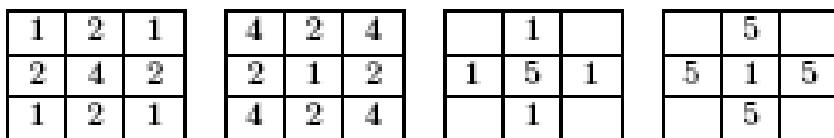


FIG. 2 – Quatre éléments structurants en niveaux de gris 2D.

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	1	0	4	0
0	1	4	3	3	1	1	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	2	2	0
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	3	1	1	0
0	1	4	3	3	1	3	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	1	0	4	0
0	1	4	3	3	1	1	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	2	2	0
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	3	1	3	1	3	1	1	0
0	1	4	3	3	1	3	1	1	0
0	1	3	3	3	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	2	2	0
0	0	0	1	1	1	1	1	2	2
0	1	1	0	1	6	1	2	2	0
0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FIG. 3 – Image en niveaux de gris 3D. Dans le cas des questions portant sur une image binaire, on considérera l'image binaire obtenue par seuillage à la valeur 1.