

**Université Paul Sabatier  
Toulouse**

---

# *Compte Rendu*

---

*Traitement numérique du signal*

M1 EEA

- ✖ Module KEAX7AH1 : Traitement numérique du signal
- ✖ Réalisé par :
  - KABOU Abdeldjalil
  - IAICHE Achour Mehdi Anis

# TP1 : Synthèse de filtres numériques

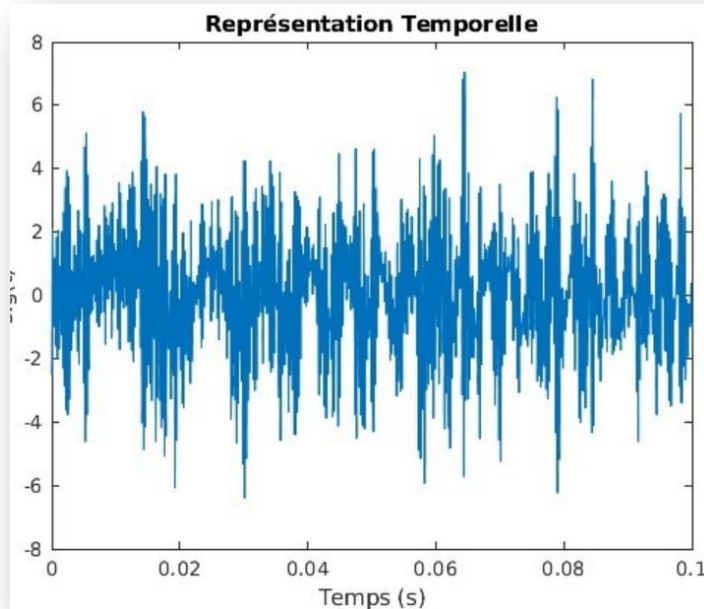
## I OBJECTIF

L'objectif de cette manipulation est de synthétiser et de mettre en œuvre un filtre numérique dans le but d'extraire un signal noyé dans un bruit.

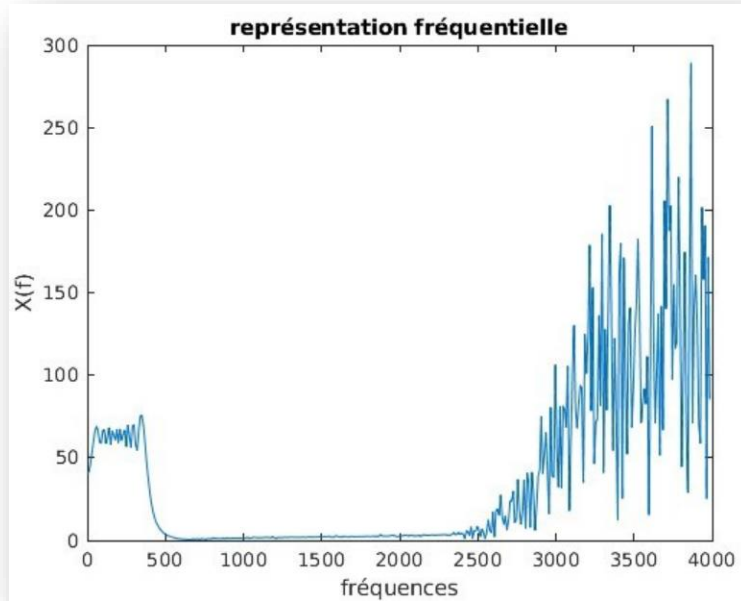
## II ANALYSE DU SIGNAL

Cette étape vise à analyser le signal en visualisant ses représentations temporelle et spectrale. L'échelle logarithmique permet d'identifier la bande fréquentielle du bruit (passe-haut) et de délimiter la bande utile, facilitant la conception d'un filtre adapté pour isoler le signal tout en réduisant le bruit.

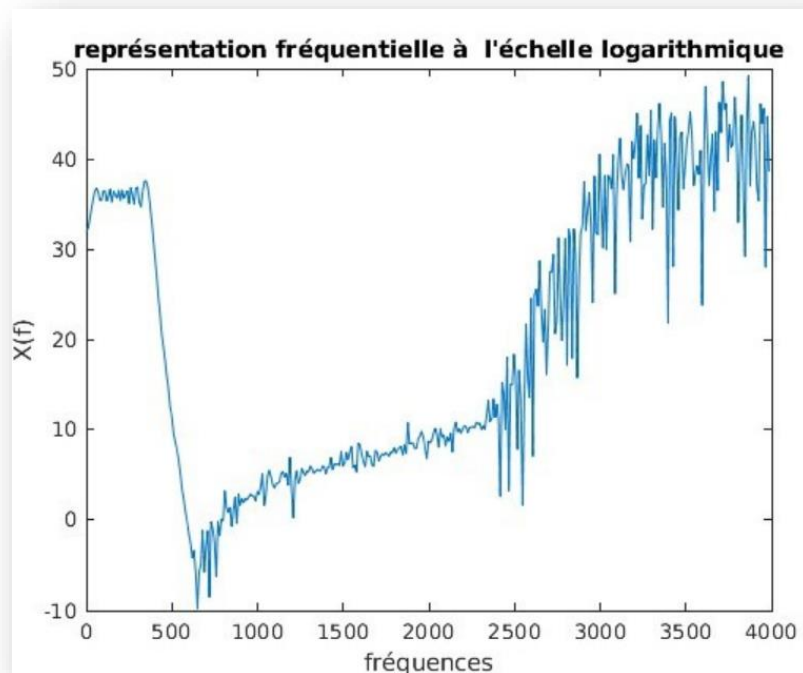
1. Traçage de la représentation temporelle du signal.



2. Tracez la représentation spectrale du signal.



L'analyse spectrale en échelle logarithmique met en évidence que le bruit est concentré dans les hautes fréquences (bande passe-haut). La bande fréquentielle contenant le signal utile est plus basse et bien délimitée.



#### *Remarque :*

La représentation spectrale en échelle logarithmique (en dB) met en évidence les variations de faible amplitude, facilitant l'identification des fréquences indésirables. Le bruit apparaît principalement dans les hautes fréquences (2300-4000 Hz), tandis que la bande utile se situe entre 0 et 600 Hz. Par conséquent, un filtre passe-bande ciblant la plage 900-

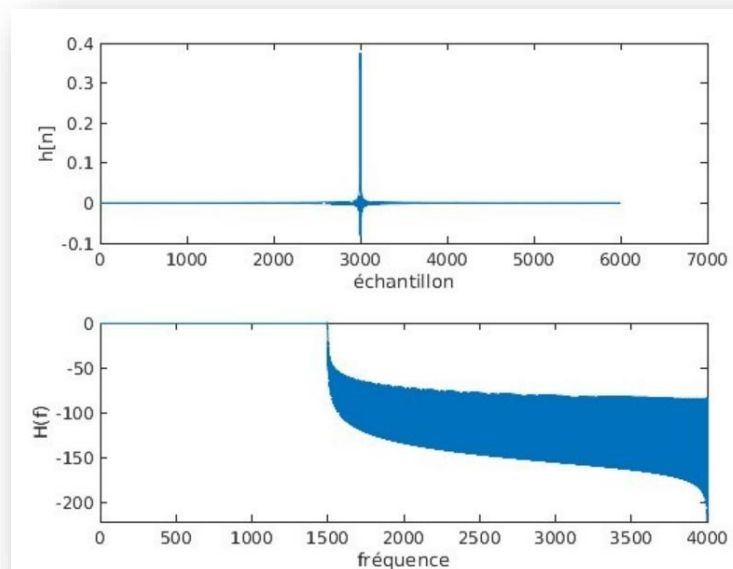
2100 Hz sera choisi pour isoler le signal utile tout en atténuant le bruit.

\*Le code est ci-dessous dans les annexes

### III SYNTHÈSE DE FILTRES

Pour concevoir le filtre, nous adoptons les choix et contraintes suivants :

- **Fréquence de coupure ( $F_c$ )** : Fixée à 1500 Hz, située entre les bandes de transition (1000 Hz et 2000 Hz).
- **Ordre du filtre ( $P$ )** :  $P = [-3000, 3000]$ , avec une longueur totale  $p=6000$ .
- **Atténuation en bande atténuée** : Doit être supérieure à 72 dB pour une réduction efficace du bruit.
- **Atténuation en bande passante** : Doit être inférieure à 1 dB pour maintenir l'intégrité du signal utile.



\*Le code est ci-dessous dans les annexes

#### III.1 Filtres à réponse impulsionnelle finie (RIF)

1. Expression littérale de la fonction de transfert du filtre numérique idéal. En déduire sa réponse impulsionnelle.

## Préparation TP1:

### III. 1) filtre RIF:

expression de la fonction de transfert.

• Le bruit est du type passé-Haut (en H.F.), donc on peut choisir un filtre passé-bas idéal.

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } |f| \leq f_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (H(f + m f_c) = H(f))$$

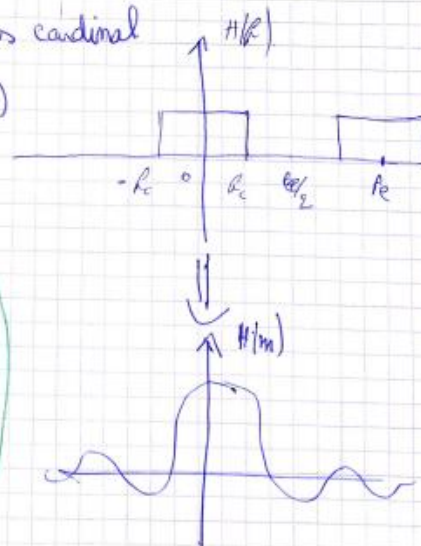
$\Rightarrow$  Réponse impulsionnelle?

ça sera une fonction porte, donc  $TF^{-1}(H(f)) = h(m)$ .

qui sera forcément un sinus cardinal

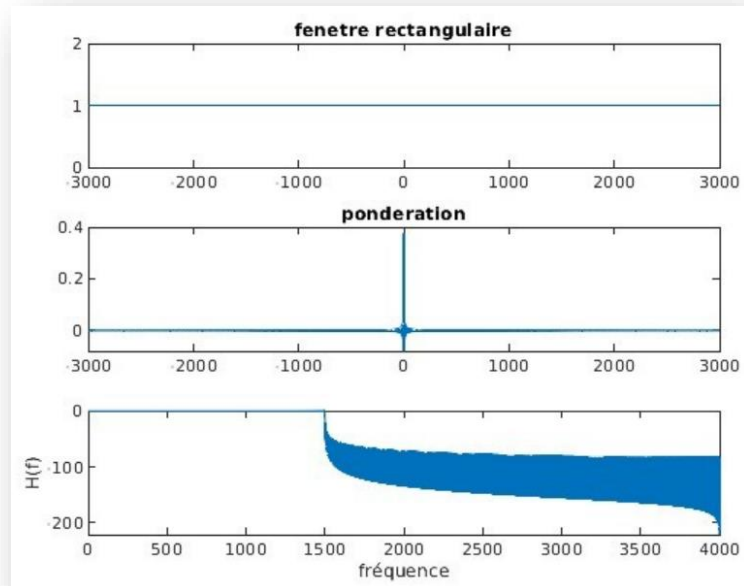
$$h(m) = 2 f_c \text{ sinc}(2 f_c K T_e)$$

$$\begin{aligned} \text{car } h(m) &= \int_{-f_c/2}^{f_c/2} H(f) \cdot e^{j2\pi f K T_e} df \\ &= \int_{-f_c}^{f_c} 1 \cdot e^{j2\pi f K T_e} df \\ h(m) &= \frac{1}{j2\pi K T_e} \left( \frac{e^{j2\pi f_c K T_e} - e^{-j2\pi f_c K T_e}}{2j} \right) \\ &= \frac{\sin(2\pi K T_e f_c)}{\pi K T_e} = \end{aligned}$$

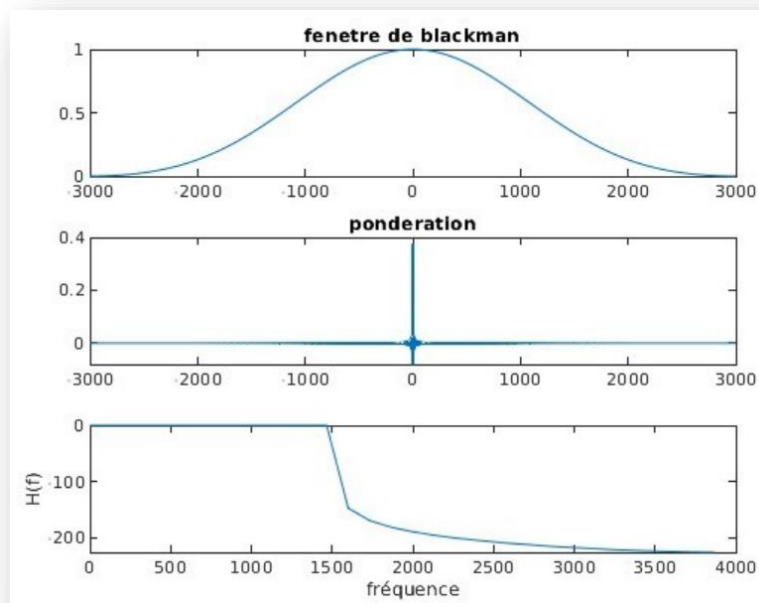


2. L'ordre du filtre RIF ainsi obtenu est :  $P = [-3000, 3000]$ , avec une longueur totale  $p=6000$
3. Pondérez cette réponse impulsionnelle par les fenêtres rectangulaire et de Blackman.

- ✖ Nous avons appliqué une fenêtre rectangulaire de longueur  $p=6000$ .



- ✖ Nous avons appliqué une fenêtre de Blackman de longueur  $p=30$ .

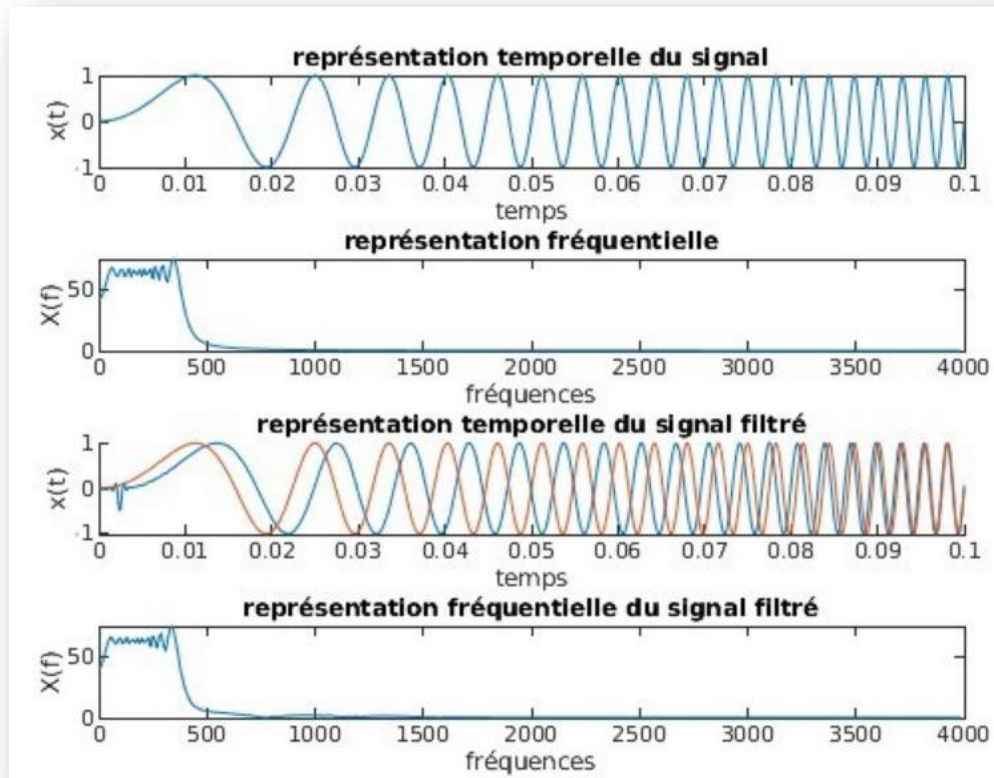


\*Le code est ci-dessous dans les annexes

4. Le filtre qui nous paraît être le plus efficace et le plus intéressant.

Le filtre le plus efficace est celui de **Blackman**, car il répond au gabarit avec un ordre de seulement **20** (nous avons choisi une fenêtre de Blackman de longueur  $p=30$  dans notre traçage), bien plus compact comparé au filtre rectangulaire, qui nécessite un ordre élevé de **4000** (nous avons choisi une fenêtre rectangulaire de longueur  $p=6000$  dans notre traçage) pour satisfaire les mêmes critères. Ainsi, le filtre de Blackman est non seulement plus performant mais aussi plus économique en termes de ressources.

5. Filtrage du signal à l'aide du filtre choisi et la fonction Matlab **filter**. Et le traçage de la représentation temporelle du signal de référence et du signal filtré.



\*Le code est ci-dessous dans les annexes

#### 6. Explication :

Le retard  $\tau$  peut être calculé comme :

$$\tau = P \cdot T_e$$

Où :

- $P$  est la moitié de la longueur du filtre (nombre de coefficients divisé par 2)
- $T_e$  est la période d'échantillonnage.

Dans notre cas :

$$P = 30 \text{ et } T_e = 1/8000\text{s} \quad \text{alors } \tau = 20 \cdot (1/8000)$$

$$\tau = 2.5\text{ms}$$

Commentaire :



Le retard observé est dû à la symétrie de la réponse impulsionnelle du filtre (filtrage linéaire à phase constante).

### III.2 Filtres à réponse impulsionnelle infinie (RII)

1. A partir du gabarit du filtre numérique, la gabarit du filtre analogique à synthétiser est :

$$\begin{aligned} \omega_{cn} &= 2\pi f_{cn} \\ \omega_{ca} &= (2/T_e) \cdot \tan(\omega_{cn}/2); \\ f_{ca} &= \omega_{ca}/(2\pi); \end{aligned}$$

Explication :

- Pulsation numérique ( $\omega_{cn}$ ) :

$$\omega_{cn} = 2\pi f_{cn}$$

- Pulsation analogique ( $\omega_{ca}$ ) :

$$\omega_{ca} = (2/T_e) \cdot \tan(\omega_{cn}/2)$$

- Fréquence analogique ( $f_{ca}$ ) :

$$f_{ca} = \omega_{ca}/2\pi$$

2. L'ordre du filtre analogique de type Butterworth satisfaisant le gabarit.

Donc l'ordre du filtre Butterworth satisfaisant le gabarit est **6** \*

\*Le code est ci-dessous dans les annexes.

On a :

- \*  $f_{cn} = 500\text{Hz} \Rightarrow$  (bande passante)
- \*  $\omega_{cn} = 2\pi f_{cn}$
- \*  $f_e = 8000$  et  $T_e = 1/f_e$
- \*  $\omega_{ca} = \frac{2}{T_e} \tan(\omega_{cn}/2)$
- \*  $f_{ca} = \frac{\omega_{ca}}{2\pi}$

---

- \*  $f_{cn} = 2500\text{Hz} \Rightarrow$  (bande atténuée)
- \*  $\omega_{cn} = 2\pi f_{cn}$
- \*  $\omega_{ca} = \frac{2}{T_e} \tan(\omega_{cn}/2)$
- \*  $f_{ca} = \frac{\omega_{ca}}{2\pi}$

---

$m_p = 1\text{dB} \Rightarrow$  (atténuation en bande passante)  
 $m_s = 72\text{dB} \Rightarrow$  (atténuation en bande atténuée)

donc :

$$f_0 = f_{cn} \left( \frac{1}{10^{m_p/20} - 1} \right)^{1/2N} \quad \left| \quad n = \frac{1}{2 \log_{10} \left( \frac{f_{ca}}{f_{cn}} \right)} \cdot \log_{10} \left( \frac{10^{m_s/20} - 1}{10^{m_p/20} - 1} \right) \right.$$



3. Coefficients de ce filtre Butterworth

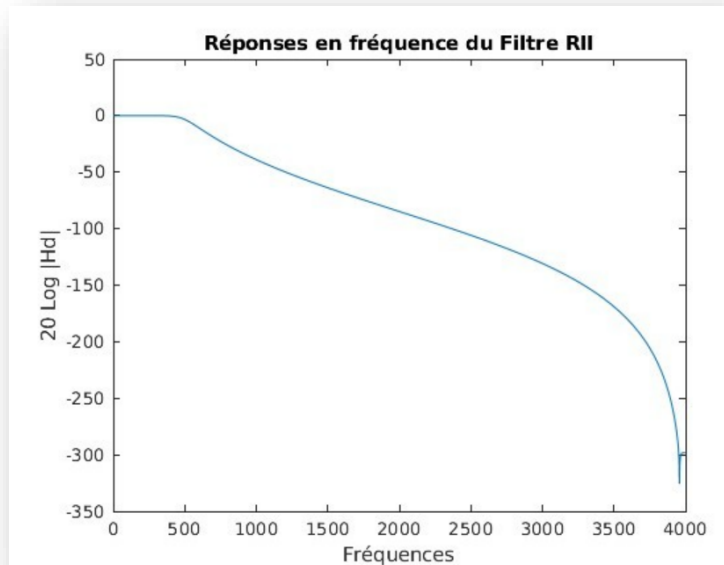
\*Le code est ci-dessous dans les annexes

4. Discrétisation ce filtre par transformation bilinéaire.

\*Le code est ci-dessous dans les annexes

5. Traçage la réponse en fréquence du filtre numérique.

\*Le code est ci-dessous dans les annexes



6. Filtrage le signal et répondre aux deux dernières questions de Section III.1.

\*Le code est ci-dessous dans les annexes

Le retard de ce filtre est égale  $(n/2) \cdot T_e = (n/2) \cdot (1/f_e)$  donc le retard :

$$3 \cdot (1/8000) = 0.000375s$$

## IV CHOIX DES FILTRES

- Temps de traitement minimal : *filtre RII*
- Déphasage entre les composantes fréquentielles inexistant : *filtre RIF à phase linéaire*
- Stabilité inconditionnelle du filtre : *un filtre RIF*

### Conclusion :

On remarque que le filtre RIF est plus efficace que le filtre RII car il assure une stabilité inconditionnelle et ne présente pas un déphasage entre les composantes fréquentielles, il est un filtre linéaire alors que le filtre RII offre juste un temps minimal du traitement qui ne présente pas un problème pour le filtre RIF son temps du traitement est acceptable.

## Annexes

Analyse du signal :

```
load('fichsig.mat');
%% II.1. Représentation temporelle du signal
N=length(sig);
Fe=8000;
Te=1/Fe;
t=(0:N-1)*Te;
% Tracé
figure;plot(t,sig);title('Représentation Temporelle')
xlabel('Temps (s)');ylabel('sig(t)')

%% II.2. Représentation Fréquentielle du signal
f=(0:N-1)/N*Fe-Fe/2;
S=abs(fftshift(fft(sig)));
figure;plot(f,S);title('Représentation Fréquentielle')
xlabel('Fréquences (Hz)');ylabel('Module nSpectre(f)')

%% II.3. Représentation Fréquentielle Echelle log
Slog=20*log10(S);
figure;plot(f,Slog);title('Représentation Temporelle Echelle logarithmique')
xlabel('Fréquences (Hz)');ylabel('20 log | Spectre | (dB)')
```

Synthèse de filtres :

```
p=[-3000:3000];
frect=ones(size(h));
hp=frect.*h;
[Hrec, freqr]=freqz(hp,1,6000,fe);

fblackman = blackman(length(h));
hb = fblackman'.*h;
[Hrb, freqb]=freqz(hb,1,6000,fe);

figure;
subplot(3, 1, 1);
plot(-3000:3000, frect), title('fenetre rectangulaire');
subplot(3, 1, 2);
plot(-3000:3000, hp), title('ponderation')
subplot(3, 1, 3);
plot(freqr,20*log10(abs(Hrec)));
xlabel('fréquence'),ylabel('H(f)');
```

Filtrage du signal à l'aide du filtre choisi et la fonction Matlab **filter**. Et le traçage de la représentation temporelle du signal de référence et du signal filtré :

```
sig_filtre=filter(hb1,1,sig);
fe=8000;
t=(0:N-1)/fe;
f=(0:N-1)/N*fe;
spectre=(fft(sig_ideal));
spectre1=fft(sig_filtre);
figure;
subplot(4,1,1);
plot(t,sig_ideal);
title('représentation temporelle du signal');xlabel('temps'); ylabel('x(t)');
subplot(4,1,2);
plot(f(1:N/2),abs(spectre(1:N/2)));
title('représentation fréquentielle');xlabel('fréquences'); ylabel('X(f)');
subplot(4,1,3);
hold on;
plot(t,sig_filtre);
plot(t,sig_ideal);
title('représentation temporelle du signal filtré');xlabel('temps'); ylabel('x(t)');
subplot(4,1,4);
plot(f(1:N/2),abs(spectre1(1:N/2)));
title('représentation fréquentielle du signal filtré');xlabel('fréquences'); ylabel('X(f)');
```

L'ordre du filtre analogique de type Butterworth satisfaisant le gabarit.

```
f1=500;
w1=2*pi*f1
fe=8000
Te=1/fe
w1a=(2/Te)*tan(w1/2)
f1a=w1a/(2*pi)
f2=2500;
w2=2*pi*f2
w2a=(2/Te)*tan(w2/2)
f2a=w2a/(2*pi)
ma=1;
mt=72;
f0=f1/((10^(ma/10)-1)^(1/(2*N)));
w0=2*pi*f0;
n=1/(2*log10(f2/f1)) * log10((10^(mt/10)-1)/(10^(ma/10)-1));
n=round(n);
```

Coefficients de ce filtre Butterworth

```
[z,p,k] = buttap(n);
```

```
[b,a] = zp2tf(z,p,k);
[bt,at] = lp2lp(b,a,w0);
```

Discretisation ce filtre par transformation bilinéaire :

```
[bd,ad] = bilinear(bt,at,fe);
```

Traçage la réponse en fréquence du filtre numérique.

```
[z,p,k] = buttap(n);
[b,a] = zp2tf(z,p,k);
[bt,at] = lp2lp(b,a,w0);
fe=8000;
[bd,ad] = bilinear(bt,at,fe);
[Hd,fd]=freqz(bd,ad,6000,fe);
figure;
plot(fd,20*log10(abs(Hd)));
title('Réponses en fréquence du Filtre RII')
xlabel('Fréquences');ylabel('20 Log |Hd|');
```

Filtrage le signal

```
sig_fil_rii=filter(bd,ad,sig);
fe=8000;
t=(0:N-1)/fe;
f=(0:N-1)/N*fe;
spectre=(fft(sig_ideal));
spectref=fft(sig_fil_rii);
figure;
subplot(4,1,1);
plot(t,sig_ideal);
title('représentation temporelle du signal');xlabel('temps'); ylabel('x(t)');
subplot(4,1,2);
plot(f(1:N/2),abs(spectre(1:N/2)));
title('représentation fréquentielle');xlabel('fréquences'); ylabel('X(f)');

subplot(4,1,3);
hold on;
plot(t,sig_fil_rii);
plot(t,sig_ideal);
title('représentation temporelle du signal filtré');xlabel('temps'); ylabel('x(t)');
subplot(4,1,4);
plot(f(1:N/2),abs(spectref(1:N/2)));
title('représentation fréquentielle du signal filtré');xlabel('fréquences'); ylabel('X(f)');
```