1　線形について

以下を満たす関数を線形写像という。

$$f(x+y) = f(x) + f(y) \tag{1}$$
$$f(ax) = af(x) \tag{2}$$

とくに $f(ax) = af(x)$ について。関数の外に a を出せる場合、線形であると考えれることは盲点である。

2　行列

2.1　正方行列

$n \times n$ の正方形の形をした行列のこと

2.2　対角行列

正方行列 $A = a_{ij}$ において、対角成分 (a_{ii}) 以外がすべて 0 であるような行列を対角行列とよぶ

2.3　実対称行列

$m \times n$ 行列 A に対して、$a_{ij} = a_{ji}$ が成り立つ場合、対称行列とよぶ

2.4　反対称行列、交代行列

$A^T = -A$

2.5　転置行列

(m, n) 行列の縦横を逆にした (n, m) 行列を A の転置行列という

2.6　複素共役行列

行列 $A = a_{ij}$ の各成分を、共役複素数で置き換えた行列 $\bar{A} = (\bar{a}_{ij})$ を複素共役行列という。

2.7　直行 (orthogonal)

$$\mathrm{U}^{\mathrm{T}}\mathrm{U} = \mathrm{I}$$

$$U^T U U^{-1} = U^{-1} U^T = U^{-1}$$

2.8　正則行列

n 次行列 A に対し、$XA = AX = E$ となる行列 X （逆行列） が存在するとき、A を正則行列という。A が正則ならば逆行列は一つしか無い。

2.9　随伴行列、エルミート行列

複素共役を取って転置した $\bar{A}^T$ を A の随伴行列と呼ぶ。特に正方行列が $A = A^*$ を満たす場合、A をエルミート行列と呼ぶ。特に実エルミート行列を実対称行列と呼ぶ。

$$A = \overline{A}^T = A^*$$

2.10　ユニタリ行列

正方行列 A が $A^*A = E$ をいたす場合、A をユニタリ行列と呼ぶ。特に実ユニタリ行列を直交行列と呼ぶ。

3　誤差逆伝播法

誤差関数は

$$E_n = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{m}(y_k(\boldsymbol{x}) - d_j)^2 \tag{3}$$

ここで m は出力層のノード数（出力値の次元数）を表す。ネットワークの訓練は、この誤差関数が最小値（極小）を持つように重み係数を設定することである。そのために勾配降下法では

$$w \leftarrow w - \eta\nabla E \tag{4}$$

として、現時点での誤差関数の勾配を使って重みの更新を行う。

第 ℓ 層の重み w_{ji}^{ℓ} についての勾配を計算する。誤差関数は

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{m}\left(f\left(w_{kj}^{(\ell)}z_j^{(\ell)}\right) - d_j\right)^2 && (5)\\ &= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{m}\left(f\left(w_{kj}^{(\ell-1)}f\left(w_{ji}^{(\ell-1)}z_i^{(\ell-2)}\right)\right) - d_j\right)^2 && (6)\\ & && (7) \end{aligned}$$