1 定义 1

1 定义

$$u_n$$
 收敛 v_n 收敛,则 $u_n + v_n$ 收敛
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^a} \begin{cases} a > 1$$
收敛
$$0 < a < 1$$
条件收敛
$$a < 0$$
发散

2 反常积分审敛

$$\sum \frac{1}{n^{p}}$$
 $p > 1$ 绝
$$0 条
$$p \le 0$$
散
$$(1)$$
无穷区间的反常积分
$$\int_{1}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{x^{p}} : \text{在 } p > 1$$
 时收敛,在 $p \le 1$ 时发散;
$$(2)$$
无界函数的反常积分
$$\int_{0}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{x^{p}} (\text{奇点 } x = 0) : \text{在 } p < 1$$
 时收敛,在 $p \ge 1$ 时发散.$$

3 收敛区间

缺项级数 $\lim_{n\to\infty} |\frac{u_{n+1}(x)}{u_n(x)}|$ 带上 x 完项级数不带 x

4 级数求和

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -\ln(1-x), x \in [-1, 1)$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}, x \in (-1, 1)$$

5 傅里叶级数

$$f(x) \sim S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l})$$

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^{l} f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx (n = 0, 1, 2, ...) \\ b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^{l} lf(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx (n = 1, 2, 3, ...) \end{cases}$$