



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

"МИРЭА - Российский технологический университет"

РТУ МИРЭА

Институт информационных технологий
Кафедра математического обеспечения и стандартизации ИТ

ОТЧЕТ
ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №2.5: Основные алгоритмы работы с графами.
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
« СТРУКТУРЫ И АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ »

Выполнил студент группы ИКБО-01-21

Маров Г.А.

Принял старший преподаватель

Туманова М.Б.

Практическая
выполнена

работа «17» октября 2022 г.

(подпись студента)

«Зачтено»

« » сентября 2022 г.

(подпись руководителя)

Москва 2022

Цель: Получить знания и навыки работы с графами. Написать программу для поиска минимального расстояния между вершинами с помощью метода Беллмана-Форда и протестировать её на практике.

Ход работы

Индивидуальный вариант (24): Нахождение кратчайшего пути методом Беллмана-Форда.

Математическая модель решения:

Метод состоит из трех шагов:

1. На этом шаге инициализируются расстояния от исходной вершины до всех остальных вершин, как бесконечные, а расстояние до самого `src` принимается равным 0. Создается массив `dist[]` размера $|V|$ со всеми значениями равными бесконечности, за исключением элемента `dist[src]`, где `src` — исходная вершина.
2. Вторым шагом вычисляются самые короткие расстояния. Следующие шаги нужно выполнять $|V|-1$ раз, где $|V|$ — число вершин в данном графе.
 - Произведите следующее действие для каждого ребра $u-v$:
Если $\text{dist}[v] > \text{dist}[u] + \text{вес ребра } uv$, то обновите $\text{dist}[v]$
$$\text{dist}[v] = \text{dist}[u] + \text{вес ребра } uv$$
3. На этом шаге сообщается, присутствует ли в графе цикл отрицательного веса. Для каждого ребра $u-v$ необходимо выполнить следующее:
 - Если $\text{dist}[v] > \text{dist}[u] + \text{вес ребра } uv$, то в графе присутствует цикл отрицательного веса.

Идея шага 3 заключается в том, что шаг 2 гарантирует кратчайшее расстояние, если граф не содержит цикла отрицательного веса. Если мы снова переберем все ребра и получим более короткий путь для любой из вершин, это будет сигналом присутствия цикла отрицательного веса.

Как это работает? Как и в других задачах динамического программирования, алгоритм вычисляет кратчайшие пути снизу вверх. Сначала он вычисляет самые короткие расстояния, то есть пути длиной не более, чем в одно ребро. Затем он вычисляет кратчайшие пути длиной не более двух ребер и так далее. После i -й итерации внешнего цикла вычисляются кратчайшие пути длиной не более i ребер. В любом простом

пути может быть максимум $|V|-1$ ребер, поэтому внешний цикл выполняется именно $|V|-1$ раз. Идея заключается в том, что если мы вычислили кратчайший путь с не более чем i ребрами, то итерация по всем ребрам гарантирует получение кратчайшего пути с не более чем $i + 1$ ребрами.

Код программы с комментариями:

practice5.cpp:

```
#include <iostream>
#include <map>
#include <vector>
#include <string>
#include <iomanip>
#include <vector>
using namespace std;

// Class to represent a graph
class Graph {
private:
    int V;
    map<pair<string, string> , int> graph; // Map to store graph
    vector<string> vertices; // vector with all vertices
public:
    Graph(int vertices) {
        V = vertices; // No. of vertices
        for (int i = 0; i < V; i++) {
            string tmp;
            cout << "enter " << i + 1 << " vertex: ";
            cin >> tmp;
            this->vertices.push_back(tmp);
        }
    }

    // function to add an edge to graph
    void addEdge(string u, string v, int w) {
        graph[make_pair(u, v)] = w;
    }

    // utility function used to print the solution
    void printArr(map<string, int> dist) {
        cout << "vertex    distance from source" << endl;
        for (auto el : dist)
            cout << left << setw(20) << el.first << el.second << endl;
    }

    // The main function that finds shortest distances from src to
    // all other vertices using Bellman - Ford algorithm. The function
    // also detects negative weight cycle
    void BellmanFord(string src) {
        map<string, int> dist;

        // Step 1: Initialize distances from src to all other vertices
        // as ~inf
        for (string v : vertices)
            dist[v] = 10000000;
        dist[src] = 0;

        // Step 2: Relax all edges |V| - 1 times. A simple shortest
        // path from src to any other vertex can have at-most |V| - 1
```

```

// edges
for (int i = 0; i < V - 1; i++)
    // Update dist value and parent index of the adjacent vertices of
    // the picked vertex. Consider only those vertices which are still in
    // queue
    for (auto el : graph)
        if (dist[el.first.first] != 10000000 && dist[el.first.first] + el.second
        < dist[el.first.second])
            dist[el.first.second] = dist[el.first.first] + el.second;

// Step 3: check for negative-weight cycles. The above step
// guarantees shortest distances if graph doesn't contain
// negative weight cycle. If we get a shorter path, then there
// is a cycle.
for (auto el : graph)
    if (dist[el.first.first] != 10000000 && dist[el.first.first] + el.second <
    dist[el.first.second]) {
        cout << "Graph contains negative weight cycle";
        return;
    }

// print all distance
printArr(dist);
}
};
int main()
{
    cout << "enter amount of vertices: ";
    int n;
    cin >> n;
    Graph* graph = new Graph(n);
    cout << "enter amount of edges: ";
    int n_edges;
    cin >> n_edges;
    for (int i = 0; i < n_edges; i++) {
        cout << "--- entering " << i + 1 << " edge ---" << endl;
        string u, v;
        int w;
        cout << "enter 1st vertex: ";
        cin >> u;
        cout << "enter 2nd vertex: ";
        cin >> v;
        cout << "enter edge weight: ";
        cin >> w;
        graph->addEdge(u, v, w);
    }
    cout << "enter src vertex to use Bellman Ford alg: ";
    string src;
    cin >> src;
    graph->BellmanFord(src);
}

```

Тестирование

Тестирование программы приведено на рисунке 1.

```
Консоль отладки Microsoft Visual Studio
enter amount of vertices: 5
enter 1 vertex: 0
enter 2 vertex: 1
enter 3 vertex: 2
enter 4 vertex: 3
enter 5 vertex: 4
enter amount of edges: 8
--- entering 1 edge ---
enter 1st vertex: 0
enter 2nd vertex: 1
enter edge weight: -1
--- entering 2 edge ---
enter 1st vertex: 0
enter 2nd vertex: 2
enter edge weight: 4
--- entering 3 edge ---
enter 1st vertex: 1
enter 2nd vertex: 2
enter edge weight: 3
--- entering 4 edge ---
enter 1st vertex: 1
enter 2nd vertex: 3
enter edge weight: 2
--- entering 5 edge ---
enter 1st vertex: 1
enter 2nd vertex: 4
enter edge weight: 2
--- entering 6 edge ---
enter 1st vertex: 3
enter 2nd vertex: 2
enter edge weight: 5
--- entering 7 edge ---
enter 1st vertex: 3
enter 2nd vertex: 1
enter edge weight: 1
--- entering 8 edge ---
enter 1st vertex: 4
enter 2nd vertex: 3
enter edge weight: -3
enter src vertex to use Bellman Ford alg: 0
vertex      distance from source
0           0
1           -1
2           2
3           -2
4           1
```

Рисунок 1 - тестирование программы

Таким образом, по результатам тестирования видно, что программа работает корректно.

Вывод

В результате выполнения данной работы мной были освоены навыки работы с графами. Мной был изучен метод Беллмана-Форда для поиска кратчайшего расстояния между вершинами в взвешенном графе. Он был применён для решения заданий практической работы. Таким образом, мной был получен практический опыт использования метода.