

---

Задача 7. Разглеждаме обикновени графи. *Хроматично число* на граф  $G = (V, E)$  е минималният брой цветове, с които може да се оцветят върховете на графа по такъв начин, че за всяко ребро  $(u, v)$ , краищата му  $u$  и  $v$  са в различни цветове. Хроматичното число на  $G$  се бележи с  $\chi(G)$ .

Докажете, че за всеки граф  $G$  е вярно, че  $\chi(G) \leq \frac{1}{2} + \sqrt{2m + \frac{1}{4}}$ , където  $m$  е броят на ребрата на  $G$ .

Упътване: Имайте предвид, че върховете от всеки цвят са антиклика (с други думи, независимо множество). Иначе казано, оцветяването на върховете е разбиване на множеството от върховете на минимален брой антиклики. Докажете, че за всеки две от тези антиклики, между поне един връх от едната и поне един връх от другата трябва да има ребро. Какво следва от това?