Започнат на	Friday, 29 April 2022, 15:30
Състояние	Завършен
Приключен на	Friday, 29 April 2022, 15:58
Изминало време	28 мин. 30 сек.
Оценка	**11,75** от 12,00 (**98**%)

Въпрос **1**

Отговорен

2,00 от максимално 2,00 точки

Има ли поле F в което да бъде изпълнено свойството $27(1) = \underbrace{1 + \ldots + 1}_{27} = 0$?

- Възможно е да съществува такова поле.
- Характеристиката такова поле трябва да бъде 3.
- Вярно е, че полето $\mathbb{Z}_3$ трябва да се съдържа в такова поле F.
- Не е възможно такова поле F да бъде подполе на $\mathbb{C}$.
- Вярно е, че за произволни елементи a, b от такова поле F е изпълнено равенството $(a+b)^{27} = a^{27} + b^{27}$.

Въпрос **2**

Отговорен

2,00 от максимално 2,00 точки

Нека K е пръстен и I е подпръстен.

I е идеал на K, когато.......

(Отбележете всички верни твърдения)

Изберете едно или повече:

- [ ] \(K\) е поле и \(I\) е негово собствено подполе.
- [ ] \(\forall g,\) от \(K\) , е изпълнено \(gI=Ig\).
- [x] \(ar \in I,\ \ ra\in I,\) за всеки \(a\in I, r\in K\)
- [x] \(I=\texttt{Ker}(\varphi)\), където \(\varphi:K\rightarrow M\) е хомоморфизъм на пръстени.

Въпрос **3**

Отговорен

1,00 от максимално 1,00 точки

В пръстена на полиномите \(\mathbb{Z}_{7}[x]\) с коефициенти от полето \(\mathbb{Z}_{7}\) полиномът \(f(x)= \overline{4} x^5+\overline{5} x^3+\overline{2} x^2+x+\overline{3} \in \mathbb{Z}_{7}[x]\) е разделен на полинома \(g(x)= x+\overline{1}\) и е получено \(f(x)= g(x). q(x) +r(x)\), където \(q(x)\) е частното, а \(r\) е остатъкът. Пресметнете частното и остатъка.

\(q(x)= {}\) [4 (mod 7)] \(. x^4+{}\) [3 (mod 7)] \(. x^3+{}\) [2 (mod 7)] \(. x^2+{}\) [0 (mod 7)] \(. x+{}\) [1 (mod 7)] ,

\(r= {}\) [2 (mod 7)] .

Елементите от \(\mathbb{Z}_7\) са записани като \(\overline{k}\) или като \(k (mod 7)\).

Въпрос **4**

Отговорен

2,00 от максимално 2,00 точки

Дадена е системата $$\left|\begin{array}{cccc} x&\equiv& a&(\texttt{mod } 2)\\ x&\equiv& 2&(\texttt{mod } 3)\\ x&\equiv& 1&(\texttt{mod } 5)\\ \end{array} \right. $$

Системата има единствено решение по модул \(m=\)

[30]

, което може да се запише във вида \(k.a+s\), където \(k=\)

[15]

и \(s=\)

[26]

. *(запишете ги като неотрицателни числа, по-малки от* \(m\))

Въпрос **5**

Отговорен

2,00 от максимално 2,00 точки

Нека
$$
M = \{ a + b \sqrt[3]{5} + c \sqrt[3]{25} \, \vert \, a, b, c \in \mathbb{Q} \}.
$$

Отбележете верните твърдения.

Изберете едно или повече:

- [x] Ако $K\subset \mathbb{C}$ е пръстен, за който е изпълнено $\mathbb{Q}\subseteq K$ и $\sqrt[3]{5}\in K$, тогава е изпълнено че $M\subseteq K$.
- [ ] M е подполе на $\mathbb{Q}$.
- [x] Всеки ненулев елемент в M е обратим.
- [ ] Елементът $\alpha=625 - 20 \sqrt[3]{5}+50\sqrt[3]{25} \in M$ е делител на нулата.

Въпрос **6**

Отговорен

2,00 от максимално 2,00 точки

Нека с $A[x]$ е отбелязано множеството от полиноми с коефициенти от комутативен пръстен A и $f,g, h \in A[x]$

Отбележете твърденията, които винаги са верни.

Изберете едно или повече:

- [ ] Подмножеството от полиноми, които са от степен ненадминаваща 3, образува подпръстен на $A[x]$
- [x] Ако A е област на цялост, следователно $A[x]$ също е област на цялост.
- [ ] Ако $h=f+g$, следователно $\texttt{deg}(h)\geq \texttt{deg}(f)$
- [x] Ако A е поле, тогава обратимите елементи в $A[x]$ са всички полиноми от степен нула.

Въпрос **7**

Отговорен

0,75 от максимално 1,00 точки

Извършете написаните действия в полето \(\mathbb{Z}_{17}\) от класовете остатъци по модул \(17\):

\(\overline{12} +\overline{13} -\overline{3}=\) 5 (mod 17)

\(\overline{12} .\overline{7} +\overline{15}=\) 14 (mod 17)

\(\overline{12}^{-1}=\) 0 (mod 17)

\(\overline{7}:\overline{12}=\) 2 (mod 17)

Елементите от \(\mathbb{Z}_{17}\) са записани като \(\overline{k}\) или като \(k (mod 17)\).

◄ тест 1, част 2

Отиди на ...

тест 2, част 2 ►