

In[113]:=

```
(* Брой възли *)
n = 20;

(* Инициализация на възлите
    $x_i$   $i \in [0:n]$  в интервала в  $[0,1]$  *)
Do[x[i] = i / n, {i, 1, n - 1}];
x[0] = 0;
x[n] = 1;

(* Дефиниране на функции f, q и точното решение Y *)
f[t_] := - (t^2 + 2) * E^(-t);
q[t_] := (t + 1);
Y[t_] := t * E^(-t);

(* Запазване на стойности на
   съответните функции във възлите *)
Do[Q[i] = q[x[i]], {i, 0, n}];
Do[F[i] = f[x[i]], {i, 0, n}];

(* Разстоянието,
   което е еднакво (равноотдалечени възли) *)
Δ = 1 / n;

(* Пълна кубична интерполация ще използваме *)
d[0] = f'[x[0]];
d[n] = f'[x[n]];

(* Дефиниране на коефициенти от дясната страна *)
Do[
  d[i] = (Δ / 6) * F[i - 1] + ((2 * Δ) / 3) * F[i] + (Δ / 6) * F[i + 1],
  {i, 1, n - 1}];

(* Дефиниране на коефициентите
   в тридиагоналната матрица *)
Do[a[i - 1] = (6 - (Δ^2) * Q[i - 1]) / (6 * Δ), {i, 1, n + 1}];
Do[b[i] = - (6 + 2 * (Δ^2) * Q[i]) / (3 * Δ), {i, 0, n}];
```

```
Do[c[i + 1] = (6 - ( $\Delta^2$ ) * Q[i + 1]) / (6 *  $\Delta$ ), {i, -1, n - 1}];
```

```
(* Начална инициализация на  $\alpha_1$  и  $\beta_1$  *)
```

```
L[1] = -c[1] / b[1];
```

```
B[1] = d[1] / b[1];
```

```
(* Прав ход на прогонката *)
```

```
Do[ $\left\{ \begin{aligned} L[k] &= -\frac{c[k]}{(\mathcal{L}[k-1] * a[k] + b[k])}, \\ B[k] &= \frac{d[k] - a[k] * B[k-1]}{(\mathcal{L}[k-1] * a[k] + b[k])} \end{aligned} \right\}, \{k, 2, n - 1\}];$ 
```

```
(* Резултат от прогонката  $\{y_i\}_{i=0}^n$  *)
```

```
y[0] = 0;
```

```
y[n] =  $E^{(-1)}$ ;
```

```
Do[y[i] = L[i] * y[i + 1] + B[i], {i, n - 1, 1, -1}];
```

```
(* Дефинираме  $\{M\}_i \ i \in [0 \div n]$  *)
```

```
Do[M[i] = y[i] * Q[i] + F[i], {i, 0, n}];
```

```
(*  $p_k(x) = s_n(x) \mid_{x \in [x_k, x_{k+1}]}$  *)
```

```
P[i_, t_] :=  
-  $\frac{(t - x[i])^3 * M[i + 1]}{6 * \Delta} + \frac{(t - x[i + 1])^3 * M[i]}{6 * \Delta} +$   
 $(t - x[i]) * \left( \Delta * \frac{M[i + 1] - M[i]}{6} + \frac{(y[i + 1] - y[i])}{\Delta} \right) +$   
 $y[i] - (\Delta)^2 * \frac{M[i]}{6};$ 
```

```
(* Сплайн функцията *)
```

```
S[t_] :=
```

```
Sum[If[t  $\geq$  x[i] && t  $\leq$  x[i + 1], P[i, t], 0], {i, 0, n - 1}];
```

```
(* Визуализация на сплайна *)
```

```
Plot[S[t], {t, 0, 1}, PlotRange  $\rightarrow$  All]
```

```
(* Визуализация на сплайна и точното решение *)
```

```
Plot[{Y[t], S[t]}, {t, 0, 1}, PlotRange -> All]
```

(* Визуализация на $y(x) - s_n(x)$ в $[0,1]$ - грешката *)

```
Plot[{Y[t] - S[t]}, {t, 0, 1}]
```



