1.3.7 Разрешими проблеми за контекстно-свободни езици

Проблемът за празнота

Function isEmpty$(G = (V, \Sigma, P, S))$

Marked := Σ

while $\exists A \to \alpha \in P : A \notin \text{Marked} \wedge \alpha \in \text{Marked}^*$ do

Marked := Marked $\cup \{A\}$

return $S \notin$ Marked

Изпълнено е т.т.к. $L(G) = \emptyset$

Проблемът за крайност

Дадено: гарматика $G = (V, \Sigma, P, S)$

Въпрос: $|L(G)| < \infty$?

Нека n е числото от Pumping лемата.

Наблюдение: $|L(G)| = \infty \Leftrightarrow \exists z \in L(G) : n \leq |z| < 2n$

Д-во:

$z \in L(G), n \leq |z| < 2n \longrightarrow$ Pumping лемата дава $|L| = \infty$.

Случай $|L(G)| = \infty$ да разгледаме $z \in L(G)$ с минимална $|z| \geq n$.

Да допуснем, че $|z| \geq 2n$.

$\xrightarrow{\text{Pumping лемата}} z = uvwxy,\ |vx| \geq 1,\ uwy \in L(G),\ |uwy| \geq n$.

Противоречие с минималността на $|z|$.

Проблемът за крайност

Дадено: грарматика $G = (V, \Sigma, P, S)$

Въпрос: $|L(G)| < \infty$?

Нека n е числото от Pumping лемата.

Изпълнено е: $|L(G)| = \infty \Leftrightarrow \exists z \in L(G) : n \leq |z| < 2n$

Пълно изчепване алгоритъм:

Проблемът за принадлежносттс за всички думи z с дължина $n \leq |z| < 2n$.

Време: $\mathcal{O}\left(8 \cdot 2^{3|V|} \cdot |\Sigma|^{2 \cdot 2^{|V|}}\right)$
!

Забележка: Има и по-ефективен алгоритъм.

Разрешими проблеми за DstackA

- Еквивалентност: $L(K_1) = L(K_2)$?

Неразрешими проблеми за CFG

- $L(G_1) \cap L(G_2) = \emptyset$? Нямат общи елементи
- $|L(G_1) \cap L(G_2)| = \infty$?
- $L(G_1) \cap L(G_2)$ контекстно-свободен?
- $L(G_1) \subseteq L(G_2)$?
- $L(G_1) = L(G_2)$?
- Нееднозначност: $\exists x \in L(G) : |\{\text{syntax tree}(x)\}| \geq 2$
- Дали $\overline{L(G)}$ е контекстно-свободен?
- Дали $L(G)$ е регулярен?
- Дали $L(G)$ е дет. контекстно-свободен?

Неразрешимост на $L(G_1) \cap L(G_2) = \emptyset$?

Разрешаваме PCP- Post Correspondence System

$K = (x_1, y_1) \cdots (x_k, y_k) \in (\{a,b\}^* \times \{a,b\}^*)^*$ с помощта на

disjoint(G_1, G_2):

Дефинираме $\Sigma = \{a, b, 1, \ldots, k\}$

$G_1 = (\{S\}, \Sigma, P_1, S)$,

$G_2 = (\{S\}, \Sigma, P_2, S)$, където

$P_1 = \{S \to iSx_i, S \to ix_i : i \in 1..k\}$

$P_2 = \{S \to iSy_i, S \to iy_i : i \in 1..k\}$

$L(G_1) = \{i_n \cdots i_1 x_{i_1} \cdots x_{i_n} : i_\ell \in 1..k\}$

$L(G_2) = \{i_n \cdots i_1 y_{i_1} \cdots y_{i_n} : i_\ell \in 1..k\}$

$L(G_1) \cap L(G_2) \neq \emptyset$ т.т.к..

$\exists i_1, \ldots i_n : x_{i_1} \cdots x_{i_n} = y_{i_1} \cdots y_{i_n}$ т.т.к. K има решение.