ДОМАШНА РАБОТА № 1

1 зад. Дадени са векторите $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$, за които $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 1, |\vec{c}| = 2$ , $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{2}$, $\sphericalangle(\vec{c}, \vec{b}) = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{c}) = \frac{\pi}{3}$. Нека $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ и $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$.

a) Да се докаже, че векторите $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ са линейно независими и да се намери обема на тетраедъра *OABC*;

b) Нека точките $M$, $N$ и $P$ принадлежат съответно на отсечките *AB*, *BC* и *CA* като *AM:MB* = *BN:NC* = *CP:PA* = 2:1. Да се изразят векторите $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP}$ и $\overrightarrow{MP}$ като линейни комбинации на $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$;

c) Нека точката *G* е медицентърът на $\Delta ABC$. Да се докаже, че т.*G* е медицентърът и на $\Delta MNP$.

2 зад. Спрямо ОКС *K* = *Oxyz* в пространството са дадени точките

$A(3, 6, 1), B(-3, -3, -5)$ и $C(-1, -4, 3)$, които са върхове на $\Delta\, ABC$.

a) Да се намерят координатите на петата *H* на височината, спусната от върха *C* към страната *AB* на $\Delta\, ABC$. Намерете лицето на $\Delta\, ABC$;

b) Да се определи вида на триъгълника спрямо неговите ъгли.

3 зад. Спрямо ОКС *K* = *Oxyz* в пространството са дадени точките

$K(1, -2, -3), L(6, 8, 2), M(1, -1, 1), N(-5, -5, 3)$.

Намерете разстоянието между кръстосаните прави $KL$ и $MN$.