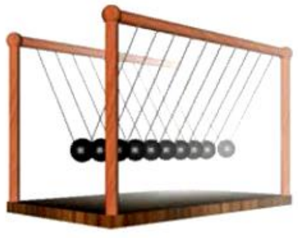
ТЕМА №13

Физика



Съдържание

Тема 13: Физика

- Плавност
- Вибрация
- Топане
- Свободно летене
- Скачане
- Вълни

Плавност

Физика

Физика в компютърната графика

- Създава чувство за реалност
- Поддържа естествено поведение на обектите

Често

- Физичните явления се моделират приближено – физически неточно, но визуално приемливо

Физични закони

Често използвани закони и явления

- Запазване на енергията
- Триене и съпротивления
- Привличане и гравитация
- Инерция

Движенията винаги са плавни

- Изключение – удар в твърдо тяло
  (ама и това изключение не е изключение)

Плавност

Плавни движения

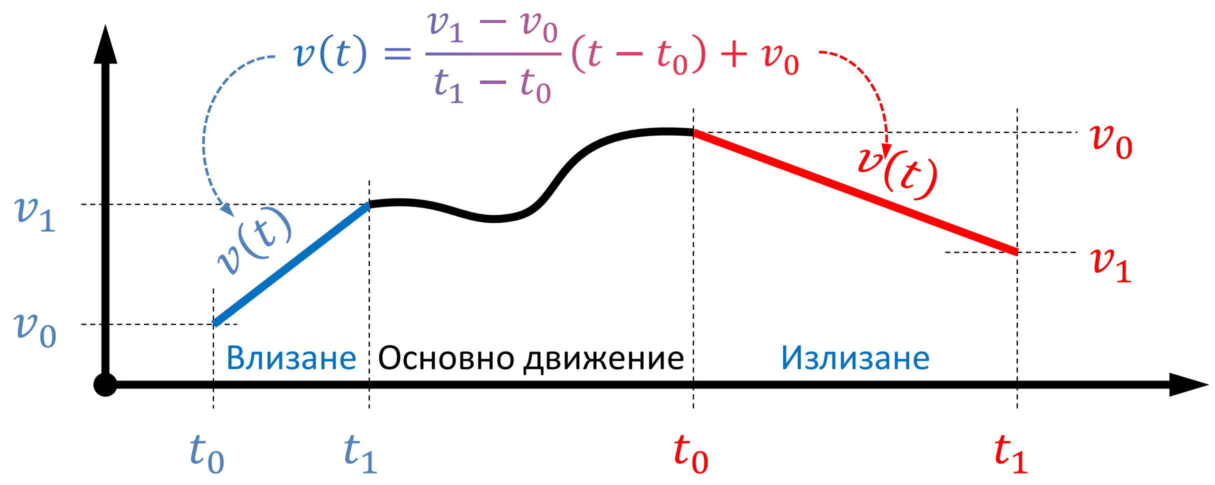
- Плавно тръгване и спиране
- Плавна промяна на разстояние

Реализация

- Линейна
- Полиномиална
- Експоненциална/логаритмична
- Тригонометрична

Линейна плавност

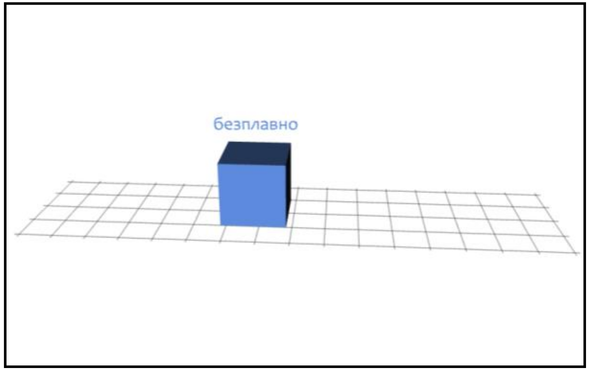
– Параметърът се променя линейно до достигане на желаната стойност

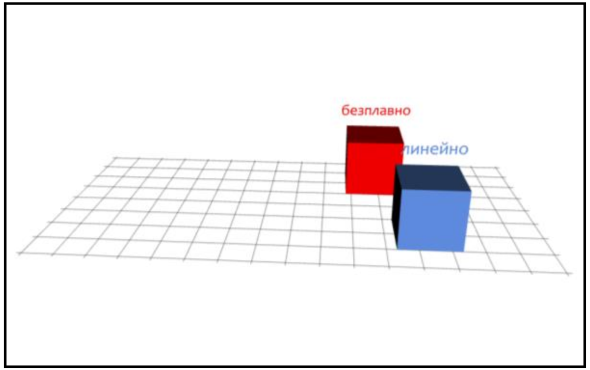


Пример

Засилване и спиране

– Без заглаждане
– С линейно заглаждане





Проблем

Проблем на линейната плавност

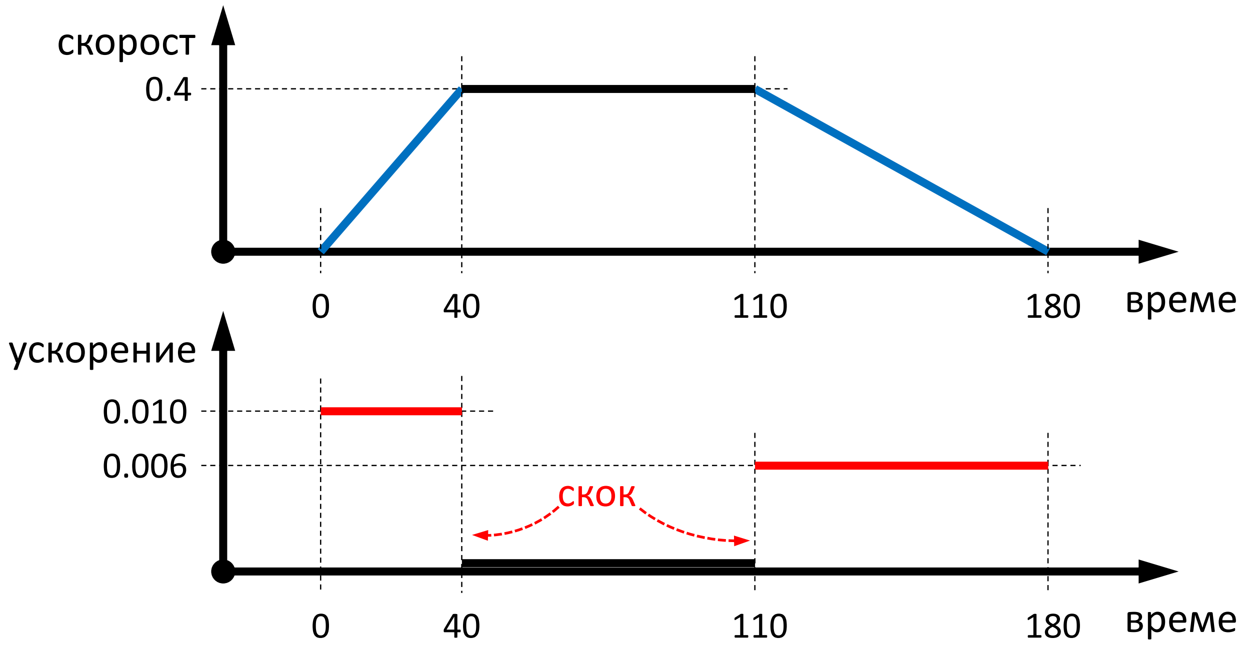
- Случва се да се възприема като не чак толкова естествена

Човек има инстинктивен усет към

- Пространството
- Първата му производна (скоростта)
- Втората му производна (ускорението)

В примера с линейната промяна

- Ускорението “скача” рязко
  (математически – не е непрекъснато)



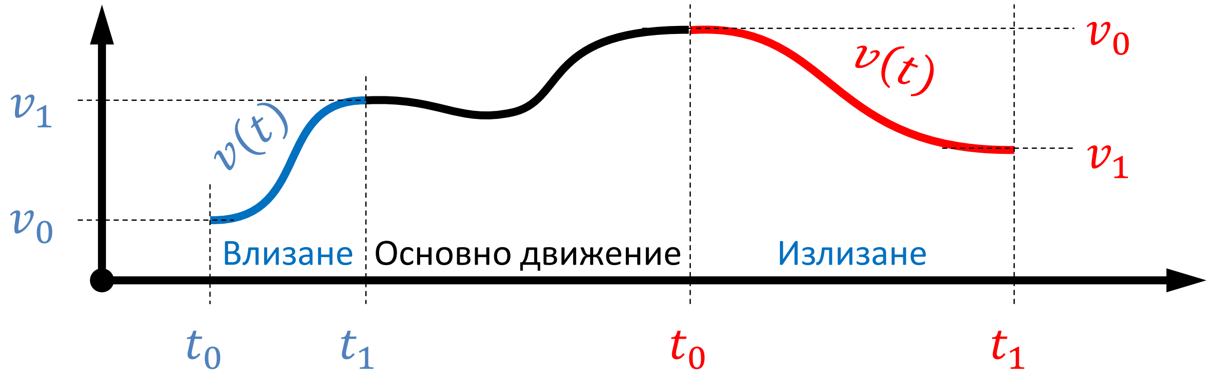
Нелинейна плавност

Нелинейна плавност

- Използваме друга функция за постигане на плавност
- Според конкретния случай избираме полиномиална, тригонометрична, експоненциална

Тригонометрична плавност

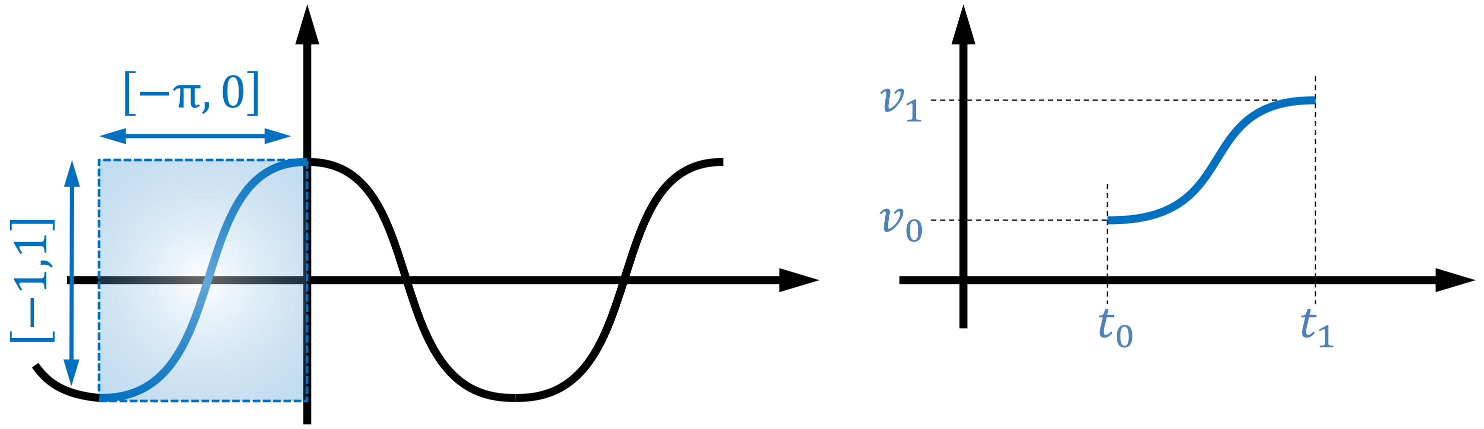
- Използваме фрагменти от $\cos x$
- Може и от $\sin x$, ако искаме да съгрешим



- Изрязваме желан фрагмент
- Трансформираме го до желаната форма

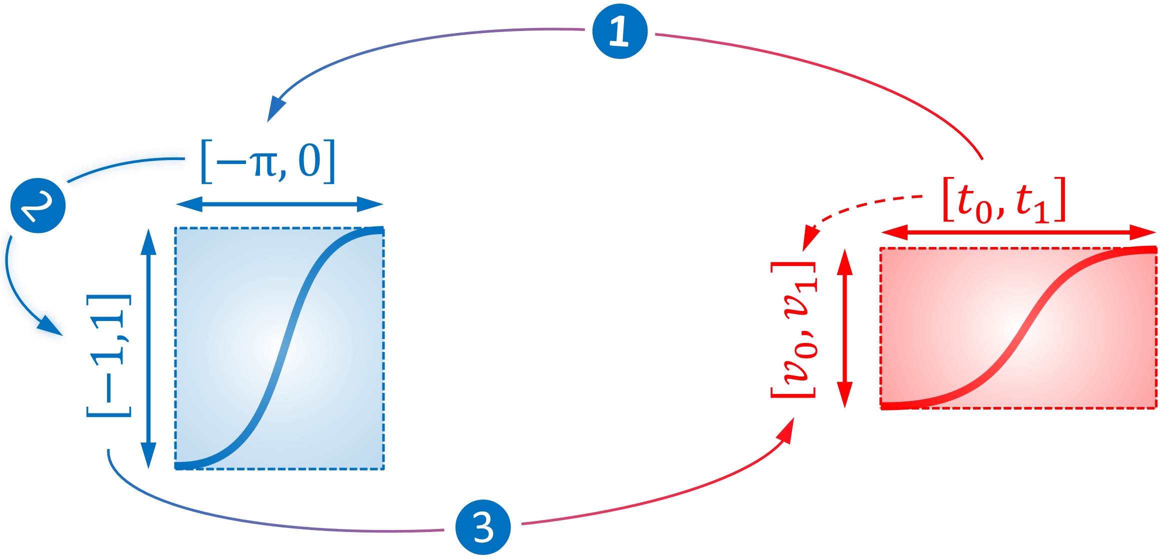
$$v(t) = \frac{1}{2}(v_1 + v_0) + \frac{1}{2}(v_1 - v_0)\cos\frac{t - t_0}{t_1 - t_0}\pi$$

като $v(t_0) = v_0$ и $v(t_1) = v_1$



Как намираме тази формула?

- Стъпка 1: $t \in [t_0, t_1]$ преобразуваме в $[-\pi, 0]$
- Стъпка 2: смятаме $\cos \in [-1,1]$
- Стъпка 3: резултатът преобразуваме във $[v_0, v_1]$



- Стъпка 1: $[t_0, t_1]$ в $[-\pi, 0]$

  $[t_0, t_1] \xrightarrow{-t_0} [0, t_1 - t_0] \xrightarrow{1/t_1 - t_0} [0,1] \xrightarrow{-1} [-1,0] \xrightarrow{\pi} [-\pi, 0]$

  (до тук имаме израза $\left(\frac{t-t_0}{t_1-t_0} - 1\right)\pi$, т.е. $\frac{t-t_1}{t_1-t_0}\pi$)

- Стъпка 2: $[-\pi, 0]$ в $[-1,1]$

  $[-\pi, 0] \xrightarrow{cos} [-1,1]$

  (изразът вече става $\cos\frac{t-t_1}{t_1-t_0}\pi$)

– Стъпка 3: $[-1,1]$ във $[v_0, v_1]$

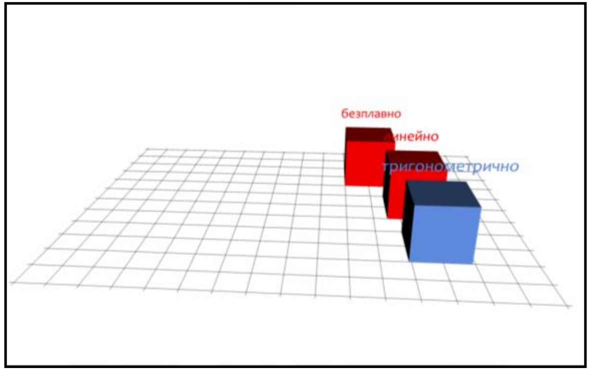
$$[-1,1] \xrightarrow{+1} [0,2] \xrightarrow{\frac{v_1 - v_0}{2}} [0, v_1 - v_0] \xrightarrow{+v_0} [v_0, v_1]$$

(така достигаме до израза $v_0 + \frac{1}{2}(v_1 - v_0)\left(1 + \cos\frac{t-t_1}{t_1-t_0}\pi\right)$)

– След механично преобразуване получаваме:

$$v(t) = \frac{v_1 + v_0}{2} + \frac{v_1 - v_0}{2} \cos \frac{t - t_1}{t_1 - t_0} \pi$$

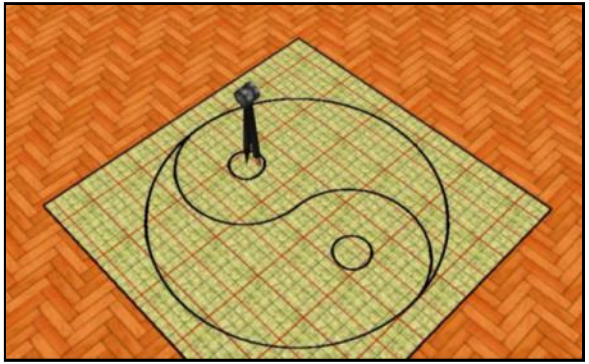
– Да сравним с линейно заглаждане



Пример

Пример с плавно движение

- Пергел рисуващ ин-ян



“Compass drawing Yin-Yang”
http://youtu.be/H4UfFBaWGVE

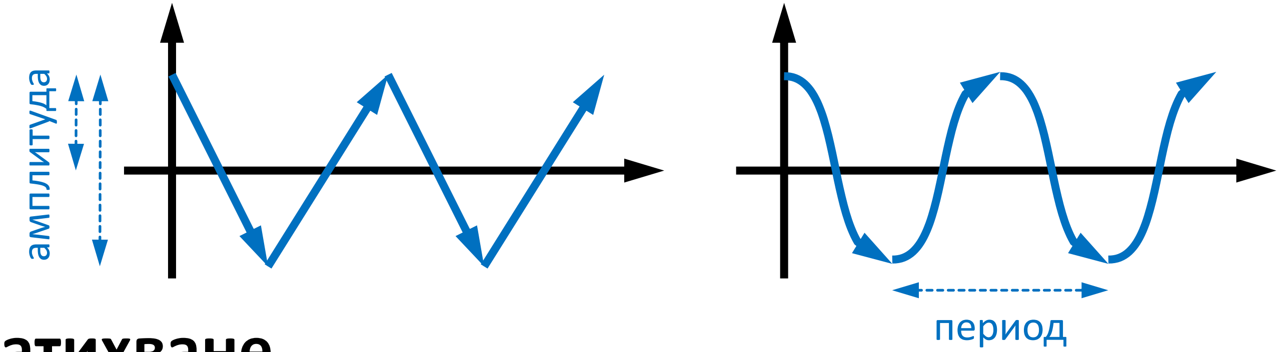
Вибрация

0:30

Вибрация

Вибрация – периодично трептене

- Амплитуда+период (дължина, честота)



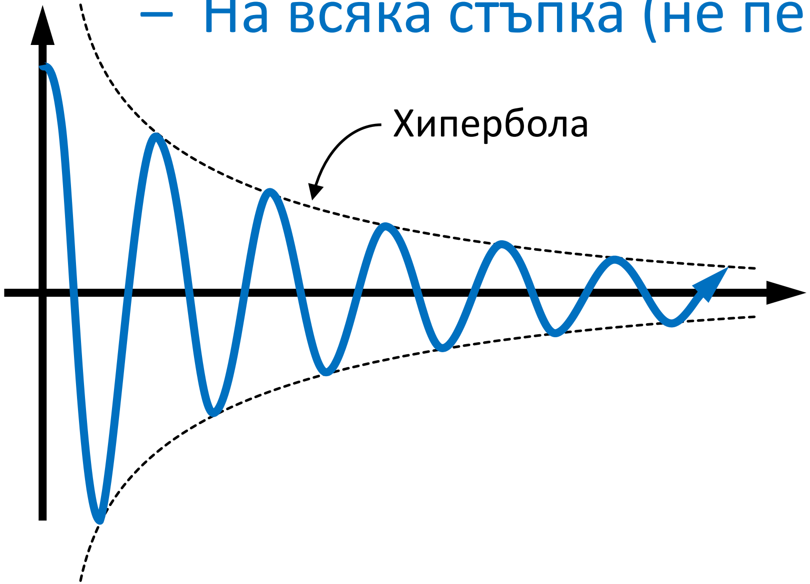
Затихване

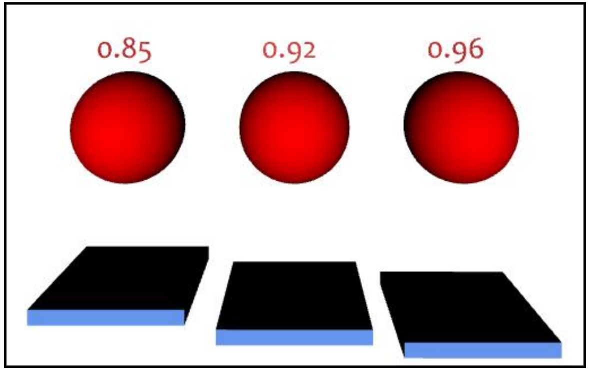
- Симулира загуба на енергия
- Ние си избираме как

Загуба на енергия

Най-често намаляване с коефициент

- Начална амплитуда a_0 и $0 \ll k < 1$
- На всяка стъпка (не период!) $a_i = ka_{i-1}$





Различни k според материята

- Близки до 1 – силно стегната материя
- Не толкова близки – еластична материя

Трептенето

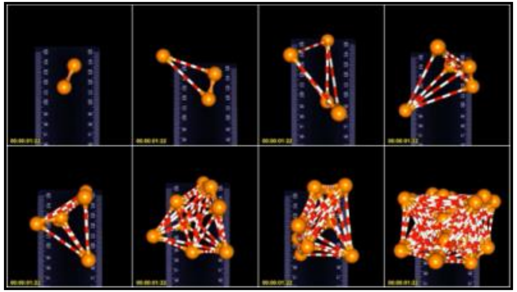
- Винаги го има, но не се вижда $a_i \approx 0$
- При удар сменяме текущата амплитуда

Изчаквам малко
за някаква реакция

Пример

Пример с вибрации

- Еластични системи
- Вибрация на секундната стрелка



“Lab experiments with elastic blobs”
http://youtu.be/lAlvYxAMoLk

“Being punished for the recess”
http://youtu.be/XfBdOg-p_zU

Топане

0:35

Топане

Физическа представа

- Падащ предмет с дадена скорост
- При удар векторът на скоростта се отразява

Топане

- Най-често с хоризонтална повърхност
- Обръщане на знака на z-компонентата на скоростта

Идеи за реализация

При физическа точност

- Използваме уравнения от балистиката
- Отчитаме маса, скорост и земно привличане

При симулация

- Можем да заменим топането с $\cos t$
- Физически грешно, но визуално приемливо

Формула на топането

– Може както със $\sin t$, така и с $\cos t$

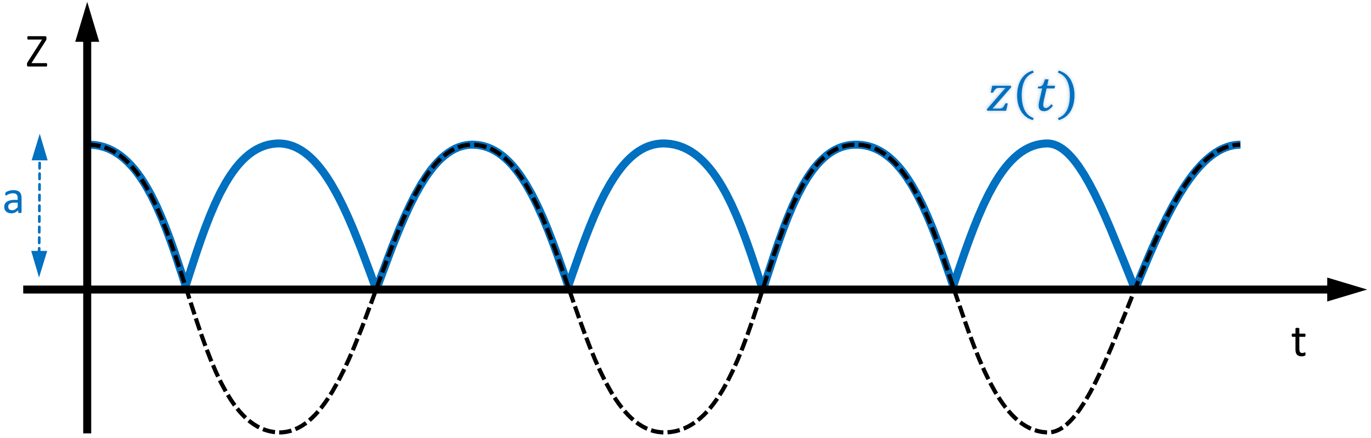
Отместване във времето

Абсолютна стойност

$$z(t) = a|\cos(bt + c)|$$

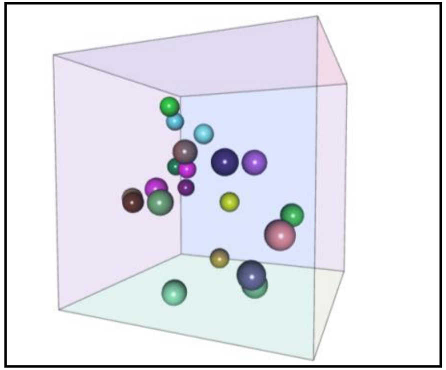
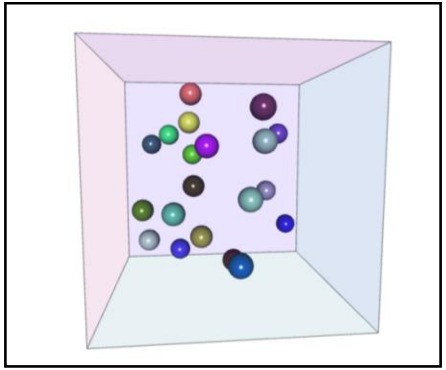
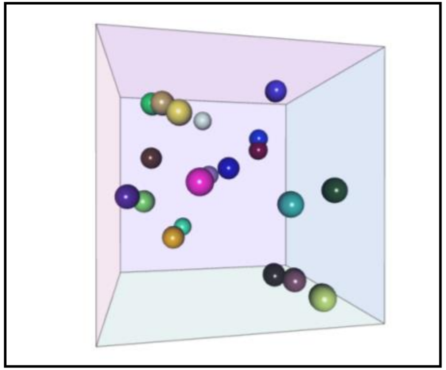
Амплитуда

Скорост на топане



Примери с топчета в куб

- Отблъскване от стени
- Симулиране на вертикално топане
- Топане с отблъскване

Свободно летене

0:45

Свободно летене

Изисквания

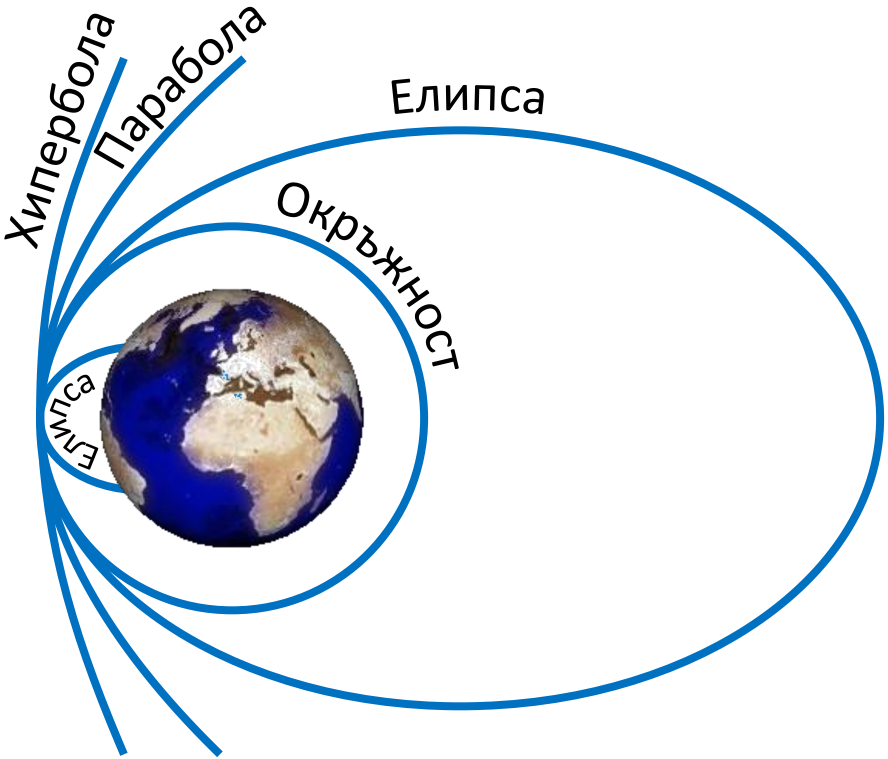
- Начално положение и скорост
- Влияние само на гравитацията

Частни случаи

- Балистика – колинеарна гравитация
  (т.е. безкрайно отдалечен център)
- Орбитална механика – точкова гравитация
  (т.е. крайно отдалечен)

Орбитална механика

– Траекториите са конични сечения



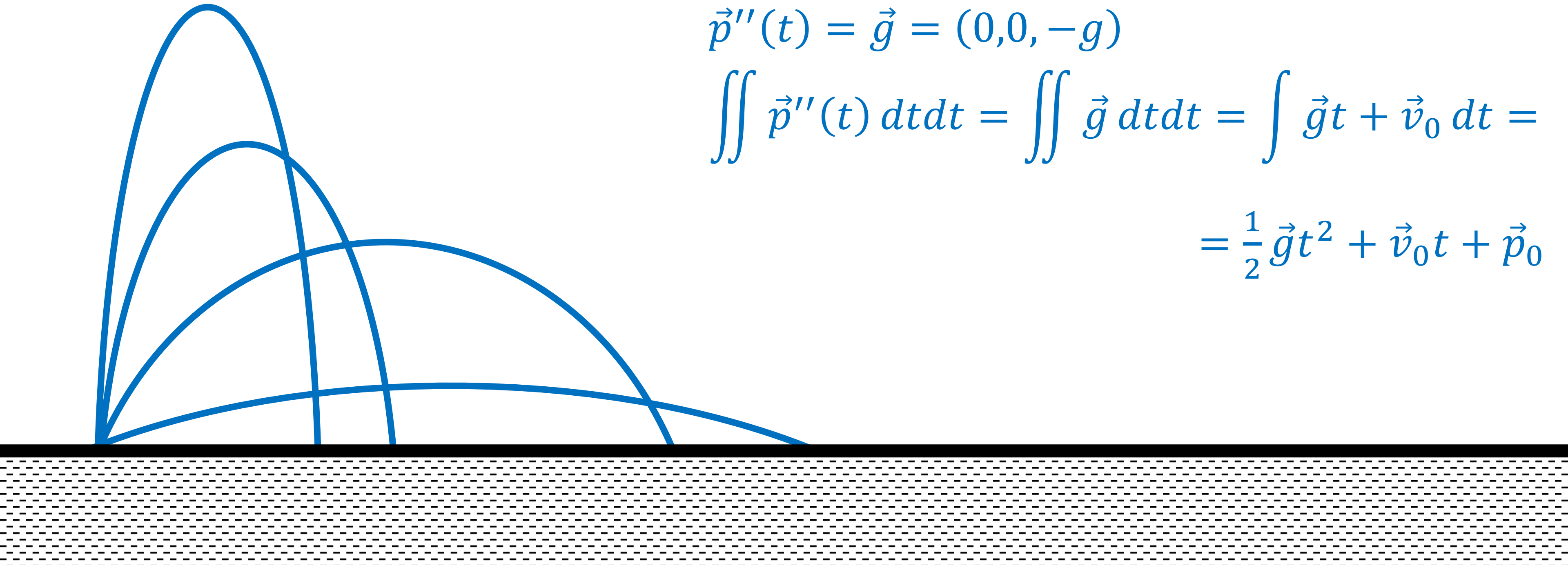
Балистика

- Траекториите са параболи
- Начална позиция $\vec{p}_0$, скорост $\vec{v}_0$ и земно ускорение $g \approx 9.81\, m/s^2$

$$\vec{p}''(t) = \vec{g} = (0,0,-g)$$

$$\iint \vec{p}''(t)\, dtdt = \iint \vec{g}\, dtdt = \int \vec{g}t + \vec{v}_0\, dt =$$

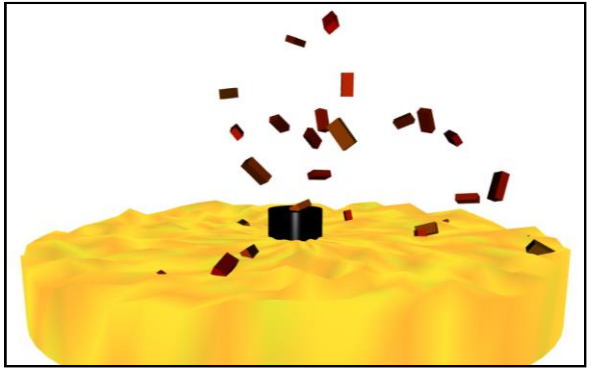
$$= \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{p}_0$$



Пример

Фонтан от тухли

- Тухли изригват в случайна посока
- Всяка се движи по парабола



Балистична парабола

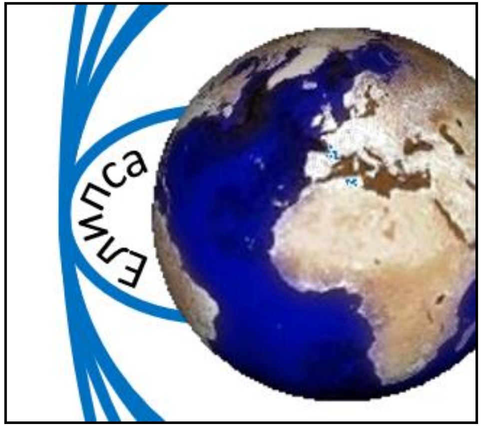
Изчисляване на параболата

- Чрез уравнението спрямо началните параметри
  $\vec{p}(t) = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{p}_0$
- Чрез постъпково изчисление спрямо текущите параметри, с риск от акумулиране на грешка
  $\vec{g} = const$
  $\vec{v}_i = \vec{v}_{i-1} + \vec{g}$
  $\vec{p}_i = \vec{p}_{i-1} + \vec{v}$

Задача за 2 бонус-точки

Най-вътрешната орбита е елипса

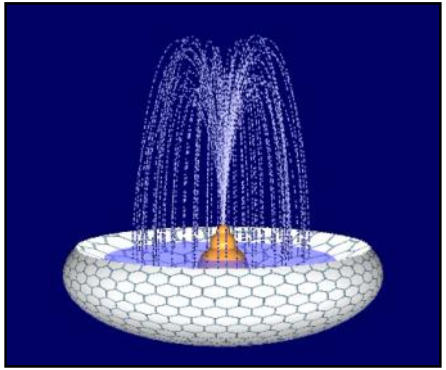
- Защо тогава като хвърлим тухла тя лети по парабола, а не по елипса?



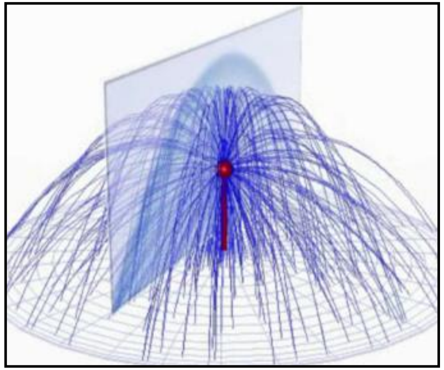
Примери

Балистични примери

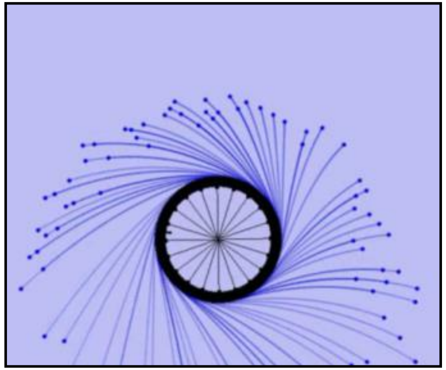
– Параболи апроксимирани с елипси, пръскалка във всички посоки и въртящо се мокро колело



“Water Fountain”
http://youtu.be/Z7HxlTALKTE



“Sprinkler”
http://youtu.be/CKSXVkjntXg



“Wet Wheel”
http://youtu.be/Y2pujOMQJcg

Скачане

0:50

Скачане

Моделиране на скачане

- По същество това е балистична крива
- Точен модел – с парабола
- Приближени модели – с елипса или с $\cos x$

При (пре-)скачане

- Обикновено се извършва в по-ранен момент спрямо евентуалния удар

Идея

Налични обекти

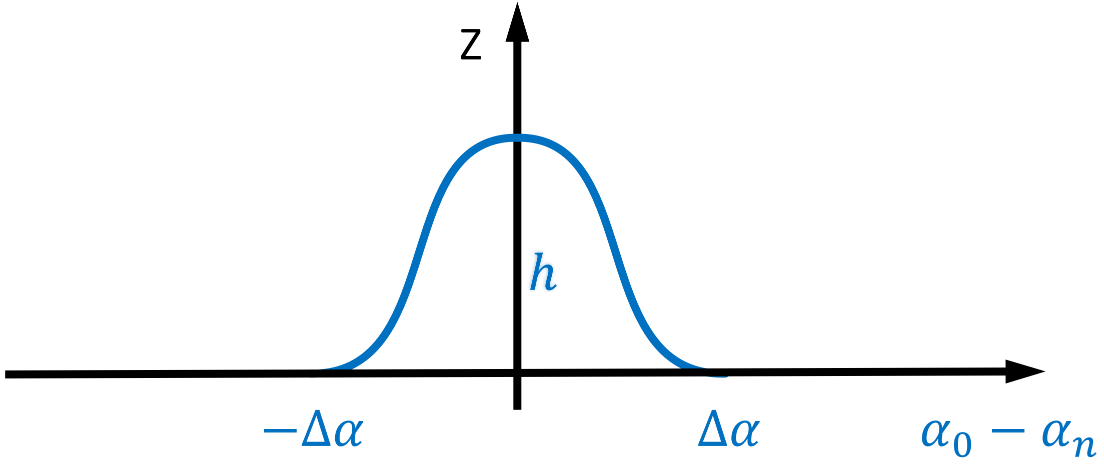
- Преграда, която се върти
- Обект, който я прескача

Идея за реализация

- Работим в полярни координати
- Ъгъл на обект α_0, на преграда α_n
- Когато двата ъгъла станат близки, обектът скача

Ще използваме хитрост

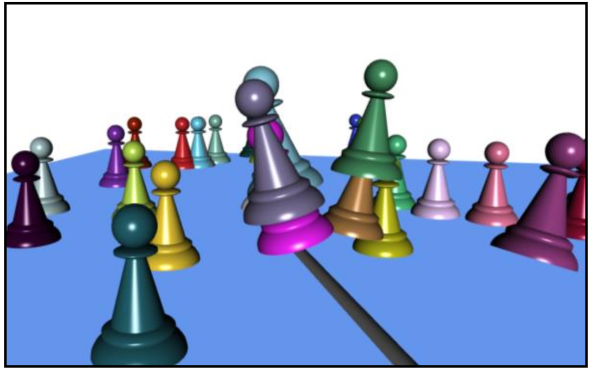
- Гледаме ъгловото разстояние $\alpha_0 - \alpha_n$
- Ако $-\Delta\alpha \leq \alpha_0 - \alpha_n \leq \Delta\alpha$ то $z(\alpha) = h\cos(\alpha_0 - \alpha_n)$
- Височината на скока е h, а $\Delta\alpha$ определя колко предварително се скача



Реализация

Много скачащи пешки

- Всяка се интересува единствено от ъгловото разстояние до преградата



Вълни

0:55

Задача

Модел на водна повърхност

- Има вълни (като в басейн
- Физически модел – прекалено сложен

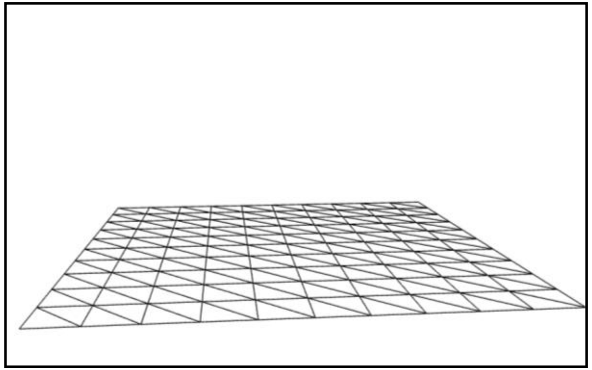
Опростен модел

- Мрежа от точки
- Точките се движат нагоре-надолу
- Движат се случайно, но не изцяло случайно

Реализация

Начална конструкция

- Имаме мрежа от точки
- Движение нагоре-надолу $y(t) = \sin t$
- Всички го правят заедно ☹

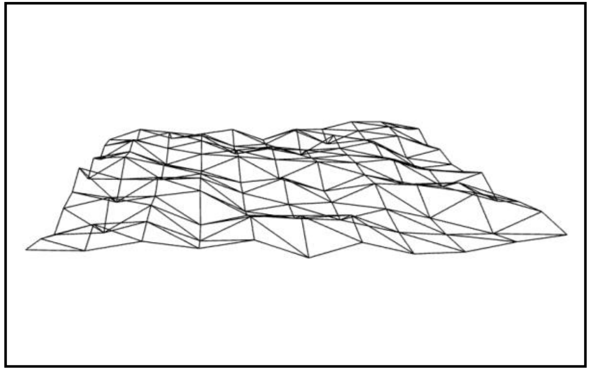


Подобрена (уж) конструкция

- Добавяме случайно отместване на синусоидата с число от 0 до 2π: $y(t) = \sin\big(t + \psi(2\pi)\big)$

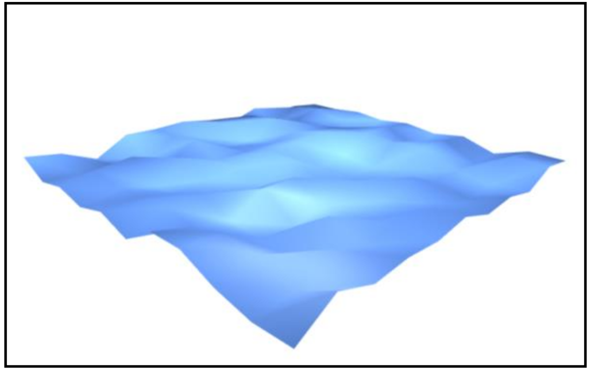
Не е грешка

- Резилтатът е хаотичен и се губи ролята на $\sin x$
- Ето го резилтатът



Последен вариант

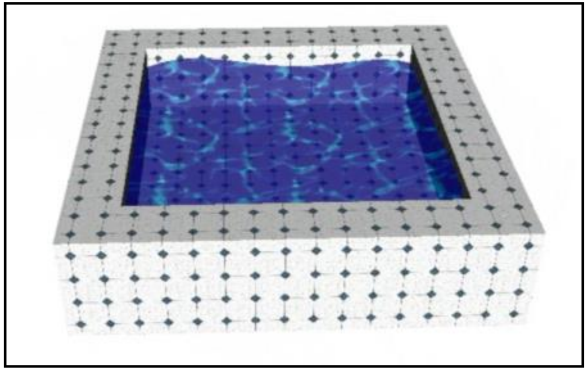
- Случайността се определя еднократно за всяка точка $\psi_{i,j} = \psi(2\pi)$
- При вълнение отместванията не се променят $z_{i,j} = \sin(t + \psi_{i,j})$
- Резултатът е по-приемлив



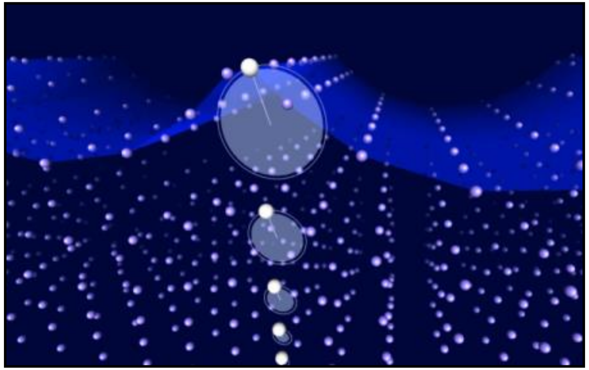
Пример

Пример с водни вълни

- Апроксимирана чрез сплайн-повърхнина
- Физичен модел на кръгово движение



“Water waves”
http://youtu.be/lx6XUzG0Dt4



“Water waves”
http://youtu.be/fSwKRiPf7VE

Хоризонтални вълни

Нова задача

- Модел на ливада с тревички
- Духа средно силен вятър

Идея

- Същата, като при вълните в басейн
- Но с допълнение: съседни тревички трябва да се вълнуват почти синхронно

Решение

Разглеждаме матрица от тревички

- Тревичка $T_{i,j}$ има отместване във времето $\Delta_{i,j}$
- За съседни треви, отместванията трябва да са близки (с точност ε)

$$\left|\Delta_{i,j} - \Delta_{i+1,j}\right| < \varepsilon$$
$$\left|\Delta_{i,j} - \Delta_{i,j+1}\right| < \varepsilon$$

- Не бива да забравяме, че тревичките се вълнуват двумерно, а не едномерно

Ако сме достатъчно луди

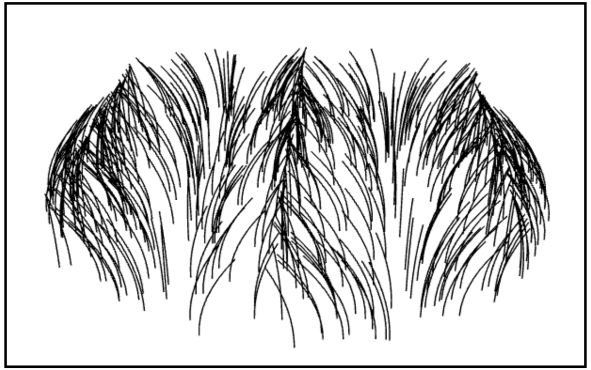
- Ще направим невидима водна повърхност
- Вертикалното водно отместване дава ъгловото отместване на тревичка
- За плавност вместо случайно начално отместване има отместване, зависещо от мястото на тревичката

$$\psi_{i,j} = a_\psi \sin\left(b_\psi i + c_\psi\right)$$

- Коефициентите избираме такива, че крайното отместване на тревичките да е каквото искаме

Резултат до момента

- Поглед отгоре на ливадата
- Отместванията са само по едно направление, защото в $\psi_{i,j} = a_\psi \sin(b_\psi i + c_\psi)$ участва i, но не и j

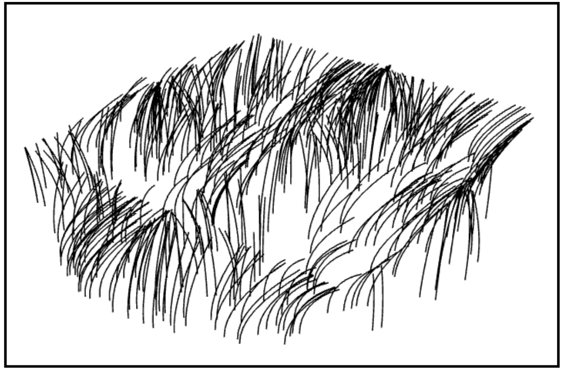


Хоризонталното отместване е в 2D

- Затова си правим още един невидим басейн, който дава другото отместване

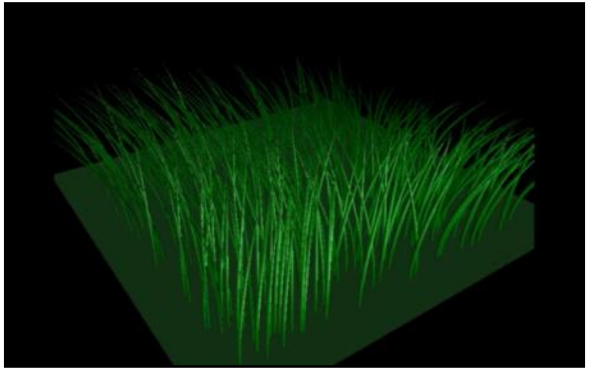
$$\varphi_{i,j} = a_\varphi \sin\left(b_\varphi i + c_\varphi\right)$$

- Отместванията са вече по две направления



Като сглобим всичко в едно

- Хоризонтални отмествания по X и Z
- Включена е сила на вятъра
- Свобода на избор къде и как участва
  (степен на наклона, отместване между съседни треви, …)



“Grass in the wind”
http://youtu.be/IMTZ1sTpcOw

Поуката

Поуката

За моделиране на физични явления

- Можем да използваме всякакви функции, ако не се търси точност

Основният гъдел е

- Да комбинираме познати функции, за да получим исканото поведение
- В тази лекция бяха показани само някои идеи от многото възможности

Въпроси?

)

Повече информация

[AGO2]	стр. 190-192
[BAGL]	стр. 154-161
[KLAW]	стр. 214-218
[LENG]	стр. 352-362, 389-395, 401-415
[PARE]	стр. 84-92, 283-291, 480-485

А също и:

- Trajectories and orbits
  http://history.nasa.gov/conghand/traject.htm

Край

(не си тръгвайте)

Край