Контролна 1 по ДИС1

01.12.2020

Задача 1. Пресметнете границите:

а.) (17 точки)

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2+n-6}{n^2-3n-10}\right)^n;$$

б.) (18 точки)

$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{n^3 - 7n^2 + 11}{n^3 + 2n^2 + 4n + 7} \right)^n.$$

Задача 2. Пресметнете границите:

a.) (17 точки)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(\cos(2x) + \sin(5x^2))}{x^2};$$

б.) (18 точки)

$$\lim_{x \to 0} \frac{(\cos(8x))^{\sin(3x)} - 1}{3x^3}.$$

Задача 3. (30 точки) Изследвайте за сходимост числовия ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \ tg \frac{x}{n^3},$$

където $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ е фиксирано число.

Екстра кредит

Задача 4. (25 точки) Докажете, че ако $n \in \mathbb{N}$, то

$$1^{2} + 3^{2} + 5^{2} + \dots + (2n - 1)^{2} = \frac{1}{3}n(4n^{2} - 1).$$