

## Смяна на базиса

Нека имаме  $e_1, \dots, e_n$  - базис на  $V$  над  $F$   
и  $v_1, \dots, v_n$  - друг базис на  $V$

$$v_1 = \lambda_{11}e_1 + \dots + \lambda_{n1}e_n$$

тогава  $T = T_{(e) \rightarrow (v)}$

$$v_n = \lambda_{1n}e_1 + \dots + \lambda_{nn}e_n$$

е матрица  
на прехода  
от  $(e)$  в  $(v)$

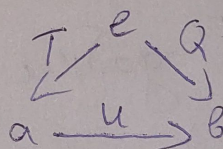
$$T = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \dots & \lambda_{nn} \end{pmatrix}$$

$\begin{matrix} v_1 & v_2 & & v_n \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow \end{matrix}$

Свойства:

- матрицата на прехода е обратима ( $T_{(e) \rightarrow (v)} \Rightarrow T_{(v) \rightarrow (e)}$ )
- всяка обратима матрица е матрица на прехода от базиса  $(e)$  към друг
- ако имаме 3 базиса  $(e)$ ,  $(a)$  и  $(v)$ , матриците на прехода работят по следния начин:

$$Q_{(e) \rightarrow (v)} = T_{(e) \rightarrow (a)} \cdot U_{(a) \rightarrow (v)}$$



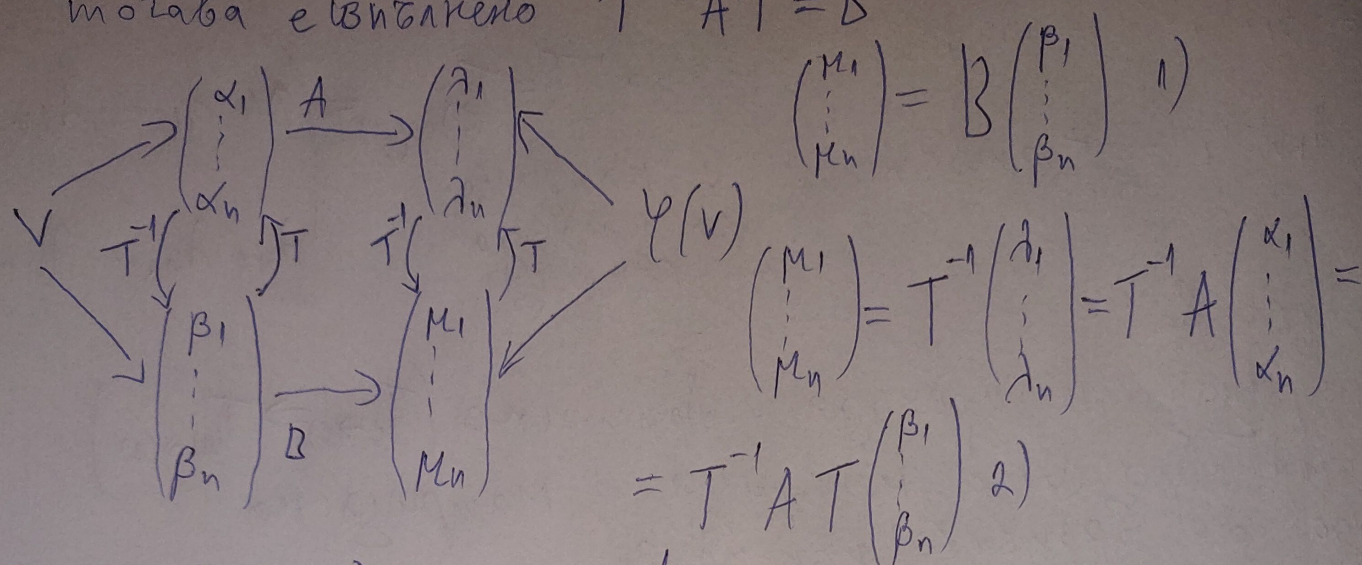
Аналогично на матрица на линейно изображение,  
ако имаме  $V = \lambda_1 e_1 + \dots + \lambda_n e_n = \mu_1 v_1 + \dots + \mu_n v_n$   
и  $T = T_{(e) \rightarrow (v)}$  тогава  $T \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$



06.11.82034

Т Нека  $\varphi: V \rightarrow V$  и имаме базиси  $(e)$  и  $(b)$   
и  $T = T_{(e) \rightarrow (b)}$ ,  $A$  - матрица на  $\varphi$  спрямо  $(e)$ ,  
 $B$  - матрица на  $\varphi$  спрямо  $(b)$ ,

тогава е изпълнено  $T^{-1}AT = B$



от 1) и 2)  $\Rightarrow B = T^{-1}AT$

Подобни матрици

$$A, B \in M_{n \times n}(F)$$

$A \sim B \Leftrightarrow \exists T \in M_{n \times n}(F)$  - обратима

и  $B = T^{-1}AT$

Свойства: (релация на еквивалентност)

—  $A \sim A$

—  $A \sim B \Rightarrow B \sim A$

—  $A \sim B$  и  $B \sim C \Rightarrow A \sim C$



дом: 82134

116

$f_A(\lambda) = \det(A - \lambda E)$  - характеристический полином  
если  $A \sim B \Rightarrow f_A(\lambda) = f_B(\lambda)$

Доказательство:

$$\begin{aligned} \det(B - \lambda E) &= \det(T^{-1}AT - \lambda E) = \det(T^{-1}AT - \lambda T^{-1}ET) = \\ &= \det(T^{-1}(A - \lambda E)T) = \det T^{-1} \cdot \det(A - \lambda E) \cdot \det T = \\ &= \det(A - \lambda E) \end{aligned}$$