1.3.3 Свойства на затвореност

Контекстно свободните езици са затворени относно

- обединение $\cup$
- конкатенация $\cdot$
- операцията звезда $*$

не са затворени относно

- сечение $\cap$
- допълнение $\overline{\cdot}$

Затвореност на CFG относно $\cup$

Да разгледаме

$G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S_1)$,

$G_2 = (V_2, \Sigma, P_2, S_2)$,

Нека $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ и

$G = (\{S\} \cup V_1 \cup V_2, \Sigma, \{S \to S_1, S \to S_2\} \cup P_1 \cup P_2)$.

Очевидно имаме

$L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$.

Затвореност на CFG относно $\cdot$

Да разгледаме

$G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S_1)$,

$G_2 = (V_2, \Sigma, P_2, S_2)$,

Нека $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ и

$G = (\{S\} \cup V_1 \cup V_2, \Sigma, \{S \to S_1 S_2\} \cup P_1 \cup P_2)$.

Ясно е, че

$L(G) = L(G_1) \cdot L(G_2)$.

Затвореност на CFG относно *

Да разгледаме

$G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S_1)$

и нека S_1 не участва в десните страни на P. И

$G = (\{S\} \cup V_1, \Sigma, \{S \to \varepsilon, S \to S_1, S_1 \to S_1 S_1\} \cup P_1 \setminus \{S_1 \to \varepsilon\})$.

Тогава

$L(G) = L(G_1)^*$.

НЕзатвореност на CFG относно $\cap$

Да разгледаме контекстно свободните езици

$L_1 = \{a^i b^j c^j : i, j > 0\}$

$L_2 = \{a^i b^i c^j : i, j > 0\}$.

$L_1 \cap L_2 = \{a^i b^i c^i : i > 0\}$ не е контекстно-свободен!

НЕзатвореност на CFG относно $\overline{\cdot}$

Да допуснем:

затвореност относно $\cup$ и $\overline{\cdot}$.

$\longrightarrow$

затвореност относно $\cap$.

$$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$$

Противоречие