

Контролна 1 по ДИС1
01.12.2020

Задача 1. Пресметнете границите:

а.) (17 точки)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 3n - 4}{n^2 - 5n + 6} \right)^n;$$

б.) (18 точки)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 - n^2 + 5n - 6}{n^3 + 5n^2 - 5n - 7} \right)^n.$$

Задача 2. Пресметнете границите:

а.) (17 точки)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(4x) + \sin(6x^2))}{x^2};$$

б.) (18 точки)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos(12x))^{\sin(10x)} - 1}{x^3}.$$

Задача 3. (30 точки) Изследвайте за сходимост числовия ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{x}{n^4},$$

където $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ е фиксирано число.

Екстра кредит

Задача 4. (25 точки) Докажете, че ако $n \in \mathbb{N}$, то

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2 = \frac{1}{3}n(4n^2 - 1).$$