14.12.16 | упр |

Зад 1 $A = \langle \mathbb{N}, c, f, r \rangle$ ← стр

$c^A = 1$

$f^A(n,m) = n+m+1$

$\langle m, n \rangle \in r^A$ равенств т.с.т.к. $n = m$

$\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}$ – да определим тези предикати

реш.: x и c – са термове течнат оценките

свободните пром. се определят от v-оценката

предиката е ∀ двойки ест. числа т.е $\{\langle a, b\rangle \mid a \in \mathbb{N}\} = \{\langle a, b\rangle \mid a = b\} = r^A$

формула с) (еда формула)

• $A, v \models r(x, c) \to \{1\}$

x, c – са термове треб да им пресметнем вредностите чрез които фор. c – определено от структурата т.е $\|c\|^A_v = 1$. удовлетворяват в предиката т.е. да

$\|x\|^A_v = v(x)$

изпълняват предикат P^A

• $r(c, f(x,x)) \to \{0\}$

$\|f(x,x)\|^A_v = f^A(v(x), v(x)) = 2v(x) + 1$ – от $f^A(n,m) = n+m+1$)

• $\{3\}$

$r(x, f(c,c))$

$\|f(c,c)\|^A_v = f^A(\underset{1}{v(c)}, \underset{1}{v(c)}) = 2\underbrace{v(c)}_{1}+1 = 2\cdot 1+1 = 3$

$x = 1, 1, 1.$

• $\{2\}$ $\exists y(r(x, f(\overset{1}{c}, \overset{\text{дава}}{y})) \wedge \varphi_0(y))$

$x = f^A(c^A, y)$ $\qquad r(x, f(c,y))$

$x = 1+y+1$ $\qquad x = f(c,y)$

$f(\underset{1}{c}, \underset{0 \text{ от } \varphi_0(y)}{y}) =$ от $f^A(n,m) = 1+0+1 = 2$

$x = 2$

$\{0\} \to r(c, f(\overset{0}{x}, x))$

$c = f(x, x)$

$f(x,x) = x + x + 1$

Зад. 2. $f^A(n) = n^2$ $\rightarrow$ $\{0\}, \{1\}$ определими $\{2\}\ \{3\}$ неопределими са

?. $\{0\}$ $r(x, f(x)) \land \neg \varphi_1(x) \rightarrow$ а v във

$x = f(x)$ 0 и 1 дават $f(2) = 4 \neq x$

$\hookrightarrow x \neq 1 \Rightarrow x = f(x)$ само ако

ако $x = 2$ то $f^2 \neq x$

т.е. $x = 0$ или 1

вземане 1 dave е 1

$\Rightarrow$ е 0

Хономорф. запазва операциите.

$h(n^2) = h^2(n)$

$h(f^A(n)) = f^A(h(n))$

$h(f^A(a_1, \ldots, a_n)) = f^B(h(a_1) \ldots h(a_n))$

$n = p_1^{d_1} p_2^{d_2} \ldots p_n^{d_n} \ldots$ – просто

$h(n) = p_2^{d_2} p_1^{d_1} \ldots p_n^{d_n} \ldots$

$h(n^2) = h(p_1^{2d_1} p_2^{2d_2} \ldots p_n^{2d_n} \ldots) = p_1^{2d_2} p_2^{2d_1} p_3^{2d_3} \ldots p_n^{2d_n} \ldots$

$|||$

$h^2(n) = h^2(p_1^{d_2} p_2^{d_1} p_3^{d_3} \ldots p_n^{d_n} \ldots) = p_1^{2d_2} p_2^{2d_1} p_3^{2d_3} \ldots p_n^{2d_n} \ldots$

$p_1 = 2$

$p_2 = 3$ $\Rightarrow \{2\}, \{3\}$ са неопределими док. от

Th за ком. $R \subseteq |A|^n$ $\langle a_1 \ldots a_n \rangle \in R$ т.с.т.к. $\langle h(a_1) \ldots h(a_n) \rangle \in R$

изпускане числата и нуло ни благоп. - автоморфизъм

Зад. 3 $2^N, p$

$\langle A, B, C \rangle \in p^A$ т.с.т.к. $C = A \cap B$

$\{\emptyset\}$ $\{N\}$; $\{\langle A, B \rangle \mid A \subseteq B\}$; $\{\langle A, B, C \rangle \mid C = B \cup A\}$

- $\{\emptyset\} \rightarrow \forall x\, p(x, y, y)$ $\emptyset \cap y = y$ т.е. $\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$

- $\{N\} \rightarrow \forall x\, p(x, y, x)$ $A = C$ $B = y$ $C = A \cap B$

- $\{\langle A, B \rangle \mid A \subseteq B\} \Longrightarrow A \cap B = A$ кога $A \subseteq B$ $\longrightarrow p(x, y, x)$

Трябва 2 свободни променливи

- $\{\langle A, B, C \rangle \mid C = B \cup A\} \rightarrow A \subseteq C \land B \subseteq C \,/\, \neg \exists D (D \subset C \land A \subseteq B \land B \subseteq D)$

$\forall D (A \subseteq B \land B \subseteq D \rightarrow C \subseteq D)$

$\varphi_{\subseteq}(A,C) \wedge \varphi_{\subseteq}(B,C) \wedge \forall D(\varphi_{\subseteq}(A,D) \wedge \varphi_{\subseteq}(B,D) \to \varphi_{\subseteq}(C,D))$

Зад. 4 б

$A - \mathbb{N} \cup \{L \mid L$ е списък от ест. числа$\}$

$\langle A, append, first, perm, tail \rangle$

$\mathbb{N}$, [ ], [a], [a, b], sublist

• $\mathbb{N}$: 1) $\neg\exists x\ tail(t, x)$ $t = x$ append y.

2) $\neg\exists x \exists y\ append(z, x, y)$ $\emptyset\ \emptyset$

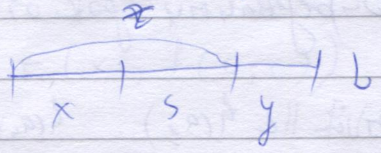
3) $\neg\exists x\ perm(x, y)$ → само списък е пермутация ⇒ нещата на perm е $\mathbb{N}$

• [ ]: 1) $\forall x\ append(x, \cancel{y}, x)$

2) $\neg\varphi_{\mathbb{N}}(x) \wedge \neg\exists y\ first(y, s)$

• [a]: $\exists x\ first(x, y) \wedge \exists z(tail(z, x) \wedge \varphi_{[\,]}(z))$

• sublist: $\exists x \exists y \exists z(append(x, s, z) \wedge append(z, y, b))$



• [a, b]