Типове и класове в Haskell

Трифон Трифонов

Функционално програмиране, 2023/24 г.

10-17 януари 2024 г.

Тази презентация е достъпна под лиценза Creative Commons Признание-Некомерсиално-Споделяне на споделеното 4.0 Международен (©Т) 🗟 О



В Haskell има два основни вида полиморфизъм.

• параметричен полиморфизъм — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин

- параметричен полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин
 - такива конструкции наричаме **генерични** (generic)

- параметричен полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин
 - такива конструкции наричаме **генерични** (generic)
 - параметризират се с типови променливи, които могат да приемат произволен тип за стойност

- параметричен полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин
 - такива конструкции наричаме **генерични** (generic)
 - параметризират се с **типови променливи**, които могат да приемат произволен тип за стойност
- ad hoc полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по специфичен начин

- параметричен полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин
 - такива конструкции наричаме **генерични** (generic)
 - параметризират се с типови променливи, които могат да приемат произволен тип за стойност
- ad hoc полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по специфичен начин
 - такива конструкции наричаме претоварени (overloaded)

- параметричен полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по универсален начин
 - такива конструкции наричаме **генерични** (generic)
 - параметризират се с типови променливи, които могат да приемат произволен тип за стойност
- ad hoc полиморфизъм възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по специфичен начин
 - такива конструкции наричаме претоварени (overloaded)
 - налагат механизъм за **разпределение (dispatch)**, който определя коя специфична реализация на конструкцията трябва да се използва в конкретен случай

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

• генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a
 - type Matrix a = [[a]]

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a
 - type Matrix a = [[a]]
 - type Dictionary k v = [(k, v)]

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a
 - type Matrix a = [[a]]
 - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове

3 / 29

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a
 - type Matrix a = [[a]]
 - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - length :: [a] -> Integer

3 / 29

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a
 - type Matrix a = [[a]]
 - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - length :: [a] -> Integer
 - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a
 - type Matrix a = [[a]]
 - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - length :: [a] -> Integer
 - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
 - repeated :: Integer -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a
 - type Matrix a = [[a]]
 - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - length :: [a] -> Integer
 - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
 - repeated :: Integer -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a
 - transpose :: Matrix a -> Matrix a

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a
 - type Matrix a = [[a]]
 - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - length :: [a] -> Integer
 - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
 - repeated :: Integer -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a
 - transpose :: Matrix a -> Matrix a
 - keys :: Dictionary k v -> [k]

- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a
 - type Matrix a = [[a]]
 - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - length :: [a] -> Integer
 - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
 - repeated :: Integer -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a
 - transpose :: Matrix a -> Matrix a
 - keys :: Dictionary k v -> [k]
 - [] :: [a]



- генерични типове, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - type UnaryFunction a = a -> a
 - type Matrix a = [[a]]
 - type Dictionary k v = [(k, v)]
- генерични функции, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - length :: [a] -> Integer
 - map :: (a -> b) -> [a] -> [b]
 - repeated :: Integer -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a
 - transpose :: Matrix a -> Matrix a
 - keys :: Dictionary k v -> [k]
 - [] :: [a]
 - константите са частен случай на функции (функции без параметри)

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

• претоварени константи



- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста

- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
 - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число

- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
 - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
 - maxBound е максималната стойност на ограничени типове

- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
 - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
 - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
 - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
 - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
 - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа

4 / 29

- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
 - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
 - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
 - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
 - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа

- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
 - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
 - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
 - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
 - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
 - == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци

- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
 - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
 - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
 - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
 - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
 - == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци
- претоварени функции

- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
 - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
 - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
 - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
 - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
 - == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци
- претоварени функции
 - elem може да търси елемент в списък от сравними елементи

- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
 - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
 - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
 - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
 - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
 - == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци
- претоварени функции
 - elem може да търси елемент в списък от сравними елементи
 - show може да извежда елемент, който има низово представяне



- претоварени константи
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
 - 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
 - maxBound е максималната стойност на ограничени типове
- претоварени операции
 - + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
 - / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
 - == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци
- претоварени функции
 - elem може да търси елемент в списък от сравними елементи
 - show може да извежда елемент, който има низово представяне
 - [from..to] може да генерира списък от последователни елементи от тип, в който имаме операции за следващ и предишен елемент

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове.

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

Примери:

• Еq е класът от типове, които поддържат сравнение

Класове от типове (typeclasses)

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

- Eq е класът от типове, които поддържат сравнение
- Ord е класът от типове, които поддържат линейна наредба

Класове от типове (typeclasses)

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

- Eq е класът от типове, които поддържат сравнение
- Ord е класът от типове, които поддържат линейна наредба
- Show е класът от типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ

Класове от типове (typeclasses)

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

- Ед е класът от типове, които поддържат сравнение
- Ord е класът от типове, които поддържат линейна наредба
- Show е класът от типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
- Num е класът на всички числови типове



Дефиниране на класове от типове

```
class <knac> < tunoba-променлива> where
  {<metod>{,<metod>} :: < tun>}
  {<metod> = <peaлизация-по-подразбиране>}
```

10-17 януари 2024 г.

Дефиниране на класове от типове

```
class <knac> < tunoba-променлива> where
  {<метод>{,<метод>} :: < tun>}
  {<метод> = < pеализация-по-подразбиране>}
```

Примери:

class Eq a where

```
(==), (/=) :: a -> a -> Bool

x /= y = not (x == y)

x == y = not (x /= y)
```

6 / 29

Дефиниране на класове от типове

```
class <knac> < tunoba-променлива> where
  {<metod>{,<metod>} :: < tun>}
  {<metod> = <peaлизация-по-подразбиране>}
```

Примери:

```
class Eq a where
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
  x /= y = not (x == y)
  x == y = not (x /= y)

class Measurable a where
  size :: a -> Integer
  empty :: a -> Bool
  empty x = size x == 0
```

10-17 януари 2024 г.

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме класово ограничение.

Дефиниция

Ако С е клас, а t е типова променлива, то С t наричаме класово ограничение. Множество от класови ограничения наричаме контекст.

10-17 януари 2024 г.

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме **класово ограничение**. Множество от класови ограничения наричаме **контекст**.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме класово ограничение. Множество от класови ограничения наричаме контекст.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

```
• elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
```

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме класово ограничение. Множество от класови ограничения наричаме контекст.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

- elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
- \bullet maximum :: Ord a => [a] -> a

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме класово ограничение. Множество от класови ограничения наричаме контекст.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

- elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
- maximum :: Ord a => [a] -> a
- (^) :: (Integral b, Num a) => a -> b -> a

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то C t наричаме класово ограничение. Множество от класови ограничения наричаме контекст.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

- elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
- maximum :: Ord a => [a] -> a
- (^) :: (Integral b, Num a) => a -> b -> a
- larger :: Measurable a => a -> a -> Bool
- larger x y = size x > size y



Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас е тип, за който са дефинирани методите на класа.



Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас е тип, за който са дефинирани методите на класа.

```
instance < \kappa лаc > < \tau un > where {< дефиниция-на-метод >}
```

8/29

Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас е тип, за който са дефинирани методите на класа.

```
instance <клас> <тип> where
{<дефиниция-на-метод>}
```

Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас е тип, за който са дефинирани методите на класа.

```
{<дефиниция-на-метод>}
Примери:
instance Eq Bool where
 True == True = True
 False == False = True
       == = False
instance Measurable Integer where
  size 0 = 0
  size n = 1 + size (n 'div' 10)
```

instance <клас> <тип> where

10-17 януари 2024 г.

```
Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри: instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where \{<дефиниция-на-метод>\}
```

Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри:

```
instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where {<дефиниция-на-метод>}
```

```
instance (Eq a, Eq b) \Rightarrow Eq (a,b) where (x,y) == (u,t) = x == u && y == t
```

Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри: instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where {<дефиниция-на-метод>}

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (a,b) where
  (x,y) == (u,t) = x == u && y == t

instance (Measurable a, Measurable b) => Measurable (a,b) where
  size (x,y) = size x + size y
```

```
Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри: instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where {<дефиниция-на-метод>}
```

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (a,b) where
  (x,y) == (u,t) = x == u && y == t

instance (Measurable a, Measurable b) => Measurable (a,b) where
  size (x,y) = size x + size y

instance Measurable a => Measurable [a] where
  size = sum . map size
```

Наследяване

Можем да дефинираме клас B, който допълва методите на вече съществуващ клас A. Тогава казваме, че:

• Класът В наследява (разширява) класа А

Наследяване

Можем да дефинираме клас В, който допълва методите на вече съществуващ клас А. Тогава казваме, че:

- Класът В наследява (разширява) класа А
- Класът В е подклас (производен клас, subclass) на класа А

Наследяване

Можем да дефинираме клас В, който допълва методите на вече съществуващ клас А. Тогава казваме, че:

- Класът В наследява (разширява) класа А
- Класът В е подклас (производен клас, subclass) на класа А
- Класът A е надклас (родителски клас, superclass) на класа В

Пример: Стандартен клас Ord

```
class Eq a => Ord a where
 (<), (<=), (>=), (>) :: a -> a -> Bool
 max, min
          :: a -> a -> a
 compare :: a -> a -> Ordering
 compare x y
   | x == v = EQ
   | x < y = LT
   | otherwise = GT
 x < y = compare x y == LT
 x > y = compare x y == GT
 x == y = compare x y == EQ
 x \le y = compare x y /= GT
 x >= y = compare x y /= LT
 \max x y = if x > y then x else y
 min x y = if x < y then x else y
```

Множествено наследяване

Даден клас може да наследява едновременно няколко родителски класа.

```
class (Ord a, Num a) => Real a where
...
```

Множествено наследяване

Даден клас може да наследява едновременно няколко родителски класа.

```
class (Ord a, Num a) => Real a where
    ...

class (Ord a, Measurable a) => OrdMeasurable a where
    sortByOrder, sortBySize :: [a] -> [a]
```

• Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси



- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма подтипов полиморфизъм

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси
 - В C++ и Java то може да бъде и множествено

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси
 - В С++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат еднозначно определен тип

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси
 - В C++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат еднозначно определен тип
 - В С++ сме свободни да пишем функции с едно и също име и различни сигнатури

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси
 - В C++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат еднозначно определен тип
 - В С++ сме свободни да пишем функции с едно и също име и различни сигнатури
 - В Haskell сме длъжни да наложим класови ограничения

- Класовете в Haskell съответстват на абстрактни класове или интерфейси
- Методите в Haskell съответстват на чисти виртуални функции
- Класовете и обектите в C++ нямат директен еквивалент в Haskell
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма подтипов полиморфизъм
- Екземплярите съответстват на имплементиране (наследяване) на интерфейси
 - В C++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат еднозначно определен тип
 - В С++ сме свободни да пишем функции с едно и също име и различни сигнатури
 - В Haskell сме длъжни да наложим класови ограничения
- B Haskell не можем да правим насилствено преобразуване на тип към даден клас (casting)

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

• data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
 - <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
 - <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
 - <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }
 - всеки вариант за елемент на типа се описва с уникален <конструктор>

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
 - <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }
 - всеки вариант за елемент на типа се описва с уникален <конструктор>
 - <конструктор> трябва да започва с главна буква

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
 - <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }
 - всеки вариант за елемент на типа се описва с уникален <конструктор>
 - <конструктор> трябва да започва с главна буква
 - <конструктор> може да има произволен брой параметри, чиито типове се задават в дефиницията

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

15 / 29

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

Примери:

• data Bool = False | True

10-17 януари 2024 г.

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

Примери:

- data Bool = False | True
- data Compare = LT | EQ | GT

10-17 януари 2024 г.

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

Примери:

- data Bool = False | True
- data Compare = LT | EQ | GT
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun

• today = Tue

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

Примери:

```
data Bool = False | True
data Compare = LT | EQ | GT
data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
today :: Weekday
```

15 / 29

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са изброените типове.

Примери:

data Compare = LT | EQ | GT

data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun

today :: Weekday

today = Tue

isWeekend :: Weekday -> Bool

isWeekend Sat = True

isWeekend Sun = True

• data Bool = False | True

10-17 януари 2024 г.

• isWeekend = False

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.



Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.

- type Name = String
- type Score = Int
- data Player = Player Name Score

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.

- type Name = String
- type Score = Int
- data Player = Player Name Score
 - Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.

- type Name = String
- type Score = Int
- data Player = Player Name Score
 - Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор
- katniss :: Player
- katniss = Player "Katniss Everdeen" 45

10-17 януари 2024 г.

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.

- type Name = String
- type Score = Int
- data Player = Player Name Score
 - Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор
- katniss :: Player
- katniss = Player "Katniss Everdeen" 45
- getName :: Player -> Name
- getName (Player name _) = name

10-17 януари 2024 г.

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са записите.

```
• type Score = Int
• data Player = Player Name Score
    • Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор
• katniss :: Player
• katniss = Player "Katniss Everdeen" 45
• getName :: Player -> Name
• getName (Player name _) = name
• better :: Player -> Player -> Name
  better (Player name1 score1) (Player name2 score2)
    | score1 > score2 = name1
    | otherwise = name2
```

• type Name = String

• По същество записите са еквивалентни на кортежите...

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- { <поле>{, <поле>}::<тип> {, <поле>}::<тип> }}

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- { <поле>{, <поле>}::<тип> {, <поле>}::<тип> }}
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- { <поле>{, <поле>}::<тип> {, <поле>}::<тип> }}
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор
- Пример:

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- { <поле>{, <поле>}::<тип> {, <поле>}::<тип> }}
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор
- Пример:
 - data Player = Player { name :: Name, score :: Score }

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- { <поле>{, <поле>}::<тип> {, <поле>}::<тип> }}
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор
- Пример:

```
• data Player = Player { name :: Name, score :: Score }
```

- name :: Player -> Name
- score :: Player -> Score

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

10-17 януари 2024 г.

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

```
• data Shape = Circle { radius :: Double }
          | Rectangle { width, height :: Double }
• circle :: Shape
• circle = Circle 2.3
• rect :: Shape
• rect = Rectangle 3.5 1.8
• area :: Shape -> Double
• area (Circle r) = pi * r^2
• area (Rectangle w h) = w * h
• enlarge :: Shape -> Shape
```

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

```
• data Shape = Circle { radius :: Double }
          | Rectangle { width, height :: Double }
• circle :: Shape
• circle = Circle 2.3
• rect :: Shape
• rect = Rectangle 3.5 1.8
• area :: Shape -> Double
• area (Circle r) = pi * r^2
• area (Rectangle w h) = w * h
• enlarge :: Shape -> Shape
• enlarge (Circle r) = Circle (2*r)
• enlarge (Rectangle w h) = Rectangle (2*w) (2*h)
```

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

• Circle 2.3 == Circle 4.5 \longrightarrow ?

10-17 януари 2024 г.

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

• Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- circle \longrightarrow ?

10-17 януари 2024 г.

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- circle → circle :: Shape

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle \longrightarrow circle :: Shape
- [Mon..Fri] \longrightarrow ?

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle \longrightarrow circle :: Shape
- [Mon..Fri] → Грешка!

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle \longrightarrow circle :: Shape
- [Mon..Fri] → Грешка!
- Thu < Sat \longrightarrow ?

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle \longrightarrow circle :: Shape
- [Mon..Fri] → Грешка!
- Thu < Sat → Γρешка!

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 \longrightarrow Грешка!
- ullet circle \longrightarrow circle :: Shape
- [Mon..Fri] \longrightarrow Грешка!
- Thu < Sat → Γρешка!

За използването на тези елементарни операции се налага ръчно да пишем тривиални екземпляри за класове като Eq. Ord, Enum, Show:

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle \longrightarrow circle :: Shape
- [Mon..Fri] → Грешка!
- Thu < Sat → Γρешка!

За използването на тези елементарни операции се налага ръчно да пишем тривиални екземпляри за класове като Eq, Ord, Enum, Show:

```
instance Eq Shape where
  Circle x == Circle y = x == y
  Rectangle a b == Rectangle c d = (a,b) == (c,d)
  _ == _ = False
```

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- Circle 2.3 == Circle 4.5 → Грешка!
- ullet circle \longrightarrow circle :: Shape
- [Mon..Fri] → Грешка!
- Thu < Sat → Γрешка!

За използването на тези елементарни операции се налага ръчно да пишем тривиални екземпляри за класове като Eq. Ord, Enum, Show:

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете Eq. Ord, Enum, Show, Read.

• data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
 deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
 deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)
- Еq: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
 deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)
- Еq: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри
- Ord: елементите се сравняват лексикографски, като конструкторите се считат наредени в реда, в който са дефинирани

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
 deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)
- Еq: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри
- Ord: елементите се сравняват лексикографски, като конструкторите се считат наредени в реда, в който са дефинирани
- Enum: позволено само за изброени типове

- data <тип> [<параметри>] = <дефиниция> deriving <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun
 deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)
- Еq: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри
- Ord: елементите се сравняват лексикографски, като конструкторите се считат наредени в реда, в който са дефинирани
- Enum: позволено само за изброени типове
- Show, Read: извежда се/въвежда се конструкторът и след това всеки един от параметрите му

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:**

 data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)

10-17 януари 2024 г.

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:**

- data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Just 5 :: ?

10-17 януари 2024 г.

- data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Just 5 :: Maybe Int

```
data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
Just 5 :: Maybe Int
Just "wow" :: ?
```

- data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Just 5 :: Maybe Int
- Just "wow" :: Maybe String

```
data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
Just 5 :: Maybe Int
Just "wow" :: Maybe String
Nothing :: ?
```

```
    data Maybe a = Nothing | Just a
        deriving (Eq, Ord, Show, Read)
    Just 5 :: Maybe Int
    Just "wow" :: Maybe String
```

```
data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
Just 5 :: Maybe Int
Just "wow" :: Maybe String
Nothing :: Maybe a
Just Nothing :: ?
```

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:**

```
data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
Just 5 :: Maybe Int
Just "wow" :: Maybe String
Nothing :: Maybe a
Just Nothing :: Maybe (Maybe a)
```

10-17 януари 2024 г.

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:**

```
data Maybe a = Nothing | Just a deriving (Eq, Ord, Show, Read)
Just 5 :: Maybe Int
Just "wow" :: Maybe String
Nothing :: Maybe a
Just Nothing :: Maybe (Maybe a)
getAt :: Integer -> [a] -> Maybe a
```

10-17 януари 2024 г.

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат генерични, т.е. да зависят от типови параметри. **Примери:**

```
• data Maybe a = Nothing | Just a
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
• Just 5 :: Maybe Int
• Just "wow" :: Maybe String
• Nothing :: Maybe a
• Just Nothing :: Maybe (Maybe a)
• getAt :: Integer -> [a] -> Maybe a
getAt _ [] = Nothing

getAt 0 (x:_) = Just x
getAt n (_:xs) = getAt (n-1) xs
```

• data Either a b = Left a | Right b deriving (Eq. Ord, Show, Read)

- Left 3 :: ?

- Left 3 :: Either Int b

- Left 3 :: Either Int b
- Right 'a' ::?

- data Either a b = Left a | Right b deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Left 3 :: Either Int b
- Right 'a' :: Either a Char

- data Either a b = Left a | Right b deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Left 3 :: Either Int b
- Right 'a' :: Either a Char

Задача. Да се напише функция, която по даден списък от играчи намира най-добрия резултат, ако е постигнат от единствен играч, или списък от имената на играчите, които са постигнали най-добър резултат.

- data Either a b = Left a | Right b deriving (Eq, Ord, Show, Read)
- Left 3 :: Either Int b
- Right 'a' :: Either a Char

Задача. Да се напише функция, която по даден списък от играчи намира най-добрия резултат, ако е постигнат от единствен играч, или списък от имената на играчите, които са постигнали най-добър резултат.

```
searchBest :: [Player] -> Either Score [Name]
```

```
• data Either a b = Left a | Right b deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- Left 3 :: Either Int b
- Right 'a' :: Either a Char

Задача. Да се напише функция, която по даден списък от играчи намира най-добрия резултат, ако е постигнат от единствен играч, или списък от имената на играчите, които са постигнали най-добър резултат.

```
searchBest :: [Player] -> Either Score [Name]
searchBest players
| length bestPlayers == 1 = Left best
| otherwise = Right $ map name bestPlayers
    where best = maximum $ map score players
    bestPlayers = filter ((==best) . score) players
```

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях рекурсивно.

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях рекурсивно.

```
Пример: data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

• five = Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ Zero

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях рекурсивно.

```
Пример: data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- five = Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ Zero
- fromNat :: Nat -> Integer

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях рекурсивно.

```
Пример: data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- five = Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ Zero
- fromNat :: Nat -> Integer
- fromNat Zero = 0
- fromNat (Succ n) = fromNat n + 1

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях рекурсивно.

```
Пример: data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- five = Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ \$ Succ Zero
- fromNat :: Nat -> Integer
- fromNat Zero = 0
- fromNat (Succ n) = fromNat n + 1
- from Nat five \longrightarrow 5

24 / 29

• six = BitZero \$ BitOne \$ One

- six = BitZero \$ BitOne \$ One
- fromBin :: Bin -> Integer

- six = BitZero \$ BitOne \$ One
- fromBin :: Bin -> Integer
- fromBin One = 1
- fromBin (BitZero b) = 2 * fromBin b
- fromBin (BitOne b) = 2 * fromBin b + 1

- six = BitZero \$ BitOne \$ One
- fromBin :: Bin -> Integer
- fromBin One = 1
- fromBin (BitZero b) = 2 * fromBin b
- fromBin (BitOne b) = 2 * fromBin b + 1
- succBin :: Bin -> Bin

- six = BitZero \$ BitOne \$ One
- fromBin :: Bin -> Integer
- fromBin One = 1
- fromBin (BitZero b) = 2 * fromBin b
- fromBin (BitOne b) = 2 * fromBin b + 1
- succBin :: Bin -> Bin
- succBin One = BitZero One
- succBin (BitZero b) = BitOne b
- succBin (BitOne b) = BitZero \$ succBin b

- six = BitZero \$ BitOne \$ One
- fromBin :: Bin -> Integer
- fromBin One = 1
- fromBin (BitZero b) = 2 * fromBin b
- fromBin (BitOne b) = 2 * fromBin b + 1
- succBin :: Bin -> Bin
- succBin One = BitZero One
- succBin (BitZero b) = BitOne b
- succBin (BitOne b) = BitZero \$ succBin b
- fromBin \$ succBin \$ succBin six → 8

• 1 = Cons 1 \$ Cons 2 \$ Cons 3 \$ Nil

- 1 = Cons 1 \$ Cons 2 \$ Cons 3 \$ Nil
- можем да използваме синтаксиса за записи:

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• 1 = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil

• можем да използваме синтаксиса за записи:
data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• listHead 1 —> ?
```

25 / 29

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• 1 = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil

• можем да използваме синтаксиса за записи:
data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• listHead 1 —> 1
```

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• l = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil

• можем да използваме синтаксиса за записи:
data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
deriving (Eq, Ord, Show, Read)

• listHead l —> 1

• fromList :: List a -> [a]
```

25 / 29

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
              deriving (Eq, Ord, Show, Read)
 • 1 = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil
  • можем да използваме синтаксиса за записи:
   data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
              deriving (Eq. Ord, Show, Read)
  • listHead 1 \longrightarrow 1
  • fromList :: List a -> [a]
 • fromList Nil = □
  • fromList (Cons x t) = x:fromList t
```

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
               deriving (Eq, Ord, Show, Read)
  • 1 = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil
  • можем да използваме синтаксиса за записи:
    data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
              deriving (Eq. Ord, Show, Read)
  • listHead 1 \longrightarrow 1
  • fromList :: List a -> [a]
  • fromList Nil = []
  • fromList (Cons x t) = x:fromList t
  \bullet (+++) :: List a -> List a -> List a
```

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
              deriving (Eq, Ord, Show, Read)
 • 1 = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil
  • можем да използваме синтаксиса за записи:
   data List a = Nil | Cons { listHead :: a, listTail :: List a }
              deriving (Eq. Ord, Show, Read)
  • listHead 1 \longrightarrow 1
 • fromList :: List a -> [a]
 • fromList Nil = □
  • fromList (Cons x t) = x:fromList t
  • (+++) :: List a -> List a -> List a
  Nil +++ l = l
 • Cons h t +++ 1 = Cons h (t +++ 1)
```

Примери:

• t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)

- t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)
- depth :: BinTree a -> Integer

```
data BinTree a = Empty | Node { root :: a, left, right :: BinTree a }
                deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)
- depth :: BinTree a -> Integer
- depth Empty = 0
- depth (Node x 1 r) = \max (depth 1) (depth r) + 1

- t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)
- depth :: BinTree a -> Integer
- depth Empty = 0
- depth (Node x 1 r) = \max (depth 1) (depth r) + 1
- leaves :: BinTree a -> [a]

- t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)
- depth :: BinTree a -> Integer
- depth Empty = 0
- depth (Node x 1 r) = \max (depth 1) (depth r) + 1
- leaves :: BinTree a -> [a]
- leaves Empty = []
- leaves (Node x Empty Empty) = [x]
- leaves (Node x 1 r) = leaves 1 ++ leaves r

Функции от по-висок ред за двоични дървета

Трансформиране на двоично дърво (тар):

Функции от по-висок ред за двоични дървета

```
Трансформиране на двоично дърво (map):

mapBinTree :: (a -> b) -> BinTree a -> BinTree b

mapBinTree _ Empty = Empty

mapBinTree f (Node x l r) = Node (f x) (mapBinTree f l) (mapBinTree f r)
```

Функции от по-висок ред за двоични дървета

```
Трансформиране на двоично дърво (мар):
mapBinTree :: (a -> b) -> BinTree a -> BinTree b
mapBinTree _ Empty = Empty
mapBinTree f (Node x l r) = Node (f x) (mapBinTree f l) (mapBinTree f r)
Свиване на двоично дърво (foldr):
foldrBinTree :: (a -> b -> b) -> b -> BinTree a -> b
foldrBinTree _ nv Empty
foldrBinTree op nv (Node x l r) =
  foldrBinTree op (x 'op' foldrBinTree op nv r) l
```

```
data Tree a = Tree { rootTree :: a, subtrees :: TreeList a }
data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a, restTrees :: TreeList a }
```

```
data Tree a = Tree { rootTree :: a. subtrees :: TreeList a }
data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a. restTrees :: TreeList a }
leaf x = Tree x None
tree = Tree 1 $ SubTree (leaf 2)
              $ SubTree (Tree 3 $ SubTree (leaf 4) $ None)
              $ SubTree (leaf 5) $ None
level :: Integer -> Tree a -> [a]
level 0 (Tree x _{\rm l}) = [x]
level k (Tree ts) = levelTrees (k - 1) ts
```

Можем да правим взаимнорекурсивни дефиниции: data Tree a = Tree { rootTree :: a. subtrees :: TreeList a } data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a. restTrees :: TreeList a } leaf x = Tree x Nonetree = Tree 1 \$ SubTree (leaf 2) \$ SubTree (Tree 3 \$ SubTree (leaf 4) \$ None) \$ SubTree (leaf 5) \$ None level :: Integer -> Tree a -> [a] level 0 (Tree x $_{\rm l}$) = [x] level k (Tree ts) = levelTrees (k - 1) ts levelTrees :: Integer -> TreeList a -> [a]

Можем да правим взаимнорекурсивни дефиниции: data Tree a = Tree { rootTree :: a. subtrees :: TreeList a } data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a, restTrees :: TreeList a } leaf x = Tree x Nonetree = Tree 1 \$ SubTree (leaf 2) \$ SubTree (Tree 3 \$ SubTree (leaf 4) \$ None) \$ SubTree (leaf 5) \$ None level :: Integer -> Tree a -> [a] level 0 (Tree x $_{\rm l}$) = [x] level k (Tree ts) = levelTrees (k - 1) ts levelTrees :: Integer -> TreeList a -> [a] levelTrees None levelTrees k (SubTree t ts) = level k t ++ levelTrees k ts

28 / 29

```
data SExpr = SBool Bool | SChar Char | SInt Int |
             SDouble Double | SList { list :: [SExpr] }
             deriving (Eq, Ord, Show, Read)
sexpr = SList [SInt 2, SChar 'a', SList [SBool True, SDouble 1.2, SList []]]
countAtoms :: SExpr -> Integer
countAtoms (SList sls) = sum $ map countAtoms sls
countAtoms
flatten :: SExpr -> SExpr
```

```
data SExpr = SBool Bool | SChar Char | SInt Int |
            SDouble Double | SList { list :: [SExpr] }
            deriving (Eq. Ord, Show, Read)
sexpr = SList [SInt 2, SChar 'a', SList [SBool True, SDouble 1.2, SList []]]
countAtoms :: SExpr -> Integer
countAtoms (SList sls) = sum $ map countAtoms sls
countAtoms
flatten :: SExpr -> SExpr
flatten (SList sls) = SList $ concatMap (list . flatten) sls
flatten x = SList [x]
```