Мартин 82134 I група

Зад. Нека $f(x,y)$ е ф-я на 2 променливи.

Ако първите частни производни съществуват в д-на точка, то f е непр в тази точка.

Ще сведем ~~за~~ до едномерния случай

нека ~~ф~~ имаме произволна точка (x_0, y_0) и фиксираме $y = y_0$. Тогава $\varphi(x) = f(x, y_0)$ – ~~ф~~ф-я на 1 променлива.

В този случай знаем, че ако $\exists\ \varphi'(x_0) = f'_x(x_0, y_0) =$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h}$$ то φ е непр. в $x_0 \Rightarrow f$ е непр. в x_0

Съответно $\psi(y) = f(x_0, y)$ и ако $\exists\ \psi'(y_0) = f'_y(x_0, y_0) =$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0, y_0+h) - f(x_0, y_0)}{h}$$ то ψ е непр. в $y_0 \Rightarrow f$ е непр. в y_0 ~~(x_0, y_0)~~

$\Rightarrow f$ е непр. в $(x_0, y_0) \Leftrightarrow \exists\ f'_x(x_0, y_0) \wedge \exists\ f'_y(x_0, y_0)$

Мартин 82134 I група

9 зад. Нека $f(x,y)$ - ф-я на две пром. и нека $f(x,y)$ има лок. екстремум в т. (x_0, y_0) и нека първата частна производна по x в точката $f'_x(x_0, y_0)$ съществува

Тогава $f'_x(x_0, y_0) = 0$ (~~също и~~ съответно $f'_y(x_0, y_0) = 0$)

Нека фиксираме $y = y_0$. Тогава $\varphi(x) = f(x, y_0)$ - ф-я на една променлива. Тогава тя има локален екстремум в x_0 ако $\varphi'(x_0) = 0 \Rightarrow f'_x(x_0, y_0) = 0$

Аналогично $\psi(y) = f(x_0, y)$ и $\psi'(y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$

Ако съответно вторите частни производни съществуват и всички са >0, то в точка (x_0, y_0) има локален минимум. Съответно, ако са <0, то в (x_0, y_0) има локален максимум

$$\begin{cases} f''_x(x_0, y_0) > 0 \\ f''_y(x_0, y_0) > 0 \end{cases} - \min \qquad \begin{cases} f''_x(x_0, y_0) < 0 \\ f''_y(x_0, y_0) < 0 \end{cases} - \max$$