82134

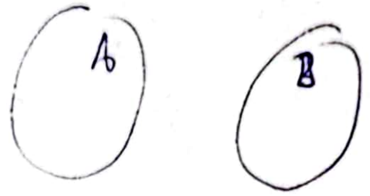
3. а) $P(\text{точно } A \text{ или } B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$

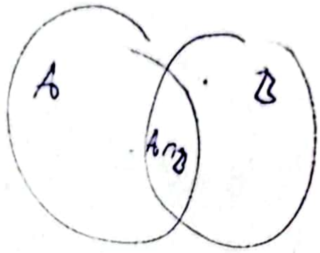
$\text{``}P$

$P = P(A \setminus B) + P(B \setminus A) =$

$= P(A) - P(AB) + P(B) - P(AB) =$

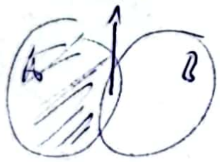
$= P(A) + P(B) - 2P(AB)$

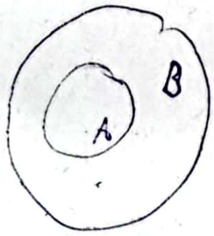




$P(A \setminus B) = P(A) - P(AB)$

$A \cap B$





$A \cap B = A$

$\Rightarrow P = P(B \setminus A)$

б) за $n = 2$

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cup A_2)$$

ИХ за някое $n > 2$ е вярно

за $n+1$:

$$P(A_1 \cap \ldots \cap A_{n+1}) = P(A_1 \cap \ldots \cap A_n \cap A_{n+1}) = \underbrace{P(A_1 \cap \ldots \cap A_n)}_{\text{ИХ}} + P(A_{n+1}) - P(\underbrace{(A_1 \cap \ldots \cap A_n) \cup A_{n+1}}_{B})$$

$\cancel{P(B) = P(A_1 \cap}\ldots$ $B = (A_1 \cap \ldots \cap A_n) \cup A_{n+1} =$

$$= \underbrace{(A_1 \cup A_{n+1})}_{B_1} \cap \ldots \cap \underbrace{(A_n \cup A_{n+1})}_{B_n} \Rightarrow B = B_1 \cap \ldots \cap B_n \Rightarrow$$

$$P(B) = \text{ИХ} = \sum_{i=1}^{n} P(A_i \cup A_{n+1}) - \sum_{1 \le i < j \le n} P((A_i \cup A_{n+1}) \cup (A_j \cup A_{n+1})) + \ldots + (-1)^{n-1} P\left(\bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cup A_{n+1})\right)$$

$$\Rightarrow P(A_1 \cap \dots \cap A_{n+1}) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{1 \le i < j \le n} P(A_i \cup A_j) + \dots + (-1)^{n-1} P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right)$$

$$+ P(A_{n+1}) - \sum_{i=1}^{n} P(A_i \cup A_{n+1}) + \sum_{1 \le i < j \le n} P\big((A_i \cup A_{n+1}) \cup (A_j \cup A_{n+1})\big) + \dots + (-1)^{n} P\left(\bigcup_{i=1}^{n} (A_i \cup A_{n+1})\right)$$

$$\shortparallel$$

$A_i \cup A_j \cup A_{n+1}$ - 3ku

Зз. Имаме 6 фигури, всяка с вероятност $\frac{1}{120}$ да бъде на дадена страница

H_i - има i фигури на случайно избрана страница

X - брой фигури на случайна страница

$P(X \geq 3) = ?$

$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(H_0) - P(H_1) - P(H_2)$

$P(H_0) = C_6^0 \cdot \left(\frac{1}{120}\right)^0 \cdot \left(\frac{119}{120}\right)^6 = \left(\frac{119}{120}\right)^6$

$P(H_1) = C_6^1 \left(\frac{1}{120}\right) \cdot \left(\frac{119}{120}\right)^5 = \frac{119^5}{120^6} \cdot 6$

$P(H_2) = C_6^2 \cdot \left(\frac{1}{120}\right)^2 \cdot \left(\frac{119}{120}\right)^4 = \frac{119^4}{120^6} \cdot 15$

$P(X \geq 3) = 1 - \frac{119^6}{120^6} - 6 \cdot \frac{119^5}{120^6} - 15 \cdot \frac{119^4}{120^6} = 1 - \frac{119^4}{120^6}(119^2 + 6 \cdot 119 + 15) =$

$= 1 - \frac{119^4}{120^6} \cdot 14890$

3з. Имаме n елемента и r клетки.
Можем да ги наредим в редица и трябва да поставим r-1 разделители, като между всеки 2 съседни е броят елементи в тази клетка. Трябва да изберем r-1 места за разделители от всичките $n+(r-1) \Rightarrow C_{n+r-1}^{r-1}$

4з. H_k – ~~има точно k билета, за които~~ студ. не знае нито един въпрос, студентът знае 25 въпроса
~~$P(A)=?$ $A=\{$студентът взема изпита$\}$~~

~~$P(A)=$~~

4з. $H_k=\{$ст. знае точно k въпроса$\}$, $k=0,1,2$
$A=\{$ст. взема изпита$\}$

$$P(A)=\sum_{k=0}^{2} P(A|H_k).P(H_k)$$

$$P(H_0)=\frac{C_5^2}{C_{30}^2}=\frac{10}{435}=\frac{2}{87}$$

$$P(H_1)=\frac{C_5^1.C_{25}^1}{C_{30}^2}=\frac{5.25}{435}=\frac{25}{87}$$

$$P(H_2)=\frac{C_{25}^2}{C_{30}^2}=\frac{\overset{5}{\cancel{25}}.\overset{4}{\cancel{24}}}{\underset{6}{\cancel{30}}.29}=\frac{20}{29}=\frac{60}{87}$$

$P(A|H_0) = 0$

$P(A|H_1) = P(A')$

$P(A|H_2) = 1$

$A' = \{$ст. взема изпита, като знае 1 от въпросите на първия билет$\}$

$H_k' = \{$ст. знае к от изтеглените други 2 въпроса$\}$

$$P(A') = \sum_{k=0}^{2} P(A'|H_k') \cdot P(H_k') =$$

$$P(H_0') = \frac{C_4^2}{C_{28}^2} = \frac{4.3}{28.27} = \frac{1}{63} \qquad P(H_1') = \frac{C_{24}^1 . C_4^1}{C_{28}^2} = \frac{24.4.2}{28.27} = \frac{16}{63}$$

$$P(H_2') = \frac{C_{24}^2}{C_{28}^2} = \frac{24.23}{28.27} = \frac{46}{63}$$

$P(A'|H_0') = 0$

$P(A'|H_1') = \frac{1}{2}$

$P(A'|H_2') = 1$

$$P(A') = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{63} + 1 \cdot \frac{46}{63} = \frac{54}{63}$$

$$P(A) = \frac{2}{87} \cdot 0 + \frac{25}{87} \cdot \frac{54}{63} + \frac{60}{87} \cdot 1 = \frac{1}{87} \cdot \left(60 + \frac{150}{7}\right) = \frac{570}{7.87} =$$

$$= \frac{190}{7.29} = \frac{190}{203} \approx 0,936$$

5₃. а) Нека имаме ~~~~пораждаща функция на един бял зар. $W(x) = x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6$

Сега за 5 бели зара: $W_5 = (x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^5$ получаване полином със степени на x от 5 до 30 като това са сумите от заровете, а коефициентите пред степените - вероятността, с която се падат. Вземаме всички коефициенти поотделно и ги вдигаме на втора степен, понеже искаме ~~със същата вероятност~~ да се падне същата сума и на червените зарове, но тя е със същата вероятност, и след това събираме резултатите.

б) щом разликата е 1, то Σ от точките на червените зарове е с 1 повече от тези на белите

$\Rightarrow W_5 = \left(\sum_{i=1}^{6} x_i\right)^5$ и за червените зарове:

за белите зарове

$R_5 = \left(\sum_{i=1}^{6} x_i\right)^5$

$\Rightarrow$ за $\forall$ коефициент пред i-тата степен на W_5, $i = 5 \div 29$ вземаме коефициента пред $i+1$-вата степен на R_5 и ги умножаваме, накрая ги събираме и получаваме вероятността.

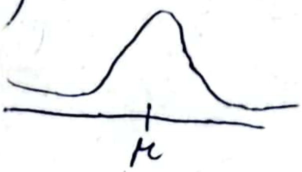
6з. ЗГЧ описва средната стойност за n брой опита, С увеличаването на броя на опитите, средната стойност се приближава повече до теоретичната очаквана средна стойност.

Приложение:

- Казина - колкото повече играят хората, толкова повече печели казиното
- Онлайн оценки на продукти
- Прогнози за времето на база предишни прогнози

7з. ЦГТ - описва това, че колкото повече опити правим с повече независими извадки и по-голям размер от такива, разпределението на средните ще клони към нормалното разпределение

Свойства и прил. на $N(\mu, \sigma^2)$.

- графиката винаги е такава 

- μ - център на графиката
- симетричност
- използва се в статистическия анализ
- най-често срещано в природата
- ключова роля в ЦГТ
- почти всяко разпределение може да се сведе към нормалното