06.10.2016 | Логическо програмиране

$a \geq 2$ → представяне на $\mathbb{N}$ число n в бройна система с основа a.

$n = k_1 a^{m_1} + k_2 a^{m_2} + \ldots$

$a > k_i \geq 0,\ k_1 > 0,\ m_i > m_{i+1}$

→ представяне на m_i като числа в бройна система с основа a.

$n = k_1 a^{l_1 a^{s_1} + \ldots} + \ldots$ → $\boxed{\text{Представяне на } n \text{ в супербаза } a.}$

n → n в супербаза a → в това представяне заместваме навсякъде a с $a+1$ → от полученото изваждаме 1 → n_1

n_1 → n_1 в супербаза $a+1$ → в това представяне заместваме навсякъде $a+1$ с $a+2$ → от полученото изваждаме 1 → n_2.

...

$n, n_1, n_2 \ldots$

Пример: $n = 2^{2^{2+1} + 2^1 + 1} + 1$ / $3^{3^{3+1} + 3^1 + 1} + 1$

$n_1 = 3^{3^{3+1} + 3^1 + 1}$ / $4^{4^{4+1} + 4^1 + 1} - 1 = n_2$

⇒ Редицата расте бързо, но съществува $k: n_k = 0$

Преди да бъде въведен аксиоматичният метод, доказателствата са ставали доста по-интуитивни.

$\boxed{\text{Аксиоми}}$ Правила → Верността е инварианта.

$$\boxed{\frac{A,\ A \Rightarrow B}{B}}$$ – modus ponens (MP) } Правило за извличане / отделяне.

⇒ Трябват ни правила за извод и аксиоми.

$$\boxed{\frac{A \Rightarrow B \text{ и } \neg B}{\neg A}}$$ – modus tolens (MT)

* Тези правила се прилагат към съждения.

06.10.2016 ## Логическо програмиране

Съжденията са верни или неверни.

$\|A\| = \begin{cases} И \\ Л \end{cases}$ * Няма смисъл да има трета стойност.

* Различни конструкции // като са дадени A и B.

¬A
A ∧ B
A ∨ B
A ⇒ B
A ⇔ B
} най-често срещани.

¬A ∧ ¬B
A ⊕ B
„A само ако B"
...

A ⇒ B → каква стойност? - невярно е само когато B е F и A е T.

! Не е причинно-следствена връзка !

Ако A - съждение, то ¬A - съждение.
Ако A и B - съждения, то A ∧ B, A ∨ B, A ⇒ B и A ⇔ B също са съждения.

$H_\neg : \{И, Л\} \to \{И, Л\} \to H_\neg(И) = Л,\ H_\neg(Л) = И$
$H_\wedge : \{И, Л\}^2 \to \{И, Л\} \to H_\wedge(a,b) = И \Leftrightarrow a = b = И$
$H_\vee : \{И, Л\}^2 \to \{И, Л\} \to H_\vee(a,b) = Л \Leftrightarrow a = b = Л$
$H_\Rightarrow : \{И, Л\}^2 \to \{И, Л\} \to H_\Rightarrow(a,b) = Л \Leftrightarrow a \neq b = Л$
$H_\Leftrightarrow : \{И, Л\}^2 \to \{И, Л\} \to H_\Leftrightarrow(a,b) = И \Leftrightarrow a = b$

Съждителна тавтология: Каквато и да е вярностната стойност на елементарните съждения, участващи в A, A е истина.

* □A - „Необходимо е A"

06.10.2016 Логическо програмиране

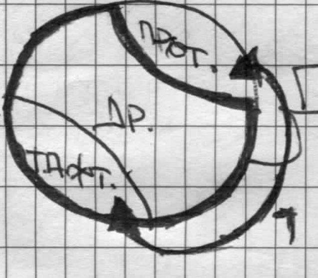
$f: \{u, \lambda\}^n \to \{u, \lambda\}$ ⇒ Има съждение, построено с $\overbrace{x_1 \dots x_n}^{\text{прости}}$ и $\neg$ и $\wedge (\&)$, така че за произволни $x_1 \dots x_n$, $f(x_1 \dots x_n)$ е стойността на съждението.

Нека A е съждение, в което се срещат само елементарни съждения измежду $p_1 \dots p_n$.
Ако знаем вярностните стойности на $p_1 \dots p_n$, то ефективно (алгоритмично) можем да сметнем стойността на A.

Съждително противоречие: Съждение, което има стойност лъжа при произволна вярностната стойност на участващите елементарни съждения.

! A - тавтология ⇔ $\neg A$ е противоречие

Нека $p_1 \dots p_n$ имат зададена вярностна стойност. Тогава стойността на $\neg A$ е F ⇒ A е T.



→ Има поне едно разбиране, при което е T

→ $\boxed{\text{изпълними}}$

$I: \{p_1 \dots\} \to \{u, \lambda\}$ → I е $\boxed{\text{модел}}$.
Тогава можем да пресметнем стойността на A при $I(p_1) \dots I(p_n)$.
I се нарича $\boxed{\text{булева оценка}}$ (интерпретация на елементарните съждения)

Означаваме $\|A\|^I$ или $I \models A$ (При I е вярно A, ако $\|A\|^I = T$)

$\boxed{I \text{ е модел за } A}$

06.10.2016 | Логическо програмиране

I е модел за множество Γ от съждения, ако ∀ съждение от Γ е вярно при I. ⇒ I е модел за Γ, ако I е модел за конюнкцията на всички съждения от Γ.

↳ ! Има проблем при Γ - безкрайно.

⇒ Множество Γ е изпълнимо, ако има модел.

* $\models A \Rightarrow A$ - тавтология

Логическо следване:

Дадено ни е множество от съждения Γ и A - съждение. Казваме, че от Γ логически следва A ($\Gamma \models A$), ако всеки модел на Γ е модел и за A.

$\emptyset \models A \Rightarrow \models A$

↳ всички интерпретации са модели.

$\{A\} \models B \ (\Leftrightarrow A \models B)$

$\Updownarrow$

$\models A \Rightarrow B$

$\Gamma \cup \{A\} \models B \Leftrightarrow \Gamma \models A \Rightarrow B$