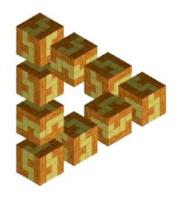
#### TEMA №17

# Изрязване





### Съдържание

#### Тема 17: Изрязване

- Полупространства
- Задни повърхнини
- Скрити линии

## Полупространства



### Изрязване

#### Изрязване

- Процес на премахване на примитиви или части от примитиви, които са във видимата част на сцената
- Различно от отсичането, което е премахване на нещата извън видимата част от сцената



### Методи за изрязване

#### Основни методи

- Изрязване чрез полупространства с равнини (на англ. clipping planes)
- **Изрязване на стени** (на англ. *face culling*)
- Изрязване на скрити линии (на англ. hidden line removing)



### Полупространства

#### Изрязване с полупространства

- Равнина с уравнение ax + by + cz + d = 0
- Разделя пространството на две полупространства
- Рисува се само тази част от обекта, която се намира в положителното полупространство

#### Кое е то?

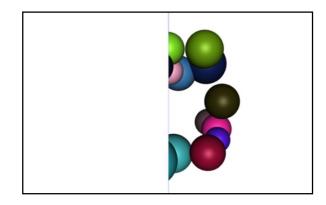
– За точка  $\left(P_{x},P_{y},P_{z}\right)$  имаме  $aP_{x}+bP_{y}+cP_{z}+d>0$ 



### Пример

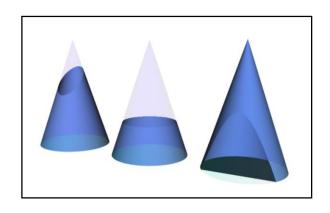
#### Изрязване по равнината YZ, т.е. x=0

- Едната половина +1x + 0y + 0z + 0
- Другата половина -1x + 0y + 0z + 0



#### Отместена равнина т.е. x = d

– Опитайте се да разберете кои от тези четири варианта са:  $\pm 1x + 0y + 0z \pm d$ 





### Произволна равнина

#### Равнина може да се дефинира

- По три неколинеарни точки
- По точка и нормален вектор

#### Дефиниране по три точки

- Имаме три точки  $P_i(x_i, y_i, z_i)$  за i=1,2,3
- Надяваме се, че те не са колинеарни
  (иначе няма да имаме еднозначно дефинирана равнина)

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$x_3$$
  $y_3$   $z$ 

$$a = y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) + y_3(z_1 - z_2)$$

$$(z_0 - z_0)$$

$$Z_3$$

$$Z_3$$

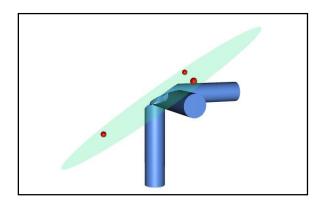
 $b = z_1(x_2 - x_3) + z_2(x_3 - x_1) + z_3(x_1 - x_2)$ 

 $c = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)$ 



 $d = -[x_1(y_2z_3 - y_3z_2) + x_2(y_3z_1 - y_1z_3) + x_3(y_1z_2 - y_2z_1)]$ 

- Методът е удобен, ако знаем трите точки, но не е много интуитивен
- Да проверим





### Нормален вектор

#### Равнина може да се дефинира

- Точка + нормален вектор
- Силно интуитивна представа: ако хванем вектора като ръчка, можем да въртим равнината
- Ако местим точката местим и равнината

#### Дали е по-лесен и математически?

– Ако  $\vec{n}$  е нормалния вектор, а (x,y,z) е точка от равнината, то:  $\vec{n}\cdot(A-P)=0$ 

$$\Rightarrow n_x(x - p_x) + n_y(y - p_y) + n_z(z - p_z) = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{n_x}_{a} x + \underbrace{n_y}_{b} y + \underbrace{n_z}_{c} z \underbrace{-n_x p_x - n_y p_y - n_z p_z}_{d} = 0$$

 $\pi/2$ 

A(x,y,z)

Т.е. нормалният вектор определя 3/4 от уравнението на изрязващата равнината

последната ѝ четвъртина се получава от разстоянието D

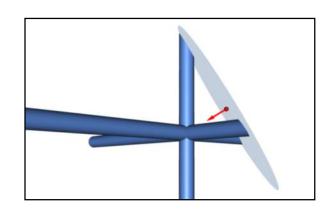
$$D = \frac{d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

#### Интуитивността за равнината идва от

- Решаваме колко е отдалечена от (0,0,0)
- Решаваме накъде е обърната
- Това еднозначно я определя

#### А полупространството?

Нормалният вектор  $\vec{n}$  буквално показва кое полупространство да остане

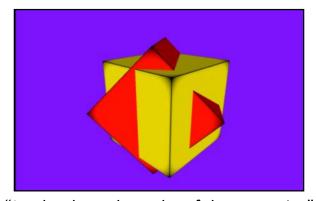




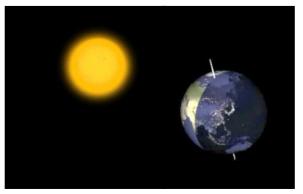
### Примери

#### Примери с изрязващи равнини

- Куб през куб
- Ден и нощ



"A cube through a cube of the same size" <a href="http://youtu.be/D-W2QMSXSG4">http://youtu.be/D-W2QMSXSG4</a>



"Day and Night" <a href="http://youtu.be/LCLw1s5oD8w">http://youtu.be/LCLw1s5oD8w</a>

## Изрязване на стени



### Изрязване на стени

#### Характеристики

- Изрязване на цели стени от графичен обект
- Изрязване на стени от мрежата му

#### Две доста различни цели

- Премахване на задни стени
- Рисуване с прозрачности



#### Премахване на задни стени

- Повечето обекти са плътни и непрозрачни
- Няма смисъл да се отделят ресурси за растеризиране на задните стени – те не се виждат
- Приложимо при липса на отражения, сенки и т.н.

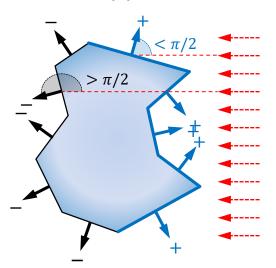


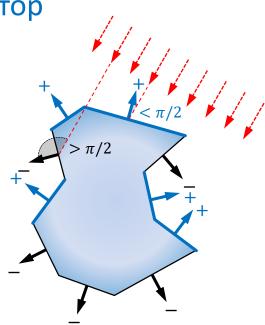
### Намиране на задни стени

#### Знак на скаларно произведение

- От нормалния им вектор

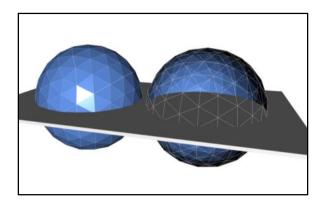
– И гледната точка





#### Бонус – няма принципна разлика

- Изрязване на задни стени
- Изрязване на предни стени





### Цел 2

#### Рисуване с прозрачности

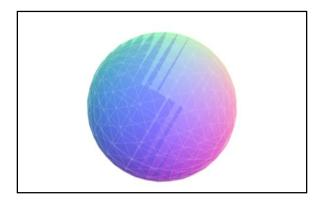
Прозрачни стени – лесен алгоритъм за рисуване,
 ако те са подредени отзад напред

#### Проблем

- При въртене на обекти
- При промяна на гледната точка

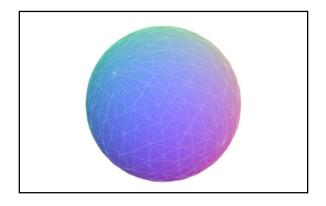
#### Дефектна прозрачност

- Много е тежко всеки път да се сортират стените отзад-напред
- Ако не се прави, става това:



#### Решение с рисуване на две фази

- Фаза 1: рисуват се всички задни стени
- Фаза 2: рисуват се всички предни стени

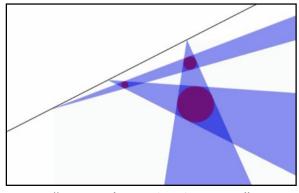




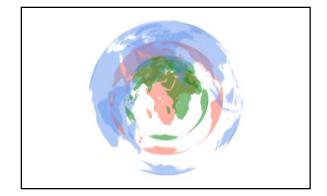
### Примери

#### Примери с изрязване на стени

- Теорема на Монж
- Вложени земни кълба



"Monge's Circle Theorem" <a href="http://youtu.be/LE3gQKelyLM">http://youtu.be/LE3gQKelyLM</a>



# Изрязване на скрити линии



### Изрязване на линии

#### Използване

- Премахване на линии, които са скрити
- Симулиране на непрозрачни стени

#### Някои алгоритми

- Алгоритъм на художника
- Алгоритъм на Нюел-Нюел-Санча (Newell-Newell-Sancha)
- Използване на Z-буфер



### Алгоритъм на художника

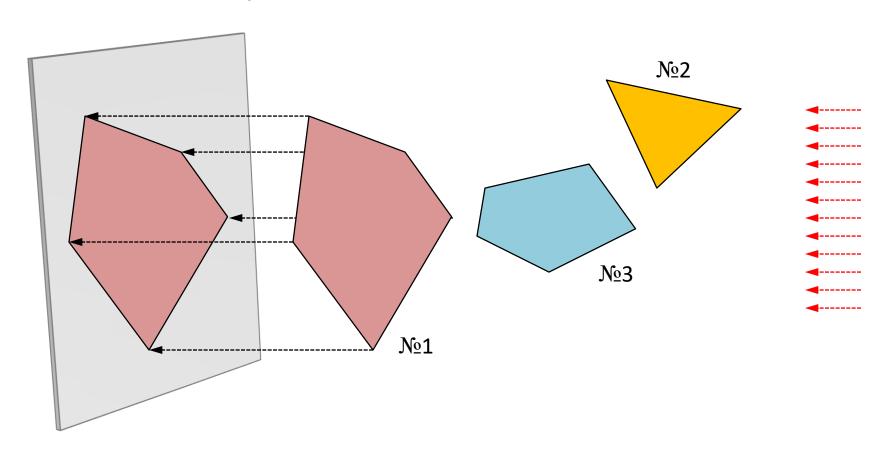
#### Основна идея

- Стените имат фиксиран приоритетен номер
- Рисуват се според този номер
- Новите стени се рисуват върху старите, заличавайки скритите елементи

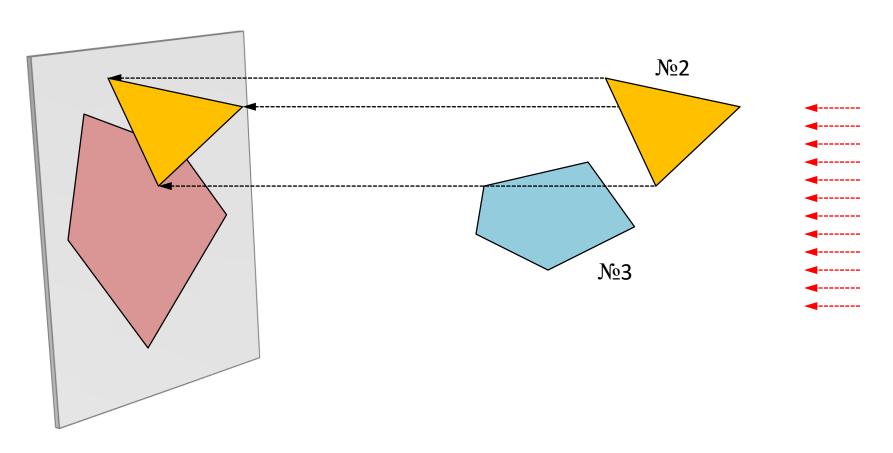
#### Основна трудност

– Установяване на номерацията

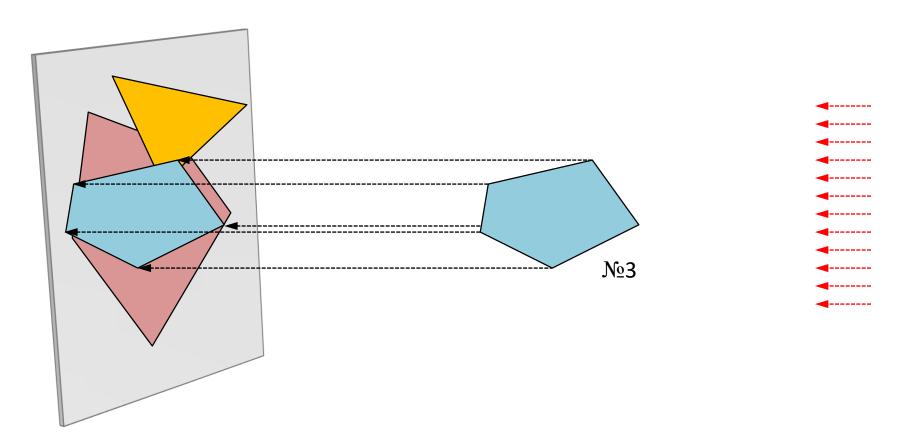
#### – Рисуваме най-задния обект



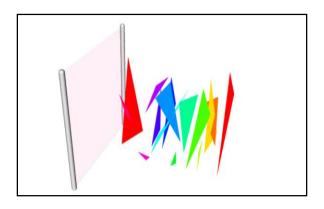
#### – Рисуваме обекта над него



#### – Рисуваме следващия обект



#### – Да го раздвижим





### Алгоритъм на Нюел-Нюел-Санча

#### Основна идея

- Стените се рисуват последователно
- Всяка заличава това под нея
- Подредбата се прави в реално време
- Проверява се дали две стени са потенциално пресичащи се – ако да, едната от тях се разделя
- Приложим само за равнинни стени

– Работи се на стъпки, започва се от най-леката

рисуване, стъпките след нея не се прилагат

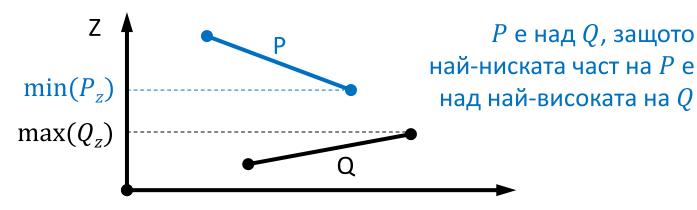
– Ако някоя стъпка може да определи ред на



### Стъпки на алгоритъма

#### Стъпка 1 – пресичане по Z

- Проверява се дали две стени имат пресичане по Z
- Ако нямат, по-далечната може да се нарисува първа
- Понякога се прави предварително сортиране по  ${\it Z}$



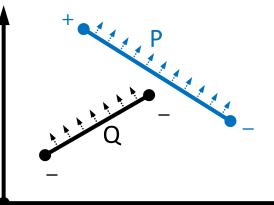
#### Стъпка 2 и 3 – пресичане по X и Y

- Проверява се дали две стени имат пресичане по X и после по Y
- Ако нямат, значи двете могат да се нарисуват независимо една от друга
- Картинката е аналогична

#### Стъпка 4 – част от полупространство

- Всяка стена разделя пространството
- Ако обект е изцяло в едното полупространство,
  значи ясно е над или под
- Двупосочна проверка  $P \leftrightarrow Q$  и  $Q \leftrightarrow P$

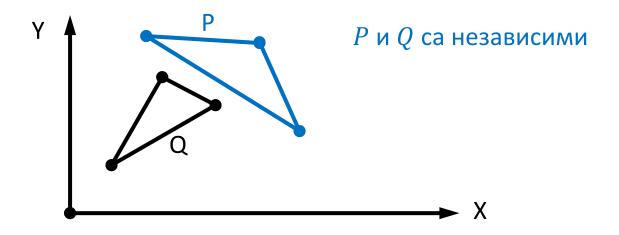
Проверката на P спрямо Q не дава никакъв резултат!



Q е под P, защото всички точки на Q са под равнината на P

#### Стъпка 5 – сечение

- Ако растеризираните образи на P и Q не се пресичат, значи не си пречат
- Реализира се чрез сечение на многоъгълници



### Ако все още не може да се определи

- Че P е преди Q
- Или че Q е преди P
- Или че P и Q са независими

### Едната стена се разделя

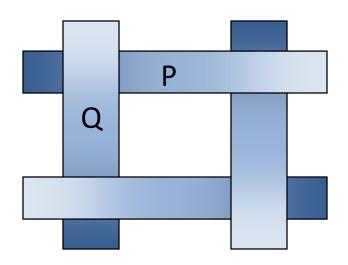
- Според сечението с другата стена
- Използва се резултата от стъпка 5

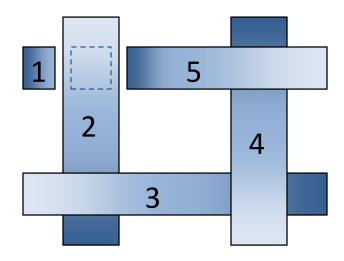


### Пример

### Проблемна конфигурация

- Разбиване на P от Q







### Z-буфер

### Какво е Z-буфер

- Допълнителен растерен слой
- Всеки пиксел съдържа дълбочина

### Характеристики

- Скоростта не зависи от броя стени
- Съществена е дълбочината на буфера

### Процедура на Z-буфер

- Работи се пиксел по пиксел
- Пиксел с цвят  $C_{xy}$  и дълбочина  $Z_{xy}$
- От друг примитив получаваме за същия пиксел нов цвят  ${\it C}$  и нова дълбочина  ${\it Z}$

#### Ако...

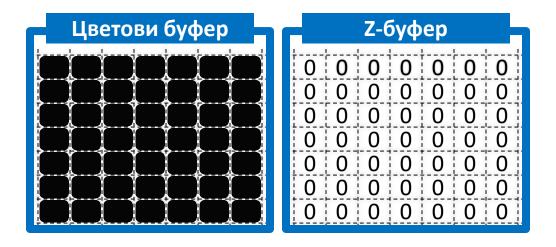
- Z е по-близка от  $Z_{xy}$  то  $C_{xy} \leftarrow C$  и  $Z_{xy} \leftarrow Z$
- Z е по-далечна, то игнорираме C и Z



### Пример

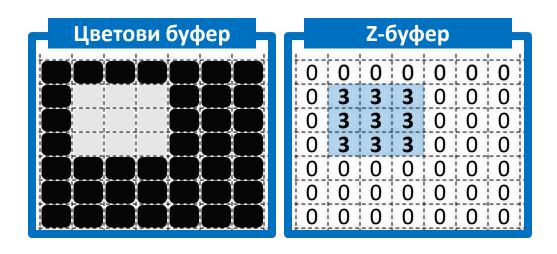
### Начална конфигурация

– Двата буфера са празни (занулени)



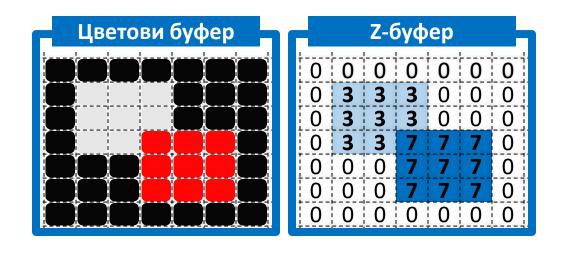
### Бял квадрат на дълбочина 3

- Само за примера приемаме, че за  $\mathbb{Z}$ -буфера
  - 1. Най-далечният пиксел е 0, а най-близкият е 9
  - 2. Примитивите са хоризонтални квадрати



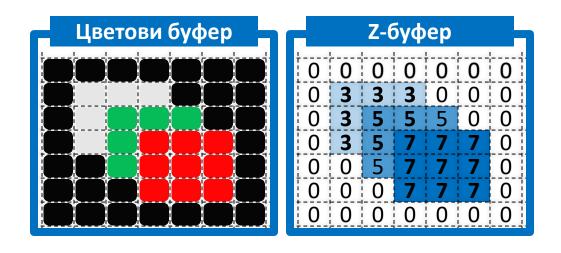
### Червен квадрат на дълбочина 7

- Червените пиксели са над белите
- И над черните
- Дълбочина 7 е по-плитка от 0 и от 3



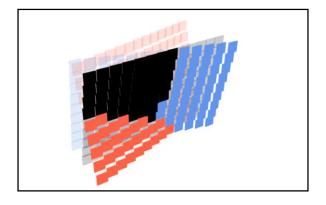
### Зелен квадрат на дълбочина 5

- Зелените пиксели се разполагат над белите пиксели
- В същото време те не променят червените пиксели



### Илюстрация

- С наклонени равнини
- Пресичащи се



## Въпроси?



### Повече информация

[AGO2] ctp. 266-284

[**ALZH**] гл. 6 и 7

[**KLAW**] стр. 161-176

[LASZ] ctp. 145-154, 248-253

[MORT] ctp. 308-312

[**SEAK**] ctp. 39-41, 73, 161, 169

#### А също и:

Wolfram Mathworld: Plane
 <a href="http://mathworld.wolfram.com/Plane.html">http://mathworld.wolfram.com/Plane.html</a>

# Край