

Изпит по теория — ДИС 2
КН, 1 к., I п.

примерна тема
дистанционна форма

1. (3+2+5+5 т.) Дефинирайте разбиване на краен затворен интервал, диаметър на разбиване, суми на Риман и определен интеграл посредством суми на Риман.
2. (10 т.) Докажете, че всяка функция, която е дефинирана и непрекъснатата върху даден краен затворен интервал, е интегрируема върху него.
3. (5+5 т.) Формулирайте и докажете формулата на Лайбниц-Нютон.
4. (5 т.) Нека $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$, $a > 0$, е непрекъснатата четна функция. Докажете, че

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx.$$

5. (2+1+2 т.) Какво наричаме степенен ред? Формулирайте дефинициите на област и радиус на сходимост на степенен ред.
6. (5+5 т.) Формулирайте и докажете теоремата за междинните стойности за функции на няколко променливи.
7. (5 т.) Нека $f(x, y)$ е функция на две променливи и (x_0, y_0) е вътрешна точка за нейната дефиниционна област. Формулирайте дефиницията на частна производна на $f(x, y)$ по x в т. (x_0, y_0) .
8. (5+5 т.) Формулирайте и докажете необходимо условие за локален екстремум за диференцируеми функции на две променливи (теорема на Ферма).
9. (5+5 т.) Какво се нарича условен локален екстремум на функция на две променливи? Формулирайте необходимо условие за условен локален екстремум за диференцируеми функции на две променливи (теорема на Лагранж).
10. (5+5 т.) Нека $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ и $g : [\gamma, \delta] \rightarrow \mathbb{R}$ са непрекъснати. Докажете, че функцията $h(x, y) := f(x)g(y)$ е интегрируема върху множеството $[\alpha, \beta] \times [\gamma, \delta]$ и

$$\int_{\alpha}^{\beta} \int_{\gamma}^{\delta} h(x, y) dx dy = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \cdot \int_{\gamma}^{\delta} g(y) dy.$$

Оценката се формира по формулата

$$\min \left\{ 2 + \frac{n}{20}, 6 \right\},$$

където n е броят на получените точки. За успешното взимане на изпита са необходими поне 20 точки.