NFA→DFA

Даден: NFA $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$

Теорема: (Детерминизация на NFA)[Рабин, Скот 1959] DFA $A' := (2^Q, \Sigma, \bar{\delta}, \{s\}, \{M \subseteq Q : M \cap F \neq \emptyset\})$ разпознава $L(A)$.

Упражнение: Дайте алгоритъм, който по даден NFA A и дума w да изчислява $\hat{\delta}(\{s\}, w)$ за време $\mathscr{O}(|w| \cdot |\delta|)$. Тук $|\delta|$ е броят на преходите от вида $p \in \delta(q, a)$, достатъчни да дефинираме δ.

Детерминизация на NFA

$A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$

$A' := (2^Q, \Sigma, \bar{\delta}, \{s\}, F')$, $F' := \{M \subseteq Q : M \cap F \neq \emptyset\}$, където

$\bar{\delta}(M, a) := \bigcup_{p \in M} \delta(p, a)$

Твърдим: $L(A') = L(A)$

Д-во: Първо да отбележим, че $\hat{\bar{\delta}}(\{s\}, w) = \hat{\delta}(\{s\}, w)$.

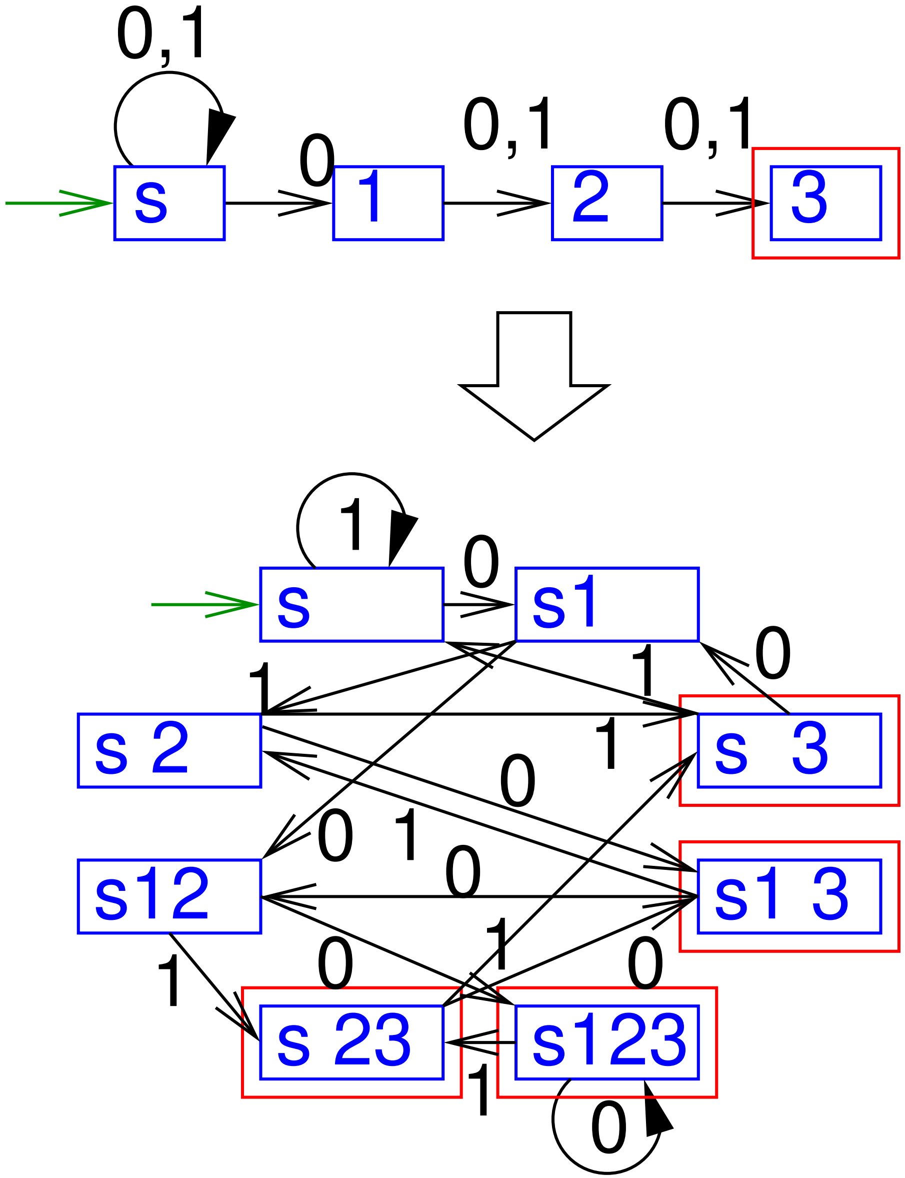
Тогава

$$
\begin{aligned}
L(A) &= \left\{ w \in \Sigma^* : \hat{\delta}(\{s\}, w) \cap F \neq \emptyset \right\} && \text{Деф. L(A)} \\
&= \left\{ w \in \Sigma^* : \hat{\delta}(\{s\}, w) \in F' \right\} && \text{Деф. F'} \\
&= L(A') && \text{Деф. L(A')}
\end{aligned}
$$

($\hat{\delta}$ играе двойна роля!) $\square$

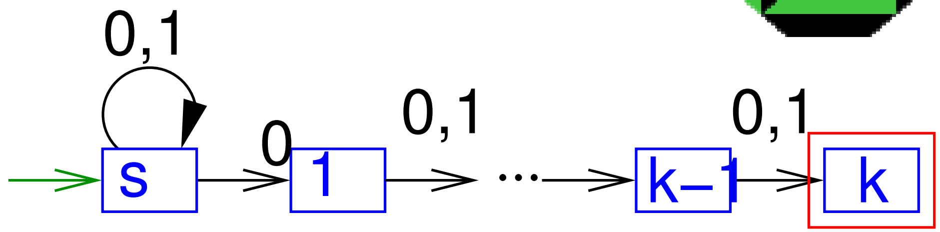
Пример

q	$\bar{\delta}(q,0)$	$\bar{\delta}(q,1)$
s	$s,1$	s
$s,1$	$s,1,2$	$s,2$
$s,2$	$s,1,3$	$s,3$
$s,3$	$s,1$	s
$s,1,2$	$s,1,2,3$	$s,2,3$
$s,1,3$	$s,1,2$	$s,2$
$s,2,3$	$s,1,3$	$s,3$
$s,1,2,3$	$s,1,2,3$	$s,2,3$



По-общ пример

A:



Твърдение:

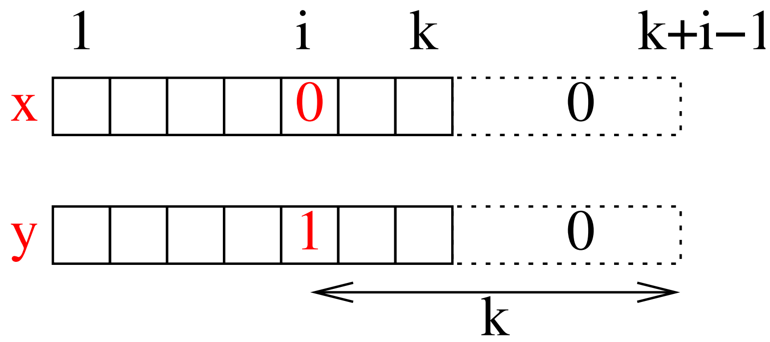
$\nexists$DFA $A' = (Q, \Sigma, \delta, s, F) : L(A') = L(A) \wedge (|Q| < 2^k)$

Д-во: Да предположим, че: $\exists A'$ и $|Q| < 2^k$

$\longrightarrow \exists x \neq y \in \{0,1\}^k : \hat{\delta}(s,x) = \hat{\delta}(s,y)$(Принцип на Дирихле)

където i: $x[i] \neq y[i]$,

Нека $x[i] = 0$, $y[i] = 1$.



Тогава $x0^{i-1} \in L(A)$

и $y0^{i-1} \notin L(A)$.

Но, $\hat{\delta}(s, x0^{i-1}) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(s,x), 0^{i-1})$

$= \hat{\delta}(\hat{\delta}(s,y), 0^{i-1}) = \hat{\delta}(s, y0^{i-1})$.

Така или и двете думи $x0^{i-1}$ и $y0^{i-1}$ се приемат, или и двете не се приемат. Противоречие. $\square$

Прилагане на алгоритъма за детерминизация

Разглеждаме само подмножествата достижими от $\{s\}$:

$Q' := \{\{s\}\}$ // състояния на A'

Queue todo:= Q'

while $\exists M \in$todo do

    todo:= todo$\setminus M$

    foreach $a \in \Sigma$ do

        if $M' = \bar{\delta}(M,a) \notin Q'$ then

            insert M' into Q'

            insert M' into todo

Често $|Q'| \ll 2^{|Q|}$!