07.12/16| Упр

$\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ само $\{0\}$ $\langle N, + \rangle$ още $\{n\}$

$\langle N, * \rangle - \{0\}\ \forall y\ x\cdot y = x$ т.е (каквото число да умн. по $x=0$ пак е 0)

$N<$ $\{1\}\ \forall y\ x\cdot y = y$ т.е (ще и да умнож. со 1 е чистото число)

$\mathbb{Z} \in \{-1\} - \exists z (\underbrace{\varphi_1(z)}_{z\, e\, 1} \wedge x\cdot x = z \wedge \neg \underbrace{\varphi_1(x)}_{z \neq 1})$.

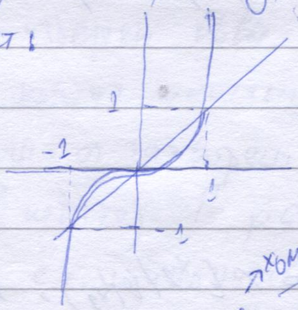
Во $\langle \mathbb{Z}, * \rangle$ работи $\{-1\}$ во $\langle N, * \rangle$ работи $\{0\}, \{1\}$

• $\langle R, * \rangle$ (Изоморфизми ≡ автоморфизми (да чува операцијата))

(Хомоморф. – од 1 множ. во друго множ.)

↳ $h(x\cdot y) = h(x)\cdot h(y)$ – това ще пасва со $h(z) = z^3$

Идентитет:



• $\langle Q, * \rangle$: хомоморфизам автоморфизам $h(z) = \begin{cases} \frac{1}{z}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$

• $\langle \mathbb{Z}, +, * \rangle$ $\{n\}$

• $N - \exists x_1 \exists x_2 \exists x_3 \exists x_4 (x \doteq ((x_1 \cdot x_1 + x_2 * x_2) + x_3 \cdot x_3) + x_4 \cdot x_4)$

• $\le (\leftrightarrow) \exists z (\varphi_N(z) \wedge x + z \doteq y)$

$n = p_1^{\alpha_1}\cdot p_2^{\alpha_2}\cdot \ldots \cdot p_n^{\alpha_n}\cdot \ldots$ (сл. число е умн. на др. ест. числа на степен)

$h(n) = p_1^{\alpha_2}\cdot p_2^{\alpha_1}\cdot \ldots \cdot p_n^{\alpha_n}\ldots$ $\boxed{p - \text{просто}}$ секаде

$h(0) = 0$ $h(h(n)) = n$

$h(a)\cdot h(b) = h(a\cdot b)$

$a = p_1^{\alpha_1}\ldots p_n^{\alpha_n}\ldots$

$b = p_1^{\beta_1}\ldots p_n^{\beta_1}\ldots$

$h(a\cdot b) = p_1^{\alpha_2+\beta_2} p_2^{\alpha_1+\beta_1} p_3^{\alpha_3+\beta_3}\ldots p_n^{\alpha_n+\beta_n}\ldots$

$6 = 2^1 3^1 5^0 \ldots$ $h(6) = 2^1\cdot 3^1\cdot 5^0\ldots = 6$

$6 = 2^1 5^0 3^1 \ldots$ $h(6) = 2^0\cdot 5^1\cdot 3^1\ldots = 15$

Избираме 1 на прва степен и една на нулева степен.

$|A| = \mathbb{N}$

Зад. от контр. $\langle m, n, k \rangle \in p^A$ т.с.и.с.т.к. $m^5 \cdot n = k$.

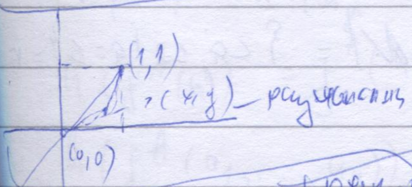
Зад. 1

$A = \langle \mathbb{Q}, 0, 1, < \rangle$ определими ли са ниш. $\{\frac{1}{2}\}$, $\{0\}$, $\underbrace{\{1\}}_{да}$

$(\neg(x < y) \wedge \neg(y < x) \Rightarrow x = y)$

$(\underbrace{x \doteq 1}_{формула} \equiv x = 1)$ $\boxed{\underbrace{x+1}_{терм}}$

$0^A = 0 \quad 1^A = 1$



$h(x) = \begin{cases} (-\infty, 0) \\ (0, x) \\ (x, 1) \\ (1, +\infty) \end{cases}$

$\boxed{\text{решена зад. 1}}$

Зад. 2

$\langle \mathbb{N}, p \rangle$ $\langle a, b, c \rangle \in p^A$ т.с.т.к. $c^2 = a \cdot b + 1$

$\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{\langle a, a \rangle \mid a \in \mathbb{N}\}$

реш:

(еднозначно z, $x \cdot y + 1$)

$\{0\}$, $\neg \exists x \exists y \; p(x, y, z)$ $\quad (0^2 \neq a \cdot b + 1)$ $\quad x, y, z$ $\quad z^2 = x \cdot y + 1$

$\{0\} \Rightarrow \exists z \forall x \; p(x, y, z)$ $\quad z^2 = xy + 1$ $\quad (z^2 - 1) \cdot 1 + 1 = z^2$

$\{1\} \Rightarrow \exists y \forall x \; p(x, y, z)$ $\quad \wedge \neg \varphi_0(z)$

$\{2\} \Rightarrow \forall x \forall y (p(x, y, z) \Rightarrow \varphi_1(x) \vee \varphi_1(y))$ $\quad a \cdot b = (c-1)(c+1)$

$\{\langle a, a \rangle \mid a \in \mathbb{N}\}$

$a = a$ — т.е. да определим равенството!

$\forall x (x \in A \Longleftrightarrow x \in B)$ (, сравнено)

$\forall x_1 \forall x_2 (p(x_1, x_2, x) \Longleftrightarrow p(x_1, x_2, y)) \vee (\varphi_0(x) \wedge \varphi_0(y))$ — уточнено

$\forall x_1 \forall x_2 (p(x_1, \cancel{x_2}, x_2) \Longleftrightarrow p(x_1, y, x_2))$

$x \cdot x_1 + 1 = x_2^2$

$y \cdot x_1 + 1 = x_2^2$

$x_1(x - y) = 0$

Зад. 3 $\boxed{\text{рефомашно}}$ списъци $|A| = \mathbb{N} \cup \{$ всички крайни от естествени числа$\}$

head, tail, perm, да се определят ~~отделно~~.

- $\mathbb{N}$
- [ ]
- [X, Y]
- Sublist, Subset