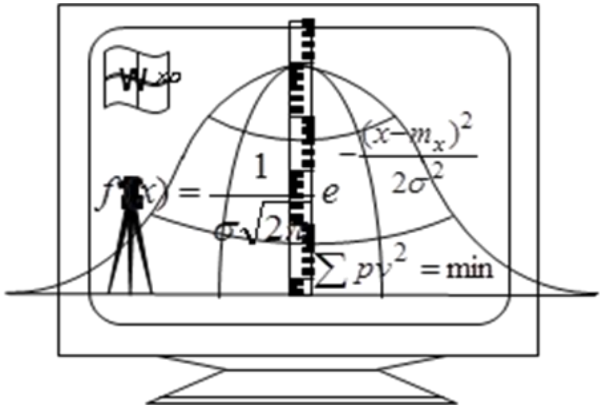
Національний університет
водного господарства
та природокористування

Кафедра геодезії та картографії

Спеціальність 193 “Геодезія та землеустрій”

Дисципліна **МАТЕМАТИЧНА ОБРОБКА ГЕОДЕЗИЧНИХ ВИМІРІВ**
Модуль 3 **МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ**



Лектор О.А. Тадєєв

Тема 2

ЗРІВНОВАЖУВАННЯ ВИМІРІВ ПАРАМЕТРИЧНИМ СПОСОБОМ
1. ЗАГАЛЬНА ТЕОРІЯ ТА ЧЕРГОВІСТЬ ДІЙ

1. Формування системи параметричних рівнянь поправок
2. Формування системи нормальних рівнянь поправок
3. Розв’язування системи нормальних рівнянь поправок
4. Обчислення зрівноважених результатів вимірів та параметрів

Параметричним способом зрівноважування за принципом найменших квадратів називають спосіб абсолютного екстремуму, в якому всі вимірювані величини виражають функціями незалежних невідомих параметрів.

Викладемо черговість дій під час зрівноважування вимірів у геодезичних мережах, опираючись на загальну теорію параметричного способу.

1. Формування системи параметричних рівнянь поправок

Насамперед необхідно визначитись із вибором необхідних невідомих параметрів T_j ($j=\overrightarrow{1,k}$; k – число необхідних вимірів). Вибір параметрів – важливий момент, оскільки він зумовлює складність параметричних рівнянь і об'єм обчислювальних робіт. Параметрами установлюють величини, які не підлягають безпосереднім вимірам, але їх зрівноважені значення мають певну практичну цінність. Наприклад, невідомі висоти вузлових реперів при зрівноважуванні результатів нівелювання, невідомі координати пунктів, дирекційні кути чи довжини сторін при зрівноважуванні результатів вимірів у планових мережах тощо.

Всі вимірювані величини виражають функціями вибраних параметрів

$$X_i = f_i(T_1,...,T_k). \tag{2.1}$$

$i=\overrightarrow{1,n}$. **Рівняння (2.1) називаються параметричні рівняння зв'язку**. Якщо зрівноважені значення параметрів позначити t_j, то за результатами зрівноважування умови рівнянь (2.1) повинні виконуватись:

$$\tilde{x}_i = f_i(t_1,...,t_k). \tag{2.2}$$

Враховуючи рівності $x_i + v_i = \tilde{x}_i$,

$$v_i = f_i t_1,...,t_k) - x_i. \tag{2.3}$$

Тепер умова принципу найменших квадратів набуває вигляду $[p(f(t_1,...,t_k)-x)^2]=\min$. Тут невідомими є тільки величини t_j. Тому умова набуває вигляду: $F(t_1,...,t_k)=\min$. Таким чином, розв'язування задачі зрівноважування способом умовного екстремуму перетворюється до розв'язування задачі на абсолютний екстремум. Для здобуття розв'язку необхідно скласти систему рівнянь вигляду

$$\frac{\partial F}{\partial t_j} = 0 \tag{2.4}$$

і виразити з останньої необхідні невідомі t_j.

Рівняння (2.4) можуть мати нелінійний вигляд. У такому випадку їх лінеаризують шляхом розкладення правих частин параметричних рівнянь зв’язку в ряд Тейлора:

$$f_i(t_1,...,t_k) = f_i(t_1^o,...,t_k^o) + \sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\partial f_i}{\partial t_j}\right)_o \tau_j + R. \tag{2.5}$$

Тут t_j^o – приблизні значення параметрів; $\tau_j = t_j - t_j^o$ – поправки до приблизних значень параметрів; коефіцієнти $\left(\frac{\partial f_i}{\partial t_j}\right)_o = a_{ij}$ – це значення частинних похідних рівнянь зв’язку f_i за параметрами t_j (їх можна вирахувати за результатами вимірів x_i та приблизними значеннями параметрів t_j^o); R – сума всіх нелінійних членів ряду, включаючи другий і вище порядки. Якщо значення t_j^o розрахувати з точністю, яка відповідає точності результатів вимірів, то поправки τ_j будуть малими настільки, що гранично величина $R \to 0$. За такої умови величиною R можна нехтувати, а рівняння (2.3) набувають вигляду $v_i = a_{i1}\tau_1 + ... + a_{ik}\tau_k + f_i(t_1^o,...,t_k^o) - x_i$ або

$$v_i = a_{i1}\tau_1 + ... + a_{ik}\tau_k + l_i. \tag{2.6}$$

Однорідні лінійні рівняння (2.6) називаються параметричні рівняння поправок. $l_i = f_i(t_1^o,...,t_k^o) - x_i$ – це вільні члени рівнянь.

За допомогою системи параметричних рівнянь поправок (2.6) з відомими коефіцієнтами a_{ij} та вільними членами l_i здійснюється лінійне перетворення системи величин τ_j $(j = \overrightarrow{1,k})$ у систему величин $v_i (i = \overrightarrow{1,n})$. Число рівнянь дорівнює числу виміряних величин n . За правилами лінійної алгебри таке перетворення можна показати матричною формою такого вигляду

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nk} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \dots \\ \tau_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \dots \\ l_n \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

або **з врахуванням позначень відповідних матриць параметричні рівняння поправок (2.6) мають вигляд**

$$\underset{n \times 1}{V} = \underset{n \times k}{A} \cdot \underset{k \times 1}{\tau} + \underset{n \times 1}{l} . \tag{2.8}$$

Формування системи параметричних рівнянь поправок передбачає чіткий **порядок дій**:

1) вибір параметрів T_j і обчислення їх приблизних значень t_j^{o};
2) формування системи параметричних рівнянь зв'язку (2.1);
3) складання рівнянь поправок у загальному вигляді (2.3);
4) формування масивів коефіцієнтів a_{ij} та вільних членів l_i. Вільні члени рекомендовано при можливості виражати такими одиницями міри, щоб їх абсолютні значення були цілими числами;
5) складання параметричних рівнянь поправок у лінійному вигляді (2.6).

Параметричні рівняння поправок навіть для різних за фізичним змістом виміряних величин різняться лише числом та значеннями коефіцієнтів a_{ij} та вільних членів l_i. Останні ж повністю визначаються параметричними рівняннями зв'язку (2.1). Оскільки рівняння зв'язку (2.1) складають для окремого виду вимірюваної величини, то саме вона і визначає собою вид параметричного рівняння поправок. Залежно від фізичного змісту вимірюваної величини можна виділити найбільш типові **види параметричних рівнянь поправок** :

- ✓ для виміряних перевищень у нівелірних мережах. Тут параметрами встановлюють невідомі відмітки вузлових реперів;
- ✓ для виміряних довжин сторін у мережах трилатерації чи полігонометрії. Тут параметрами встановлюють невідомі координати пунктів;
- ✓ для виміряних кутів у мережах тріангуляції чи полігонометрії. Тут також параметрами встановлюють невідомі координати пунктів.

Алгоритми складання різних видів параметричних рівнянь поправок детально розкрито в методичних вказівках до зрівноважування параметричним способом.

2. Формування системи нормальних рівнянь поправок

Невідомі поправки до результатів вимірів v_i виражаються параметричними рівняннями поправок як лінійне перетворення через невідомі поправки до приблизних значень параметрів τ_j. Кількість невідомих поправок перевищує кількість рівнянь, тому така система не має однозначного аналітичного розв'язку. Для досягнення розв'язку використаємо принцип найменших квадратів.

Враховуючи параметричні рівняння поправок (2.6), математичне вираження принципу найменших квадратів має вигляд

$$[pv^2] = [p(a_1\tau_1 + \ldots + a_k\tau_k + l)^2] = F(\tau_1, \ldots \tau_k) = \min. \tag{2.9}$$

За такої умови невідомі поправки τ_j можна визначити з розв'язування системи рівнянь

$$\frac{\partial F}{\partial \tau_j} = 0. \tag{2.10}$$

Отже: $\frac{\partial F}{\partial \tau_j} = 2[pv\frac{\partial v}{\partial \tau_j}] = 0$. Частинні похідні $\frac{\partial v_i}{\partial \tau_j}$, які виражені за параметричними рівняннями поправок (2.6), дають числові значення коефіцієнтів цих рівнянь: $\frac{\partial v_i}{\partial \tau_j} = a_{ij}$. Тому

$$[pa_j v] = 0. \tag{2.11}$$

Беручи до уваги, що коефіцієнти a_{ij} формують матрицю $\underset{n\times k}{A}$, система рівнянь (2.10) має вигляд

$$\underset{k\times n}{A^T}\cdot\underset{n\times n}{P}\cdot\underset{n\times 1}{V}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1k} & a_{2k} & \dots & a_{nk} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{pmatrix}=0. \tag{2.12}$$

Якщо умова отриманих рівнянь буде витримана, тим самим буде забезпечена умова мінімуму функції(2.9), яка виражає принцип найменших квадратів.

Замінимо у останній формулі масив невідомих поправок v_i рівнянням (2.8) $\underset{n\times 1}{V}=\underset{n\times k}{A}\cdot\underset{k\times 1}{\tau}+\underset{n\times 1}{l}$. Отримаємо:

$$\underset{k\times n}{A^T}\cdot\underset{n\times n}{P}\cdot\underset{n\times k}{A}\cdot\underset{k\times 1}{\tau}+\underset{k\times n}{A^T}\cdot\underset{n\times n}{P}\cdot\underset{n\times 1}{l}=0. \tag{2.13}$$

Отримані **рівняння (2.13) називають нормальні рівняння поправок**. Система нормальних рівнянь поправок у розгорнутому вигляді:

$$\left.\begin{array}{l} [pa_1a_1]\tau_1+[pa_1a_2]\tau_2+\dots+[pa_1a_k]\tau_k+[pa_1l]=0 \\ [pa_2a_1]\tau_1+[pa_2a_2]\tau_2+\dots+[pa_2a_k]\tau_k+[pa_2l]=0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ [pa_ka_1]\tau_1+[pa_ka_2]\tau_2+\dots+[pa_ka_k]\tau_k+[pa_kl]=0 \end{array}\right\}. \tag{2.14}$$

Система нормальних рівнянь поправок містить k лінійних рівнянь з k невідомими поправками τ_j.

Добуток $\underset{k\times n}{A^T}\cdot\underset{n\times n}{P}\cdot\underset{n\times k}{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1k} & a_{2k} & \dots & a_{nk} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nk} \end{pmatrix}$ дає квадратну симетричну матрицю порядку k з коефіцієнтами $N_{js}=[pa_j a_s]=p_1a_{1j}a_{1s}+p_2a_{2j}a_{2s}+\dots+p_na_{nj}a_{ns}$:

$$\underset{k\times n}{A^T}\cdot\underset{n\times n}{P}\cdot\underset{n\times k}{A}=\underset{k\times k}{N}=\begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} & \dots & N_{1k} \\ N_{21} & N_{22} & \dots & N_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ N_{k1} & N_{k2} & \dots & N_{kk} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} [pa_1a_1] & [pa_1a_2] & \dots & [pa_1a_k] \\ [pa_2a_1] & [pa_2a_2] & \dots & [pa_2a_k] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [pa_ka_1] & [pa_ka_2] & \dots & [pa_ka_k] \end{pmatrix}.$$

Вздовж головної діагоналі (зліва донизу вправо) містяться коефіцієнти, які завжди додатні: $N_{11}, N_{22},\dots,N_{kk}$. Їх називають квадратичними. Коефіцієнти, розміщені симетрично відносно головної діагоналі, попарно дорівнюють один одному: $N_{js}=N_{sj}$. Ця рівність виражає властивість симетричності недіагональних коефіцієнтів.

Добуток $\underset{k\times n}{A^T}\cdot\underset{n\times n}{P}\cdot\underset{n\times 1}{l}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1k} & a_{2k} & \dots & a_{nk} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \dots \\ l_n \end{pmatrix}$ дає масив вільних членів

$$L_j=[pa_jl]=p_1a_{1j}l_1+p_2a_{2j}l_2+\dots+p_na_{nj}l_n:$$

$$\underset{k\times n}{A^T}\cdot\underset{n\times n}{P}\cdot\underset{n\times 1}{l}=\underset{k\times 1}{L}=\begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ L_k \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} [pa_1l] \\ [pa_2l] \\ \dots \\ [pa_kl] \end{pmatrix}.$$

З врахуванням введених позначень **нормальне рівняння поправок має вигляд**

$$\underset{k\times k}{N}\cdot\underset{k\times 1}{\tau}+\underset{k\times 1}{L}=0. \tag{2.15}$$

Система нормальних рівнянь поправок у розгорнутому вигляді:

$$\left.\begin{matrix} N_{11}\tau_1+N_{12}\tau_2+\dots+N_{1k}\tau_k+L_1=0 \\ N_{21}\tau_1+N_{22}\tau_2+\dots+N_{2k}\tau_k+L_2=0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ N_{k1}\tau_1+N_{k2}\tau_2+\dots+N_{kk}\tau_k+L_k=0 \end{matrix}\right\}. \tag{2.16}$$

За умови зрівноважування рівноточних вимірів кожному результатові можна приписати вагу $p_i = 1$. Тоді вагова матриця $\underset{n\times n}{P}$ перетворюється у одиничну матрицю $\underset{n\times n}{P} = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & .. \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \underset{n\times n}{E}$, а нормальне рівняння (2.13) набуває вигляду

$$\underset{k\times n}{A^T} \cdot \underset{n\times k}{A} \cdot \underset{k\times 1}{\tau} + \underset{k\times n}{A^T} \cdot \underset{n\times 1}{l} = 0. \qquad (2.17)$$

У розгорнутому вигляді

$$\left.\begin{array}{l} [a_1a_1]\tau_1 + [a_1a_2]\tau_2 + \dots + [a_1a_k]\tau_k + [a_1l] = 0 \\ [a_2a_1]\tau_1 + [a_2a_2]\tau_2 + \dots + [a_2a_k]\tau_k + [a_2l] = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ [a_ka_1]\tau_1 + [a_ka_2]\tau_2 + \dots + [a_ka_k]\tau_k + [a_kl] = 0 \end{array}\right\}. \qquad (2.18)$$

Отримана система рівнянь зберігає за собою усі властивості системи нормальних рівнянь (2.16). З практичної точки зору це означає, що за умови зрівноважування рівноточних вимірів при формуванні системи нормальних рівнянь і обчисленні її коефіцієнтів $N_{js} = [a_ja_s]$ та вільних членів $L_j = [a_jl]$ ваги не враховуються, а відповідні позначення можна опустити і не приймати до уваги.

Система нормальних рівнянь має бути добре обумовленою. Визначник матриці N завжди є величиною додатною за умови, що жоден з її квадратичних коефіцієнтів не дорівнює нулю. З метою досягнення ефективного вирішення завдання зрівноважування квадратичні коефіцієнти повинні значно перевищувати абсолютні значення не квадратичних, а вільні члени рівнянь мають бути невеликими.

3. Розв’язування системи нормальних рівнянь поправок

Розв’язування системи нормальних рівнянь поправок – це найбільш трудомістка частина задачі зрівноважування. Систему лінійних рівнянь (2.16) можна розв’язати будь-яким способом лінійної алгебри. Однак у застосуванні до поставленої задачі обраний спосіб має забезпечити оцінку точності потрібних величин та їх функцій за результатами зрівноважування. При великому числі рівнянь доцільно залучати доступні сучасні технічні засоби та технології обчислень. З цієї точки зору доцільно розглядати і реалізовувати розв’язок завдання у матричній формі.

Розв’язування системи нормальних рівнянь поправок має за мету визначення вектора

$$\tau = (\tau_1, \tau_2, ..., \tau_k), \qquad (2.19)$$

елементами якого є корені рівнянь τ_j $(j = \overrightarrow{1,k})$.

Формально розв’язок матричного рівняння (2.15) має вигляд

$$\underset{k\times 1}{\tau} = -\underset{k\times k}{Q} \cdot \underset{k\times 1}{L}. \qquad (2.20)$$

Тут $\underset{k\times k}{Q} = \underset{k\times k}{N}^{-1}$ – це обернена матриця до матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь $\underset{k\times k}{N} = \underset{k\times n}{A^T} \cdot \underset{n\times n}{P} \cdot \underset{n\times k}{A}$.

Завдання побудови оберненої матриці полягає у розв'язуванні рівняння

$$\underset{k\times k}{N} \cdot \underset{k\times k}{Q} = \underset{k\times k}{E} \tag{2.21}$$

відносно $\underset{k\times k}{Q}$, де $\underset{k\times k}{E}$ - це одинична матриця. Якщо квадратна матриця $\underset{k\times k}{N}$ неособлива та її визначник $|N| \neq 0$, то існує однозначний розв'язок рівняння (2.20). Елементи Q_{js} матриці $\underset{k\times k}{Q} = \underset{k\times k}{N}^{-1}$ виражаються рівністю $Q_{js} = \frac{N'_{sj}}{|N|}$, де N'_{sj} – алгебраїчне доповнення елементу N_{sj} у визначнику $|N|$, тобто мінор, який помножений на $(-1)^{j+s}$ і одержаний з $|N|$ викреслюванням s –го рядка та j –го стовпця.

Обернена матриця $\underset{k\times k}{Q}$ має ті ж властивості, що і матриця коефіцієнтів $\underset{k\times k}{N}$. Основною є властивість симетричності не квадратичних коефіцієнтів відносно головної діагоналі, на якій розміщені квадратичні коефіцієнти. Для симетричної матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь можна записати: $\underset{k\times k}{N} = \underset{k\times k}{N}^{T}$. Із цього слідує: $\underset{k\times k}{N}^{-1} = (\underset{k\times k}{N}^{T})^{-1}$ або $\underset{k\times k}{N}^{-1} = (\underset{k\times k}{N}^{-1})^{T}$. Отже, $\underset{k\times k}{Q} = \underset{k\times k}{Q}^{T}$, тобто обернена матриця є симетричною відносно головної діагоналі.

Рівнянням (2.21) користуються для контролю побудови оберненої матриці, а рівняння (2.20) виражає розв'язок системи нормальних рівнянь поправок у матричній формі. За умови використання сучасних технічних засобів обчислень слід мати на увазі, що їх програмне забезпечення містить алгоритм розв'язку (2.20), тому немає необхідності складати алгоритм та створювати відповідне програмне забезпечення.

4. Обчислення зрівноважених результатів вимірів та параметрів

Зрівноважені значення результатів вимірів $\tilde{x}_i$ виражаються рівняннями $\tilde{x}_i = x_i + v_i \quad (i = \overrightarrow{1,n})$ або матричним рівнянням

$$\underset{n\times 1}{\tilde{x}} = \underset{n\times 1}{x} + \underset{n\times 1}{V} . \qquad (2.44)$$

Матриця-стовбець (або вектор) $\underset{n\times 1}{\tilde{x}} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \dots \\ \tilde{x}_n \end{pmatrix}$ формується зрівноваженими значеннями результатів вимірів $\tilde{x}_i$.

$\underset{n\times 1}{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ - це матриця результатів вимірів величин; $\underset{n\times 1}{V} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{pmatrix}$ - матриця поправок до результатів вимірів.

Невідомі поправки v_i виражаються параметричними рівняннями поправок вигляду (2.6) $v_i = a_{i1}\tau_1 + \dots + a_{ik}\tau_k + l_i$ або вигляду (2.8) $\underset{n\times 1}{V} = \underset{n\times k}{A} \cdot \underset{k\times 1}{\tau} + \underset{n\times 1}{l}$ за поправками τ_j, які вже обчислено за результатами розв'язування системи нормальних рівнянь.

Зрівноважені значення невідомих параметрів t_j виражаються рівняннями $t_j = t_j^{o} + \tau_j$ $(j = \overrightarrow{1,k})$ або матричним рівнянням

$$\underset{k\times 1}{t} = \underset{k\times 1}{t^{o}} + \underset{k\times 1}{\tau} . \tag{2.45}$$

Тут матриці-стовбці (вектори) формуються такими елементами: $\underset{k\times 1}{t} = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \dots \\ t_k \end{pmatrix}$ - зрівноважені значення параметрів;

$\underset{k\times 1}{t^{o}} = \begin{pmatrix} t_1^{o} \\ t_2^{o} \\ \dots \\ t_k^{o} \end{pmatrix}$ - приблизні значення параметрів; $\underset{k\times 1}{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \dots \\ \tau_k \end{pmatrix}$ - поправки до приблизних значень параметрів.

Розкриттям числових значень $\tilde{x}_i$ $(i = \overrightarrow{1,n})$ та t_j $(j = \overrightarrow{1,k})$ завершується етап зрівноважувальних обчислень.

Завершальний контроль результатів зрівноважування здійснюється шляхом перевірки істинності умов, які закладено у параметричних рівнянь зв'язку (2.2): $\tilde{x}_i = f_i(t_1,\dots,t_k)$, тобто **зрівноважені значення результатів вимірів, які обчислено за рівняннями** $\tilde{x}_i = x_i + v_i$**, повинні дорівнювати відповідним значенням, які виражаються через зрівноважені параметри** t_j **у параметричних рівняннях зв'язку**.