Санкт-Петербургский политехнический университет

Высшая школа теоретической механики, ФизМех

Направление подготовки

«01.03.03 Механика и математическое моделирование»

Индивидуальное задание № 1

тема "Метод конечных элементов. Расчет статического прогиба балки Бернулли-Эйлера"

Вариант 10

Выполнила студент гр. 5030103/00301 Качевская О.А

Преподаватель: Е.Ю. Витохин

Санкт-Петербург

2023

Содержание:

[1. Формулировка задачи 3](#_Toc43323906)

[2. Алгоритм метода 3](#_Toc43323908)

[3. Результаты 6](#_Toc43323909)  
[4. Заключение 10](#_Toc43323909)

1. Формулировка задачи.

Произвести расчет статического прогиба балки Бернулли-Эйлера. Требуется определить перемещения, силы и моменты.  В качестве сечения использовать двутавр.

Исходные данные: длина балки 1 м, сечение представляет из себя двутавр (рис. 2), модуль Юнга равен , величина нагрузки 10000Н\*м.



Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

1. Алгоритм метода.

Введем систему координат.

Предполагается, что при изгибе балка не выходит из плоскости (X, Y ). Поле перемещений балки разделим на продольную (перемещения u(x, y)) и поперечную (прогиб v(x, y)) составляющие. Компоненты поля перемещений связаны между собой следующим соотношением:

Продольное напряженно-деформированное состояние описывается следующим образом:

Используем закон Гука:

Изгибающий момент:

Потенциальная энергия в случае статического изгиба выражается следующим образом: , где – потенциальная энергия, – энергия внутренних сил (деформаций), – работа внешних сил.

В условиях нашей задачи

Будем рассматривать балочный конечный элемент. Вектор перемещений элемента записывается следующим образом:

Для перемещений принимается кубическая аппроксимация.

Тогда транспонированный столбец деформаций балки (прогибов и углов поворота) имеет следующий вид: . Строчка функций форм - . Тогда можно выразить прогибы по всей длине элемента через функции формы:

Для изопараметрического элемента функции формы имеют вид:

При этом:

Вычислим кривизну:

Тогда энергия деформации будет задана выражением:

.

Приравняем:

Подставим матрицу [B] и выделим коэффициент:

Подводя итог, можем выделить отсюда СЛАУ:

Переходя ко всей балке:

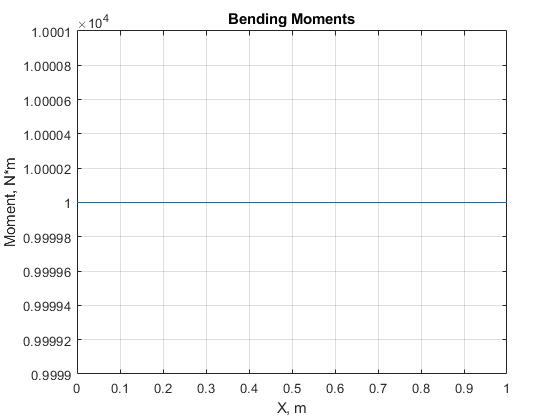
1. Результаты.  
   1. Результаты работы в Abaqus

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| Рис.1. Прогибы | |

|  |
| --- |
|  |
| Рис.2. Усилия |

|  |
| --- |
|  |
| Рис 3. Моменты   * 1. Результаты работы в Matlab |
| Рис.4. Прогиб | |

|  |
| --- |
|  |
| Рис.8. Усилия |



|  |
| --- |
|  |
| Рис 9. Моменты |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Перемещения | | |
| X, м | Abaqus, Y | Matlab, Y |
| 0 | -15.352e-03 | -15.354e-03 |
| 0.1 | -12.435e-03 | -12.435e-03 |
| 0.2 | -9.825e-03 | -9.8252e-03 |
| 0.3 | -7.5224e-03 | -7.5224e-03 |
| 0.4 | -5.5267e-03 | -5.5265e-03 |
| 0.5 | -3.838e-03 | -3.838e-03 |
| 0.6 | -2.45632e-03 | -2.4564e-03 |
| 0.7 | -1.38168e-03 | -1.38168e-03 |
| 0.8 | -0.6141e-03 | -0.6143e-03 |
| 0.9 | -0.15352e-03 | -0.15362e-03 |
| 1 | 0 | 0 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Моменты | | |
| X, м | Abaqus, Y | Matlab, Y |
| 0 | 10000 | 10000. |
| 0.1 | 10000 | 10000. |
| 0.2 | 10000 | 10000. |
| 0.3 | 10000 | 10000. |
| 0.4 | 10000 | 10000. |
| 0.5 | 10000 | 10000. |
| 0.6 | 10000 | 10000. |
| 0.7 | 10000 | 10000. |
| 0.8 | 10000 | 10000. |
| 0.9 | 10000 | 10000. |
| 1 | 10000 | 10000. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Усилия | | |
| X, м | Abaqus, Y | Matlab, Y |
| 0 | -5.4642e-10 | -5.4842e-10 |
| 0.1 | -4.2239e-10 | -4.215874e-10 |
| 0.2 | -2.48465e-11 | -2.455350e-11 |
| 0.3 | 4.9693e-10 | 4.9568e-10 |
| 0.4 | 6.33585e-10 | 6.33548e-10 |
| 0.5 | 2.60888e-10 | 2.59712e-10 |
| 0.6 | 1.24232e-10 | 1.264580e-10 |
| 0.7 | 1.98772e-10 | 1.984520e-10 |
| 0.8 | 1.83243e-10 | 1.8462e-10 |
| 0.9 | 2.08089e-10 | 2.08426e-10 |
| 1 | 1.98772e-10 | 1.98810e-10 |

Заключение

В рамках данной задачи с помощью метода конечных элементов были получены усилия, моменты, прогибы. В ходе работы проведен расчет статического прогиба балки Бернулли-Эйлера в Abaqus и Matlab. Полученные результаты совпадают.