

# Kabel koncentryczny

06.03.2024

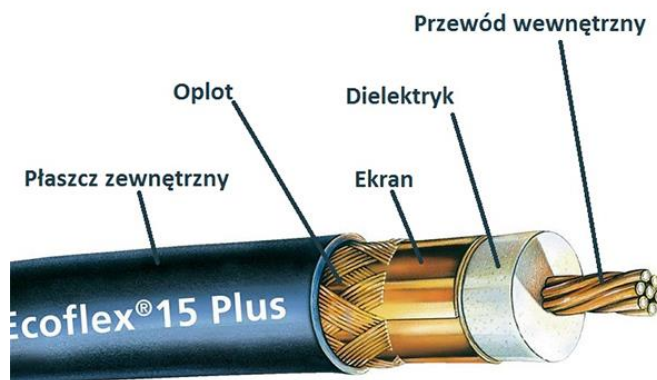
## Celem ćwiczenia jest

1. Doskonalenie umiejętności posługiwania się generatorem i oscyloskopem
2. Kształcenie umiejętności rozpoznawania efektów odbić w kablach
3. Pomiar prędkości rozchodzenia się impulsu w kablu
4. Pomiar impedancji kabla
5. Wyznaczenie charakterystycznej pojemności i indukcyjności kabla

## Wprowadzenie teoretyczne

Sygnały elektryczne w układach pomiarowych wykorzystywanych w fizyce doświadczalnej najczęściej przesyła się tak zwanymi kablami koncentrycznymi. Kabel koncentryczny składa się z przewodu wewnętrznego (tzw. gorącej żyły), otaczającego go koncentrycznie dielektryka i cylindrycznej warstwy kolejnego przewodnika, tzw. ekranu (rys. 1). Kable te są najczęściej wykorzystywane w taki sposób, że właściwe źródło mierzonego napięcia jest podłączone do gorącej żyły, a ekran podłączony jest do tzw. masy, czyli do wspólnego punktu układu pomiarowego o umownie zerowym potencjale (z kolei masa może być, i często jest, połączona z uziemieniem sieci energetycznej). Dzięki takiej konfiguracji w dużym stopniu ograniczony jest wpływ zakłóceń elektromagnetycznych na sygnał biegnący gorącą żyłą.

Dla sygnału o stałym lub wolno zmieniającym się napięciu<sup>1</sup> kabel koncentryczny może być traktowany po prostu jako dwa przewody, pomiędzy którymi występuje różnica napięć, taka sama na całej długości kabla. Dla sygnałów zmieniających się szybko zaczyna mieć znaczenie fakt, że kabel ma pewną pojemność i indukcyjność. Powodują one, że w kablu występuje rozkład napięć i prądów wzdłuż jego długości, gdy podłączone zostanie do niego źródło napięcia przemiennego (np. zmiennego sinusoidalnie albo krótkiego impulsu).

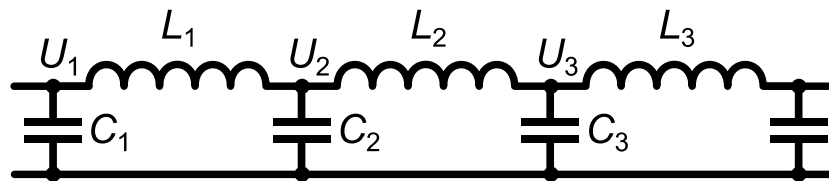


**Rys. 1.** Schemat budowy kabla koncentrycznego (ze strony conrad.pl)

Aby znaleźć równanie opisujące propagację sygnałów elektrycznych w kablu koncentrycznym podzielimy go na krótkie odcinki o długości  $\Delta x$ . Każdy z odcinków

<sup>1</sup> Wolno zmieniające się napięcie oznacza tu, że jego napięcia zachodzą w czasach o wiele dłuższych niż czas potrzebny na propagację zmiany napięcia przez cały kabel.

ma pewną pojemność  $C = c \Delta x$  oraz indukcyjność  $L = l \Delta x$ , gdzie  $c$  i  $l$  to odpowiednio pojemność i indukcyjność na jednostkę długości kabla (rys. 2).



**Rys. 2.** Reprezentacja długiego kabla koncentrycznego jako połączenia krótkich odcinków mających indukcyjność  $L_i$  oraz pojemność  $C_i$ . Napięcie na kondensatorze  $C_i$  jest równe  $U_i$ , a prąd płynący przez indukcyjność  $L_i$  oznaczamy  $I_{Li}$ .

Ewolucję płynących prądów i napięć na indukcyjnościach i pojemnościach w układzie można opisać podstawowymi równaniami dla tych elementów. Prąd płynący przez kondensator  $C_2$  powoduje jego ładowanie, a więc zmianę napięcia  $U_2$  zgodnie z równaniem:

$$I_{C2} = I_{L1} - I_{L2} = c\Delta x \frac{dU_2}{dt}$$

Gdzie  $I_{L1}$  i  $I_{L2}$  to prądy płynące przez indukcyjności  $L_1$  i  $L_2$ . Spadek napięcia na indukcyjności  $L_1$  jest równy:

$$U_1 - U_2 = l\Delta x \frac{dI_{L1}}{dt}$$

Dzieląc powyższe równania przez  $\Delta x$  i przechodząc do granicy  $\Delta x \rightarrow 0$  możemy wyrazić różnice prądów i napięć przez odpowiednie pochodne po  $x$ :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{I_{L1} - I_{L2}}{\Delta x} = -\frac{dI}{dx}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{U_1 - U_2}{\Delta x} = -\frac{dU}{dx}$$

Stąd dostajemy równania różniczkowe wiążące prąd i napięcie w kablu:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -c \frac{\partial U}{\partial t}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -l \frac{\partial I}{\partial t}$$

gdzie  $I$  oraz  $U$  są funkcjami czasu i położenia,  $I = I(x, t)$ ,  $U = U(x, t)$ . Różniczkując pierwsze z równań dodatkowo po  $t$ , a drugie po  $x$ , dostajemy:

$$\frac{\partial I}{\partial x \partial t} = -c \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -l \frac{\partial I}{\partial x \partial t}$$

Łącząc oba powyższe równania dostajemy równanie opisujące ewolucję napięcia w kablu:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = lc \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

Ma ono postać równania falowego, opisującego falę propagującą się z prędkością:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Oznacza to, że chwilowe wartości prądu i napięcia w kablu propagują się tak jak fala, z czym związane są takie zjawiska jak np. odbicie i powstawanie fali stojącej.

Powstawanie fali odbitej możemy opisać następująco: Propagacji impulsu napięcia o amplitudzie  $U_0$  towarzyszy przepływ prądu równego  $I_0 = U_0 / Z$  gdzie  $Z$  jest impedancją falową kabla. Dla impulsu napięcia o polaryzacji dodatniej prąd płynie w tym samym kierunku, w którym impuls się propaguje. Jeśli na końcu kabla podłączymy opornik (tzw. obciążenie) o oporze  $R_L$ , to impuls padający wywoła w nim przepływ prądu o wartości  $U_0 / R_L$ . Jeśli  $R_L \neq Z$ , to prąd ten ma wartość zbyt małą lub zbyt dużą w stosunku do prądu płynącego w kablu (równego  $U_0 / Z$ ). Powoduje to powstanie fali odbitej o amplitudzie  $U_1$ , propagującej się w przeciwnym kierunku, o amplitudzie takiej, by sumaryczny (wywołany falą padającą i odbitą) prąd płynący przez obciążenie był równy prądowi płynącemu w kablu. Wówczas przepływ prądu przez opornik jest wywołany sumą napięć impulsu padającego i odbitego, a prąd wywołany impulsem odbitym płynie w kierunku przeciwnym niż prąd wywołany impulsem padającym:

$$U_0 + U_1 = R_L(I_0 - I_1)$$

Wstawiając  $I_0 = U_0 / Z$  i  $I_1 = U_1 / Z$  otrzymujemy równanie:

$$U_0 + U_1 = \frac{R_L}{Z}(U_0 - U_1)$$

Można przekształcić je tak, by wyznaczyć amplitudę fali odbitej:

$$U_1 = U_0 \frac{R_L - Z}{R_L + Z}$$

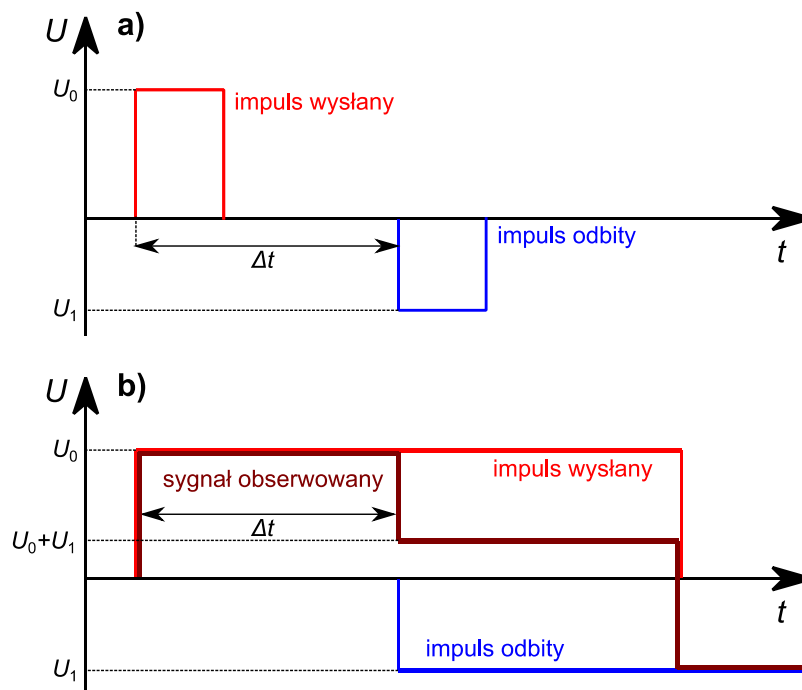
Widać, że fala odbita znika, gdy  $R_L = Z$ . Podłączając do końca kabla regulowany opornik (potencjometr) i zmieniając jego opór, jednocześnie rejestrując amplitudę fali odbitej, można wyznaczyć impedancję kabla.

### Pomiary oscyloskopowe

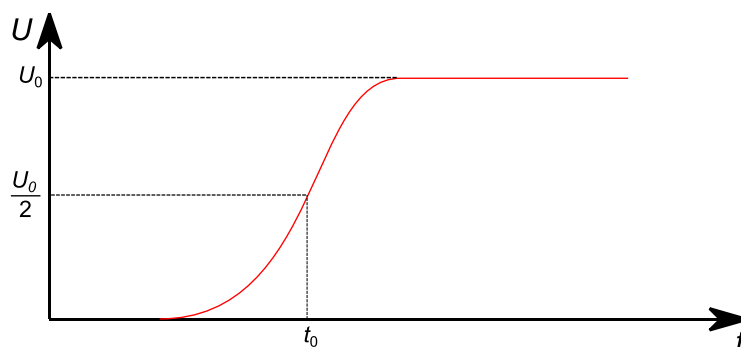
Sposób wykonania doświadczenia zależy do parametrów sprzętu, który masz do dyspozycji. W optymalnej sytuacji generator powinien być w stanie generować impulsy o czasie trwania nanosekund, a oscyloskop powinien być w stanie zarejestrować i wyświetlić tak szybkie przebiegi. Dysponując takim sprzętem możesz na ekranie oscyloskopu zobaczyć osobno impulsy wysyłane do kabla i odbite od jego końca (rys. 3a).

Gdy impulsy mają czas trwania długi w porównaniu z czasami propagacji impulsów w kablu, to impulsy wysyłane i odbite będą się na siebie nakładać i zamiast oddzielnych impulsów na ekranie oscyloskopu zaobserwujesz „schodki” (rys. 3b). W obu przypadkach czas propagacji impulsu w kablu będziesz wyznaczać mierząc odstęp czasu pomiędzy zboczami odpowiadającymi początkowi impulsu wysłanego i impulsu odbitego (rys. 3) oraz impulsu docierającego do drugiego końca kabla.

Ze względu na ograniczone pasmo częstotliwości generowanych przez generator i rejestrowanych przez oscyloskop zbocza impulsu „prostokątnego” nie mogą trwać nieskończenie krótko, czyli nie są idealnie „pionowe”. Po odpowiednim rozciągnięciu podstawy czasu oscyloskopu będzie widać że napięcie narasta i spada w skończonym czasie (rys. 4). Dlatego jako moment odpowiadający początkowi (lub końcowi) impulsu należy wybrać czas, w którym napięcie osiąga połowę wartości maksymalnej.



**Rys. 3.** a) Gdy impuls wysłany do kabla jest krótki w porównaniu z czasem propagacji impulsu w kablu, na oscyloskopie podłączonym do początku kabla można zobaczyć osobno impuls wysłany i odbity. Czas propagacji można wyznaczyć mierząc odstęp czasu pomiędzy początkowymi zboczami impulsów wysłanego i odbitego. b) Gdy impuls wysłany jest długi w porównaniu z czasem propagacji, impulsy wysłany i odbity nakładają się. Na oscyloskopie widoczne są „schodki” będące sumą obu impulsów. Czas propagacji impulsu można wyznaczyć mierząc szerokość pierwszego „schodka”. Przebieg sygnału na tych wykresach jest wyidealizowany, w rzeczywistości impulsy będą zniekształcone przez ograniczenia pasma przenoszenia oscyloskopu, wielokrotne odbicia i tłumienie sygnału w kablu



**Rys. 4.** Ze względu na ograniczone pasmo częstotliwości rejestrowanych przez oscyloskop i generowanych przez generator zbocza impulsów mają skończoną szerokość. Jako moment początku impulsu należy wybrać czas, w którym napięcie osiąga połowę wartości maksymalnej.

### Przebieg doświadczenia:

1. Wykorzystując trójkąt podłącz wyjście generatora krótkim (kilkadziesiąt cm) kablem koncentrycznym do kanału 1 oscyloskopu i jednego końca kabla o długości 20-25 m. Drugi koniec długiego kabla podłącz do kanału 2 oscyloskopu.
2. Skonfiguruj generator tak, by generował impulsy prostokątne o amplitudzie kilku woltów i jak najkrótszym czasie trwania, które można zaobserwować na oscyloskopie bez istotnych zniekształceń. Skonfiguruj oscyloskop tak, by zaobserwować impulsy odbite (na kanale 1) i docierające do końca kabla (na kanale 2). W zależności od możliwości sprzętu zdecyduj, według którego schematu (pokazanego na rys. 3a lub 3b) będziesz prowadzić dalsze pomiary.
3. Wykorzystując złącza pozwalające łączyć ze sobą kable i dostępne na pracowni odcinki kabla o długości 20-25 m wykonaj pomiary zależności czasu propagacji impulsu od długości kabla. Skorzystaj z możliwości pomiaru czasu propagacji impulsu w jedną stronę (pomiędzy zboczami impulsu padającego i impulsu docierającego do końca kabla, widocznymi na kanale 2) i w obie strony (pomiędzy zboczami impulsu padającego i odbitego, widocznymi na kanale 1). Biorąc pod uwagę fakt nachylenia zboczy (rys. 4), na których dokonujesz pomiarów i skończoną dokładność oceny położenia zbocza oszacuj niepewność wyznaczenia czasu.

Wykonaj pomiary dla kabli składających się z od 1 do przynajmniej 4 połączonych odcinków kabli o dwóch nominalnych impedancjach ( $50\ \Omega$  i  $75\ \Omega$ ), tak, by uzyskać 8-10 punktów pomiarowych.

### Uwagi:

- a) Jeśli dostępne są kable o wysokiej i niskiej jakości („dobre” i „złe”) wykonaj pomiary dla jednego kabla „dobrego” i jednego „złego” o różnych impedancjach (np.  $50\ \Omega$  „dobry” i  $75\ \Omega$  „zły” – informacje o jakości kabli uzyskasz od prowadzącego ćwiczenie). Wykonując pomiary zwróć uwagę na różnicę w transmisji sygnału przez te kable – czy kable „dobre” i „złe” różnią się pod względem tłumienia, zniekształceń sygnału transmitowanego i zgodnością impedancji rzeczywistej i nominalnej? Skomentuj swoje obserwacje w raporcie.
  - b) Dostępne na pracowni kable mają zmierzoną i opisaną długość – nie rozwijaj ich.
  - c) Nie pomyśl i nie połącz razem kabli różnego rodzaju.
  - d) Zwróć uwagę, że w miarę zwiększania długości kabla trzeba zmieniać odpowiednio skalę poziomą i pionową na oscyloskopie – należy ją za każdym razem ustawiać tak, by jak najdokładniej wyznaczyć odstęp czasu pomiędzy zboczami impulsów.
4. Do końca kabla o długości 20 lub 25 m podłącz potencjometr o oporze z zakresu  $100\ \Omega$  -  $1\ \text{k}\Omega$  w taki sposób, by móc wykorzystywać go jako obciążenie o regulowanym oporze. Zmierz amplitudę impulsu odbitego w funkcji oporu obciążenia (opór potencjometru przy danym ustawieniu mierz omomierzem, **po odłączeniu potencjometru od generatora**). Wykonaj po 8-10 pomiarów dla dwóch kabli, **tych samych, dla których zebrane zostały dane potrzebne do wyznaczenia prędkości fali**. Przy każdym pomiarze zadбай o odpowiedni dobór skali pionowej oscyloskopu i położenie pionowe przebiegu pozwalające

optymalnie mierzyć amplitudy impulsu odbitego, które mogą być dodatnie lub ujemne. Zwróć uwagę, że kable mają dość duże tłumienie i amplituda impulsu odbitego jest istotnie mniejsza niż przewidywana przez przedstawiony na początku instrukcji model. Będzie to trzeba uwzględnić analizując wyniki.

### **Opracowanie danych:**

1. Wykonaj wykresy zależności czasu propagacji impulsu od długości kabla. Dopasuj prostą i wyznacz prędkość fali w kablu.
2. Wykonaj wykres zależności amplitudy fali odbitej od oporu obciążenia na końcu kabla  $R_L$ . Dopasuj do danych funkcję

$$U_1(R_L) = U_0 \frac{R_L - Z}{R_L + Z}$$

i wyznacz impedancję kabla  $Z$  dla każdego z badanych typów kabla. Ze względu na tłumienie kabla potraktuj amplitudę  $U_0$  jako parametr dopasowania – jej wartość będzie mniejsza niż amplituda impulsu generowanego przez generator. Porównaj wyznaczoną wartość  $Z$  z wartością nominalną.

3. Wiedząc, że prędkość fali w kablu  $v = \frac{1}{\sqrt{lc}}$ , a impedancja kabla  $Z = \sqrt{l/c}$  [1], gdzie  $l$  i  $c$  oznaczają odpowiednio indukcyjność i pojemność kabla na jednostkę długości, wyznacz wartości  $l$  i  $c$  dla badanych kabli.

### **Literatura:**

[1] P. Horowitz, W. Hill, The Art of Electronics, 3rd ed., Cambridge Univ. Press (2015), dodatek H.4 – dostępny w postaci pliku pdf w materiałach Pracowni I R (polskie wydanie: P. Horowitz, W. Hill, Sztuka elektroniki, WŁiK (2003))

Opracował Piotr Fita, wersja z 06.03.2024

### **Zalecane ustawienia dla generatorów Rigol DG4162 i oscyloskopów o pasmie przynajmniej 200 MHz:**

#### **Tryb: Pulse**

Częstotliwość (Freq): **500 kHz**

Amplituda impulsu (Ampl): **5 Vpp**

Składowa stała (Offset): **2,5 VDC**

albo

Górny poziom impulsu (HiLevel): **5 V**

Dolny poziom impulsu (LoLevel): **0 V**

Czas trwania impulsu (Width): **50-100 ns**

Czas narastania zboczy (Lead/Trail): **5-10 ns**

#### **Informacje o dostępnych kablach:**

50  $\Omega$  na dużych zwojach – „dobry”

50  $\Omega$  na małych zwojach – „zły”

75  $\Omega$  biały – „dobry”

75  $\Omega$  czary – „zły”