

# Żarówka

## (pomiar masy włókna żarówki)

18.04.2024

### 1 Wstęp

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie pojemności cieplnej i masy włókna wolframowego żarówki, poprzez badanie zmian oporu włókna w trakcie nagrzewania się żarówki. Gdy przez żarówkę zaczyna płynąć prąd włókno nagrzewa się, jego opór rośnie i natężenie prądu maleje w czasie. Szybkość zmian natężenia prądu odzwierciedla szybkość zmian temperatury włókna, a ta jest związana z jego pojemnością cieplną, i co za tym idzie, z masą. Mierzając szybkość zmian włókna przy znanej mocy prądu dostarczanego do żarówki i oddawanego przez żarówkę do otoczenia można wyznaczyć pojemność cieplną i masę włókna.

### 2 Model teoretyczny

Zakładamy, że opór pozostałych elementów w układzie pomiarowym jest stały, a opór żarówki liniowo zależy od temperatury i można go opisać równaniem:

$$R_w(T) = R_0 (1 + \alpha_R(T - T_0)), \quad (1)$$

gdzie  $T$  - bezwzględna temperatura włókna,  $R_0$  - opór włókna w temperaturze pokojowej  $T_0 = 295$  K,  $\alpha_R = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

Kiedy przez żarówkę płynie prąd, moc tego prądu może być wykorzystana na (i) straty w postaci ciepła przekazywanego do otoczenia oraz (ii) zwiększenie temperatury włókna. Jeśli jako  $P$  oznaczymy całkowitą moc prądu dostarczaną do żarówki, a jako  $P_s(T)$  moc strat w temperaturze  $T$ , to powyższy fakt można zapisać w postaci równania bilansu cieplnego:

$$P = P_s(T) + mc_w \frac{\Delta T}{\Delta t}, \quad (2)$$

gdzie  $m$  jest szukaną masą włókna żarówki,  $c_w$  to ciepło właściwe wolframu, a  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$  opisuje szybkość zmian temperatury żarówki.

Powyższe równanie można przekształcić do postaci

$$P - P_s(T) = mc_w \frac{\Delta T}{\Delta t}, \quad (3)$$

Po wyznaczeniu zależności mocy strat od temperatury  $P_s(T)$  oraz szybkości nagrzewania się włókna żarówki  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$  dla kilku różnych mocy prądu zasilającego żarówkę  $P$  pojemność cieplną włókna  $mc_w$  można wyznaczyć poprzez dopasowanie funkcji liniowej opisanej równaniem (3) do zebranych danych. Szukana pojemność cieplna włókna  $mc_w$  będzie współczynnikiem kierunkowym dopasowanej prostej. Przyjmując stałe ciepło właściwe wolframu  $c_w = 144 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$  można następnie wyznaczyć masę włókna  $m$ .

Wykonanie dopasowania wymaga znajomości trzech wielkości:

- mocy prądu elektrycznego ogrzewającego żarówkę  $P$  – tę wielkość można wyznaczyć mierząc spadek napięcia na żarówce i natężenie przepływającego prądu,
- moc strat  $P_s$ , czyli ilości ciepła oddawanego do otoczenia – przyjmujemy, że zależy ona tylko od temperatury włókna (jednoznacznie związanej z jego oporem poprzez równanie (1)), dlatego można ją wyznaczyć na podstawie pomiarów stacjonarnych, w których temperatura włókna nie zmienia się,
- szybkości zmian temperatury  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$  – wyznaczenie tej wielkości wymaga zmierzenia szybkości zmian prądu płynącego przez żarówkę po podłączeniu jej do źródła prądu.

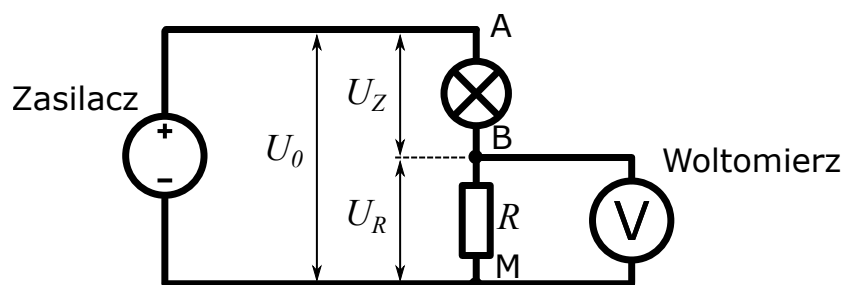
W związku z tym ćwiczenie dzieli się na dwie części:

- pomiary stacjonarne, w wyniku których wyznaczona zostanie zależność mocy strat  $P_s$  od temperatury włókna  $T$  i jego oporu  $R_w$ ,
- pomiary dynamiczne, w wyniku których wyznaczona zostanie szybkość zmian temperatury włókna  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$  dla różnych mocy prądu płynącego przez żarówkę.

### 3 Przebieg ćwiczenia

#### 3.1 Pomiary stacjonarne

W tej części ćwiczenia należy wyznaczyć zależność mocy oddawanej przez żarówkę do otoczenia od temperatury i oporu jej włókna. W tym celu należy zbudować układ, którego schemat pokazany jest na rys. 1.



Rysunek 1: Schemat układu pomiarowego służącego do wyznaczenia mocy traconej przez żarówkę od oporu jej włókna w pomiarach stacjonarnych. Na rysunku zaznaczono symbole napięć używane w tekście.

Natężenie prądu  $I$  płynącego przez żarówkę jest w tym układzie mierzone poprzez pomiar spadku napięcia  $U_R$  na oporniku  $R$  połączonym szeregowo z żarówką:

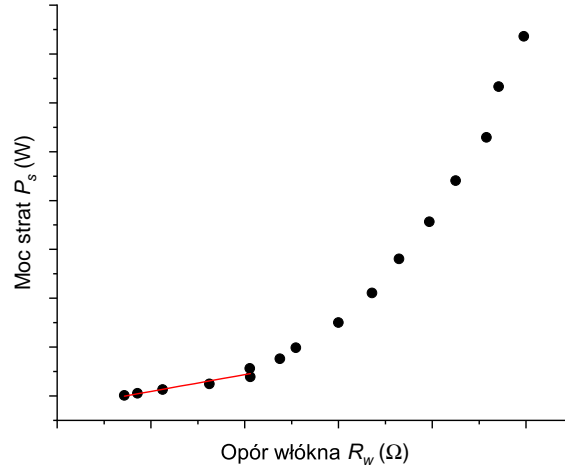
$$I = \frac{U_R}{R} \quad (4)$$

Do pomiaru napięcia  $U_R$  należy wykorzystać multimetr (miernik uniwersalny) ustawiony w tryb pomiaru napięcia. Napięcie  $U_0$  przyłożone do połączonych szeregowo żarówki i opornika można odczytać wprost z zasilacza. Spadek napięcia na żarówce  $U_z$  można wyznaczyć jako różnicę  $U_0$  i  $U_R$ :

$$U_z = U_0 - U_R \quad (5)$$

Pomiar napięcia  $U_R$  należy wykonać po jego ustabilizowaniu się. Stała wartość tego napięcia oznacza, że żarówka nie nagrzewa się już bardziej <sup>1</sup> i cała moc do niej dostarczana jest oddawana do otoczenia, czyli:

<sup>1</sup>Moc oddawana do otoczenia przez żarówkę rośnie wraz ze wzrostem temperatury włókna. Gdyby przyjąć, że jedynym mechanizmem oddawania energii przez żarówkę jest promieniowanie, to moc oddawana rosnęła z czwartą potęgą temperatury (prawo Stefana-Boltzmanna). Dlatego temperatura włókna rośnie tylko do takiej wartości, przy której moc oddawana zrównuje się z mocą dostarczaną.



Rysunek 2: Przykładowa zależność mocy traconej przez żarówkę od oporu jej włókna wraz z wykresem prostej dopasowanej do liniowego fragmentu zależności. Niepewności pomiarowe zostały pominięte.

$$P_s = P = U_z \cdot I = (U_0 - U_R) \frac{U_R}{R} \quad (6)$$

Te same pomiary pozwalają wyznaczyć wartość oporu włókna żarówki  $R_w$ , której odpowiada moc strat  $P_s$ :

$$R_w = \frac{U_0 - U_R}{U_R} R \quad (7)$$

W trakcie ćwiczenia należy wykonać pomiary umożliwiające narysowanie wykresu analogicznego do tego pokazanego na rys. 2.

Początkowy fragment zależności  $P_s(R_w)$  jest z dobrym przybliżeniem liniowy i tę część danych należy dopasować funkcją liniową postaci:

$$P_s = a \cdot R_w + b \quad (8)$$

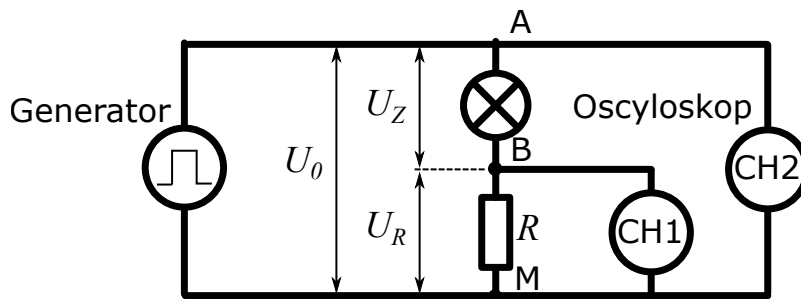
Zależność (8) wraz z wyznaczonymi wartościami parametrów  $a$  i  $b$  będzie wykorzystana w drugiej części ćwiczenia. Ze względu na to, że dla analizy wyników istotny jest liniowy fragment zależności  $P_s(R_w)$  należy wykonać odpowiednio dużo pomiarów dla małych napięć zasilających żarówkę.

Analiza wyników wymaga również znajomości oporu  $R$  i oporu żarówki w temperaturze pokojowej  $R_0$ . Opór  $R$  należy zmierzyć multimetrem ustawionym w tryb pomiaru oporu. O ile bezpiecznie można przyjąć, że prąd płynący przez mierzony opornik w czasie pomiaru multimetrem nie powoduje jego istotnego nagrzewania i zmiany oporu, to założenie to nie musi być dobrze spełnione dla żarówki. Dlatego w przypadku żarówki należy jej opór w temperaturze pokojowej wyznaczyć na dwa sposoby:

- poprzez bezpośredni pomiar multimetrem,
- poprzez ekstrapolację zależności  $P_s(R_w)$  do  $P_s = 0$ , bo  $P_s(R_0) = 0$

Wyniki należy porównać i do dalszej analizy wybrać tę wartość  $R_0$ , która zostanie uznana za dokładniejszą.

**Wykonanie pomiarów w części pierwszej:** Podsumowując, w pierwszej części ćwiczenia należy wykonać pomiary:



Rysunek 3: Schemat układu pomiarowego służącego do wyznaczenia szybkości zmian temperatury włókna żarówki z wykorzystaniem generatora.

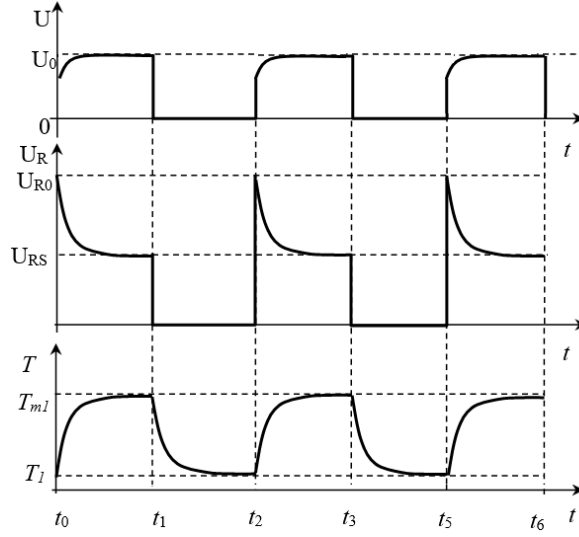
- $R$  - multimetrem,
- $R_0$  - multimetrem,
- zależności  $U_R(U_0)$  dla  $U_0$ , przy czym należy wykonać więcej pomiarów dla małych wartości  $U_0$  (zanim żarówka zacznie wyraźnie świecić).

### 3.2 Pomiary dynamiczne

W celu wyznaczenia szybkości zmian temperatury włókna należy rejestrować zmiany natężenia prądu płynącego przez żarówkę po włączeniu zasilania. Można zrobić na dwa sposoby:

- **Korzystając z zasilacza prądu stałego i oscyloskopu.** W tym przypadku w układzie zbudowanym według schematu pokazanego na rys. 1 zamiast woltomierza mierzącego napięcie na oporniku  $R$  należy podłączyć oscyloskop ustawiony w tryb wyzwalania "single". W tym trybie po włączeniu zasilania oscyloskop zarejestruje pojedynczy przebieg napięcia  $U_R(t)$ . Ze względu na specyfikę pracy zasilacza, który utrzymuje stałe napięcie na wyjściu, niezależnie od natężenia pobieranego zeń prądu, napięcie  $U_0$  można w tym przypadku uznać za stałe i równe napięciu ustawionemu na zasilaczu. Ponieważ jednak stabilizacja napięcia zasilacza zajmuje po jego włączeniu pewien czas, układ należy podłączać do uprzednio włączonego zasilacza poprzez połączenie przewodów.
- **Korzystając z generatora sygnałów zmiennych,** skonfigurowanego tak, by generował przebieg o kształcie prostokątnym, przy czym należy zwrócić uwagę, by dolny poziom napięcia był równy 0. Ze względu na to, że w przeciwieństwie do zasilacza, generator ma opór wewnętrzny równy  $50\ \Omega$  jego napięcie wyjściowe zależy od natężenia pobieranego prądu. Oznacza to, że napięcie na układzie żarówka-opornik nie będzie równe napięciu ustawionemu na generatorze, ale będzie mniejsze od niego o spadek napięcia na oporze wewnętrznym generatora. Dlatego w przypadku wykorzystania generatora trzeba za pomocą oscyloskopu rejestrować zarówno spadek napięcia na oporniku  $U_R(t)$  jak i napięcie zasilające układ żarówka-opornik  $U_0(t)$ , w układzie zbudowanym zgodnie ze schematem pokazanym na rys. 3.

Oczekiwane przebiegi napięć mierzonych w układzie pomiarowym pokazane są na rys. 4. W momencie, gdy między punktami MA napięcie osiąga pewną niezerową wartość  $U_0(0)$  przez żarówkę zaczyna płynąć prąd i w miarę upływu czasu temperatura jej włókna wzrasta do wartości  $T_{m1}$ . W tym czasie wzrasta również opór włókna, natomiast natężenie prądu płynącego przez żarówkę maleje. Maleje więc napięcie  $U_R$  mierzone na oporniku połączonym szeregowo z żarówką. W przypadku wykorzystania generatora jednocześnie rośnie napięcie  $U_0$ , bo wraz ze spadkiem natężenia pobieranego zeń prądu maleje spadek napięcia na jego oporze wewnętrznym. W chwili, gdy napięcie zasilające układ spada do zera temperatura włókna zaczyna maleć, osiągając minimalną wartość  $T_1$ . Jeśli korzystamy z generatora, to po upływie pełnego okresu napięcie zasilania ponownie wzrasta i cykl ogrzewania i stygnięcia włókna powtarza się, a temperatura włókna nie



Rysunek 4: Oczekiwane zależności napięć mierzonych w układzie wykorzystującym generator oraz temperatury włókna od czasu ( $U_0$  - napięcie na wyjściu generatora,  $U_R$  - napięcie na oporniku połączonym szeregowo z żarówką,  $T$  - temperatura włókna).

spada do temperatury pokojowej i  $T_1 > T_0$ . Zmieniając wartość napięcia  $U_0$  można regulować zarówno zakres ( $T_{m1} - T_1$ ) jak i szybkość zmian  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$  temperatury włókna. Im mniejsza wartość napięcia zasilającego, tym zakres jak i szybkość zmian temperatury są mniejsze.

Z równania (1) wynika, że zmianie temperatury o  $\Delta T$  odpowiada zmiana oporu włókna o  $\Delta R_w$  równe

$$\Delta R_w = R_0 \alpha_R \Delta T \quad (9)$$

Jeśli zmiany te zachodzą w czasie  $\Delta t$ , to

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{1}{\alpha R_0} \frac{\Delta R_w}{\Delta t} \quad (10)$$

Różniczkując równanie (7) po czasie otrzymujemy:

$$\frac{dR_w}{dt} = \frac{R}{U_R(t)^2} \left( \frac{dU_0(t)}{dt} U_R(t) - U_0(t) \frac{dU_R(t)}{dt} \right) \quad (11)$$

Stąd:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{R}{\alpha_R R_0 U_R(t)^2} \left( \frac{dU_0(t)}{dt} U_R(t) - U_0(t) \frac{dU_R(t)}{dt} \right) \quad (12)$$

Pochodne  $\frac{dU_0(t)}{dt}$  oraz  $\frac{dU_R(t)}{dt}$  możemy wyznaczyć na podstawie pomiarów zmian obu napięć w czasie za pomocą oscyloskopu. Do obliczeń należy wykorzystać wartości pochodnych  $\frac{dU_R(t)}{dt}$  i  $\frac{dU_0(t)}{dt}$  dla małych czasów tuż po wzroście napięcia, na początku rozgrzewania włókna. Jeśli pomiary zmian napięcia są wykonane dla czasów na tyle małych, że zmiany napięcia w czasie są liniowe oraz małe w porównaniu z wartościami tego napięcia, to można przyjąć, że

$$\frac{dU_R(t)}{dt} = \frac{\Delta U_R}{\Delta t} \quad (13)$$

$$\frac{dU_0(t)}{dt} = \frac{\Delta U_0}{\Delta t} \quad (14)$$

$$U_R(t) = U_R(0) \quad (15)$$

$$U_0(t) = U_0(0) \quad (16)$$

gdzie  $\Delta U_R$  i  $\Delta U_0$  oznaczają zmiany odpowiednich napięć w czasie  $\Delta t$ .  
Wówczas równanie (12) przyjmuje postać:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{R}{\alpha_R R_0 U_R(0)^2} \left( \frac{\Delta U_0}{\Delta t} U_R(0) - U_0(0) \frac{\Delta U_R}{\Delta t} \right) \quad (17)$$

W sytuacji gdy zmiany  $U_0$  są na tyle małe, że można przyjąć  $\frac{dU_0(t)}{dt} = 0$  równanie (17) upraszcza się do :

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = - \frac{R U_0(0)}{\alpha_R R_0 U_R(0)^2} \frac{\Delta U_R(t)}{\Delta t} \quad (18)$$

Przybliżenie to jest poprawne w przypadku wykorzystania w pomiarach dynamicznych zasilacza. W przypadku pomiarów, w których wykorzystywany jest generator o oporze wewnętrznym  $50 \Omega$  jest ono jednak dalekie od rzeczywistości i prowadzi do otrzymania zawyżonych wartości masy włókna żarówki. Korzystając z generatora należy więc zarejestrować zmiany obu napięć,  $U_R(t)$  i  $U_0(t)$ , a wyniki przeanalizować korzystając z równania (17).

Równania (17) lub (18) pozwalają wyznaczyć na podstawie wykonanych oscyloskopem pomiarów napięć wartość wyrażenia  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$  występującą po prawej stronie równania (3). Aby wyznaczyć wartość różnicy mocy dostarczanej do żarówki i traconej przez nią występującą po lewej stronie równania (3) korzystamy z równania

$$P(t) = U_z(t) \cdot I(t) = (U_0(t) - U_R(t)) \frac{U_R(t)}{R} \quad (19)$$

oraz równań (7) i (8). Z ich połączenia otrzymujemy równanie, które przy uwzględnieniu pełnej zależności napięć od czasu ma postać:

$$P(t) - P_s(t) = (U_0(t) - U_R(t)) \frac{U_R(t)}{R} - a \frac{U_0(t) - U_R(t)}{U_R(t)} R - b \quad (20)$$

Wartości mocy  $P$  oraz  $P_s$  należy jednak obliczyć korzystając z wartości napięć mierzonych tuż po wzroście napięcia zasilającego <sup>2</sup>  $U_0(0)$  i  $U_R(0)$ . Do obliczenia różnicy tych mocy wykorzystujemy więc wyrażenie w postaci:

$$P(0) - P_s(0) = (U_0(0) - U_R(0)) \frac{U_R(0)}{R} - a \frac{U_0(0) - U_R(0)}{U_R(0)} R - b \quad (21)$$

**Pomiary do wykonania w części drugiej:** Podsumowując, żeby zebrać dane potrzebne do narysowania jednego punktu na wykresie zależności różnicy mocy  $P - P_s$  od szybkości zmiany temperatury włókna  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$  (rys. 5) należy:

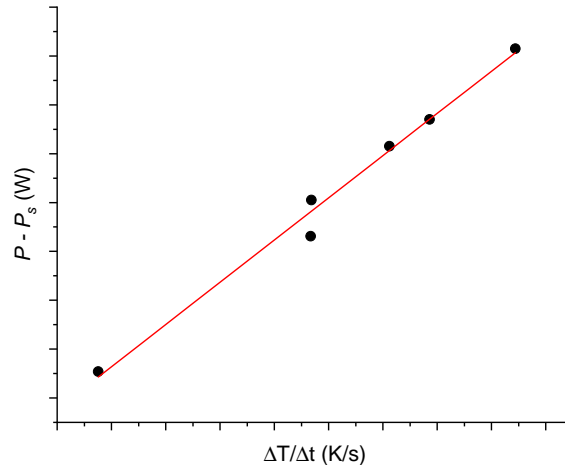
- **W przypadku korzystania z zasilacza:**

- Ustawić napięcie z przedziału 2-12 V
- Uruchomić rejestrację przebiegu na oscyloskopie w trybie "Single"
- Podłączyć na krótko obwód pomiarowy do zasilacza
- Zapisać wartości napięcia  $U_R(t)$  dla 5-10 czasów z zakresu, w którym zmiana napięcia jest liniowa

- **W przypadku korzystania z generatora:**

---

<sup>2</sup>Niekiedy tuż po wzroście napięcia zasilającego widać na mierzonych sygnałach zafalowania lub inne zniekształcenia. W takiej sytuacji pomiary należy wykonać po ich wygaśnięciu.



Rysunek 5: Przykładowy wykres zależności różnicy mocy dostarczanej  $P$  i traconej przez żarówkę  $P_s$  od szybkości zmian temperatury jej włókna  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ . Niepewności pomiarowe zostały pominięte.

- Skonfigurować generator by generował przebieg prostokątny o częstotliwości 1 Hz, dolnym poziomie napięcia równym 0 i górnym z przedziału 6-10 V
- Uruchomić ciągłą rejestrację przebiegu na oscyloskopie w trybie "Auto"
- Zapisać wartości napięć  $U_R(t)$  i  $U_0(t)$  dla 5-10 czasów z zakresu, w którym zmiana napięcia jest liniowa

Wartości szybkości zmian napięcia na oporniku  $\frac{\Delta U_R}{\Delta t}$  i ewentualnie napięcia zasilającego  $\frac{\Delta U_0}{\Delta t}$  należy wyznaczyć poprzez dopasowanie prostych do zmierzonych zależności  $U_R(t)$  i  $U_0(t)$ .

Kolejne serie pomiarów należy wykonać dla od 5 do 10 różnych wartości napięcia ustawionego na zasilaczu lub górnego poziomu napięcia sygnału wytwarzanego przez generator. Każda seria będzie odpowiadała innej szybkości zmiany temperatury włókna. Na podstawie uzyskanych wyników należy narysować wykres zależności  $P - P_s$  od  $\frac{\Delta T}{\Delta t}$  i dopasować do uzyskanych punktów prostą (rys. 5). Jej współczynnik kierunkowy będzie równy pojemności cieplnej włókna  $mc_w$ . Korzystając z tablicowej wartości ciepła właściwego wolframu należy następnie wyznaczyć masę włókna  $m$ .

## 4 Pytania

Przed przystąpieniem do ćwiczenia należy przygotować się do odpowiedzi na następujące pytania:

- Jakie są schematy układów pomiarowych pozwalających wyznaczyć moc strat żarówki i szybkość zmian temperatury jej włókna?
- Jaki jest prawidłowy schemat połączenia amperomierza, woltomierza i opornika w układzie, w którym ma być zmierzona wartość prądu płynącego przez opornik i spadek napięcia na oporniku, jeśli opornik ma opór kilku omów, amperomierz ma opór 1  $\Omega$ , a woltomierz opór 10  $M\Omega$ ?
- Jak wygląda przebieg natężenia prądu płynącego przez żarówkę i spadek napięcia na niej ( $U_Z$ ), w układzie z rys. 3 jeśli generator wytwarza napięcie o przebiegu prostokątnym?
- Jak zmienia się opór metali ze wzrostem temperatury?

- Dlaczego po podłączeniu żarówki do źródła napięcia stałego jej temperatura po jakimś czasie ustala się?

Opracowanie: A. Łopion, P. Węgrzyn, P. Fita na podstawie zadania doświadczalnego na zawodach III stopnia LII Olimpiady Fizycznej 2002/2003