

Wachadła Sprężone

Kacper Kłos

28 maja 2025

Abstract

1 Wyniki Pomiarów

1.1 Stałe

Podczas raportu będziemy nadmiernie korzystać ze stałej grawitacyjnej $g = 9,81 m s^{-2}$

1.2 Pomiar Statyczny

Pomiary zaczynamy od zawieszenia sprężyny i podwieszaniu ciężarków do jej końca.

Nr	Masa m [g]	Długość sprężyny L [cm]
1	49,14	31,4
2	91,27	32,8
3	151,85	34,8
4	201,43	36,6
5	250,71	38,2
6	299,12	39,7
7	348,18	41,4

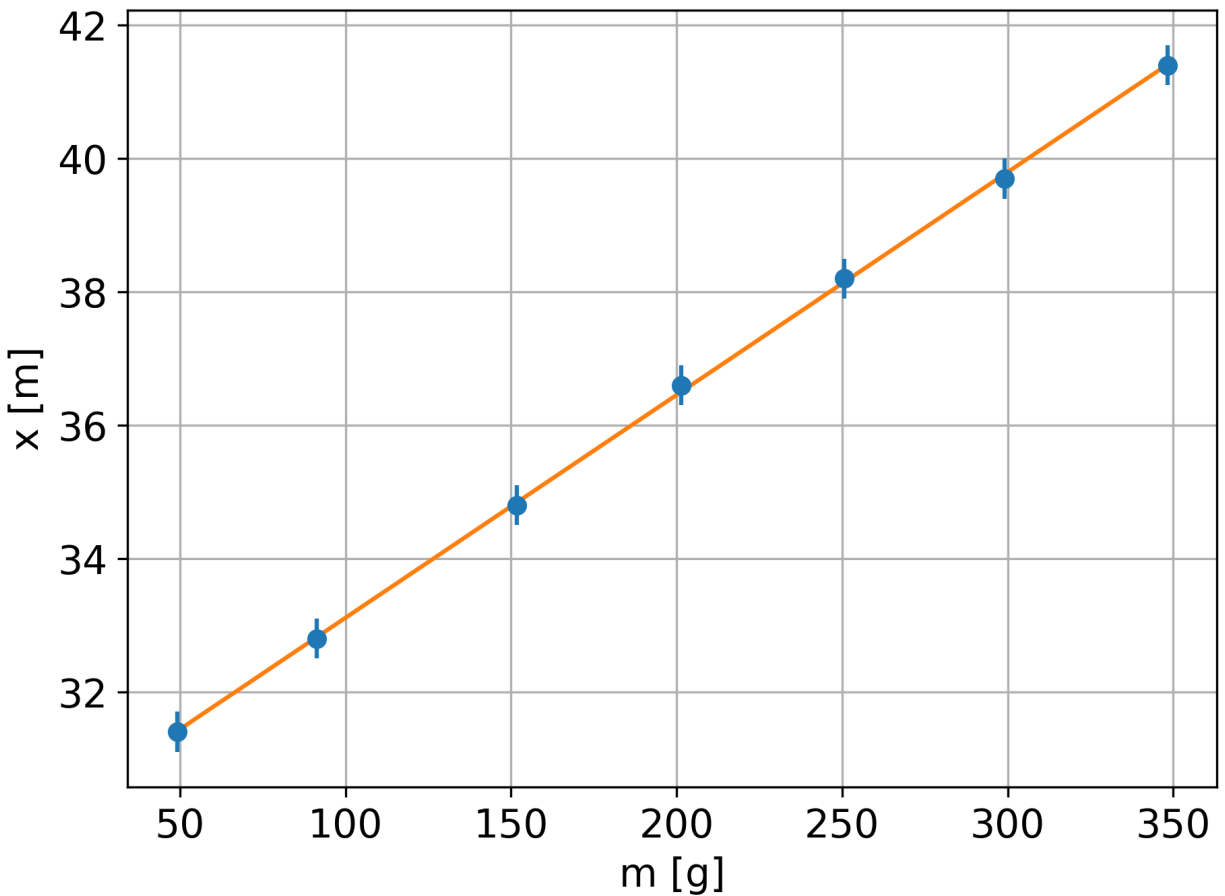
Tablica 1: Pomiary długości sprężyny L w zależności od masy obciążenia m .

Za błąd pomiarowy długości uznajemy $0,3 cm$ podczas gdy błąd wagi na poziomie $0,01 g$ uznajemy za pomijalnie mały.

Do danych jakie zebraliśmy dopasujemy parametry równania liniowego

$$L = am + L_0$$

Otrzymujemy w ten sposób wykres



Rysunek 1: Wykres zależności długości sprężyny od zawieszanej na niej masy wraz z dopasowaniem liniowym

Parametry wyznaczonej krzywej wynoszą

$$a = (0,03344 \pm 0,00024) [cm\ g^{-1}], b = (29,77 \pm 0,06) [cm]$$

Przy pomocy parametru a możemy wyznaczyć stałą sprężystości badanej sprężyny

$$k = \frac{g}{a}$$

Co odpowiada wartości

$$k = (29,34 \pm 0,21) [m\ kg^{-1}]$$

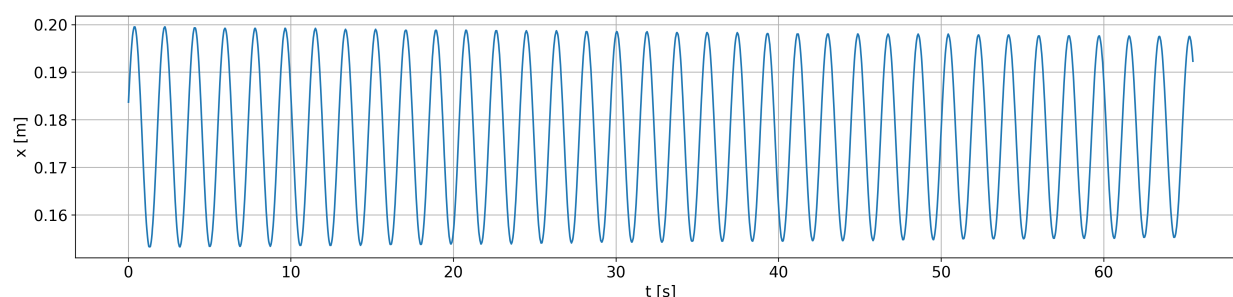
1.3 Pomiar Dynamiczny

Przy pomocy dwóch czujników PASCO PS-3219 wyznaczamy położenie obu wachadeł w zależności od czasu, zebrane dane są w pliku dołączonym do dokumentu. Zawiera on 3 serie pomiarowe po 2 pomiary, wpięrw dudnienia a potem drgania w przeciwfazie dla trzech różnych odległości sprężyny od osi obrotu wachadła. Ostatnia seria zawiera pomiar dla

jednego wachadła bez podłączonej sprężyny. We wszystkich poniższych pomiarach uznajemy błąd transformaty fouriera za jej rozdzielczość $\frac{f_s}{n}$ gdzie $f_s = 40 \text{ Hz}$ oznacza częstotliwość pobierania danych przez detektor, a N liczbę punktów pomiarowych. Kluczowe w naszych pomiarach będzie odległość środka masy którą wyznaczyliśmy równoważąc wachadło na $r = 79,7 \text{ cm}$. Oraz istotna jest masa wachadła wynosząca $m = (3000 \pm 40) \text{ g}$

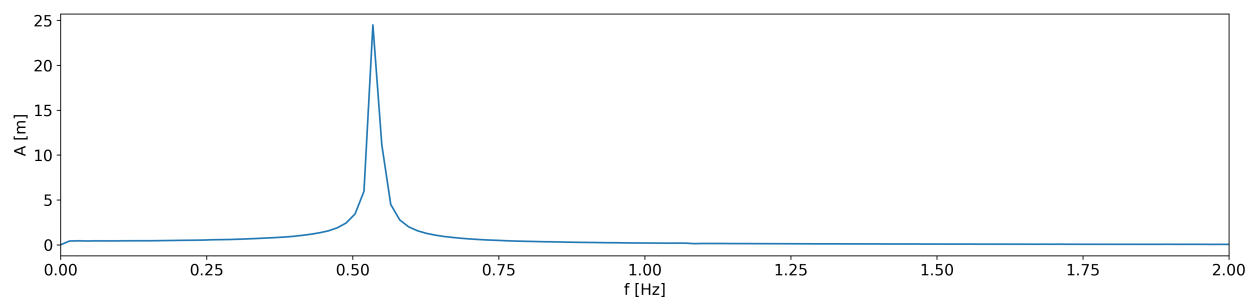
1.4 Wachadło Bez Sprężyny

Analize danych zaczniemy od przypadku bez podłączonej sprężyny



Rysunek 2: Wykres zależności wychlenia od czasu dla wachadła bez sprężyny

Aby odczytać z jaką częstotliwością drga wachadło wykonujemy transformatę Fouriera



Rysunek 3: Wykres transformaty fouriera dla danych z wykresu 2

Wartość uzyskanej w ten sposób częstotliwości odpowiada

$$f_0 = (0,535 \pm 0,016) \text{ Hz}$$

Wiemy że częstotliwość drgania wachadła wynosi[1]

$$\omega_1^2 = (2\pi f_0)^2 = \frac{mgr}{I}$$

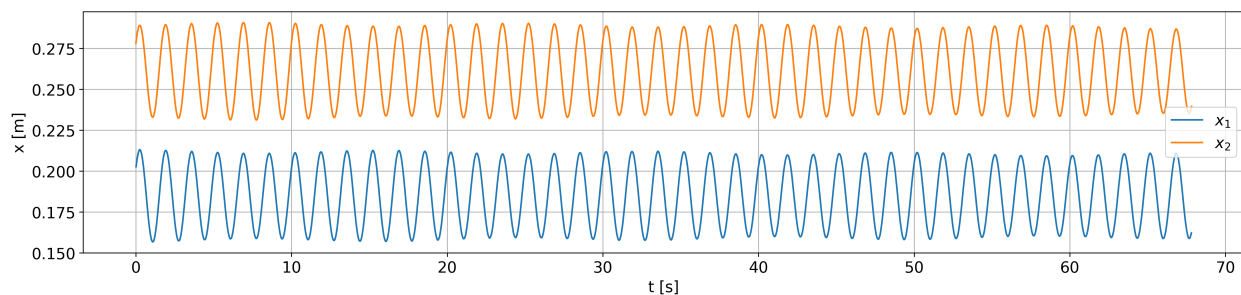
Możemy wykorzystać ten wzór do uzyskania momentu bezwładności

$$I = \frac{mgr}{(2\pi f_0)^2}$$

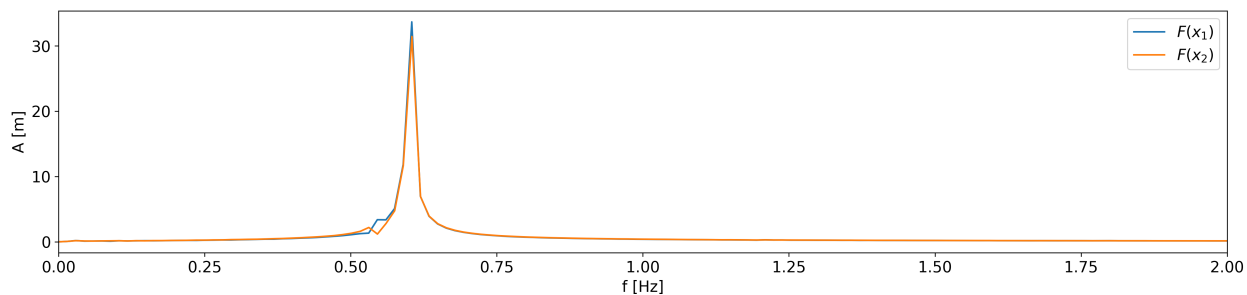
$$I =$$

1.5 Drgania w przeciwfazie

Przeanalizujemy zachowanie wachadeł kiedy drgają w przeciwfazie przy różnych punktach zaczepienia sprężyn, dla których wyznaczymy częstotliwość drgania przy pomocy transformaty fouriera Wpierw analizując $d = (30 \pm 0,1)cm$ Zaczynamy od badania przeciwfazy



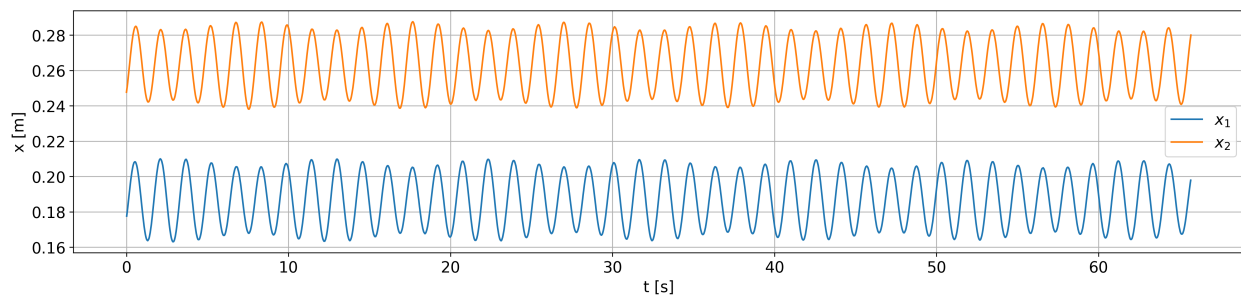
Rysunek 4: Wykres zależności wychlenia wachadła lewego x_1 i prawego x_2 od czasu t , dla wachadeł drgających w przeciwfazie



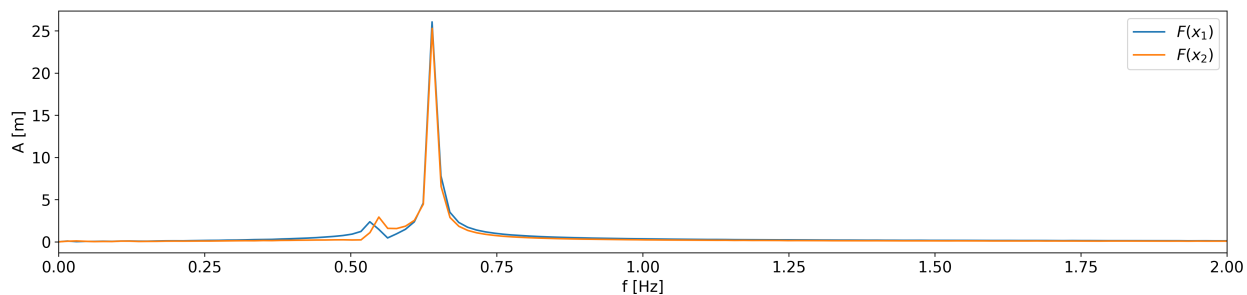
Rysunek 5: Wykres transformaty fouriera dla danych z wykresu 4

$$f_{p1} = (0,6045 \pm 0,015) Hz$$

To samo wykonujemy dla $d = (40 \pm 0,1)cm$



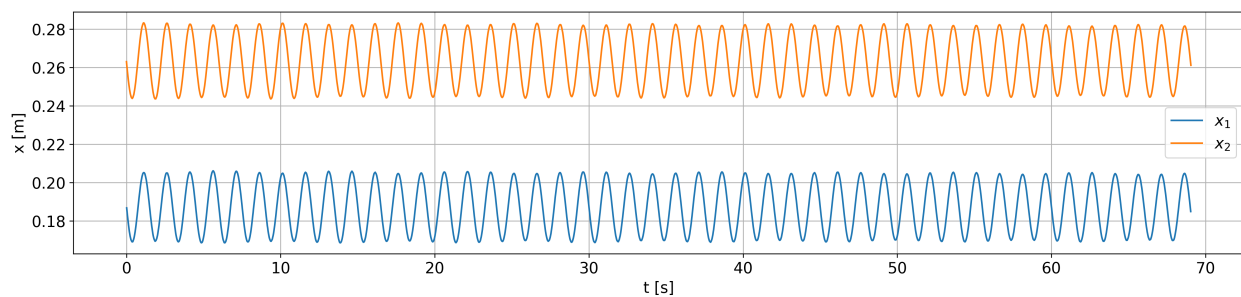
Rysunek 6: Wykres zależności wychlenia wachadła lewego x_1 i prawego x_2 od czasu t , dla wachadeł drgających w przeciwfazie



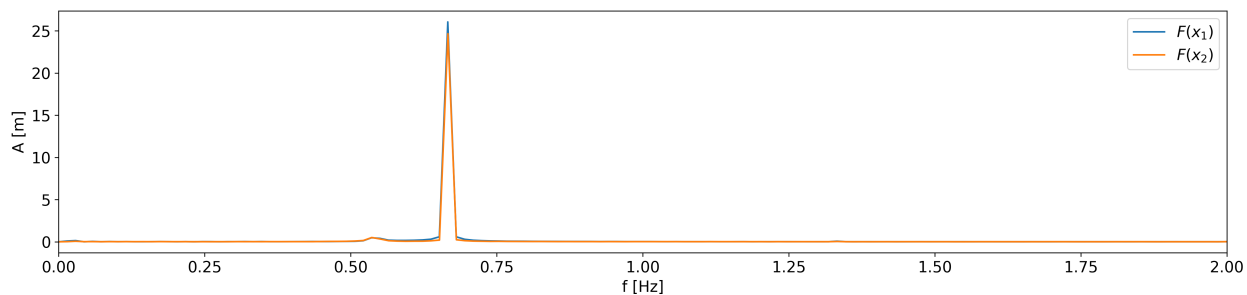
Rysunek 7: Wykres transformaty fouriera dla danych z wykresu 6

$$f_{p2} = (0,639 \pm 0,016) \text{ Hz}$$

Finalnie dla $d = (45 \pm 0,1) \text{ cm}$



Rysunek 8: Wykres zależności wychlenia wachadła lewego x_1 i prawego x_2 od czasu t , dla wachadeł drgających w przeciwfazie



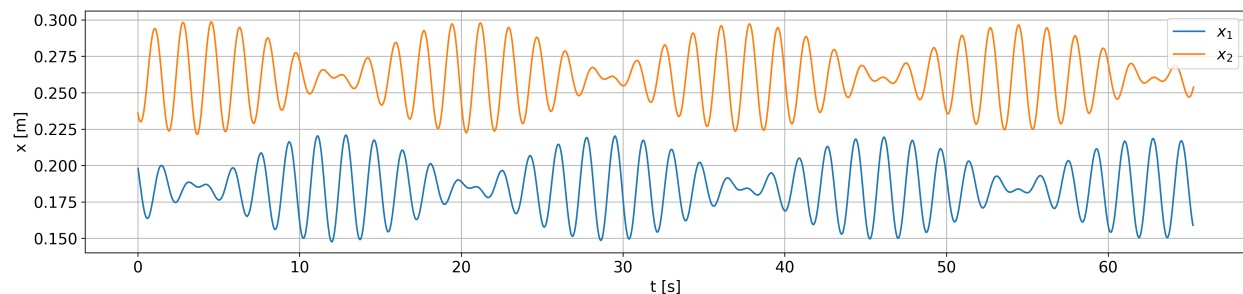
Rysunek 9: Wykres transformaty fouriera dla danych z wykresu 8

$$f_{p3} = (0,666 \pm 0,015) \text{ Hz}$$

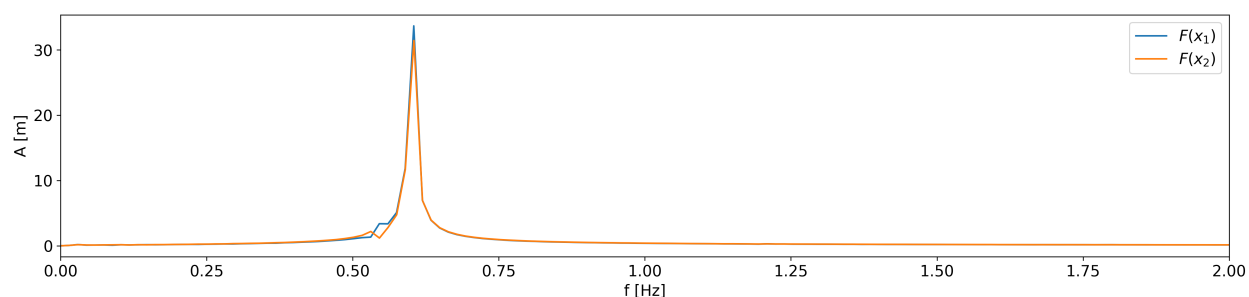
1.6 Dudnienie

Teraz zbadamy zachowanie wachadeł podczas dudnienia i również wyznaczymy częstotliwości drgania poprzez transformatę fouriera.

Wpierw analizując $d = (30 \pm 0,1)cm$



Rysunek 10: Wykres zależności wychlenia wachadła lewego x_1 i prawego x_2 od czasu t , dla wachadeł dudniących

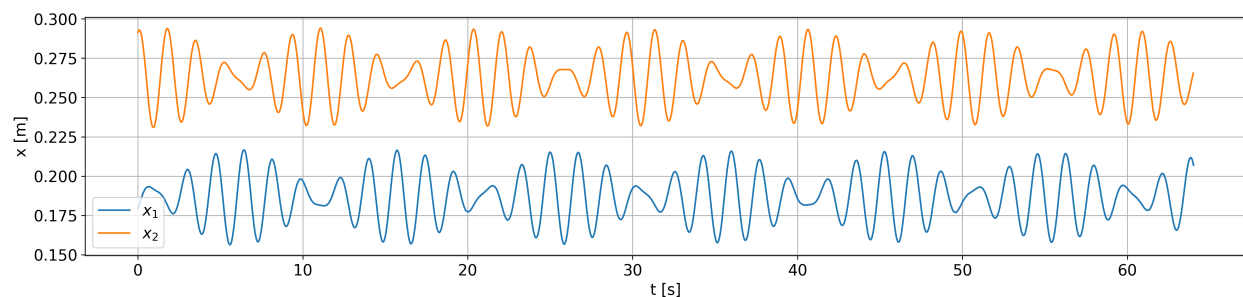


Rysunek 11: Wykres transformaty fouriera dla danych z wykresu 10

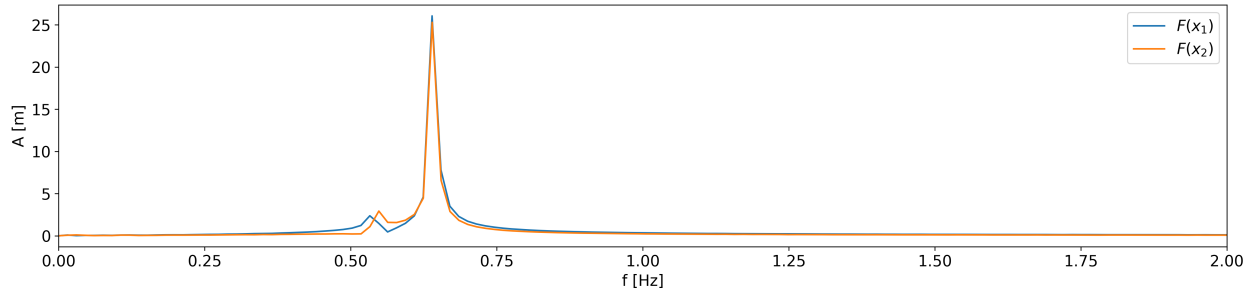
Uzyskujemy w ten sposób dwie częstotliwości

$$f_{d10} = (0,536 \pm 0,016) Hz, \quad f_{d11} = (0,598 \pm 0,016) Hz$$

To samo wykonujemy dla $d = (40 \pm 0,1)cm$



Rysunek 12: Wykres zależności wychlenia wachadła lewego x_1 i prawego x_2 od czasu t , dla wachadeł dudniących

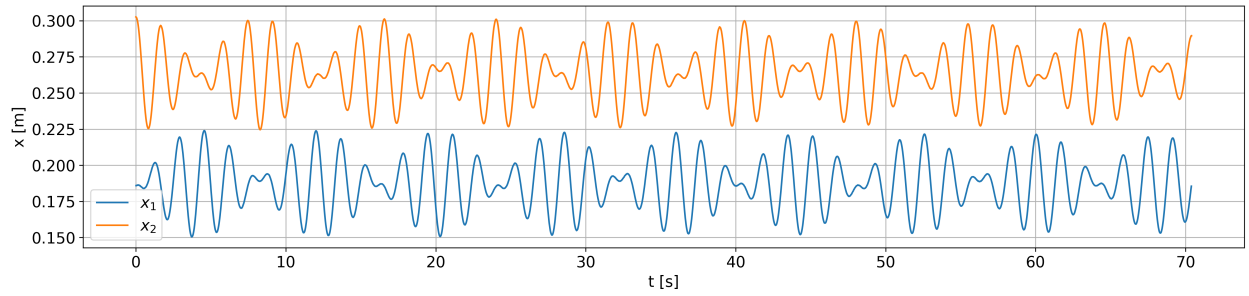


Rysunek 13: Wykres transformaty fouriera dla danych z wykresu 12

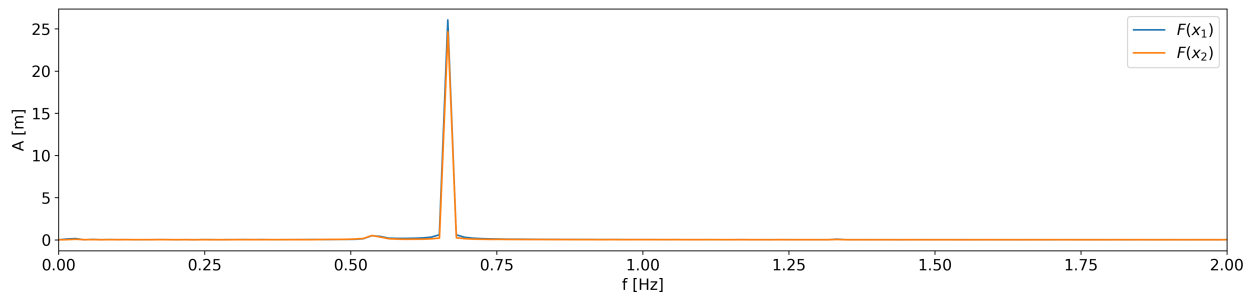
Uzyskujemy w ten sposób dwie częstotliwości

$$f_{d20} = (0,547 \pm 0,016) \text{ Hz}, \quad f_{d21} = (0,641 \pm 0,016) \text{ Hz}$$

Finalnie dla $d = (45 \pm 0,1) \text{ cm}$



Rysunek 14: Wykres zależności wychlenia wachadła lewego x_1 i prawego x_2 od czasu t , dla wachadeł dudniących



Rysunek 15: Wykres transformaty fouriera dla danych z wykresu 14

Uzyskujemy w ten sposób dwie częstotliwości

$$f_{d30} = (0,540 \pm 0,015) \text{ Hz}, \quad f_{d31} = (0,668 \pm 0,015) \text{ Hz}$$

2 Podsumowanie

Literatura

- [1] *Wachadła sprzężone*, Aneta Drabińska, Roman J. Nowak i Andrzej Witowski, Uniwersytet Warszawski.