Projektowanie Efektywnych Algorytmow
Projekt

21/10/2022

259193 Kacper Wróblewski

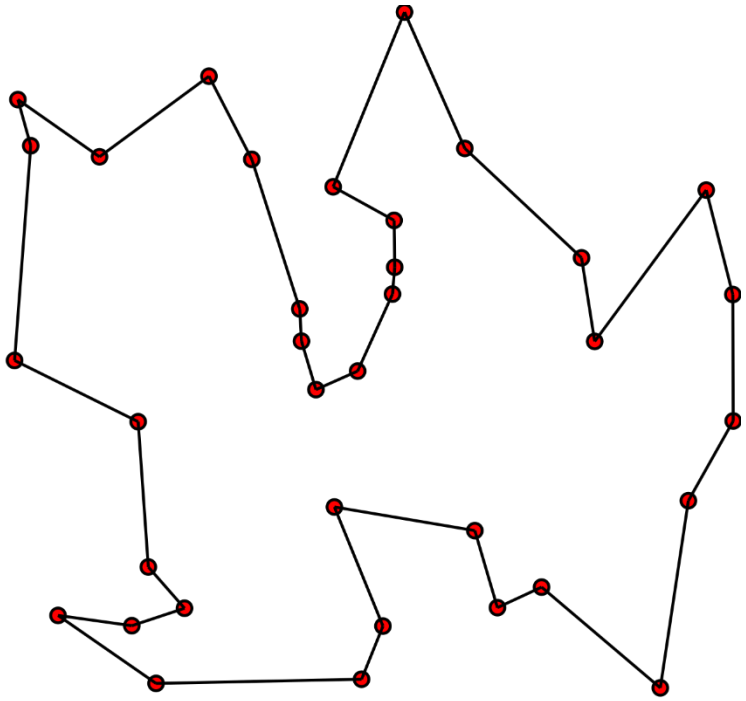
(1) Brute force

1. Sformułowanie zadania

Zadanie polega na opracowaniu, implementacji i zbadaniu efektywnosci algorytmu przeglądu zupełnego rozwiązującego problem komiwojażera w wersji optymalizacyjnej. Algorytm był realizowany na gotowym grafie stworzonym z danych do opracowania.

Problem komiwojażera, czyli TSP (*travelling salesman problem*) polega na znalezieniu cyklu Hamiltona w grafie, który ma najmniejszy koszt. Sprowadza się do wyznaczenia najkrótszej ścieżki pomiędzy wierzchołkami przedstawianymi jako miasta (stąd problem podróżującego sprzedawcy). Dana jest określona ilość miast i odległość albo cena podróży pomiędzy nimi i podróżujący musi odwiedzić wszystkie płacąc jak najmniej lub podróżując jak najmniejszą odległość.

Problem TSP należy do klasy problemów NP-trudnych, co znaczy, że rozwiązanie nie zawsze jest jasne lub zajmuje zwyczajnie zbyt długo, aby brać je pod uwagę przez co wymagane jest częste zawężanie kryteriów.



https://pl.wikipedia.org/wiki/Problem_komiwojażera#/media/Plik:GLPK_solution_of_a_travelling_salesman_problem.svg

Rys. 1. Przykładowe rozwiązanie problemu TSP

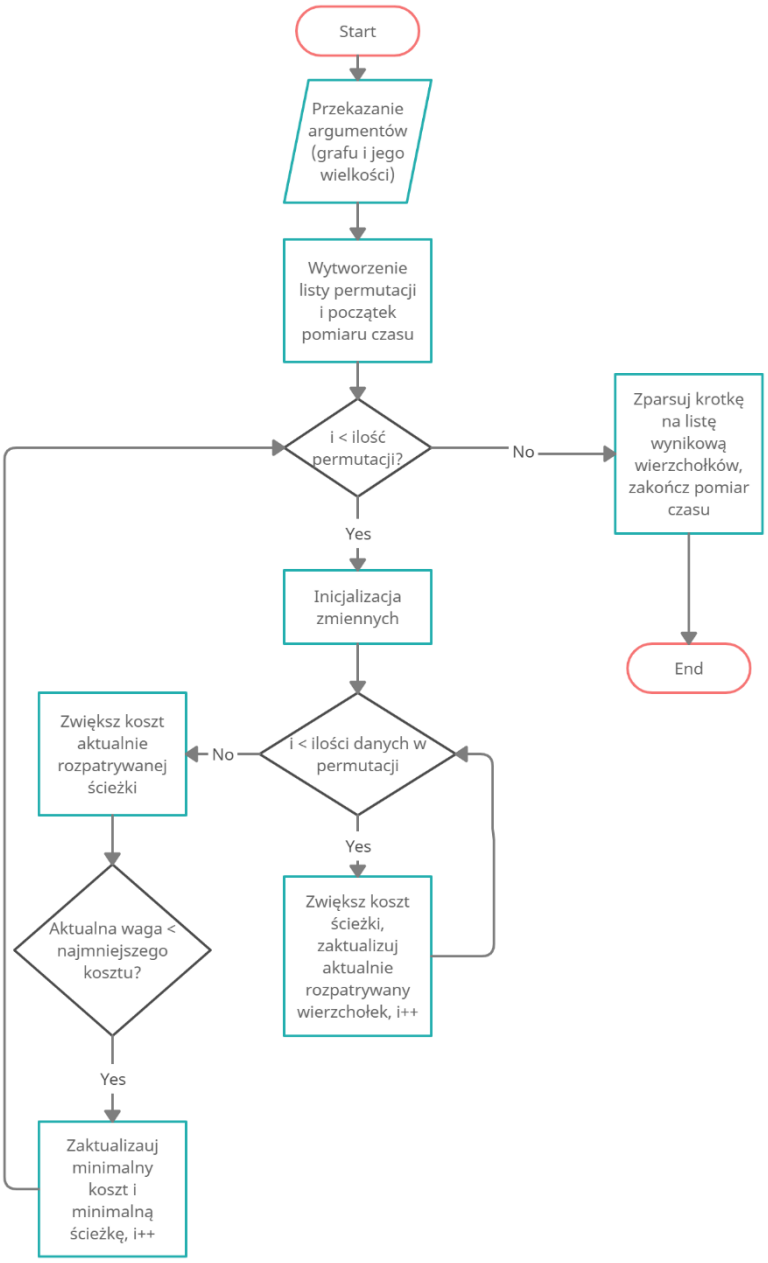
2. Metoda

Metoda przeglądu zupełnego, tzw. przeszukiwanie wyczerpujące *(eng. exhaustive search)* bądź metoda siłowa *(eng. brute force),* polega na znalezieniu i sprawdzeniu wszystkich rozwiązań dopuszczalnych problemu, wyliczeniu dla nich wartości funkcji celu i wyborze rozwiązania o ekstremalnej wartości funkcji celu – najniższej (problem minimalizacyjny) bądź najwyższej (problem maksymalizacyjny). W tym przypadku zależy nam na znalezieniu możliwie małego kosztu przejścia pomiędzy wszystkimi wierzchołkami, więc rozwiązujemy problem minimalizacyjny.

Sposób ten jest trywialny i sprowadza się do sprawdzenia wszystkich permutacji wierzchołków grafu, ich kosztów oraz wyłonienia rozwiązania optymalnego. Swoją nazwę zawdzięcza naiwności, gdyż jest to rozwiązanie bardzo proste i może wpaść na nie praktycznie każdy, bez większego wysiłku intelektualnego.

Jednakże poprzez swoją prostotę jest to sposób mało optymalny, gdyż zajmuje bardzo długo i wymaga rozpatrzenia dużej ilości przypadków.

3. Algorytm



Rys. 2. Schemat blokowy algorytmu

Do algorytmu rozpoczyna się z zainicjalizowanym grafem po czym za pomocą moduły pythonowego wytwarza wszystkie możliwe permutacje kolejności wierzchołków. Potem w pierwszej pętli rozpatruje kolejno permutacje, a w drugiej jej parametry (koszt). Po wyjściu z zagnieżdżonej pętli algorytm aktualizuje wagę oraz sprawdza czy aktualna waga jest lepsza od dotychczasowej i jeśli tak to ją nadpisuje. Jeśli rozpatrzono wszystkie permutacje, algorytm kończy działanie i zapisuje wynik.

4. Dane testowe

Do sprawdzenia poprawności działania algorytmu i przeprowadzenia badań wybrano następujący zestaw instancji:

1. *tsp_6_1.txt*
2. *tsp_6_2.txt*
3. *tsp_10.txt*
4. *tsp_12.txt*
5. *tsp_13.txt*
6. *tsp_14.txt*
7. *tsp_15.txt*
8. *tsp_17.txt*

http://jaroslaw.mierzwa.staff.iiar.pwr.wroc.pl/pea-stud/tsp/

Do programu został dołączony plik *config.ini* aby sterować parametrami programu w sposób zastępujący:

Nazwa pliku:
tsp_12.txt *//tutaj zawarta nazwa pliku wywoła odpowiedni graf w programie.*

5. Procedura badawcza

Należało zbadać zależność czasu rozwiązania problemu od wielkości instancji. W przypadku algorytmu realizującego przegląd zupełny przestrzeni rozwiązań dopuszczalnych nie występowały parametry programu, które mogły mieć wpływ na czas i jakość uzyskanego wyniku. W związku z tym procedura badawcza polegała na uruchomieniu programu sterowanego plikiem inicjującym .INI, którego struktura została opisana wyżej.

Dla problemów o mniejszych rozmiarach można było wykonać algorytm sto razy. Jednak przy wielkościach przekraczających dwanaście rozwiązanie trwało zbyt długo, aby stwierdzić estymowany wynik, a tym bardziej otrzymać gotowy cykl Hamiltona. W związku z tym zmniejszono próbkę do dziesięciu, jednak to nie zrobiło większej różnicy.

Wyniki zostały zgromadzone w pliku wyjściowym *dane.csv*. Brane pod uwagę było optymalne rozwiązanie problemu oraz średni czas wykonania w sekundach.

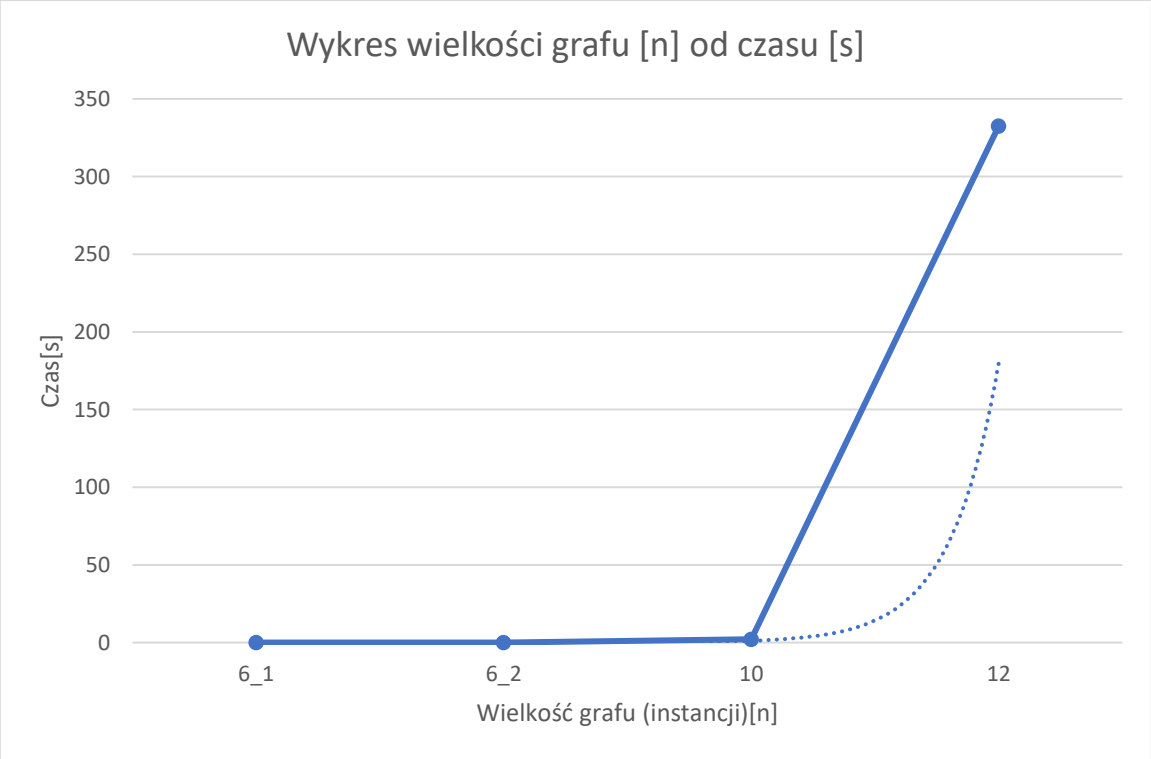
Wyniki opracowane zostały w programie MS Excel.

6. Wyniki

Wyniki zgromadzone zostały w pliku *dane.csv*. Wszystkie ww. pliku zostały dołączone do raportu i znajdują się na dysku Google pod adresem: https://drive.google.com/drive/folders/1N8be7vT8iL9-Xmcs7t0_Q6BUi8diObOs?usp=sharing.
Wyniki przedstawione zostały w postaci wykresu zależności czasu uzyskania rozwiązania problemu od wielkości instancji (rysunek 3).

droga	czas[s]
[0, 1, 2, 3, 4, 5]	0,0010011
[0, 5, 1, 2, 3, 4]	0,0010006
[0, 3, 4, 2, 8, 7, 6, 9, 1, 5]	2,2400355
[0, 1, 8, 4, 6, 2, 11, 9, 7, 5, 3, 10]	338,786

tab. 1. Fragment tabeli wynikowej



Rys. 3. Wykres wynikowy

7. Analiza wyników i wnioski

Krzywa wzrostu czasu względem wielkości instancji ma charakter wykładniczy *(Rysunek 3)*. Nałożenie lini trendu eksponecjalnej potwierdza, że badany algorytm wyznacza rozwiązania problemu komiwojażera dla badanych instancji w czasie *n!* zależnym względem wielkości instancji (obie krzywe są zgodne co do kształtu). Złożoność czasowa opracowanego algorytmu wynosi O(n!).

Wykres potwierdza małą praktyczność i naiwność zastosowanej metody. Mimo stosunkowo małego wzrostu liczby instancji (+4, +6) złożoność czasowa rośnie najpierw o ok. 100%, a w większych grafach o ok. 100000%.