Zad. 10

$$Z(G) = \bigcap_{g \in G} G(g)$$

Niech $G = \{g_1, g_2, \dots, g_n, \dots\}$

Weźmy dowolne $b \in Z(G)$.

Tzn. że $\forall_{g_i \in G} \; bg_i = g_i b$

Skoro $\to$ to w szczególności:

$$bg_1 = g_1 b \wedge bg_2 = g_2 b \wedge \dots \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b \in G(g_1) \wedge b \in G(g_2) \wedge \dots \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b \in \bigcap_{g_i \in G} G(g_i) \quad \square$$

(i) $G(a) \leq G$ bo (def. 13.17)

1) $G(a) \subseteq G$

2) $G(a)$ jest grupą bo jej elementami są elementy grupy G zatem istnieje element odwrotny i neutralny.

analogicznie $Z(G) \leq G$.