

14.4

$$A \tilde{x} = b - r$$

$$A x = b$$

$$A x - A \tilde{x} = b - (b - r) = r$$

$$A(x - \tilde{x}) = r$$

$$x - \tilde{x} = A^{-1} \cdot r$$

$$\|x - \tilde{x}\| = \|A^{-1} \cdot r\| \leq \|A^{-1}\| \cdot \|r\|$$

$$\|x - \tilde{x}\| \leq \underbrace{\|A\| \cdot \|A^{-1}\|}_{\text{cond}(A)} \cdot \frac{\|r\|}{\|A\|}$$

$$\|x - \tilde{x}\| \leq \text{cond}(A) \cdot \frac{\|r\|}{\|A\|} \cdot \|x\|$$

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|}{\|x\|} \leq \text{cond}(A) \cdot \frac{\|r\|}{\|A\| \cdot \|x\|}$$

wyświetlając polaryzację, i.e. $\|A\| \cdot \|x\| \geq \|b\|$ wtedy

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|}{\|x\|} \leq \text{cond}(A) \cdot \frac{\|r\|}{\|A\| \cdot \|x\|} \leq \text{cond}(A) \cdot \frac{\|r\|}{\|b\|}$$

$$\|A\| \cdot \|x\| \stackrel{?}{\geq} \|b\| = \|Ax\|$$

$$\underline{\|A\| \cdot \|x\| \geq \|Ax\|} \quad \checkmark$$