$$\sum_{i=0}^{r}\binom{m+1}{i}\binom{n}{r-i}=\sum_{i=0}^{r}\left(\binom{m}{i}+\binom{m}{i-1}\right)\binom{n}{r-i}=$$

$$=\underbrace{\sum_{i=0}^{r}\binom{m}{i}\binom{n}{r-i}}+\sum_{i=0}^{r}\binom{m}{i-1}\binom{n}{r-i}=$$

$$=\binom{m+n}{r}+\underbrace{\sum_{i=0}^{r-1}\binom{m}{i}\binom{n}{r-i-1}}$$

$$\binom{m+n}{r}+\binom{m+n}{r-1}=\underline{\binom{m+n+1}{r}}$$

<u>Kombinatorycznie:</u> W klasie jest m dziewczyn i n chłopców. Chcemy wyróżnić r osób. Możemy to zrobić na $\binom{m+n}{r}$ sposobów. Z drugiej strony: najpierw zdecydujmy ile wyróżnimy dziewczyn. Niech i to ich ilość. i jest liczbą od 0 do r (same dziewczyny gdy $i=r$).

Dla każdego i dziewczyn wyróżnionych jest $\binom{m}{i}$.

Gdy rozdzielimy wyróżnienia dla dziewczyn to dla chłopców zostaje $r-i$ wyróżnień więc $\binom{n}{r-i}$.

Musimy rozpatrzeć wszystkie możliwe podziały wyróżnień, więc:

$$\underline{\sum_{i=0}^{r}\binom{m}{i}\binom{n}{r-i}}.$$