

⑦ Lemat 1: Jeżeli mamy szachownicę  $(n+1) \times (m+1)$

to drogą z lewego dolnego rogu do prawego górnego rogu przejść  
się tylko w prawo i do góry jest  $\binom{n+m}{n}$ .

D-d: Istotnie niech będzie droga skierowana się z „ $\uparrow$  lub  $\rightarrow$ “

w ormece ruch ob góry lub w prawo. Kolejne te  
drogi w postaci ciągów znaków „ $\uparrow$ “ i „ $\rightarrow$ “ otrzymujemy  
 $n+m$  z kolejnych n kroków pionowych i m kroków poziomych).

Zatem abyśmy sprowadzić  $n+m$  kroków wybrac np. tylko te pionowe,  
tentu będzie musiało być pionowe (aby dojść do prawego górnego rogu),  
tj.  $\binom{n+m}{n}$ .

---

Lubże drogą z szachownicy  $(n+1) \times (n+1)$  2 elementu jest wiele  
równa  $\binom{n+n}{n} = \binom{2n}{n}$ .

$$\text{Wykażmy, że } \binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$$

D-d Również szachownica  $(n+1) \times (n+1)$ .

Widz punkt A ormece (pusty dolny róg szachownicy),  
punkt B przekształcony, a punkt C dający punkt  
miejscy ob pełnego kwadratu.

