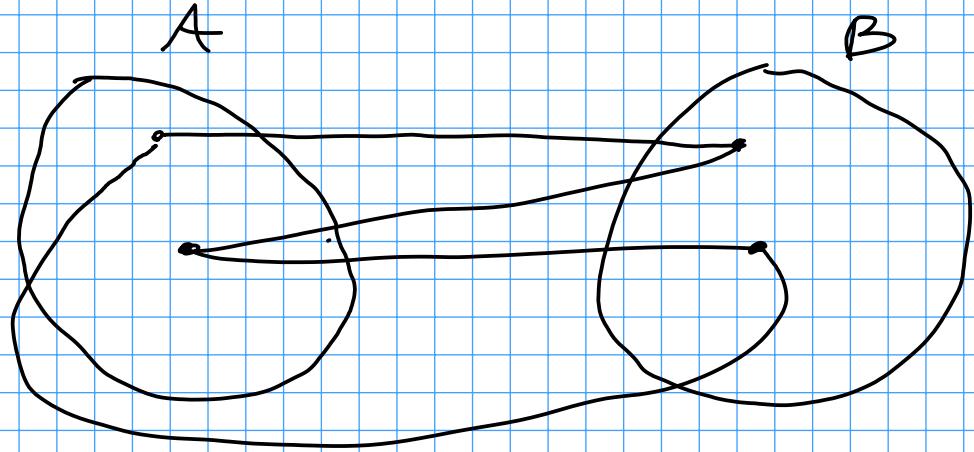


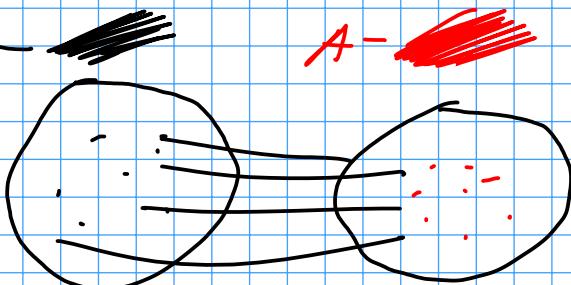
4



$$|A| = |B| = n$$

xx	xx	xx	xx	xx
xx	xx	xx	xx	xx
xx	xx	xx	xx	xx
xx	xx	xx	xx	xx
xx	xx	xx	xx	xx

B -



A -

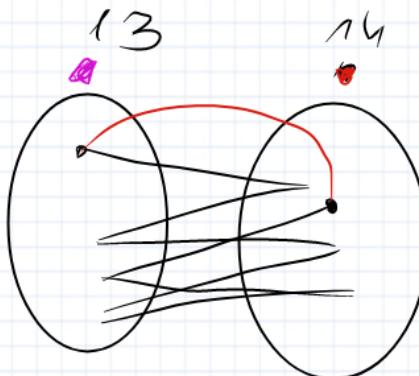
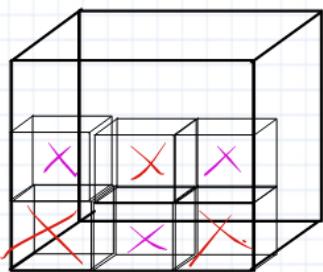
wtedy $|A| = 13$

$$|B| = 12$$

więc $|A| \neq |B|$

więc to nieważne
(z poznanych zasad)

5



13

14

Jesli by sie dalo zjesz srodkowy to daloby sie stworzyc cykl hamiltona(dokladajac jedna krawedz) ale sprzecznosc z mocami (poprzednie zad) nie moze tu istniec

X	X	X
X	X	X
X	X	X

X	X	X
X	X	X
X	X	X

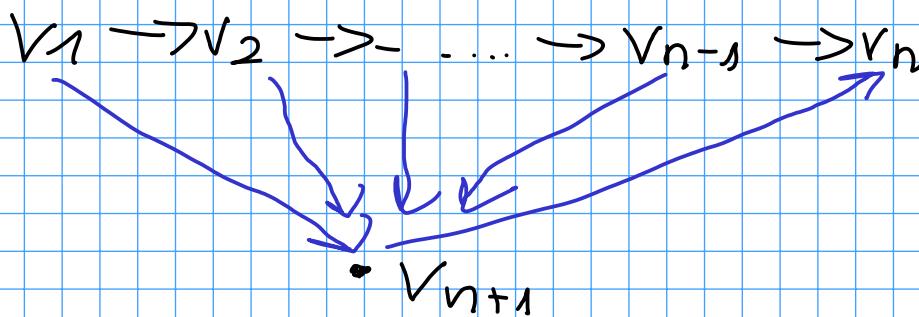
X	X	X
X	X	X
X	X	X

6 Dowód indukcyjny.

1^o $n = 2$

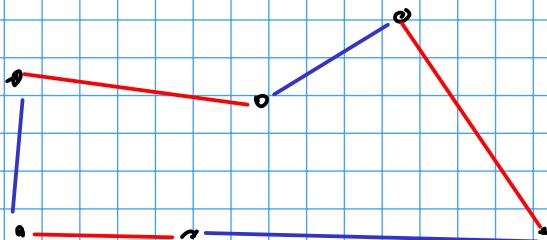
• —> • OK ✓

2^o Zeróżmy, że v_1, \dots, v_n to ścieżka Hamiltona tego turnieju



Dokładają wierzchołek v_{n+1} jeśli będzie krawędź (v_n, v_{n+1}) to otrzymujemy tezę, więc zróbmy krawędź (v_{n+1}, v_n) . Analogicznie jeśli będzie (v_{n+1}, v_1) to teza, więc zróbmy (v_1, v_{n+1}) , kontynuując analogicznie jeśli damy krawędź (v_{n+1}, v_i) to będzie teza, więc dajmy wszędzie krawędź (v_i, v_{n+1}) , ale wtedy mamy ścieżkę Hamiltona długości $n+1$ ($v_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n, v_{n+1}, v_1$), co kończy dowód. (wszystko uwzględnione na rysunku)

7



Zauważmy, że graf ten aby miał drzewo musi być spójny, oraz stopnie jego każdego wierzchołka muszą być równe 1 lub 2

dla $n = 1$

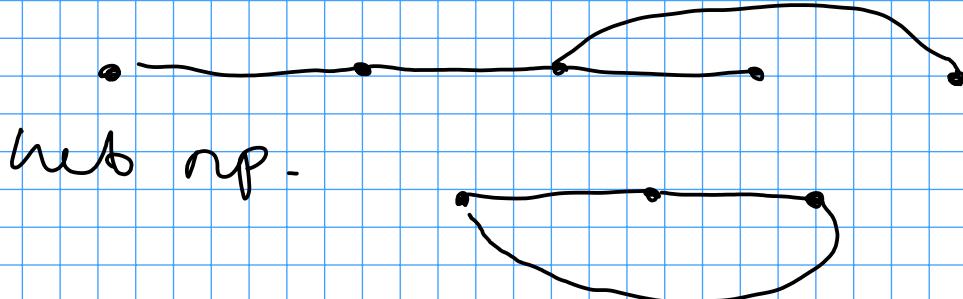
małe ma drzewo niemonochromatyczne

dla $n = 2$

też nie (jeden kolor) ✓

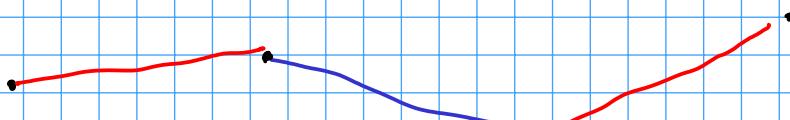
dla $n \geq 3$:

Jeśli każdy wierzchołek ma stopień 1 lub 2 to graf spójny jest ścieżką albo cyklem

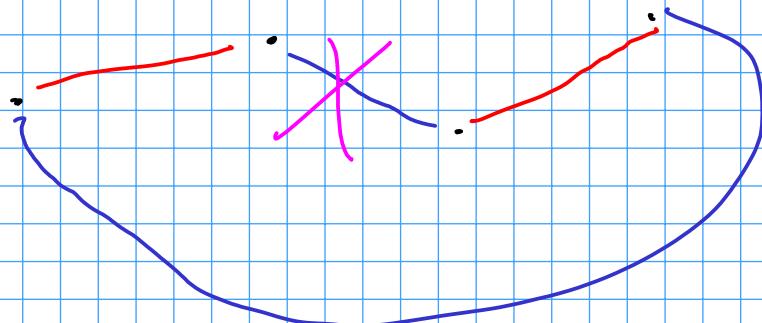


np.

zatem jeśli mamy podzbiorowany graf
jest ścieżką to on jest just dnewem
monochromatycznym.
np.



jeżeli jest cyklem to myśmy mogliśmy pozbądzić się
jednej krawędzi.



3

Dowód indukcyjny

$$n = 2$$



Załóżmy, że turniej n wierzchołkowy (v_1, \dots, v_n) spełnia tą własność. Dołączymy kolejny wierzchołek v_{n+1} . Niech v_i to wierzchołek który z założenia indukcyjnego spełnia tą własność. Jeśli będzie krawędź między pewnym z sąsiadów bezpośrednich v_i do v_{n+1} to teza, założymy, że tak nie jest. Jeśli będzie krawędź z v_i do v_{n+1} , to również teza. Założymy, że tak nie jest. Czyli dla każdego sąsiada bezpośredniego v_i jest krawędź z v_{n+1} do nich, oraz jest krawędź z v_{n+1} do v_i . Wtedy v_{n+1} spełnia własność szukaną w zadaniu, ponieważ teraz każdym z jego bezpośrednich sąsiadów jest bezpośredni sąsiad v_i oraz v_i , a każdy jego sąsiad oddalony o 2 jest każdym sąsiadem oddalonym o 2 od v_i . Zatem odległość v_{n+1} od dowolnego wierzchołka jest równa 1 lub 2, co kończy dowód (rysunek dla uwagi).

