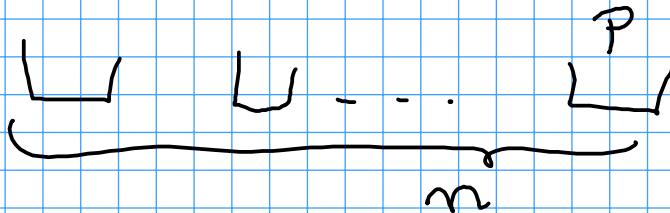


7

w "n-tej" próbie osiągniemy trzy sukcesy.

$$P(X=n) = \binom{n-1}{2} p^2 \cdot (1-p)^{n-3} \cdot p$$



wybieramy miejsce na dwa sukcesy z prawdopodobieństwem p , ostatnie miejsce to z automatu sukces, pozostałe to niepowodzenia $(1-p)$.

$$P(X=n) = \frac{(n-1)(n-2)}{2} p^3 (1-p)^{n-3}$$

$$\begin{aligned} E X &= \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot P(X=k) = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot \frac{(k-1)(k-2)}{2} p^3 (1-p)^{k-3} \\ &= \frac{p^3}{2} \sum_{k=1}^{\infty} k(k-1)(k-2) (1-p)^{k-3} \end{aligned}$$

niech $x = 1-p$; chcemy zmniejszyć liczbę:

$$\sum_{k=1}^{\infty} k(k-1)(k-2) x^{k-3}$$

$$\text{wzórmy } \sum_{k=1}^{\infty} x^k = \frac{x}{1-x} / |$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k x^{k-1} = \left(\frac{x}{1-x}\right)' = \frac{1}{(1-x)^2} /' /'$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k(k-1)(k-2) x^{k-3} = \left(\frac{1}{(1-x)^2}\right)''' = \frac{6}{(x-1)^4}$$

więc $x := 1-p$

$$E X = \frac{p^3}{2} \cdot \frac{6}{(1-p-1)^4} = \frac{p^3}{2} \cdot \frac{6}{p^4} = \frac{3}{p}$$