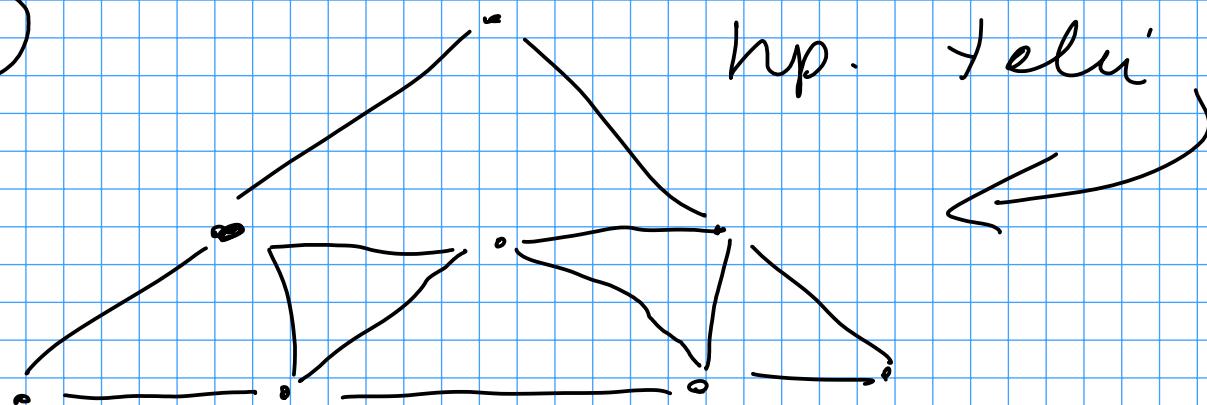


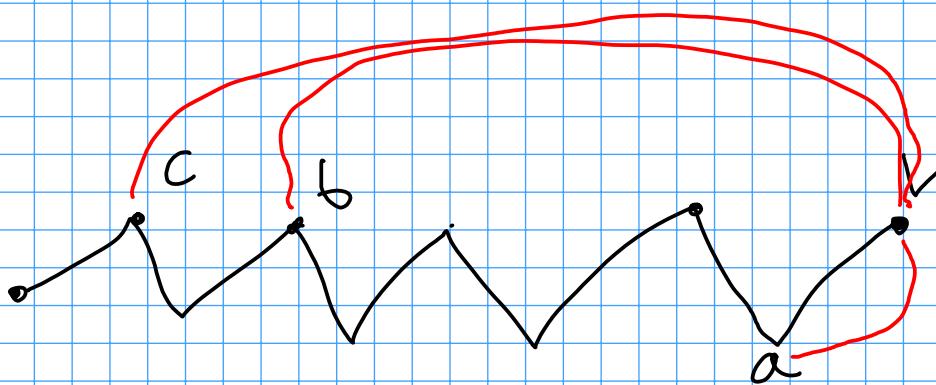
List 12

1



8

Weźmy najdłuższą ścieżkę w grafie i jej ostatni wierzchołek nazwijmy v. Wszyscy sąsiedzi v muszą się na niej znajdująć, jeśli nie to nie będzie ona najdłuższa. Niech sąsiadami v są a,b,c (od najbliższego).

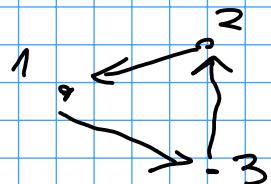


Z zasady szufladkowej wiemy, że dwie ze ścieżek $a \rightarrow v$ / $b \rightarrow v$ / $c \rightarrow v$ mają długość tej samej parzystości, zatem ich różnica jest liczbą parzystą, dodając jedną z czerwonych krawędzi otrzymujemy cykl nieparzystej długości.

4

Tyle ile permutacji:

$$\text{hp. } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$



ale musimy wykluczyć permutacje typu $\begin{pmatrix} 2 & a & \dots \\ 2 & \dots & a & \dots \end{pmatrix}$

6o wtedy będzie po tle.

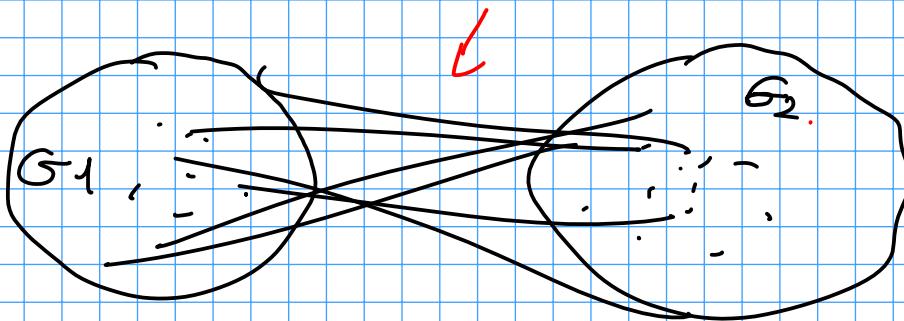
Będzie ich więc tyle ile nieparzystów (lista 5)
zad 4

$$n! \cdot \sum_{i=0}^n \frac{(-1)^i}{i!}$$

2

=>

Załóżmy że G jest Eulerowski i G1 i G2 to pewne podzbiory G, które łączą pewne krawędzie. Chcemy skasować te krawędzie (będzie to minimalne cięcie).

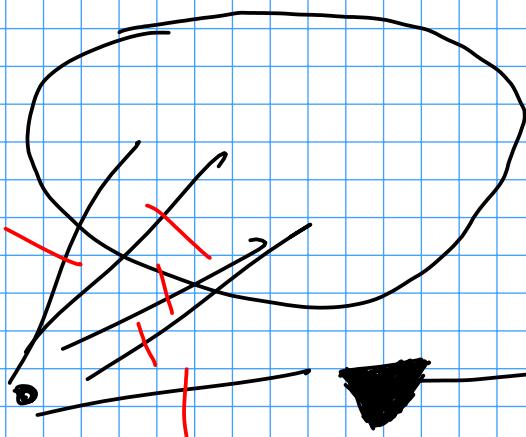


Żeby graf zawierał cykl Eulera to musi każdorazowo wychodząc ze spójnej G1 wrócić do niej, co implikuje, że minimalne cięcie musi mieć parzystą ilość krawędzi.

Formalnie, jeśli G1 ma wierzchołki v1, ..., vn, wtedy suma stopni jego wierzchołków jest parzysta, niech między G1 a G2 jest k krawędzi.

$$\sum \deg v'_i = \sum \deg v_i - k \Rightarrow 2|k \quad (60 \quad 2|\sum \deg v_i \text{ oraz} \\ 2 \nmid \sum \deg v'_i)$$

↗ $\deg v'_i$ - stopień wierzchołków G1 po odcięciu k krawędzi
Załóżmy, że minimalne cięcie ma parzystą ilość krawędzi. Weźmy dowolny wierzchołek i nazwijmy go v. Skoro minimalne cięcie ma zawierać parzystą ilość krawędzi to z wierzchołka v musi wychodzić parzysta ilość krawędzi. Rozumowanie to przeprowadzamy dla dowolnego wierzchołka co implikuje, że każdy wierzchołek ma stopień parzysty, więc jest to cykl Eulera.



(Każdemu wierzchołkowi
- Inneba ucieć jego wychodzące
wierzchołki aby być zakończony)

10

Przykład:

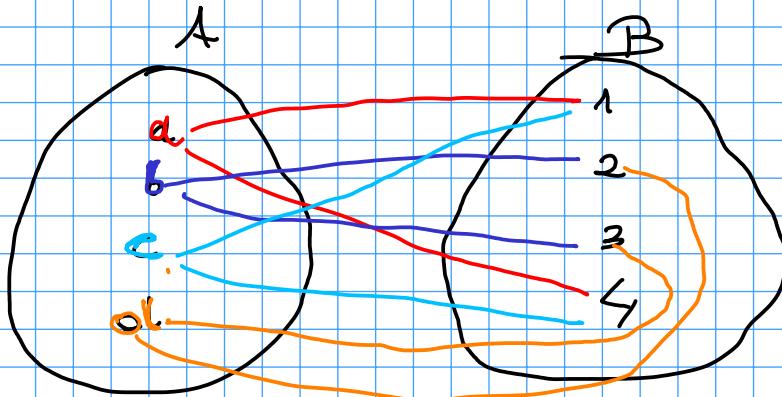
3	1	2	4
2	4	3	1

a b c d

Niech w ogólności
 \downarrow
 $\} n-k$

hp. a potęczne z 1, 4

oznacza, że zamiast
 a może być 1 lub 4
 żeby się zgodziły
 różne licby w kolumnie.



Chcemy, aby w gracie $G(A \cup B)$ spełniony był warunek Halla, wtedy implikować to będzie, że G ma skojarzenie doskonałe, więc będzie dało dodać się wiersz do prostokąta, tak aby spełnione były warunki zadania.

Biorę dowolny podzbiór $X \subset A$ złożony z t kolumn.

Z każdego wierzchołka z X wychodzi k . Czyli Z całego zbioru X wychodzi tk krawędzi.

Gdyby ten podzbiór był połączony z mniej niż t wierzchołkami, to do któregoś wierzchołka z B prowadziłoby więcej niż k krawędzi (z zasady szufladkowej). Sprzeczność. Zatem warunek Halla musi być spełniony, co dowodzi, że każdy prostokąt można rozszerzyć o jeden wiersz.