

⑦ Lemat 1: Jeśli mamy szachownicę  $(n+1) \times (m+1)$

to drogę z lewego dolnego rogu do prawego górnego rogu poruszając się tylko w prawo i do góry jest ~~szachownica~~  $\binom{n+m}{n}$ .

D-d: Istotnie niech będzie droga składająca się z „1” lub „—”

w oznaczu ruchu do góry lub w prawo. Kodując tę drogę w postaci ciągów znaków „1” i „—” otrzymujemy

$n+m$  znaków ( $n$  znaków pionowych i  $m$  znaków poziomych).

Zatem wystarczy spośród  $n+m$  znaków wybrać np. tylko te pionowe, które będą musiały być poziome (aby dojść do prawego górnego rogu), więc  $\binom{n+m}{n}$ .

Linia drogi w szachownicy  $(n+1) \times (n+1)$  z Lematu jest więc równa  $\binom{n+n}{n} = \binom{2n}{n}$ .

Wykażemy teraz, że  $\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$ .

D-d Rozważmy szachownicę  $(n+1) \times (n+1)$ .

Niech punkt A oznacza lewy dolny róg szachownicy, punkt B prawy górny, a punkt C dowolny punkt należący do pełnej szachownicy.

