Warszawa, 20.01.2022

Wybrane Zagadnienia Geodezji Wyższej

Ćwiczenie 1:

Układy współrzędnych na elipsoidzie

Kacper Łobodecki
311584

Realizacja ćwiczenia: https://github.com/kacperlo/STUD-geodezja-wyzsza/tree/main/Projekt1

Wstęp teoretyczny:

Układy odniesienia na Ziemi

Układ współrzędnych geodezyjnych (ϕ, λ, h)

Powierzchnią odniesienia w tym układzie współrzędnych jest elipsoida obrotowa. Dokładne położenie punktu jest opisywane przy użyciu symboli ϕ, λ, h. Pierwszy czyli szerokość geodezyjna jest wyznaczany przez kąt jaki normalna do elipsoidy w punkcie pomiaru P tworzy z płaszczyzną równika. Druga wartość, czyli wysokość geodezyjna jest definiowana przez kąt pomiędzy płaszczyzną elipsy południkowej zawierającej normalną punktu P, a umownym południkiem początkowym, nazywanym południkiem 0. Ostatnia wartość h definiuje wysokość nad powierzchnią elipsoidy po normalnej punktu P.

Układ współrzędnych ortokartezjańskich (x, y, z)

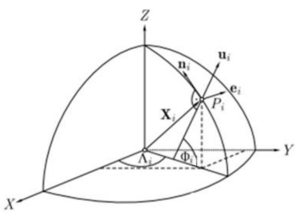
To układ działający zgodnie z matematycznym układem kartezjańskim. Oś x zawarta jest w płaszczyźnie równika i jest skierowana w stronę południka początkowego. Oś y również jest zawarta w płaszczyźnie równika, a między nią, a osią x jest zawarty kąt prosty. Oś z skierowana jest ku biegunowi północnemu, jest osią obrotu planety, a początek układu współrzędnych znajduje się w środku geometrycznym Ziemi.

Wzory opisujące zależności zachodzące między układem geodezyjnym, a ortokartezjańskim.

$$x = (N + h)cos\phi cos\lambda$$
$$y = (N + h)cos\phi sin\lambda$$
$$z = [N(1 - e^2) + h]sin\phi$$

Układ współrzędnych topocentrycznych (n, e, u)

W tych współrzędnych początkiem układu jest dowolnie wybrany punkt na powierzchni elipsoidy. Płaszczyzna n e jest prostopadła do normalnej danego punktu, oś n skierowana jest na północ, oś e na wschód, a u w górę zgodnie z normalną.



Aby przekształcić współrzędne z układu geodezyjnego do układu neu wystarczy użyć poniższej macierzy.

$$\begin{bmatrix} n_{ij} \\ e_{ij} \\ u_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -sin\phi cos\lambda & -sin\phi sin\lambda & cos\phi \\ -sin\lambda & cos\lambda & 0 \\ cos\phi cos\lambda & cos\phi sin\lambda & sin\phi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix}$$

Realizacja ćwiczenia

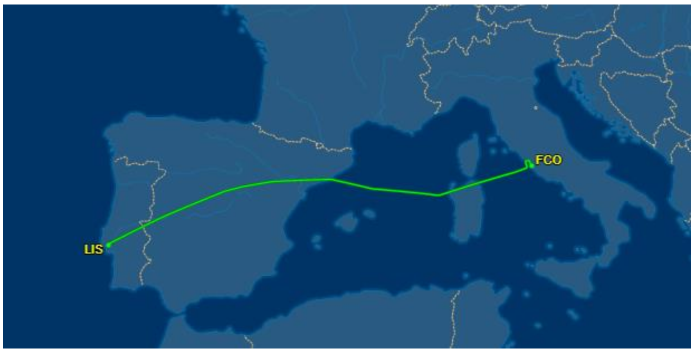
Cel ćwiczenia

Oswojenie się z używaniem wszystkich układów współrzędnych. Zaobserwowanie zależności zachodzących między nimi. Obserwacja stopnia trudności z jaką można przenosić dane między poszczególnymi układami.

Wykonanie ćwiczenia

Zebranie danych

Z serwisu flightaware.com pobrałem dane lotu z Lizbony do Rzymu. (https://flightaware.com/live/flight/TAP846)
Nadajnik zainstalowany w samolocie w równych odstępach czasu wysyłał dane o aktualnym położeniu samolotu. Gdy samolot wylądował pobrałem i zapisałem w pliku tekstowym szczegóły lotu. Następnie sformatowałem plik, by znajdowały się w nim same najważniejsze informacje.



Realizacja programu

Po wczytaniu danych do środowiska matlab zająłem się transformacją z układu geodezyjnego, w którym zostały wczytane do kolejno układu xyz, a potem układu neu.

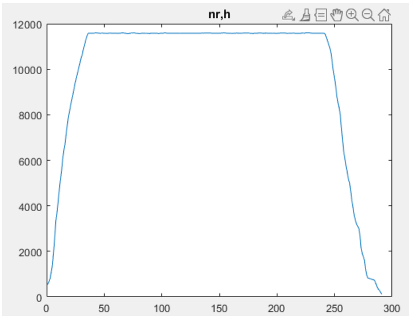
```
function[x,y,z]=geo2xyz(phi,lambda,h,a,e2)
    N=a/sqrt(1-e2*sind(phi)^2);
    x=(N+h)*cosd(phi)*cosd(lambda);
    y=(N+h)*cosd(phi)*sind(lambda);
    z=(N*(1-e2)+h)*sind(phi);
end

function[neu]=geo2neu(phi, lambda, h, phiB, lambdaB, hB, a, e2)
    R=[-sind(phiB)*cosd(lambdaB) -sind(lambdaB) cosd(phiB)*cosd(lambdaB);
        -sind(phiB)*sind(lambdaB) cosd(lambdaB) cosd(phiB)*sind(lambdaB);
        cosd(phiB) 0 sind(phiB)];

    [x,y,z]=geo2xyz(phi,lambda,h,a,e2);
    [xb,yb,zb]=geo2xyz(phiB,lambdaB,hB,a,e2);

    deltas=countDelta(x,y,z,xb,yb,zb);
    neu=R'*deltas;
end
```

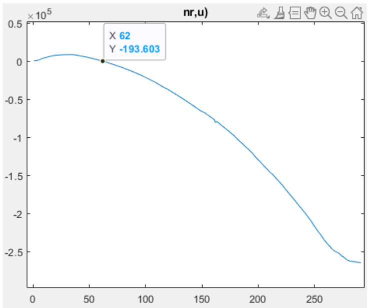
Kolejnymi wartościami, które zostały obliczone była **odległość skośna** (zawarta między początkiem układu współrzędnych czyli lotniskiem, a aktualnym położeniem samolotu), a także **azymut** i **kąta zenitalnego**.

```
for id = 1:length(phi)
    tempNeu=geo2neu(phi(id), lambda(id), h(id), phiB, lambdaB, hB, a, e2);
    [x(id),y(id),z(id)]=geo2xyz(phi(id), lambda(id), h(id), a, e2);
    n(id)=tempNeu(1);
    e(id)=tempNeu(2);
    u(id)=tempNeu(3);
    nr(id)=id;

    A(id)=atand(e(id)/n(id));
    if(n(id)<0 && e(id)>0)
        A(id)=A(id)+180;
    elseif(n(id)<0 && e(id)<0)
        A(id)=A(id)+180;
    else
        A(id)=A(id)+360;
    end
    if(A(id)>360)
        A(id)=A(id)-360;
    end
    if(A(id)<0)
        A(id)=A(id)+360;
    end

    s(id)=sqrt(n(id)^2+e(id)^2+u(id)^2);
    zz(id)=acosd(u(id)/s(id));
end
```

Analiza obliczeń

Analizując wyniki i rysując wykresy można zobaczyć, że wszystkie obliczenia są wykonywane poprawnie, widać trajektorie lotu samolotu, wysokość nad powierzchnią Ziemi używając współrzędnych geodezyjnych, moment zniknięcia samolotu za linią horyzontu na współrzędnych neu, a także dokładnie badać trasę lotu z uwzględnieniem krzywizny Ziemi.





Wnioski

- Istnieje wiele układów odniesienia i tworząc jakieś rozwiązanie warto rozważyć użycie innych układów niż standardowe, ponieważ mogą one lepiej prezentować potrzebne dane (warto jednak pamiętać o uniwersalności).
- Transformacja z jednego układu do drugiego nie jest trudna zwłaszcza przy użyciu technologii i komputerów.
- Zaimplementowanie skomplikowanych wzorów geodezyjo-matematycznych nie jest trudnym zadaniem.