|  |  |
| --- | --- |
| Jakub Karwalski 251543  Kacper Majkowski 251578 | Rok akademicki 2024/2025  środa, 12:15 |

**METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM**

Zadanie 1 – Metody wyznaczania miejsca zerowego

**Opis rozwiązania**

Opis:

Metoda bisekcji – funkcja na badanym przedziale musi być określona, ciągła, oraz na krańcach przedziału musi mieć różne znaki. Dzięki tym założeniom wiemy że w badanym przedziale musi występować co najmniej jedno miejsce zerowe. Dzielimy dany przedział na połowy, aż do warunku stopu.

Wzory:

Gdzie: – środek przedziału, a- lewy kraniec przedziału, b- prawy kraniec przedziału

Algorytm:

1. Liczymy wartości funkcji na krańcach podanego przedziału
2. Jeśli funkcja nie ma wartości z różnym znakiem na krańcu przedziału, czyli , to zakończ z błędem, jeśli nie to kontynuujemy
3. Wyznaczamy środek przedziału , ze wzoru powyżej
4. Jeśli , lub osiągnięto liczbę żądanych iteracji – zakończ program, jeśli nie to kontynuujemy
5. Obliczamy wartość funkcji na środku przedziału
6. Jeśli to b = , w przeciwnym wypadku jeśli , to a =
7. Wracamy do kroku 3

Opis:

Metoda Falsi- W metodzie traktujemy funkcję tak, jakby była funkcją, której wykres jest prostą. Prosta ta przecina oś OX w punkcie, który jest przybliżeniem pierwiastka. Wyliczamy punkt przecięcia fałszywej prostej z osią OX, obliczamy wartość funkcji w tym punkcie. Jeśli jest ona dostatecznie bliska zeru, to kończymy z wynikiem . Jeśli nie trafiliśmy, to punkt dzieli przedział poszukiwań pierwiastka na dwie części ( tutaj nie będą to zwykle połówki jak w metodzie bisekcji ). Za nowy przedział przyjmujemy tę część, w której funkcja ma różne znaki na krańcach.

Wzory:

Gdzie: – przybliżony pierwiastek funkcji, f(a)- wartość funkcji w punkcie a, f(b)- wartość funkcji w punkcie b, a- lewy kraniec przedziału, b- prawy kraniec przedziału

Algorytm

1. Liczymy wartości funkcji na krańcach podanego przedziału
2. Jeśli funkcja nie ma wartości z różnym znakiem na krańcu przedziału, czyli , to zakończ z błędem, jeśli nie to kontynuujemy
3. Wyznaczamy środek przedziału , ze wzoru powyżej
4. Jeśli , lub osiągnięto liczbę żądanych iteracji – zakończ program, jeśli nie to kontynuujemy
5. Obliczamy wartość funkcji na środku przedziału
6. Jeśli to b = oraz f(b) = f(), w przeciwnym wypadku, jeśli , to a = , oraz f(a)=f()
7. Wracamy do kroku 3

**Wyniki**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| L.p. | Funkcja | Dokładność (epsilon) | Liczba maksymalnych iteracji | Zakres przedziałów | Wartość teoretyczna | Wartości zmierzone | Liczby iteracji |
| 1 | y=x-1 | 0.001 | - | [-10,10] | 1 | Falsi- 1  Bisekcja- 1.0009765625 | Falsi -1  Bisekcja- 12 |
| 2 | y=x-1 | - | 10 | [-10,10] | 1 | Falsi- 1  Bisekcja- 0.99609375 | Maks |
| 3 | y=-4x+1 | 0,1 | - | [-3,0] | -2,114905741476 | Falsi-  (-2,10993357)  Bisekcja-  (-2,109375) | Falsi – 10 iteracji  Bisekcja – 6 iteracji |
| 4 | y=-4x+1 | - | 20 | [1,3] | 1,861 | Falsi-  1,8607944375  Bisekcja-  1,8608074188 | Maks |
| 5 | y=sin(x) | 0.001 | - | [-2,2] | 0 | Falsi – 0.0  Bisekcja – 0.0 | Falsi – 1 iteracja  Bisekcja – 1 iteracja |
| 6 | y=sin(x) | - | 4 | [-2,1] | 0 | Falsi – 0.0000004116  Bisekcja - 0.0625 | Maks |
| 7 | y= | - | 100 | [-100.100] | 0,6931471785411 | Falsi – (-100)  Bisekcja-  0,693147180 | Maks |
| 8 | y= | - | 100 | [-2,2] | 0,6931471785411 | Falsi- 0,693147180  Bisekcja-  0, 693147180 | Maks |
| 9 | y=2sin(2x+1)-0,5 | 0.01 | - | [0,2] | 0,9444561992177 | Falsi-0,9442321763  Bisekcja-0,9453125 | Falsi– 4 iteracje  Bisekcja – 8 iteracji |
| 10 | y=2sin(2x+1)-0,5 | - | 20 | [0,2] | 0,9444561992177 | Falsi-0,9444561992  Bisekcja-0,9444561004 | Maks |

**Kolorem niebieskim oznaczone są wyniki uzyskane metodą Falsi, a kolorem czerwonym te uzyskane metodą bisekcji.**

**Jeżeli widoczne jest tylko jedno z miejsc zerowych, oznacza to, że uzyskane wyniki są do siebie bardzo zbliżone.**

**Wykresy:**

1. y=x-1 ; kryterium epsilon

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, linia, Wykres

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

1. y=x-1 ; kryterium iteracji

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, linia, Wykres

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

1. y=x^3-4x+1 ; kryterium epsilon

Obraz zawierający tekst, linia, diagram, Wykres

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

1. y=x^3-4x+1 ; kryterium iteracji

Obraz zawierający tekst, linia, diagram, Wykres

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

1. y=sin(x)- kryterium epsilon

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, linia, Wykres

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

1. y=sin(x)- kryterium iteracji

Obraz zawierający tekst, linia, Wykres, diagram

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

1. y=e^x-1 ; kryterium iteracji ; zakres [-100;100]

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, linia, Wykres

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

1. y=e^x-1 ; kryterium iteracji ; zakres [-2,2]

Obraz zawierający tekst, linia, Wykres, diagram

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

1. y=2sin(2x+1)-0,5 ; kryterium epsilon

Obraz zawierający tekst, linia, Wykres, zrzut ekranu

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

1. y=2sin(2x+1)-0,5 ; kryterium iteracji

Obraz zawierający tekst, linia, Wykres, diagram

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.

**Wnioski**

* Metoda Bisekcji znajduje coraz dokładniejszy pierwiastek z postępem wykładniczym- dzieląc przedział na połowy z każdym obiegiem szerokość maleje dwukrotnie, po 10 obiegach razy
* Metoda Falsi jest zwykle szybsza, dokładniejsza i wymaga mniej iteracji- ponieważ nie dzielimy tutaj bezwzględnie przedziału na połowy a badamy punkt przecięcia fałszywej prostej z osią OX co przyśpiesza rozwiązywanie pierwiastków. Można to zauważyć na przykładzie funkcji wielomianowej i trygonometrycznej.
* Jeśli chodzi o funkcje wykładnicze, to na dużych przedziałach metoda Falsi nie działa, przedziały muszą być dokładniejsze i krótsze aby metoda Falsi potrafiła sobie poradzić ze znalezieniem pierwiastka, co widać na przykładzie funkcji wykładniczej.