

# Modelowanie układów dynamicznych: laboratorium nr 8

Kacper Połuszejko, 412183

## 1 Zadanie

Rozpatrujemy układ równań:

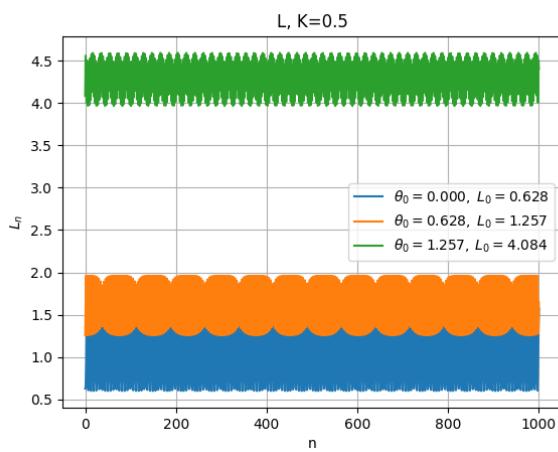
$$\begin{aligned} L_{n+1} &= (L_n + K \sin \theta_n) e^{-b}, \\ \theta_{n+1} &= \theta_n + (L_n + K \sin \theta_n) \frac{1 - e^{-b}}{b}. \end{aligned} \tag{1}$$

Liczymy granicę  $b \rightarrow 0$ :

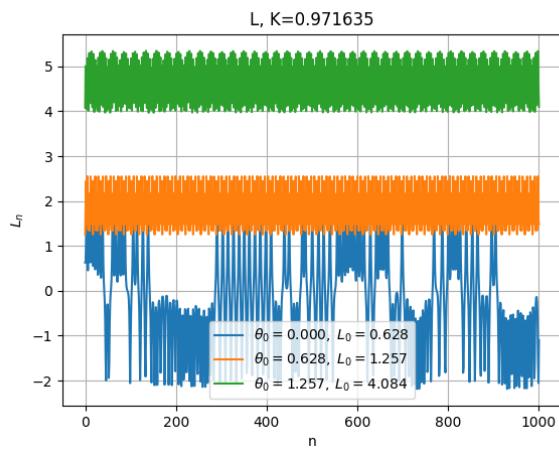
$$\lim_{b \rightarrow 0} e^{-b} = 1, \quad \lim_{b \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-b}}{b} = 1.$$

Wstawiamy granice do (1) i otrzymujemy drugi układ:

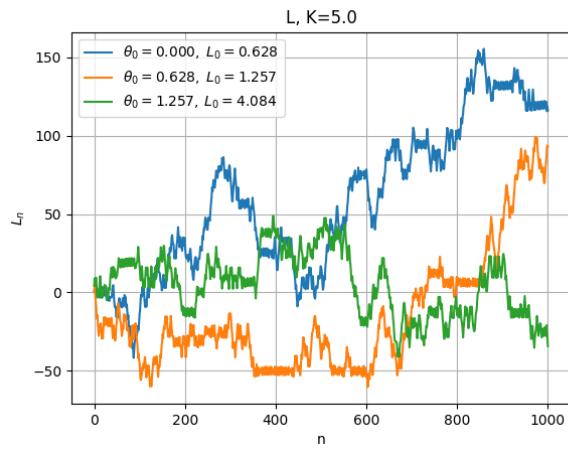
$$\begin{aligned} L_{n+1} &= L_n + K \sin \theta_n, \\ \theta_{n+1} &= \theta_n + L_n + K \sin \theta_n. \end{aligned} \tag{2}$$



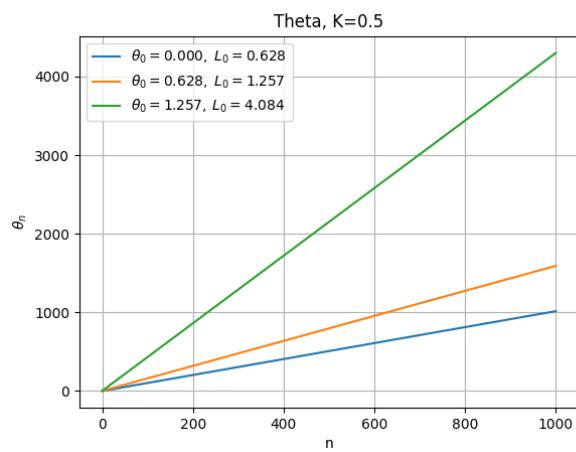
Rys. 1: Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .



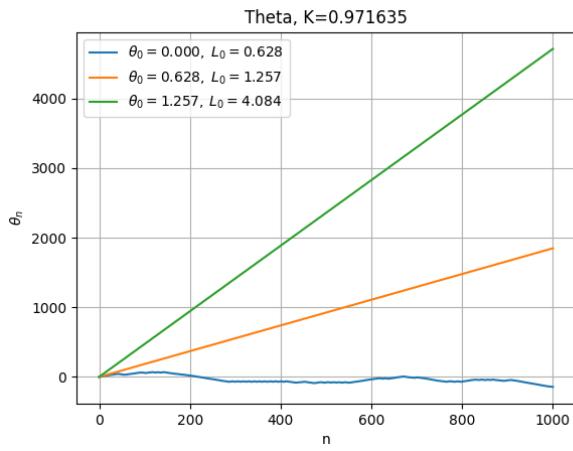
Rys. 2: Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .



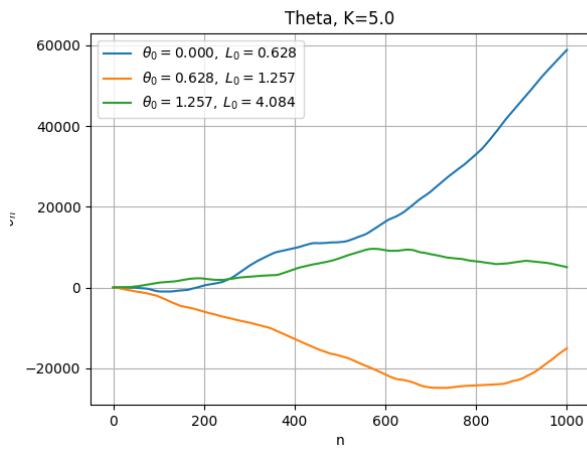
Rys. 3: Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .



Rys. 4: Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .

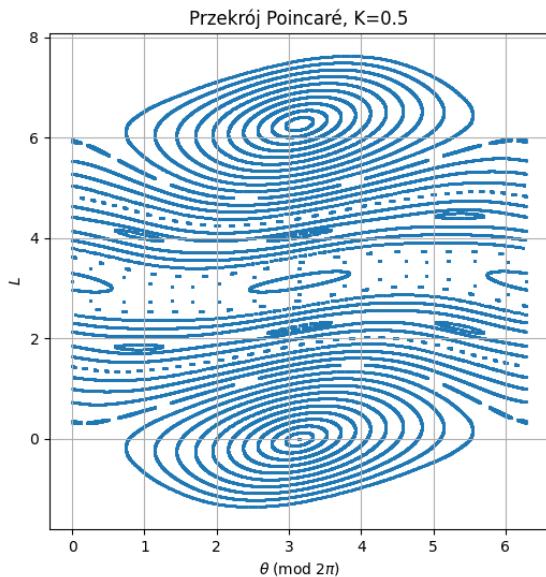


Rys. 5: Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .

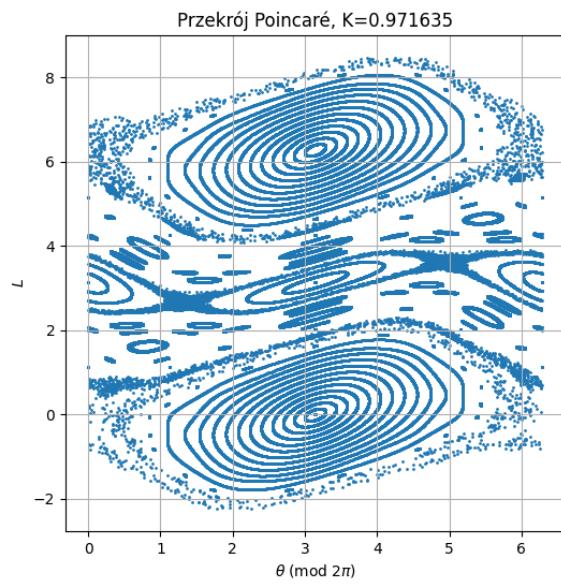


Rys. 6: Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .

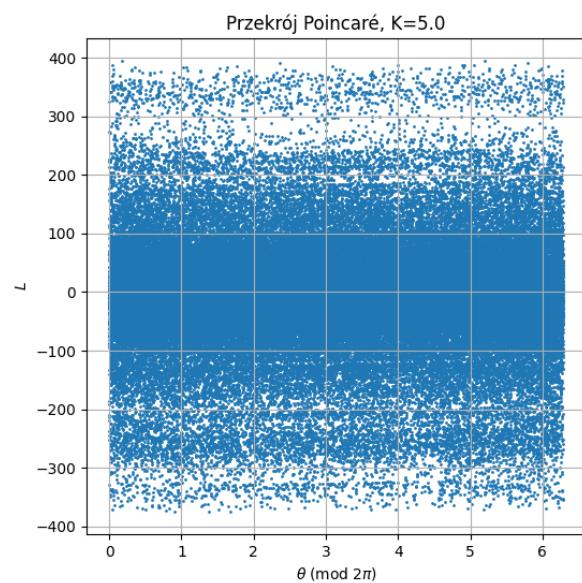
## Przekroje Poincaré



Rys. 7: Przekrój Poincaré dla  $K = 0.5$ .



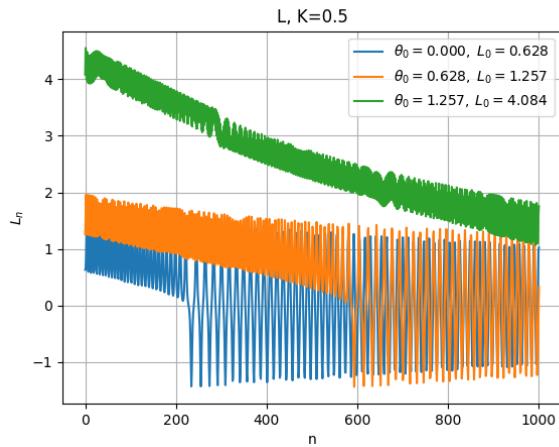
**Rys. 8:** Przekrój Poincaré dla  $K = 0.971635$ .



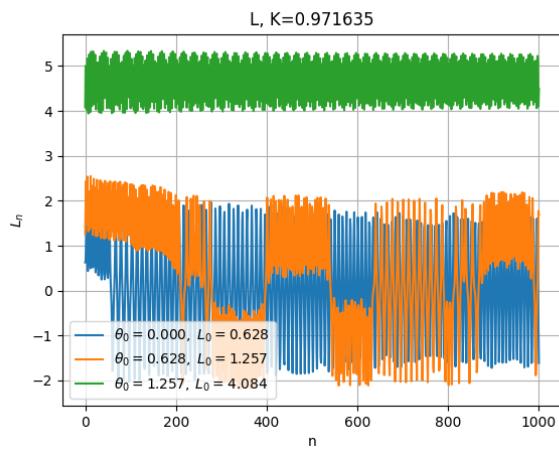
**Rys. 9:** Przekrój Poincaré dla  $K = 5.0$ .

## 2 Zadanie

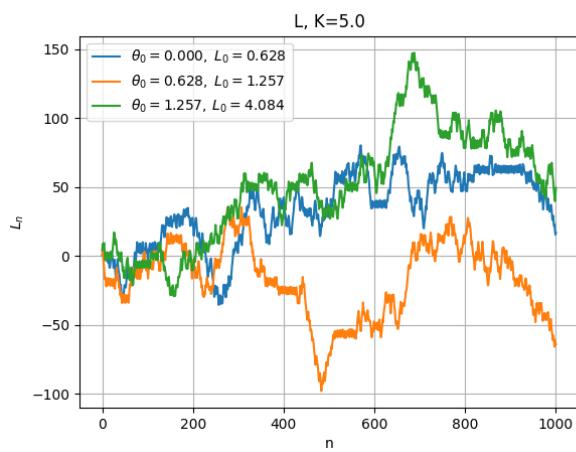
Rozważamy ten sam układ równań, jednak dodajemy tłumienie ( $b = 0.001$ ).



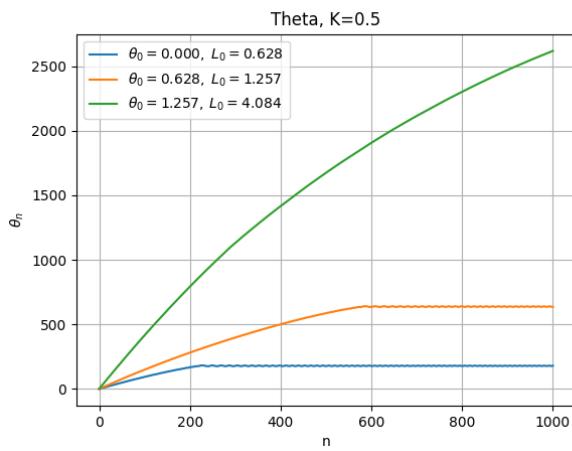
Rys. 10: Wykres L(n) dla różnych wartości początkowych, dla K = 0.5.



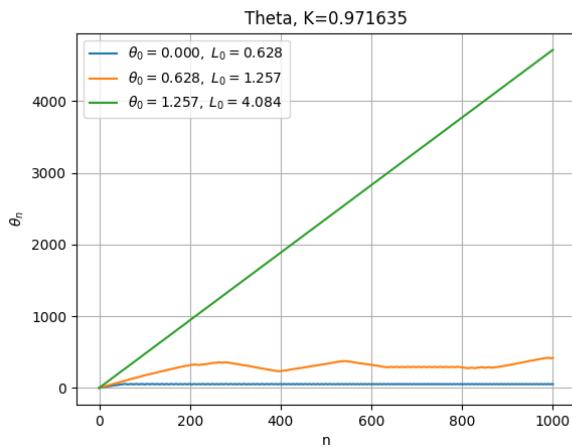
Rys. 11: Wykres L(n) dla różnych wartości początkowych, dla K = 0.971635.



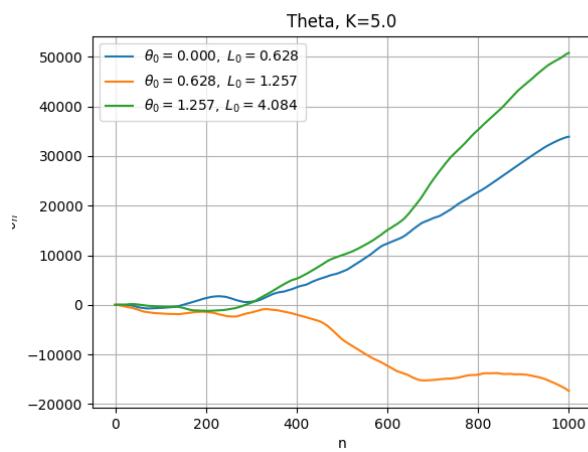
Rys. 12: Wykres L(n) dla różnych wartości początkowych, dla K = 5.0.



**Rys. 13:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .

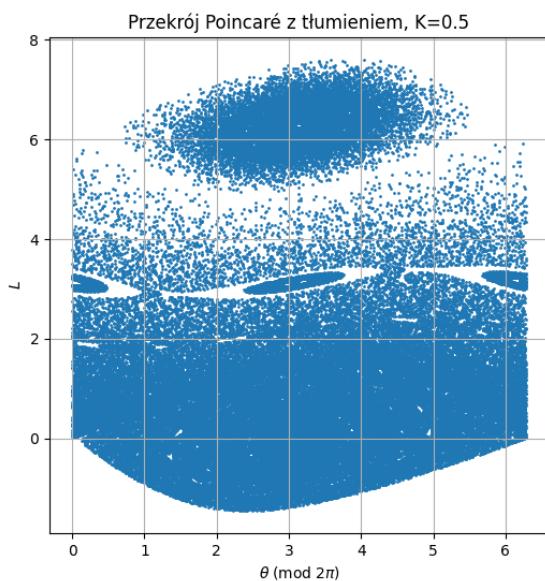


**Rys. 14:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .

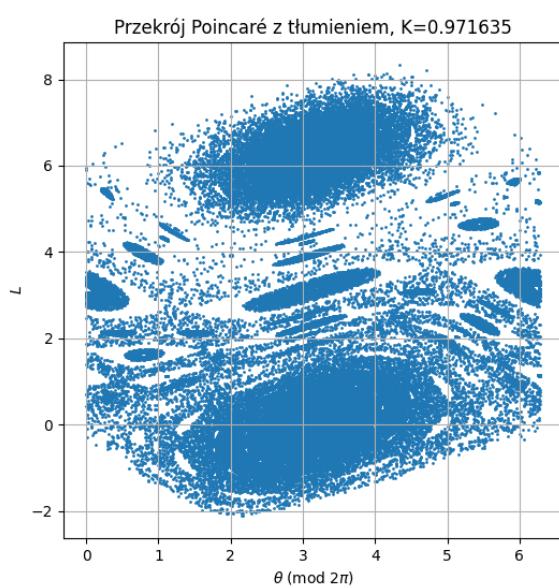


**Rys. 15:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .

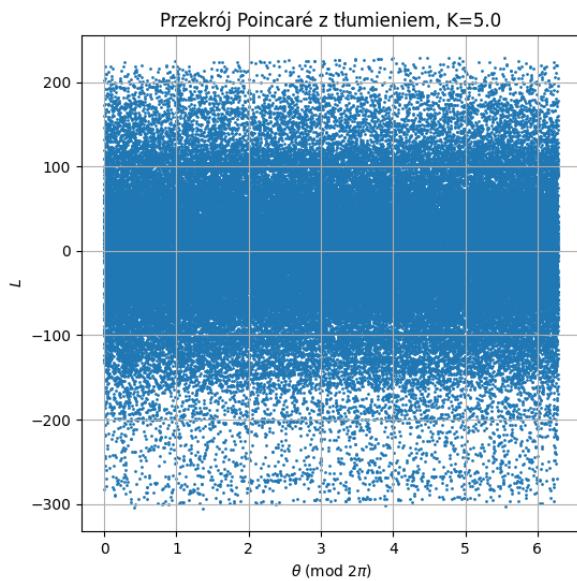
## Przekroje Poincaré



Rys. 16: Przekrój Poincaré dla  $K = 0.5$ .



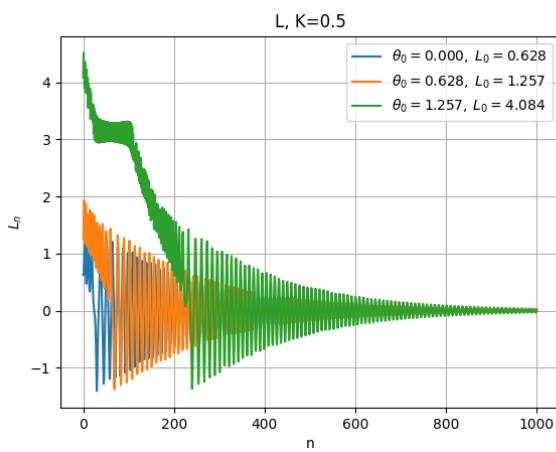
Rys. 17: Przekrój Poincaré dla  $K = 0.971635$ .



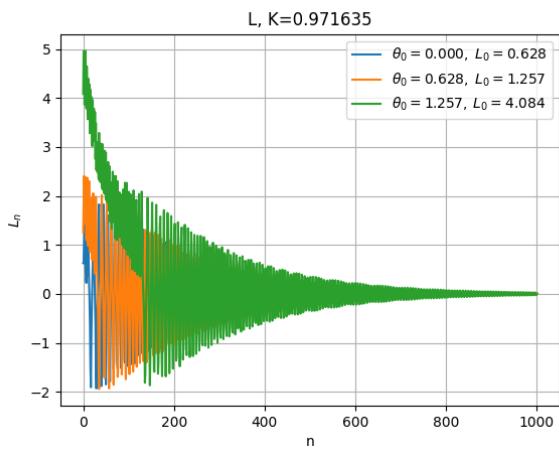
**Rys. 18:** Przekrój Poincaré dla  $K = 5.0$ .

### 3 Zadanie

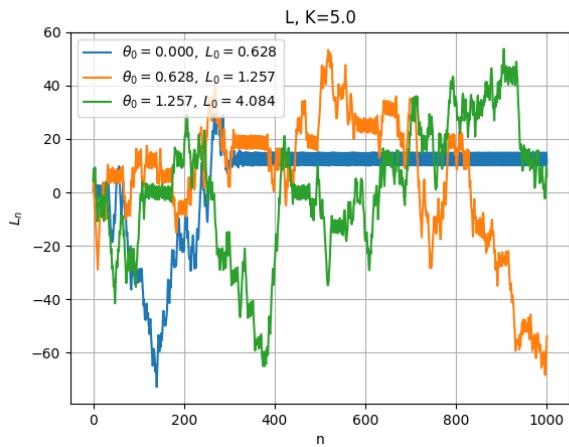
Rozważamy ten sam układ równań, jednak dodajemy tłumienie ( $b = 0.01$ ).



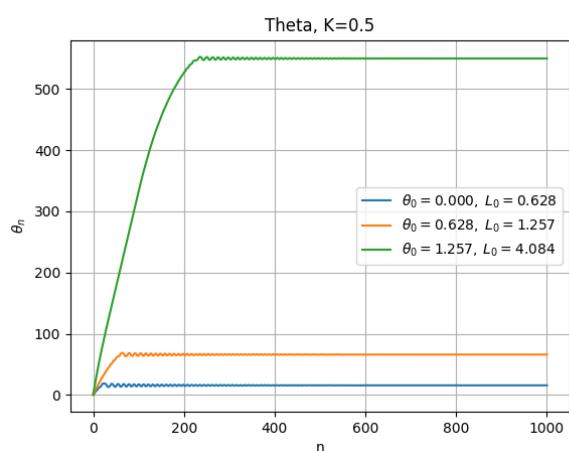
**Rys. 19:** Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .



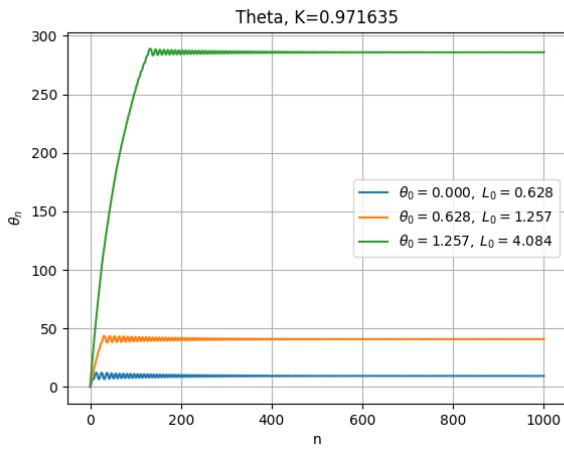
**Rys. 20:** Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .



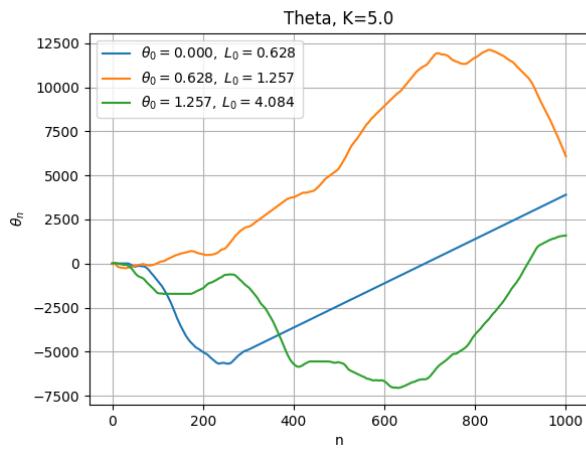
**Rys. 21:** Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .



**Rys. 22:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .

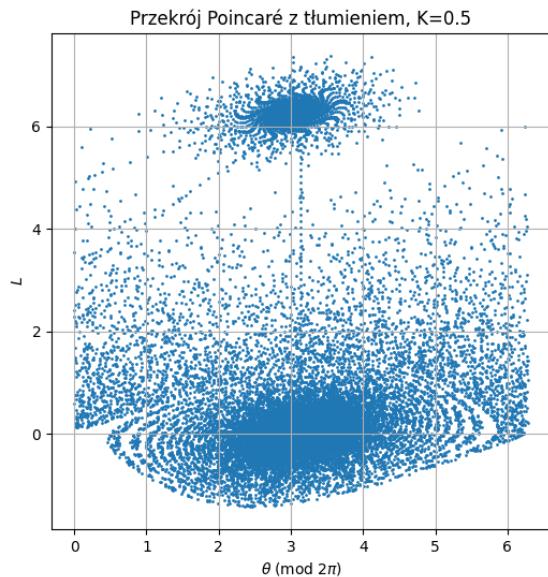


**Rys. 23:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .

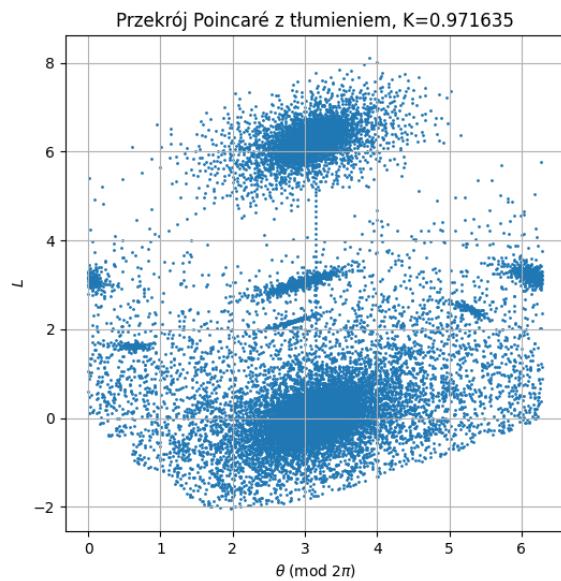


**Rys. 24:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .

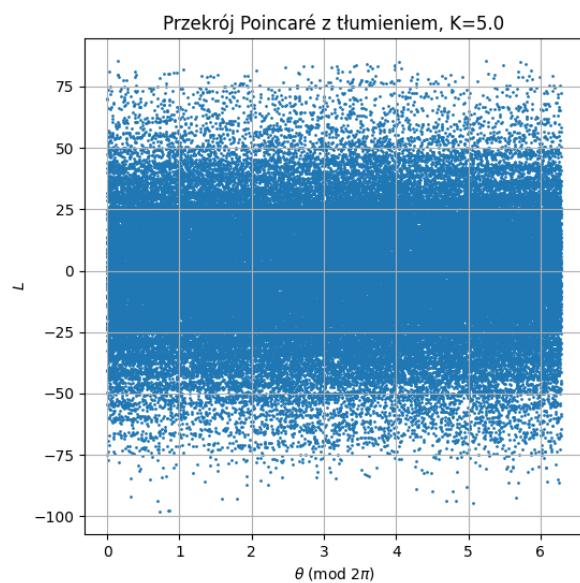
## Przekroje Poincaré



**Rys. 25:** Przekrój Poincaré dla  $K = 0.5$ .



**Rys. 26:** Przekrój Poincaré dla  $K = 0.971635$ .



**Rys. 27:** Przekrój Poincaré dla  $K = 5.0$ .

## 4 Zadanie

W zadaniu 4 konstruujemy GIF-y dla różnych  $K$ , przy tłumieniu dobranym tak jak w powyższych zadaniach. GIF-y dołączone zostały osobno.