

# Modelowanie układów dynamicznych: laboratorium nr 8

Kacper Połuszejko, 412183

## 1 Zadanie

Rozpatrujemy układ równań:

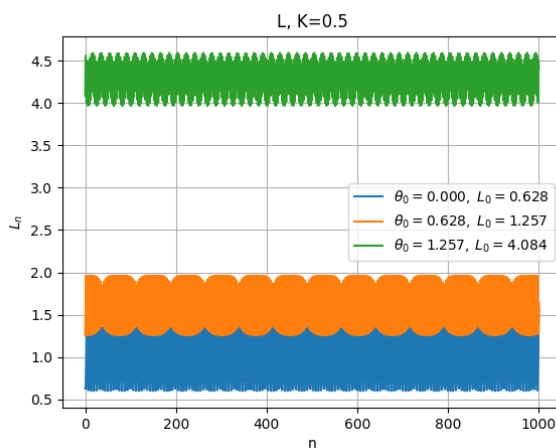
$$\begin{aligned} L_{n+1} &= (L_n + K \sin \theta_n) e^{-b}, \\ \theta_{n+1} &= \theta_n + (L_n + K \sin \theta_n) \frac{1 - e^{-b}}{b}. \end{aligned} \quad (1)$$

Liczymy granicę  $b \rightarrow 0$ :

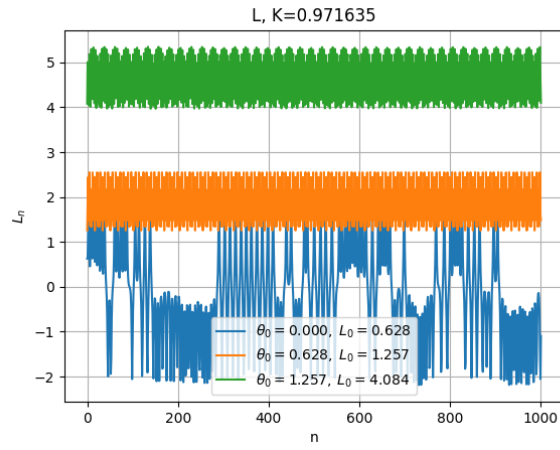
$$\lim_{b \rightarrow 0} e^{-b} = 1, \quad \lim_{b \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-b}}{b} = 1.$$

Wstawiamy granice do (1) i otrzymujemy drugi układ:

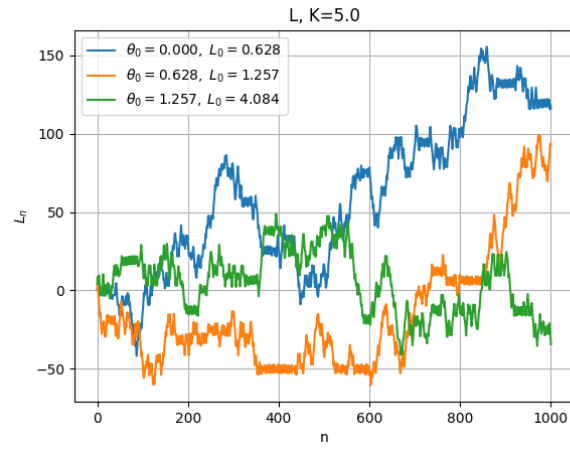
$$\begin{aligned} L_{n+1} &= L_n + K \sin \theta_n, \\ \theta_{n+1} &= \theta_n + L_n + K \sin \theta_n. \end{aligned} \quad (2)$$



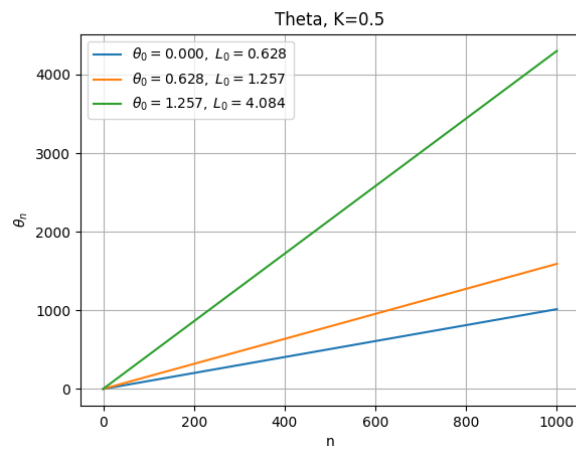
**Rys. 1:** Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .



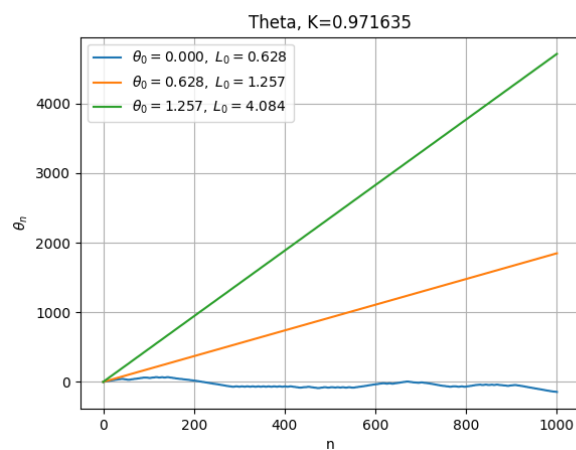
**Rys. 2:** Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .



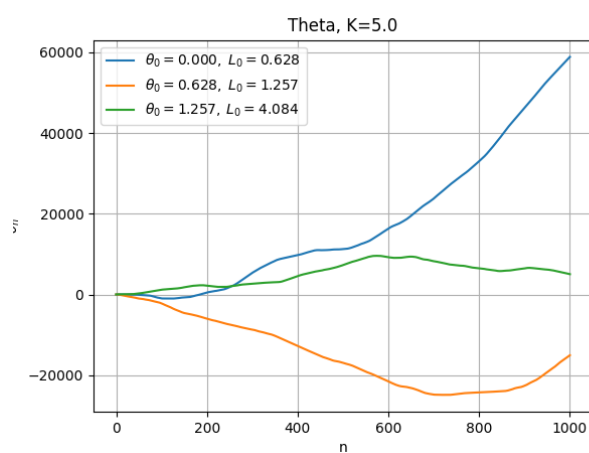
**Rys. 3:** Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .



**Rys. 4:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .

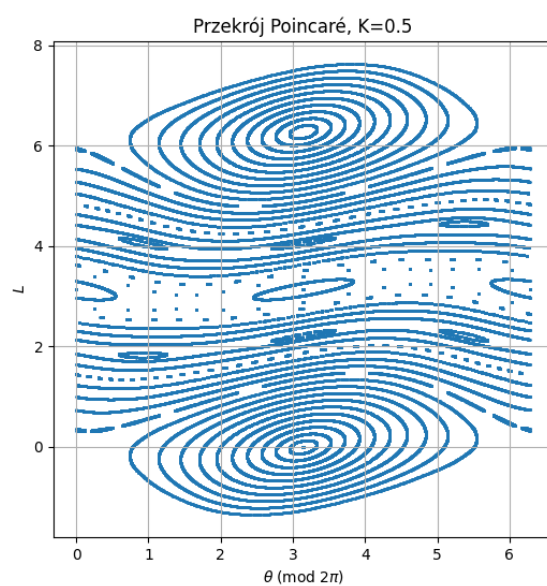


**Rys. 5:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .

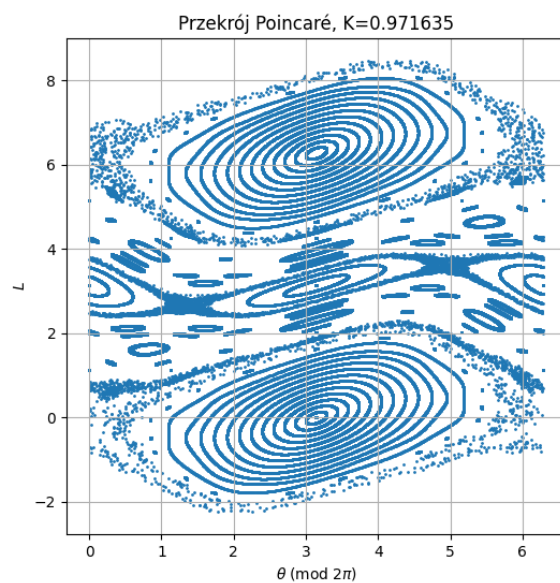


**Rys. 6:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .

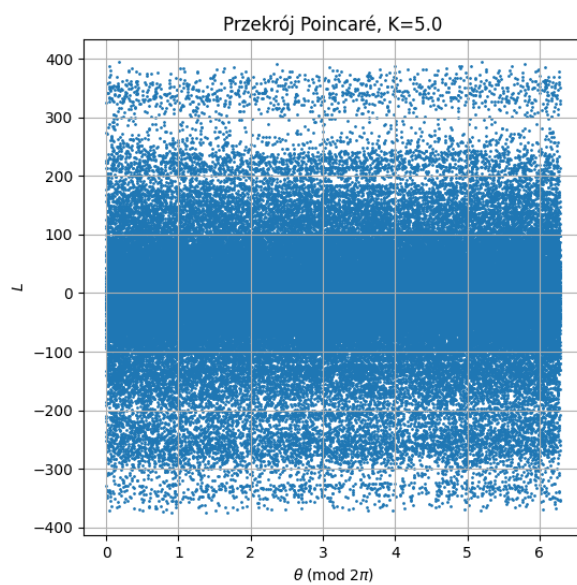
## Przekroje Poincaré



**Rys. 7:** Przekrój Poincare dla  $K = 0.5$ .



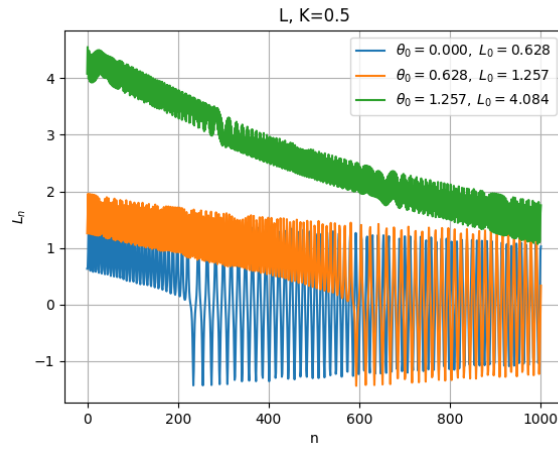
**Rys. 8:** Przekrój Poincare dla  $K = 0.971635$ .



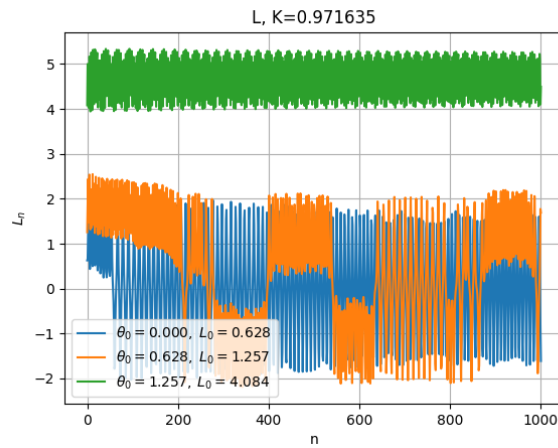
**Rys. 9:** Przekrój Poincare dla  $K = 5.0$ .

## 2 Zadanie

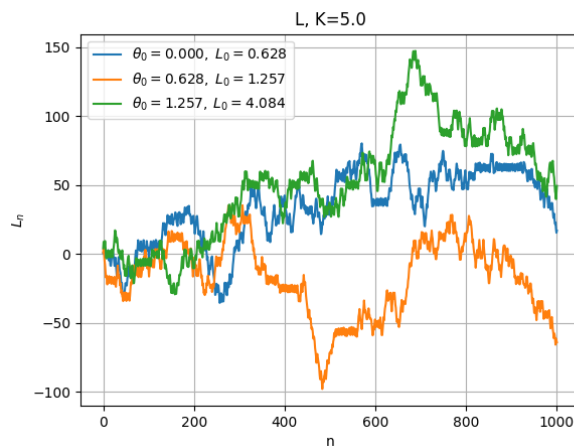
Rozważamy ten sam układ równań, jednak dodajemy tłumienie ( $b = 0.001$ ).



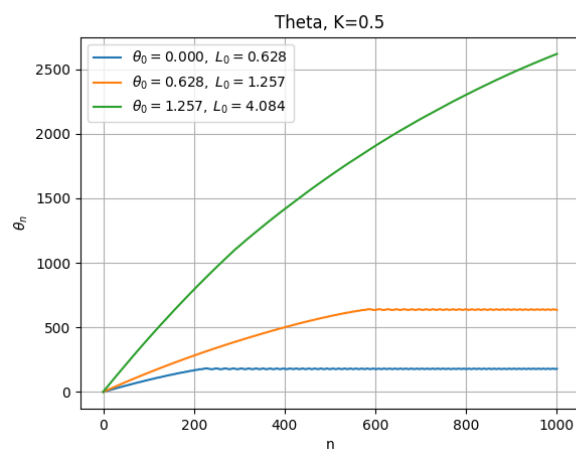
Rys. 10: Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .



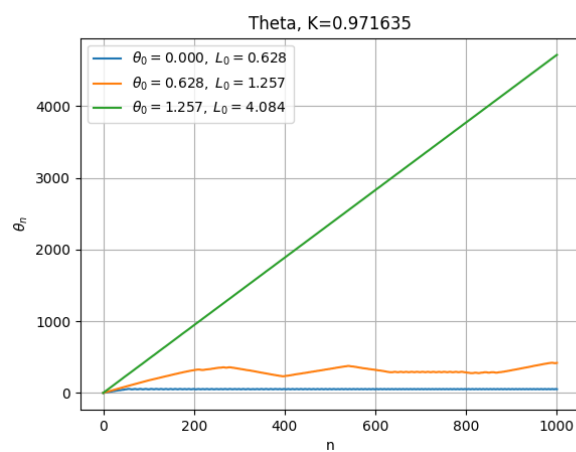
Rys. 11: Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .



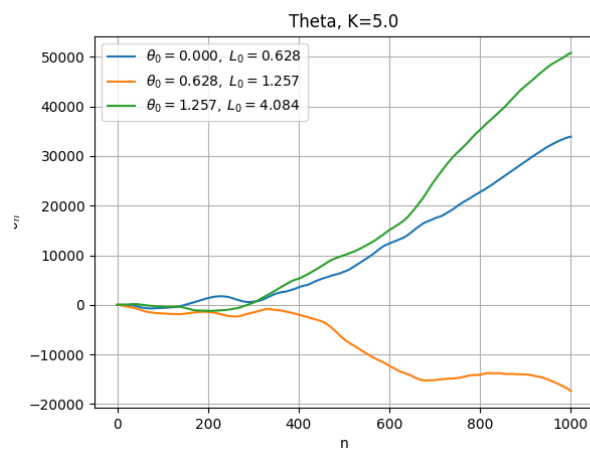
Rys. 12: Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .



Rys. 13: Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .

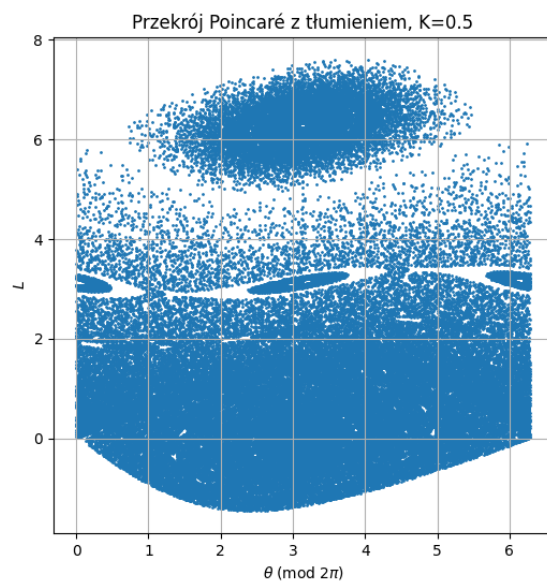


Rys. 14: Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .

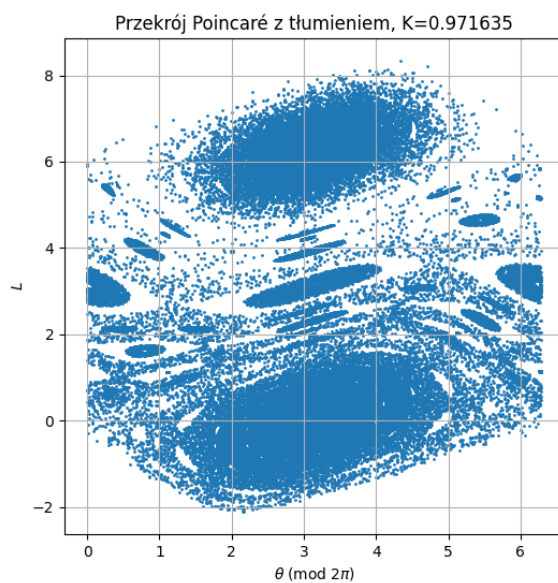


Rys. 15: Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .

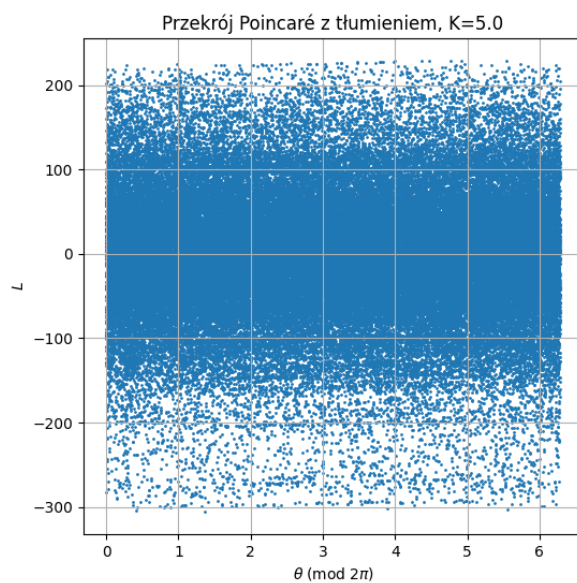
## Przekroje Poincaré



**Rys. 16:** Przekrój Poincare dla  $K = 0.5$ .



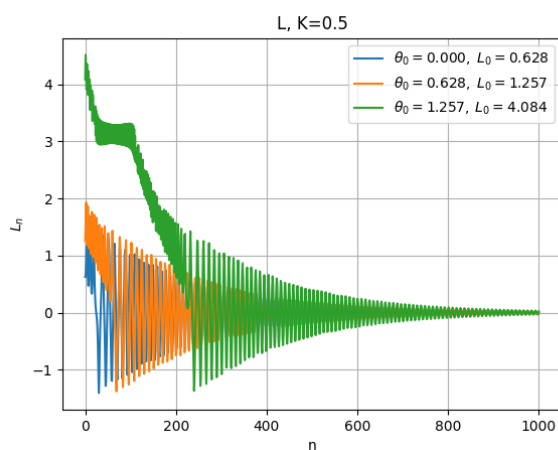
**Rys. 17:** Przekrój Poincare dla  $K = 0.971635$ .



**Rys. 18:** Przekrój Poincare dla  $K = 5.0$ .

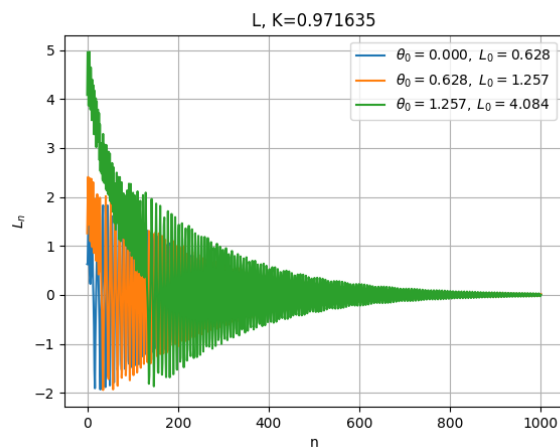
### 3 Zadanie

Rozważamy ten sam układ równań, jednak dodajemy tłumienie ( $b = 0.01$ ).

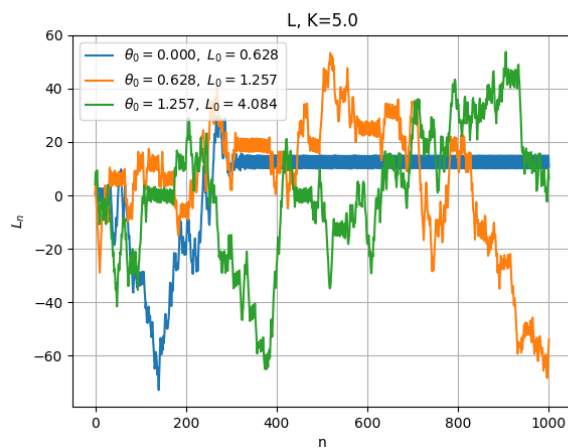


**Rys. 19:** Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .

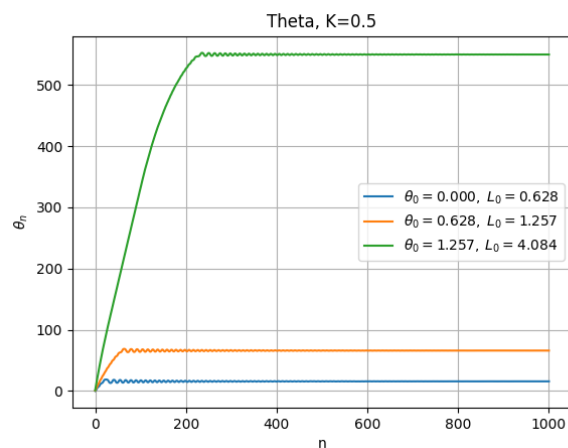




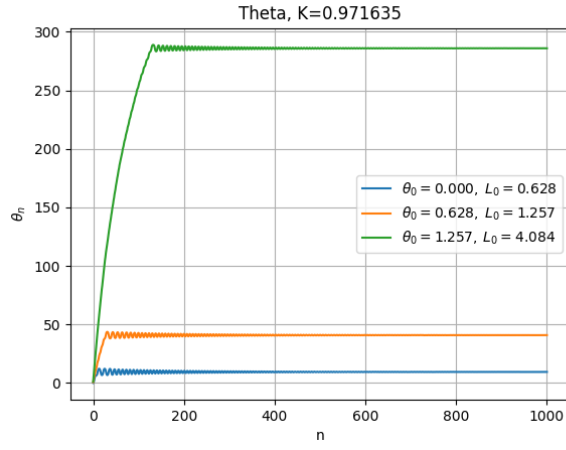
**Rys. 20:** Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .



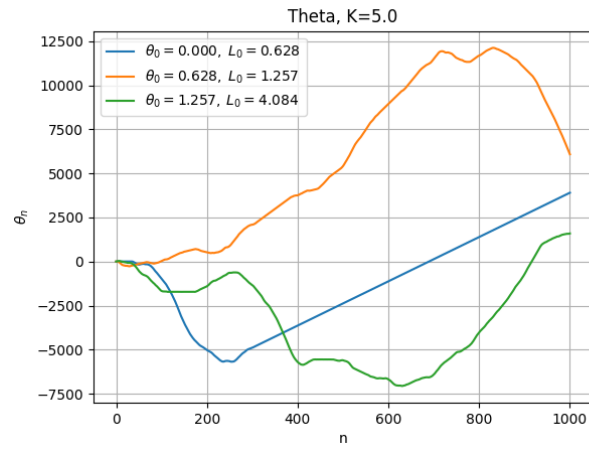
**Rys. 21:** Wykres  $L(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .



**Rys. 22:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.5$ .

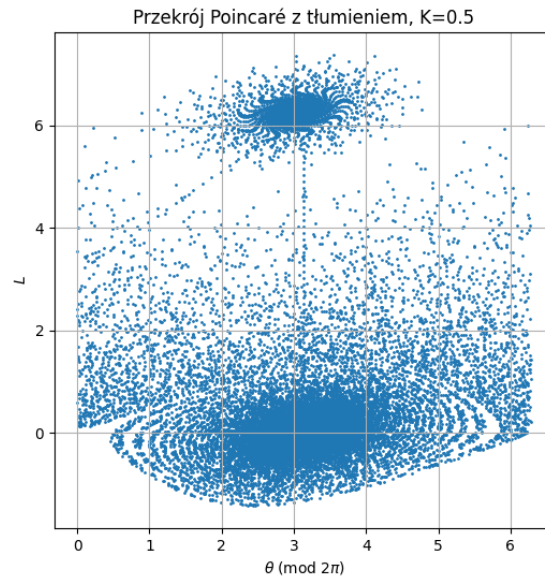


**Rys. 23:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 0.971635$ .

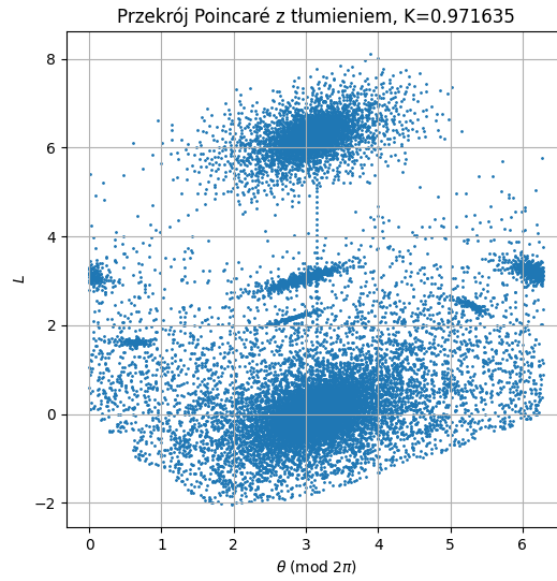


**Rys. 24:** Wykres  $\theta(n)$  dla różnych wartości początkowych, dla  $K = 5.0$ .

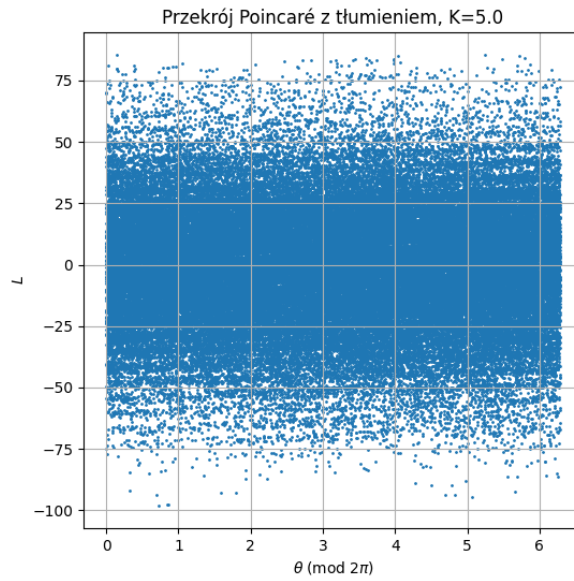
## Przekroje Poincaré



**Rys. 25:** Przekrój Poincare dla  $K = 0.5$ .



**Rys. 26:** Przekrój Poincaré dla  $K = 0.971635$ .



**Rys. 27:** Przekrój Poincaré dla  $K = 5.0$ .

## 4 Zadanie

W zadaniu 4 konstruujemy GIF-y dla różnych  $K$ , przy tłumieniu dobranym tak jak w powyższych zadaniach. GIF-y dołączone zostały osobno.