PROCESY TRANSPORTU W ŚRODOWISKU 01.06.2023

SYMULACJA POWSTAWANIA PŁATKU ŚNIEGU

KACPER POŁUSZEJKO, JAN GRABIŃSKI

ABSTRAKT

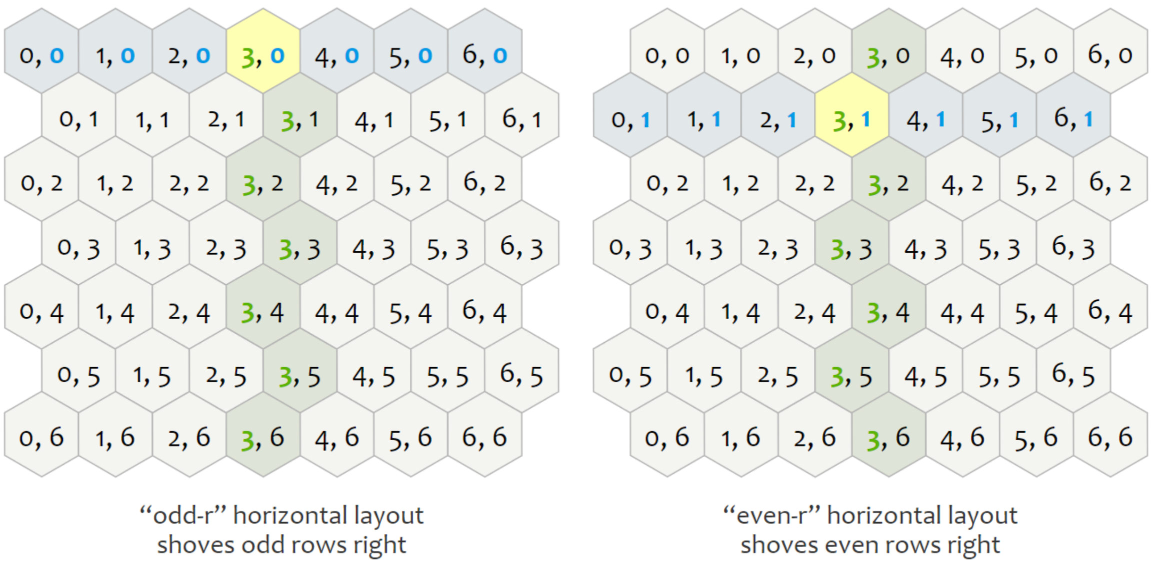
Celem projektu było napisanie programu, który będzie symulował proces powstawania płatków śniegu. Wzorowano się na rozwiązaniu zaprezentowanym w artykule: '*A local cellular model for snow crystal growth*' Clifford A. Reiter. Wykorzystano metodę automatów komórkowych o układzie heksagonalnym oraz równanie dyfuzji. W zależności od kombinacji dwóch parametrów: β i γ, otrzymano różne kształty i wielkości płatów śniegu.

WSTĘP TEORETYCZNY

Metoda automatów komórkowych polega na symulowaniu zachowania systemu lub zjawiska za pomocą prostych jednostek zwanych komórkami. Symulacja jest przeprowadzana krok po kroku, gdzie na każdym kroku aktualizowane są stany komórek na podstawie ich sąsiedztwa i określonych reguł. Te reguły mogą uwzględniać zarówno lokalne sąsiedztwo komórek, jak i ich aktualne stany, a także zewnętrzne czynniki wpływające na system.

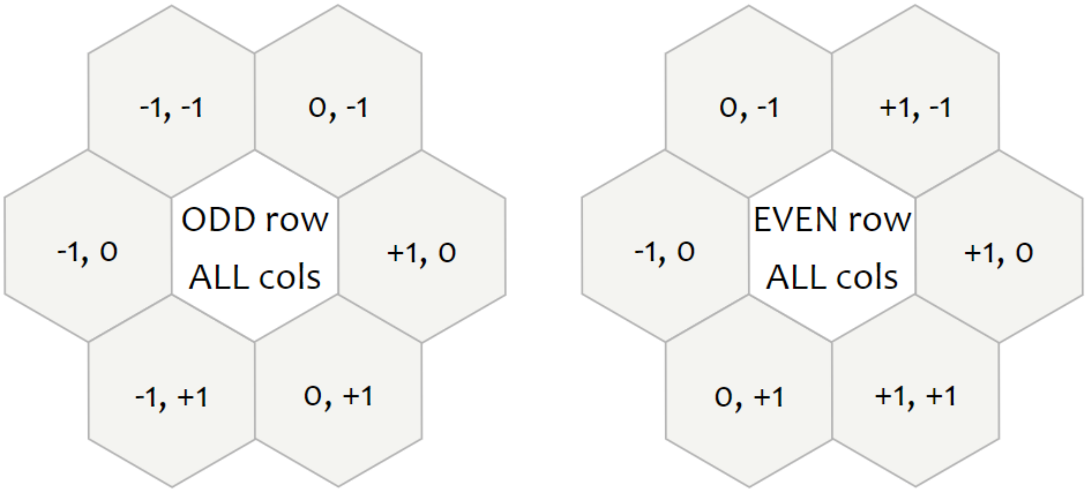
Metoda automatów komórkowych umożliwia badanie złożonych i emergentnych zachowań systemów, które wynikają z prostych zasad działania pojedynczych komórek. Dzięki swojej prostocie i skalowalności, metoda ta znajduje zastosowanie w analizie i modelowaniu różnych procesów i zjawisk.

Jedną z metod uzyskania heksagonalnej siatki komórek jest „przesunięcie" co drugiej kolumny lub wiersza macierzy kwadratowej o połowę wielkości jednej komórki, w danym kierunku. Przykłady takiego ustawienia elementów macierzy przedstawiono na rysunku numer 1.



Rys.1. Metoda uzyskania heksagonalnego ustawienia elementów macierzy kwadratowej

Patrząc zatem na pojedynczą komórkę szcześciokątną, iteracja sąsiadujących z nią komórek będzie uzależniona od tego czy znajduje się ona w nieparzystym lub parzystym wierszu (lub kolumnie). Schemat iteracji takich komórek przedstawiono na rysunku numer 2.



Rys.2. Schemat iteracji sąsiedztwa komórki heksagonalnej w zależności od wiersza

Dyfuzja to proces, w którym cząstki, energia lub inne substancje rozprzestrzeniają się z obszarów o wyższym stężeniu do obszarów o niższym stężeniu. Jest to wynik przypadkowych ruchów cząsteczek, które prowadzą do wyrównania stężeń.

W kontekście automatów komórkowych, dyfuzja jest terminem odnoszącym się do sposobu, w jaki wartości komórek rozprzestrzeniają się i rozprowadzają między sąsiednimi komórkami. Dyfuzja może być użyta do modelowania przemieszczania się wody lub innych substancji wewnątrz układu komórek.

W przypadku modelu symulacji powstawania płatów śniegu, dyfuzja występuje jako składnik, który dodawany jest do wartości komórek w kolejnych etapach obliczeń. Jej wartość jest obliczana jako lokalna średnia zmodyfikowanego pola komórkowego, gdzie miejsca odbiorcze (lód) są ustawiane na wartość zero, zgodnie ze wzorem (1).

$$u(t+1,P) \approx u(t,P) + \frac{\alpha}{12}\left(-6u(t,P) + \sum_{N \in nn(P)} u(t,N)\right) \tag{1}$$

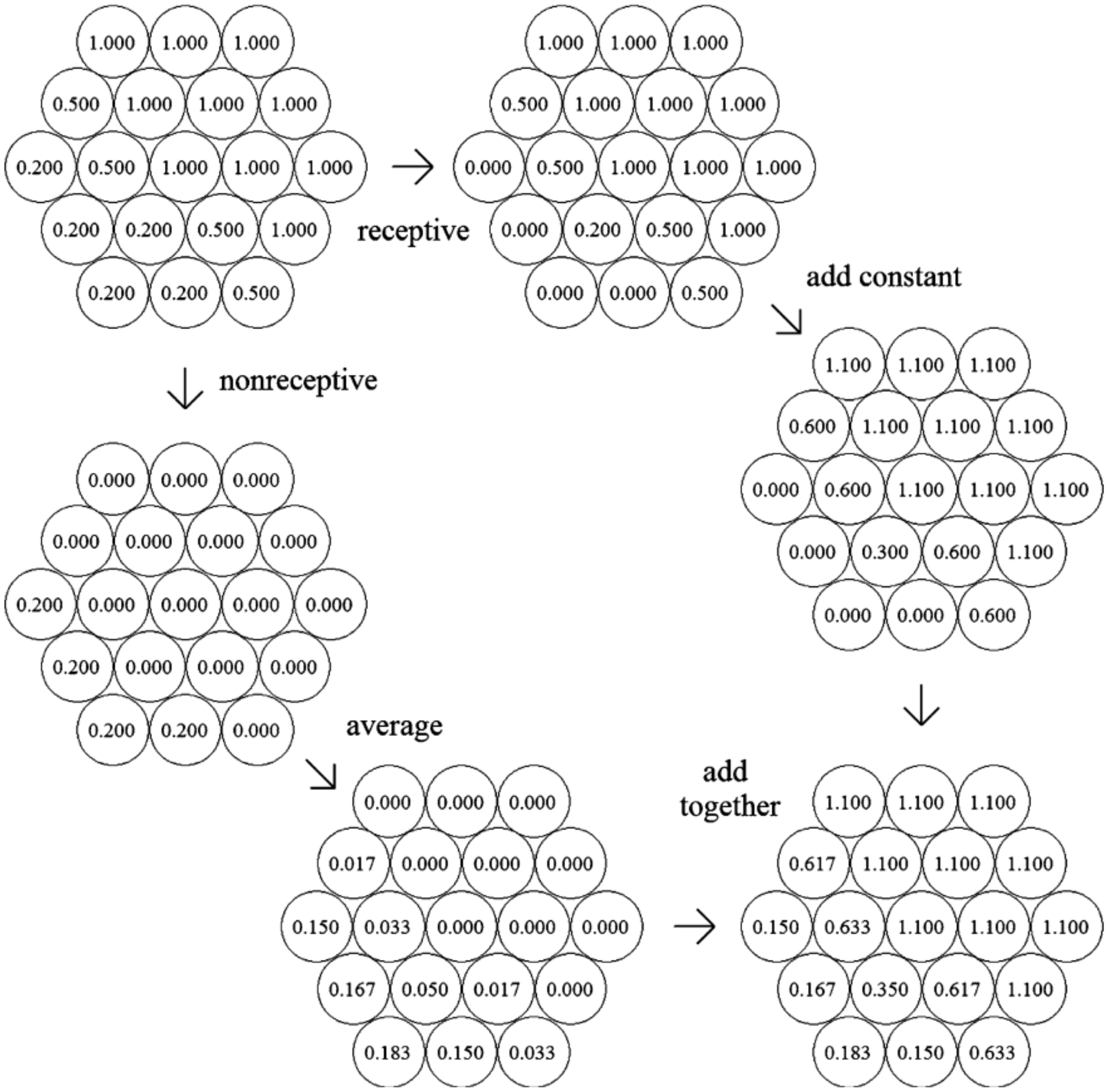
gdzie:

$u(t,P)$ – wartość komórki w miejscu P w chwili t
$u(t+1,P)$ – wartość komórki w miejscu P w chwili $t+1$
$\alpha = 1$ – parametr wynikający ze stałej dyfuzji
$nn(P)$ – zbiór położeń sąsiadujących komórek do P
N – położenie konkretnego sąsiada komórki P

Ogólny schemat symulacji sprowadza się mechanizmu:

1. Na samym początku dodanie stałej wartości tła (parametr β) do wszystkich komórek oraz nadanie środkowej wartości '1' (lód)
2. Rozdzielenie komórek na '*receptive*' – czyli takie które stanowią lód (wartość równa lub większa od 1), lub z nim sąsiadują, oraz '*nonreceptive*' – pozostałe komórki. Do tej pierwszej grupy dodawana jest stała wartość (parametr γ), natomiast w drugiej grupie rozwiązywane jest równanie dyfuzji (1). Proces ten przedstawiono na rysunku numer 3, który zaczerpnięto z artykułu [1]
3. Zsumowanie rozdzielonych komórek w jedną strukturę

Przy czym punkty 2 i 3 są powtarzane co krok czasowy.



Rys.3. Ogólny schemat mechanizmu podziału komórek na dwie grupy

OPIS PROGRAMU

Program rozpoczyna się od wyświetlenia tytułu. Dalej użytkownik wybiera, czy ma być generowana animacja tworzenia się płatku śniegu, czy jedynie wynik tej symulacji. W tym celu nadaje wartość zmiennej $opcja1$ odpowiednio równą '1' lub '2'. Możliwość wpisania innej liczby została zablokowana za pomocą funkcji $while$. Dalej użytkownik wprowadza wartość parametrów β oraz γ. Funkcją $while$ zastosowano następujące ograniczenia:

dla parametru β: wartość z przedziału $[0; 1)$
dla parametru γ: wartość z przedziału $[0; 1]$

Dalej zdefiniowano:

- parametr F stanowiący rozdzielczość siatki komórek, ustawiony na optymalną wielkość równą 600
- parametr $brejk$, wykorzystywany później do przerwania pętli, ustawiony na wartość równą 0;
- bazę kolorów dla generowanego na koniec obrazu, złożoną z koloru czarnego, białego i różnych odcieni szarości w skali znormalizowanego RGB
- zerową macierz A o wymiarach $F \times F$ stanowiącą docelową macierz
- zerową macierz $A2$ o wymiarach $F \times F$ służącą do chwilowego zapisywania wartości macierzy A
- zerową macierz B o wymiarach $F \times F$ przechowywującą wartości komórek '*receptive*'
- zerową macierz $B2$ o wymiarach $F \times F$ służącą do chwilowego zapisywania wartości macierzy B
- zerową macierz C o wymiarach $F \times F$ przechowywującą wartości komórek '*nonreceptive*'
- zerową macierz $C2$ o wymiarach $F \times F$ służącą do chwilowego zapisywania wartości macierzy C
- parametr N stanowiący liczbę kroków czasowych równy 3000 [s]

Następnie nadano wszystkim wartościom macierzy A wartość parametru β (tło), a także wybrano jedną środkową komórkę, której nadano wartość '1'.

Dalszą część kodu stanowi pętla powtarzająca co krok czasowy następujące czynności:

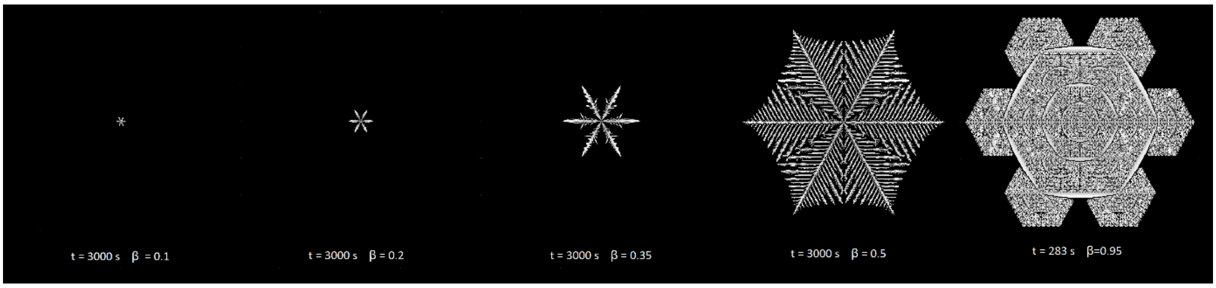
1. Dla każdego elementu macierzy A sprawdzane są wartości jej oraz jej sąsiedztwa pod kątem lodu (wartość większa lub równa 1) za pomocą funkcji if. Warunek ten podzielony jest na dwie części z uwagi na różnicę w iteracji sąsiedztwa komórki heksagonalnej w wierszu parzystym i nieparzystym (rysunek numer 2). Jeżeli komórka zalicza się do tej grupy ('*receptive*'), jej wartość powiększona o parametr γ zostaje skopiowana do macierzy B, a w macierzy C otrzymuje wartość równą '0'. Jeśli komórka nie spełnia warunku if ('*nonreceptive*'), jej wartość zostaje skopiowana do macierzy C.
2. Dla każdego elementu macierzy C liczone jest zjawisko dyfuzji zgonie ze wzorem (1). Tutaj ponownie dzieje się to w dwóch częściach, osobno dla komórek w wierszu parzystym i nieparzystym.
3. Sumowane są macierze B oraz C dając macierz A.
4. Jeżeli użytkownik wybrał $opcja1 = 1$, rysowany jest obrazek na podstawie macierzy A. Ten mechanizm opisany jest niżej.
5. Sprawdzenie czy płatek śniegu nie „rośnie" poza skalę obrazu. W tym celu sprawdzane są wartości komórek w wierszu $\frac{F}{35}$ pod kątem wartości większych lub równych od 1 (lód). Jeżeli takie będą, parametrowi $brejk$ nadawana jest wartość '1', co następnie powoduje zatrzymanie pętli przy użyciu funkcji $break$.

Na sam koniec rysowany jest obraz macierzy A (dla $opcja1 = 2$). W tym celu obliczono maksymalną wartość M zawartą w macierzy, określono mapę kolorów na tą zdefiniowaną na początku programu i wyrysowano obraz za pomocą funkcji $imagesc$. Za pomocą funkcji $clim$ ustawiono przedziały w którym ma nastepować cieniowanie. Funkcją set ustawiono rozmiar okna oraz jego pozycję. Dodano także tytuł z informacją o czasie oraz podpis na dole z wartościami parametrów β i γ.

WYNIKI

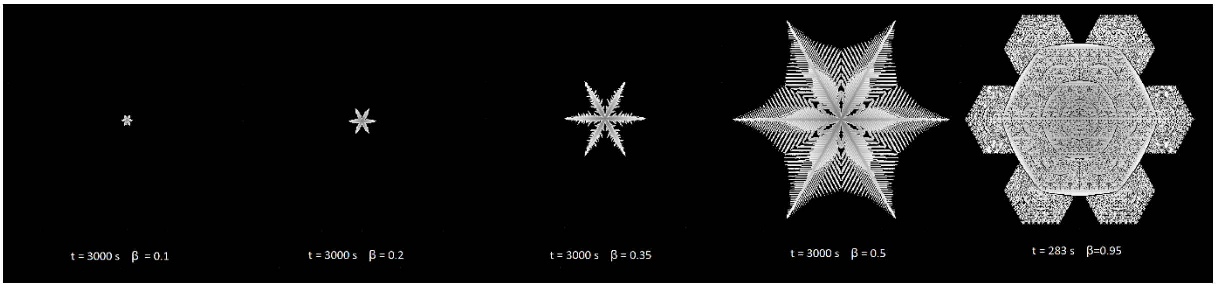
Dla różnych wartości parametrów β i γ otrzymano inne kształty i wielkości płatków śniegu. Poniżej przedstawiono przykłady otrzymanych śnieżynek dla określonych wartości β i γ.

Dla $\gamma = 0.0001$



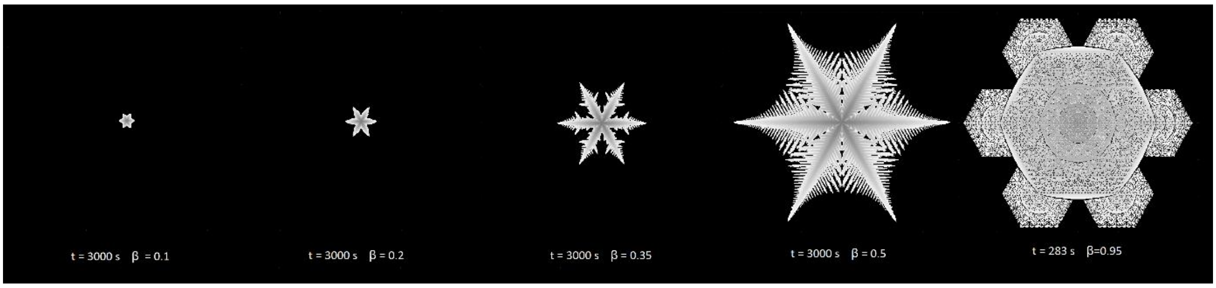
Rys.4. Wyniki symulacji dla $\gamma = 0.0001$ i określonych wartości parametru β

Dla $\gamma = 0.0010$



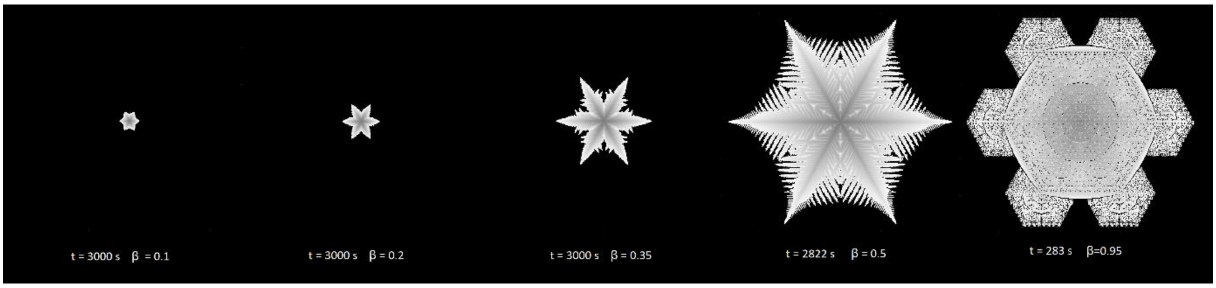
Rys.5. Wyniki symulacji dla $\gamma = 0.0010$ i określonych wartości parametru β

Dla $\gamma = 0.0025$



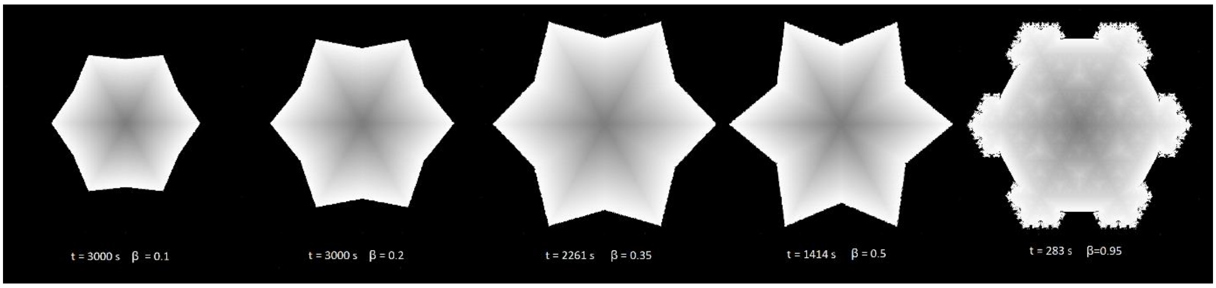
Rys.6. Wyniki symulacji dla $\gamma = 0.0025$ i określonych wartości parametru β

Dla $\gamma = 0.0040$



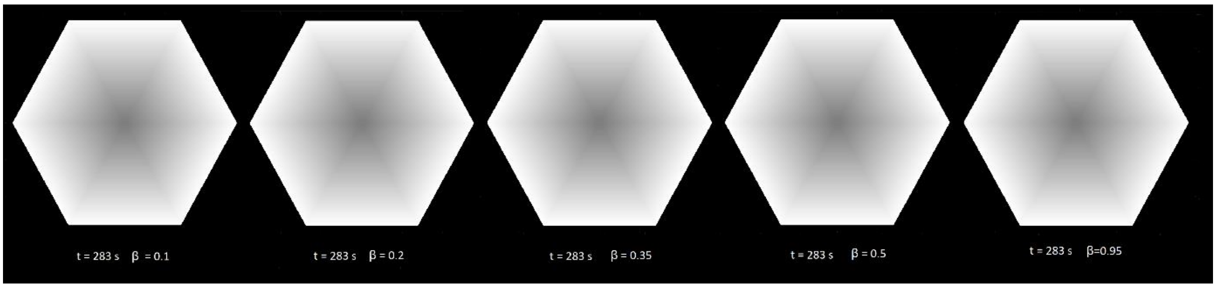
Rys.7. Wyniki symulacji dla $\gamma = 0.0040$ i określonych wartości parametru β

Dla $\gamma = 0.0500$



Rys.8. Wyniki symulacji dla $\gamma = 0.0500$ i określonych wartości parametru β

Dla $\gamma = 1.0000$



Rys.9. Wyniki symulacji dla $\gamma = 1.0000$ i określonych wartości parametru β

BŁĘDY I UWAGI

- chwilowy brak stabilności kolorów na obrazie macierzy A dla niskich wartości parametru β przy animacji ($opcja1 = 1$), zminimalizowany dodatkowym przedziałem odcieni dla maksymalnej wartości macierzy poniżej 1
- zmiana kształtu niektórych płatków śniegu spowodowana przerwaniem pętli ($break$)

WYKONANIE

Kacper Połuszejko: kod zawierający metodę, obliczenia oraz ich optymalizację
Jan Grabiński: kod zawierający rysowanie obrazu, estetyka programu, dokumentacja

BIBLIOGRAFIA

[1] '*A local cellular model for snow crystal growth'* Clifford A. Reiter
[2] https://www.redblobgames.com/grids/hexagons/
[3] https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/colormap.html
[4] https://www.wikipedia.org/