

## I. Temat

### Sieć autostrad

Przygotować algorytm poszukujący optymalnej sieci autostrad tworzącą siatkę połączeń pomiędzy miastami z danego zbioru. Rozwiązanie powinno uwzględniać również miejsca zjazdów z autostrady (nie mogą one znajdować się zbyt blisko siebie).

## II. Krótki opis zagadnienia, sformułowanie przyjętych założeń

- Nie interesuje nas rozmiar miast. Zakładamy, że każde miasto ma taki sam priorytet przy dostępie do autostrady.
- Poprzez sieć autostrad rozumiemy zbiór prostych odcinków autostradowych, które muszą być ze sobą połączone tak, że jadąc po autostradzie (i drogach dojazdowych) jesteśmy w stanie odwiedzić każde miasto.
- Miasta traktowane są jako punkty rozmieszczone w badanym obszarze.
- Problem należy podzielić na dwa etapy. Pierwszy polega na określeniu przebiegu autostrad tak aby z żadnego miasta nie było do autostrady daleko (zadany odległość  $r$ ). Drugi polega na takim poprowadzeniu zjazdów z autostrad aby sumaryczna długość dróg dojazdowych do miast była możliwie najmniejsza, zaś zjazdy były oddalone od siebie przynajmniej o minimalną, zadaną odległość.
- Podsumowując będziemy dążyć do tego aby sumaryczna długość dróg dojazdowych oraz sumaryczna długość autostrad były jak najkrótsze.

## III. Przestrzeń przeszukiwań

Dla pierwszego problemu przestrzeń przeszukiwań zrealizowana jest jako dwuwymiarowa przestrzeń (układ kartezjański), w którym są umieszczone pary punktów, czyli początki i końce poszczególnych odcinków autostrad. W przestrzeni tej może być umieszczona dowolna liczba odcinków, które mogą przecinać się w dowolnie wielu miejscach. Tak więc przestrzeń można przedstawić jako zbiór drzew, gdzie każde drzewo jest zbudowane z kolejnych możliwych odcinków, które odzwierciedlają autostradę.

Dla drugiego problemu przestrzeń przeszukiwań jest zrealizowana przez strukturę tablicową złożoną z liczby punktów nie większej niż długość autostrady podzielona przez minimalną odległość między zjazdami. Punkty te leżą na autostradzie. Początkowo szukamy 1 punktu, który zagwarantuje najmniejszą sumaryczną długość dróg dojazdowych. W przyszłości może nastąpić mutacja, która wygeneruje dwa punkty i tak dalej, aż po maksymalną liczbę punktów lub przekroczenie warunku zatrzymania, którym będzie wykonanie  $n$  iteracji algorytmu, w których nie znajdzie się lepszego rozwiązania.

## IV. Funkcja celu

Zdecydowaliśmy, że najlepszym podejściem do rozwiązania pierwszego problemu jest zastosowanie algorytmu ewolucyjnego. Gdzie mutacja polegałaby na dodaniu nowej autostrady o losowych współrzędnych. W takim rozwiązaniu:

**funkcja celu** =  $X \cdot x_1 + Y \cdot y_1$ , gdzie:

$X$  – suma długości dróg dojazdowych, w km

$Y$  – suma długości autostrad, w km

$x_1$  – współczynnik kosztu 1km dróg dojazdowych

$y_1$  – współczynnik kosztu 1km autostrad

Będziemy dążyć do tego, aby funkcja celu była jak najmniejsza. W przypadku rozwiązania idealnego wszystkie miasta leżałyby „na” autostradach (przy czym sumaryczna długość autostrad byłaby jak najmniejsza).

W pierwszej kolejności będziemy ustalać potencjalne punkty krańcowe odcinków autostrad. Potencjalne punkty krańcowe będziemy umieszczać w pobliżu miast. Większość potencjalnych punktów krańcowych będziemy umieszczać w pobliżu peryferyjnych miast.

Następnie będziemy starali się wybrać optymalne punkty krańcowe autostrad (stworzyć zbiór potencjalnych odcinków autostrad). Przeszukiwanie będziemy prowadzić według współrzędnych x-wych, y-wych, oraz będziemy rozważać proste o różnych kątach nachylenia.

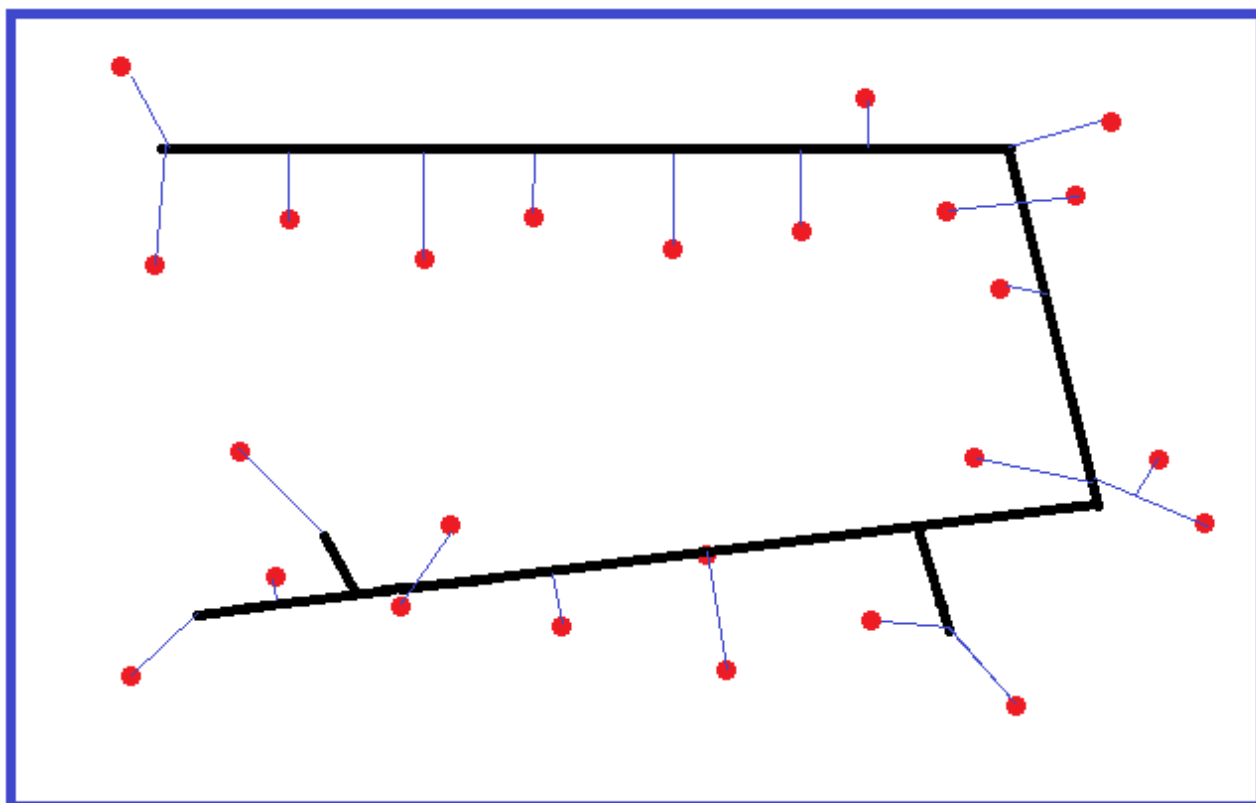
Po otrzymaniu zbioru odcinków autostrad będziemy generować nowe odcinki, modyfikując ich kąt nachylenia oraz przesunięcie względem współrzędnych x-wych oraz y-wych.

Po otrzymaniu sieci autostrad, spełniającej założenia (nieprzekroczenie maksymalnej długości drogi dojazdowej oraz połączenie wszystkich odcinków ze sobą) zapisujemy tę sieć i generujemy kolejną.

Następnie będziemy przeprowadzać mutacje wcześniej otrzymanych sieci. Poza mutacją w której będziemy brać średnią (z zadanymi współczynnikami) z 2 prostych, będziemy przeprowadzać mutację, której efektem będzie pojawienie się dodatkowej autostrady o losowych współrzędnych krańców. Mutacja ta ma na celu uniknięcie wpadnięcia w lokalne minima.

Rozwiązanie drugiego problemu jest podobne do pierwszego ale wiemy, że liczba punktów jest z góry ograniczona, zaś przestrzeń przeszukiwań jest dużo mniejsza. Mutacją jest pojawienie się dodatkowego punktu. Pojawia się funkcja celu, której zadaniem będzie minimalizacja odległości miast do najbliższego zjazdu z autostrady.

Przykładowa sieć autostrad dla zadanej mapy miast:



Podsumowując: na początku otrzymamy populację sieci autostrad o zadanej wielkości  $N$ . Osobnik będzie reprezentowany jako kolekcja dróg o zadanym typie (autostrada/droga dojazdowa) o 2 punktach krańcowych. Prawdopodobieństwo mutacji będzie wynosić około 1-5% (spełnia rolę wariacji), prawdopodobieństwo skrzyżowania będzie wynosić około 50-70% (spełnia rolę adaptacji modelu), a rolę selekcji będzie pełnił wybór osobników spośród potomków i rodziców (według zadanej funkcji celu). Przy rozwiązywaniu problemu wykorzystamy regułę 1/5 sukcesów Rechenberga.

#### V. Określenie heurystyki:

Jak już wcześniej wspomniano mamy zamiar wykorzystać algorytm ewolucyjny, aby najpierw znaleźć najlepszy przebieg autostrad. A następnie za pomocą drugiego algorytmu ewolucyjnego określić najlepszy rozkład zjazdów korzystając z funkcji celu opisanych w punkcie IV. W pierwszym przypadku mutacją jest modyfikacja współrzędnych krańcowych autostrady. W drugim przypadku mutacją jest pojawienie się kolejnego zjazdu na jednej z już uzyskanych z pierwszego algorytmu autostrad.

Jako heurystykę wykorzystamy pojawienie się w niektórych potomkach dodatkowych odcinków autostrad o pseudolosowych punktach krańcowych. Umożliwi nam to wyjście poza minima lokalne.

Jako dodatkową heurystykę rozważaliśmy wykorzystanie odległości w linii prostej między miastami aby określić długość podróży. Wymagałoby to modyfikacji funkcji celu w pierwszym problemie, uwzględniającą różnicę między odległością, którą trzeba pokonać po autostradzie aby dotrzeć z miasta A do miasta B, a odległością w linii prostej pomiędzy tymi miastami.

VI. Przewidujemy, że wyniki końcowe będą zbliżone do tych które uzyskamy w pierwszych próbach, ponieważ przy dobrym dobraniu punktów startowych autostrad, nie będzie można uzyskać znaczącej poprawy. Oczywiście, wprowadzenie czynnika losowego – modyfikacja współrzędnych punktów krańcowych autostrad może dać zaskakującą poprawę wyników. Mutację będziemy prowadzić do momentu, w którym funkcja celu nie zostanie poprawiona w kolejnych kilkunastu – kilkudziesięciu iteracjach algorytmu. Będziemy przeprowadzać testy algorytmu dla różnych rozkładów miast:

- a) rozkład losowy
- b) rozkład peryferyjny miast
- c) równomierny rozkład miast na całej mapie
- d) skupiskowy rozkład miast (wiele skupisk miast rozsianych po mapie)

Kluczowe dla rozwiązania tego problemu będzie zdefiniowanie zależności pomiędzy kosztem km autostrady a kosztem km drogi dojazdowej. Na pewno koszt kilometra autostrady będzie większy od kosztu kilometra drogi dojazdowej ( $x_1 < y_1$ ), natomiast konkretne współczynniki dobierzemy po przeprowadzeniu pierwszych testów algorytmu.

Wyniki będą prezentowane w formie podania końcowej wartości funkcji celu (dołączymy obraz końcowy z miastami, autostradami i drogami dojazdowymi) oraz historii modyfikacji wartości funkcji celu dla danej sieci miast (zapisane rozłożenie autostrad i dróg dojazdowych).