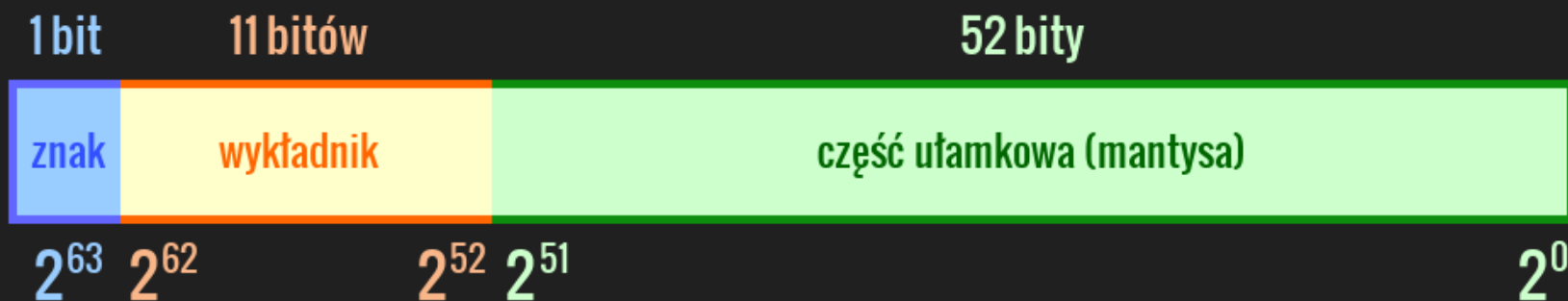


Wszystkie liczby w JavaScript to  
reprezentacje zmiennoprzecinkowe  
zapisane w systemie IEEE 754 64-bit  
(tzw. liczby podwójnej precyzji)

# Reprezentacja zmiennoprzecinkowa IEEE 754



bit znaku  
(sign bit)

0 = liczba dodatnia

1 = liczba ujemna

wykładnik

$2 = 1025$

$1 = 1024$

$0 = 1023$

$-1 = 1022$

$-2 = 1021$

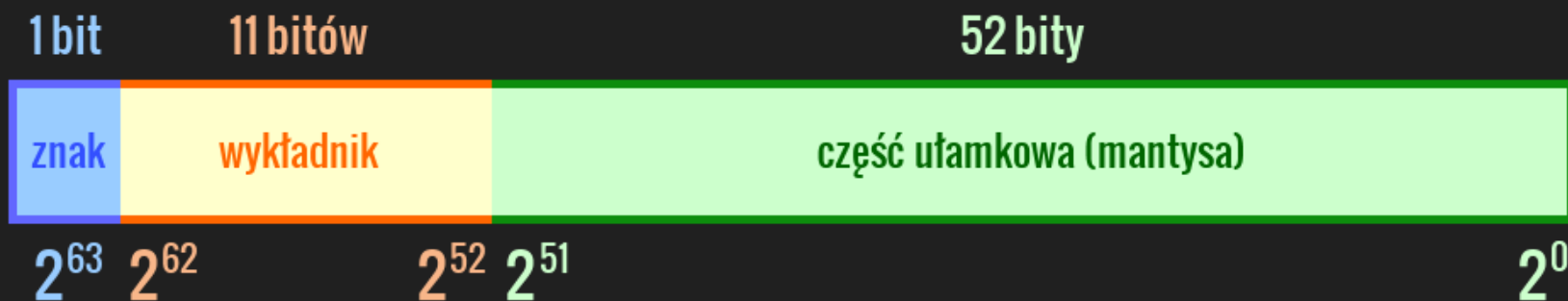
11 bitów:

$1024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 2047$

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

1. **część ułamkowa**  $\times 2^p$

# Reprezentacja zmiennoprzecinkowa IEEE 754



Zapiszmy liczbę:

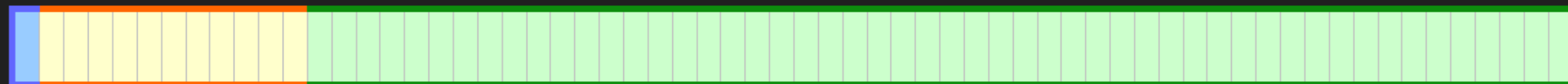
16.7

$$1.\text{ część ułamkowa } \times 2^p$$

znak

wykładnik

część ułamkowa (mantysa)



część ułamkową zakodujemy w mantysy

$$16.7 = 1.04375 \times 2^4$$

Zapis liczby:  $1. \text{część ułamkowa} \times 2^p$

znak

wykładnik

część ułamkowa (mantysa)



tutaj zakodujemy wykładnik, pamiętając jednak, iż 0 = 1023

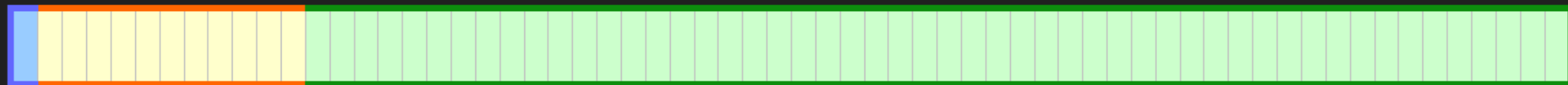
$$16.7 = 1.04375 \times 2^4$$

Zapis liczby:  $1.$  część ułamkowa  $\times 2^p$

znak

wykładnik

część ułamkowa (mantysa)



$$16.7 : 2^{[1]} = 8.35$$

$$8.35 : 2^{[2]} = 4.175$$

$$4.175 : 2^{[3]} = 2.0875$$

$$2.0875 : 2^{[4]} = 1.04375$$

$$16.7 = 1.04375 \times 2^4$$

Zapis liczby:  $1. \boxed{\text{część ułamkowa}} \times 2^p$

znak

wykładnik

część ułamkowa (mantysa)



Alternatywny sposób wyznaczenia wykładnika:

$$\log_2(16.7) = 4.06$$

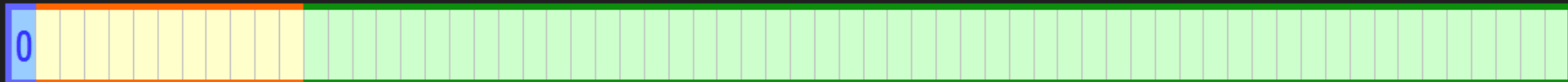
$$16.7 = 1.04375 \times 2^4$$

Zapis liczby:  $1.$  część ułamkowa  $\times 2^p$

znak

wykładnik

część ułamkowa (mantysa)



bit znaku  
(sign bit)

0 = liczba dodatnia

1 = liczba ujemna

$$16.7 = 1.04375 \times 2^4$$

Zapis liczby:  $1.$  część ułamkowa  $\times 2^p$



znak      wykładnik      część ułamkowa (mantysa)



wykładnik      u nas równy: 4

1023	wykładnik zerowy
1024	wykładnik = 1
1025	wykładnik = 2
1026	wykładnik = 3
1027	wykładnik = 4

$$16.7 = 1.04375 \times 2^4$$

Zapis liczby:  $1. \boxed{\text{część ułamkowa}} \times 2^p$

znak      wykładnik      część ułamkowa (mantysa)



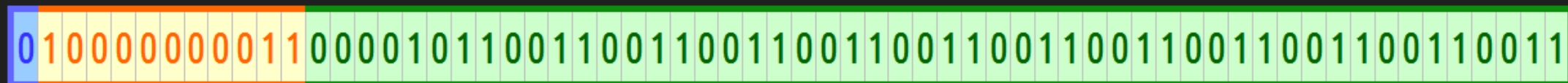
→  
postępując od bitu  
o największej wadze  
mnożymy część ułamkową  $\times 2$

część ułamkową zakodujemy w mantysy

$$16.7 = 1. \boxed{04375} \times 2^4$$

Zapis liczby:  $1. \boxed{\text{część ułamkowa}} \times 2^p$

znak      wykładnik      część ułamkowa (mantysa)



Część ułamkowa	Wartość x 2	Przed przecinkiem
0.04375	0.0875	0
0.0875	0.175	0
0.175	0.35	0
0.35	0.7	0
0.7	1.4	1

Część ułamkowa	Wartość x 2	Przed przecinkiem
0.4	0.8	0
0.8	1.6	1
0.6	1.2	1
0.2	0.4	0
0.4		

$$16.7 = 1.04375 \times 2^4$$

Zapis liczby:  $1.$  część ułamkowa  $\times 2^p$

wykładowca

**część ułamkowa (mantysa)**

[illegible]

## Ostatecznie liczba 16.7 przyjęła postać:

010000000110000101100110011001100110011001100110011001100110011

$$16.7 = 1.04375 \times 2^4$$

Zapis liczby: 1. część ułamkowa  $\times 2^p$

Jak wielką **liczbą całkowitą** możemy się posługiwać?

W języku C++ maksymalny czterobajtowy int  
(ze znakiem) ma następującą wartość:

**2147483647**

Natomiast w JavaScript liczby całkowite to reprezentacje  
zmiennoprzecinkowe zapisane w standardzie IEEE 754

Czy w przypadku liczb całkowitych także wystąpią  
niedokładności (na przykład na 17 miejscu po przecinku)?

**Nie!** Liczby całkowite aż do  $2^{53}$  są reprezentowane dokładnie!

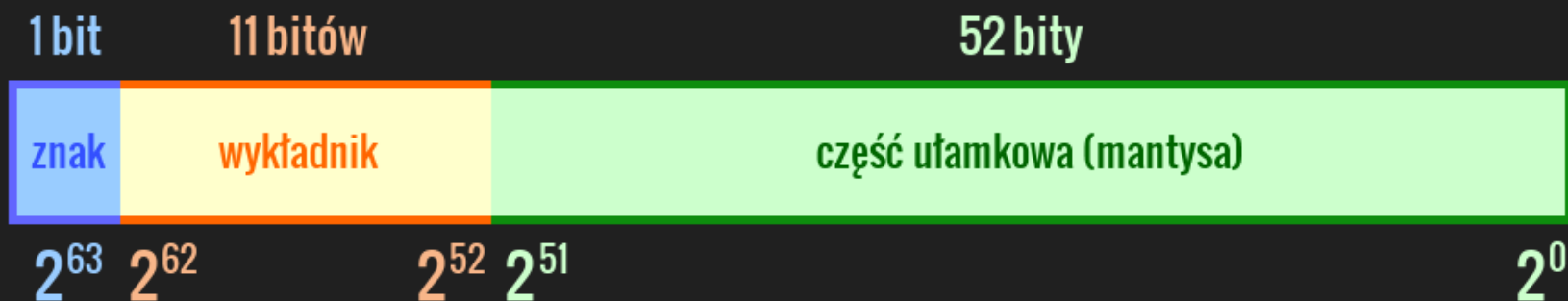
Kiedy tylko można, używa się tzw. **natywnych intów**,  
to znaczy rodzimych dla danej architektury

**Maksymalny int obsługiwany w JavaScript**

$$2^{53} = 9007199254740992$$

**to taka liczba całkowita, która sama jest poprawnie  
reprezentowana w JS (IEEE 754), jak również każda  
liczba mniejsza od niej jest poprawnie obsługiwana**

# Dlaczego największy obsługiwany int to $2^{53}$ ?



Mantysa zajmuje 52 bity, więc może  $2^{52}$   
albo  $2^{53}-1$  (następna waga minus jeden)

Nie! Reprezentacja zmiennoprzecinkowa IEEE 754 nie składa się przecież tylko z mantysy – to nasz umysł szuka prostej formuły



# ZAOKRĄGLANIE

- 1) `Math.round()` zaokrąglenie do najbliższej wartości  
0..4 zaokrąglenie w dół, 5..9 zaokrąglenie w górę
- 2) `Math.floor()` zaokrąglenie zawsze w dół  
floor = ang. podłoga
- 3) `Math.ceil()` zaokrąglenie zawsze w górę  
ceiling = ang. sufit
- 4) `Math.trunc()` usunięcie części ułamkowej  
truncate = ang. okroić, przyciąć

# Sposoby zaokrąglania do 2 miejsc po przecinku

1) Z użyciem funkcji `round( )`

`x = Math.round(x * 100) / 100;`

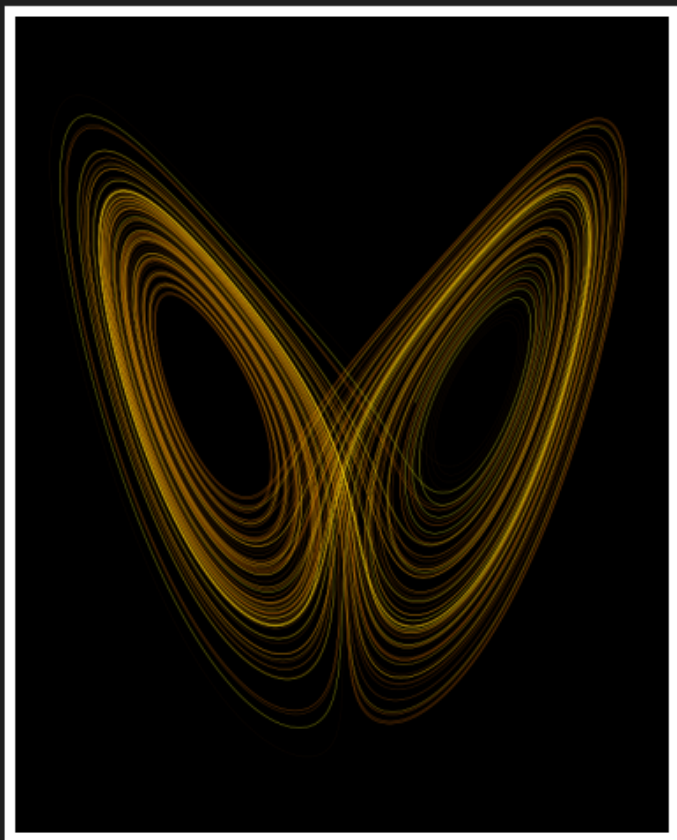
2) Z użyciem funkcji `toFixed( )`

`x = x.toFixed(2);`

3) Z użyciem własnego prototypu funkcji

```
Number.prototype.round = function(miejsc)
{
    return +(Math.round(this + "e+" + miejsc) + "e-" + miejsc);
}
```

`x = x.round(2);`



atraktor Lorentza

**Efekt motyla** (ang. butterfly effect)  
- efekt wrażliwości rozwiązań na małe zaburzenie parametrów (powodujące złożone przyczyny). Nazwa wzięła się od kształtu tzw. atraktora Lorentza albo od anegdoty o trzepocie skrzydeł motyla, wywołującego burzę piaskową

# Obiekt Math - wybrane stałe matematyczne

Math.E stała Eulera 2.718281828459045

Math.PI wartość liczby  $\pi$  3.141592653589793

Math.SQRT2 wartość  $\sqrt{2}$  1.4142135623730951

Math.LN2 wartość logarytmu  $\ln(2)$  0.6931471805599453

# Obiekt Math - funkcje trygonometryczne

**Math.sin(x)** sinus z liczby x (podanej w radianach)

**Math.asin(x)** arcus sinus z liczby x (podanej w radianach)

**Math.cos(x)** cosinus z liczby x (podanej w radianach)

**Math.acos(x)** arcus cosinus z liczby x (podanej w radianach)

**Math.tan(x)** tangens z liczby x (podanej w radianach)

**Math.atan(x)** arcus tangens z liczby x (podanej w radianach)