Algorytm Metropolise-Hastingsa

zadany z góry

$x_i \sim P$

duże

$$\{ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, \dots, x_N \}$$

$$P(x'|x) \cdot P(x) = P(x|x')P(x')$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x_i' \sim P}$$

$$\{ x_1', x_2', x_3', x_4', x_5', x_6', \dots, x_N' \}$$

proces Markova

$P(x'|x)$

$$\{ x_1'', x_2'', x_3'', x_4'', x_5'', x_6'', \dots, x_N'' \}$$

...

1. wybór początkowej wartości X

2. wybór wartości próbnej $x' \sim g(x'|x)$

3. $X \leftarrow x'$ z prawdopodobieństwem $A(x',x)$

$$P(x'|x)P(x) = P(x|x')P(x')$$

$$P(x'|x) = g(x'|x)A(x',x)$$

$$g(x'|x)A(x',x)P(x) = g(x|x')A(x,x')P(x')$$

$$\frac{A(x',x)}{A(x,x')} = \frac{g(x|x')P(x')}{g(x'|x)P(x)}$$

np.: $\boxed{A(x,x') = \min\left(1, \frac{g(x|x')P(x')}{g(x'|x)P(X)}\right)}$

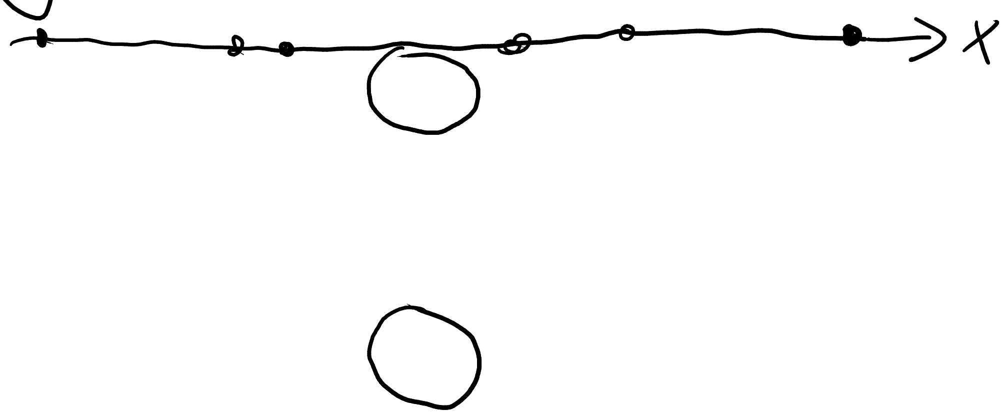
Rozkład Cauchiego

$$f(x|\underbrace{x_0,\gamma}_{}) = \frac{1}{\pi\gamma\left(1+\left(\frac{x-x_0}{\gamma}\right)^2\right)}$$

parametry rozkładu

funkcja gęstości prawdopodobieństwa

kule



Wyzwanie:

znamy $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ $x_i \sim$ Cauchy

szukamy γ, x_0

Bayes:

$$f(x_0, \gamma \mid \{x_1, x_2, \dots, x_N\}) = \underbrace{f(x_0, \gamma)}_{\text{założony jednorodny}} \cdot \frac{\overbrace{f(\{x_1, x_2, \dots, x_N\} \mid x_0, \gamma)}^{\prod_{i=1}^{N} f(x_i \mid x_0 \gamma)}}{\underbrace{f(\{x_1, x_2, \dots, x_N\})}_{\text{uprości się w } A(x, x)}}$$

$$\ldots \log\Big(f(x_1|x_0,r)\cdot f(x_2|x_0,r)\cdot\ldots\cdot f(x_w|x_0,r)\Big) =$$

$$= \log\big(f(x_1|x_0,r)\big) + \log\big(f(x_2|x_0,r)\big) + \ldots + \log\big(f(x_w|x_0,r)\big)\ldots$$