Metody statystyczne

Ćwiczenia numer 4

Vitalii Urbanevych

vitalii.urbanevych@doctoral.uj.edu.pl

09.01.2021

Gra z dwoma kostkami

- Rzucamy dwie kostki sześcienne - czarną i zieloną
- Gracz wygra 1 zł jeszli na zielonej wypadnie więcej liczb niż na czarnej
- Gracz płace 1 zł w przeciwnym przypadku

Gra z dwoma kostkami

Jakie jest prawdopodobieństo wygraszu w jednej grzę?

$$P_{wygr} = \frac{\sum \#(Z > Cz)}{\sum \#all\ cases} = \frac{15}{36} \approx 0.417$$

Jaka jest wartość oczekiwana wygraszu?
(Gracz płace 1 zł jeszli na czarnej wypadnie więcej liczb niż na zielonej i dostane 1 zł w przeciwnym przypadku)

Wartość oczekiwana deskretnej zmiannej łosowej

$$E(x) = \sum_{x_i} x_i P(x_i) \tag{1}$$

Dla naszej gry:

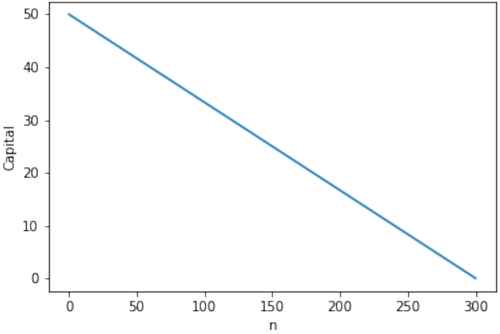
$$E(wyg) = (1)\frac{15}{36} + (-1)\left(1 - \frac{15}{36}\right) = \frac{15 + 15 - 36}{36} = -\frac{1}{6}\ [zł]$$

Teoretyczna zależność kapitału od iłości gier

$$C(n) = c + nE(wyg), \tag{2}$$

c - kapitał początkowy

$$c = 50,\ E(wyg) = -\frac{1}{6}$$



Gracz zawsze przegraje - nieczysta gra!

Jaka musi być wynagoroda(w) żeby gra była czystą?
Równa gra: $E(wyg) = 0$

$$E(wyg) = w\frac{15}{36} + (-1)\left(1 - \frac{15}{36}\right) = 0$$

$$\frac{15w - 21}{36} = 0$$

$$w = \frac{21}{15} = \frac{7}{5}\ [\text{zł}]$$

Teoretyczna zależność kapitału od iłości gier $C(n)$:

$$C(n) = c + n \cdot 0 = c$$

Problem A

- Sumulacja $N = 10^6$ rzutów dwoma kostkami
- Porównać experymentalną wartość prawdopodobieństwa wygraszu w jedney grzę z teoretyczną

Problem B

- Gracz ma kapitał początkowy c=500 [zł]
- Sumulacja gier z wynagorodą 1 [zł]
- Sumulacja trwa 10^5 gier, albo dopóki gracz nie zbankrutuje
- Wykres zależności kapitału od iłości gier - eksperymentalny(z symulacji) oraz teoretyczny (ze wzoru (2))
- Porownać średnią wartość wygraszu w jednej grze z wartością oczekiwaną

Problem C

- Tak samo jak w Problemie B, tylko dla równej grzy (wynagoroda $\frac{7}{5}$ [zł])

Polityka kontroli populacji

▸ Wikipedia(click me)

Polityka jednego dziecka – polityka kontroli populacji Chińskiej Republiki Ludowej obowiązująca w latach 1977–2015.
Jej celem było ograniczenie przyrostu naturalnego Chińczyków. ...każda para w Chinach powinna mieć tylko jedno dziecko – posiadanie większej liczby potomstwa ... obarczone wieloma dolegliwościami prawnymi, przede wszystkim tzw. opłatami za obsługę.

Alternatywa: Polityka jednego syna - pozwolić każdej parze mieć tak dużo dzieci, dopóki oni nie będą mieli syna

Symulacja kontroli populacji

- Mamy populację w N osob - rodzice
- Parametr m("male") - udział mężczyźn, f("female") - kobiet. f = 1 - m
- Mamy w populacje N_m i N_f - iłości mężczyźn i kobiet
- Maksymalna iłość par: $min(N_m, N_f)$
- Parametr p("płodność", $p \in [0, 1]$) - udział par, które mogą mieć dzieci.
- Ilość par, które mogą mieć dzieci: $N_p = p \cdot min(N_m, N_f)$

Symulacja kontroli populacji

Polityka jednego dziecka

1. Dla każdej pary z N_p łosujemy płeć dziecka, $P(syn) = m$ i $P(crka) = f$
2. Mamy nowe pokolenia osób - dzieci
3. Dzieci $\rightarrow$ rodzice
4. Możemy obliczyć N_m i N_f
5. Szukamy wartość N_p
6. Wracamy do 1

Symulacja kontroli populacji

Polityka jednego syna

Tak samo ale każda para będzie miała tyle dzieci, dopóki nie dostaną syna

Problem D

- $N = 10^6$, m = 0.51, f = 0.49, p =0.92
- Zrobić sumulacje dwoch możliwych polityk kontroli populacji dla 10 pokoleń
- Wykres iłości osób w zależności od numera pokolenia

Problem E

Tak samo jak w poprzednim zadaniu, ale przypuskamy, że 6% par łamają prawa i mają 6 dzieci

Blackjack gra

▸ Wikipedia(click me)

Blackjack – kasynowa gra karciana, w której gracz stara się pokonać krupiera poprzez uzyskanie sumy jak najbliższej 21 punktów w kartach jednak nie przekraczając 21.

Gra

Używamy tali z 52 kart

Gracz i krupier dostają po dwie karty. Obydwie karty gracza są odkryte, natomiast tylko jedna karta krupiera jest pokazana graczowi.

Gracz teraz może:

- Dobrać kartę (hit)
- Nie dobierać kart (stand)

Blackjack gra

- Jeżeli gracz po dobraniu kart ma więcej niż 21 punktów, to przegrywa.
- Jeżeli natomiast gracz ma 21 punktów lub mniej, krupier odkrywa swoją zakrytą kartę i w zależności od liczby jego punktów może dobrać więcej kart.
- Krupier musi wziąć kartę, jeżeli ma 16 punktów lub mniej i nie brać więcej kart, gdy ma 17 punktów lub więcej (niezależnie, ile punktów ma gracz).
- Wygrywa ten, który ma sumę punktów bliższą lub równą 21.
- Przy równej liczbie wygrywa krupier

Blackjack gra

Liczba punktów

- Karty od dwójki do dziesiątki mają wartość równą numerowi karty
- Walet, dama i król mają wartość równą 10 punktów
- As ma wartość równą 1 lub 11, w zależności co jest lepsze dla gracza

Problem E

- Mamy tal z 52 kart
- Łosujemy kartę, dopóki suma punktów nie będzie więcej od 21
- Zapamiątamy iłość łosowanych kart
- Powtarzamy to od początku $N = 10^4$ raz
- Wykres pawdopodobienstwa iłości kart do przekroczenia 21 punktów

Blackjack gra

Symulacja gry dla dwoch strategij

- Ciągnąć kartę, jeszli suma punktów mniej od wartości progowej
- Strategija podstawowa (żrodło - Wikipedia):

S = Stand
H = Hit
Dh = Double (if not allowed, then hit)
Ds = Double (if not allowed, then stand)

"Soft" - jeszli masz Asa, który jest liczony jako 11 punktów, w innym przypadku - "Hard"

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals (excluding pairs)										
18-21	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	Us
16	S	S	S	S	S	H	H	Uh	Uh	Uh
15	S	S	S	S	S	H	H	H	Uh	Uh
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh
10	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H
9	H	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,8	S	S	S	S	Ds	S	S	S	S	S
A,7	Ds	Ds	Ds	Ds	Ds	S	S	H	H	H
A,6	H	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H

Problem F

- Zrobić symulację 50 000 gier dla dwoch strategji (i pry wszystkich progowych wartościach od 8 do 20)
- Wykres prawdopodobieństwa wygrana w zależności od strategji i progowej wartości

Pylne!

Dla tego żeby dostać poprawny wynik porownania róznych strategij, jest potrzebne zafiksować wartość "Random seed" dla generatoru liczb łosowych każdej ze startegij. Żeby porównać róźne strategji dla tego samego zestawu gier.