Metody Statystyczne

kacper.topolnicki@uj.edu.pl

16 XII 2017

Proces Poissona

t_i losowane z rozkładu $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$

λ – tempo

metodą odwracania dystrybuanty

$$t_i = \frac{-\ln(u_i)}{\lambda}$$

losowane z rozkładu jednorodnego

na przedziale $(0, 1)$

System kolejkowy

zadanie przychodzą w tępie λ_A

obsługuje zadanie w tępie λ_S

SYMULACJA PROCESU KOLEJKOWEGO

odstępy czasu pomiędzy zadaniami:

$$t_i = -\frac{\ln(u)}{\lambda_A}$$

czas wykonywania kolejnych zadań:

$$t_i^S = -\frac{\ln(u)}{\lambda_S}$$

u – losowane z rozkładu jednorodnego $(0, 1)$

α_i – czasy pojawiania się nowych zadań "i" w systemie

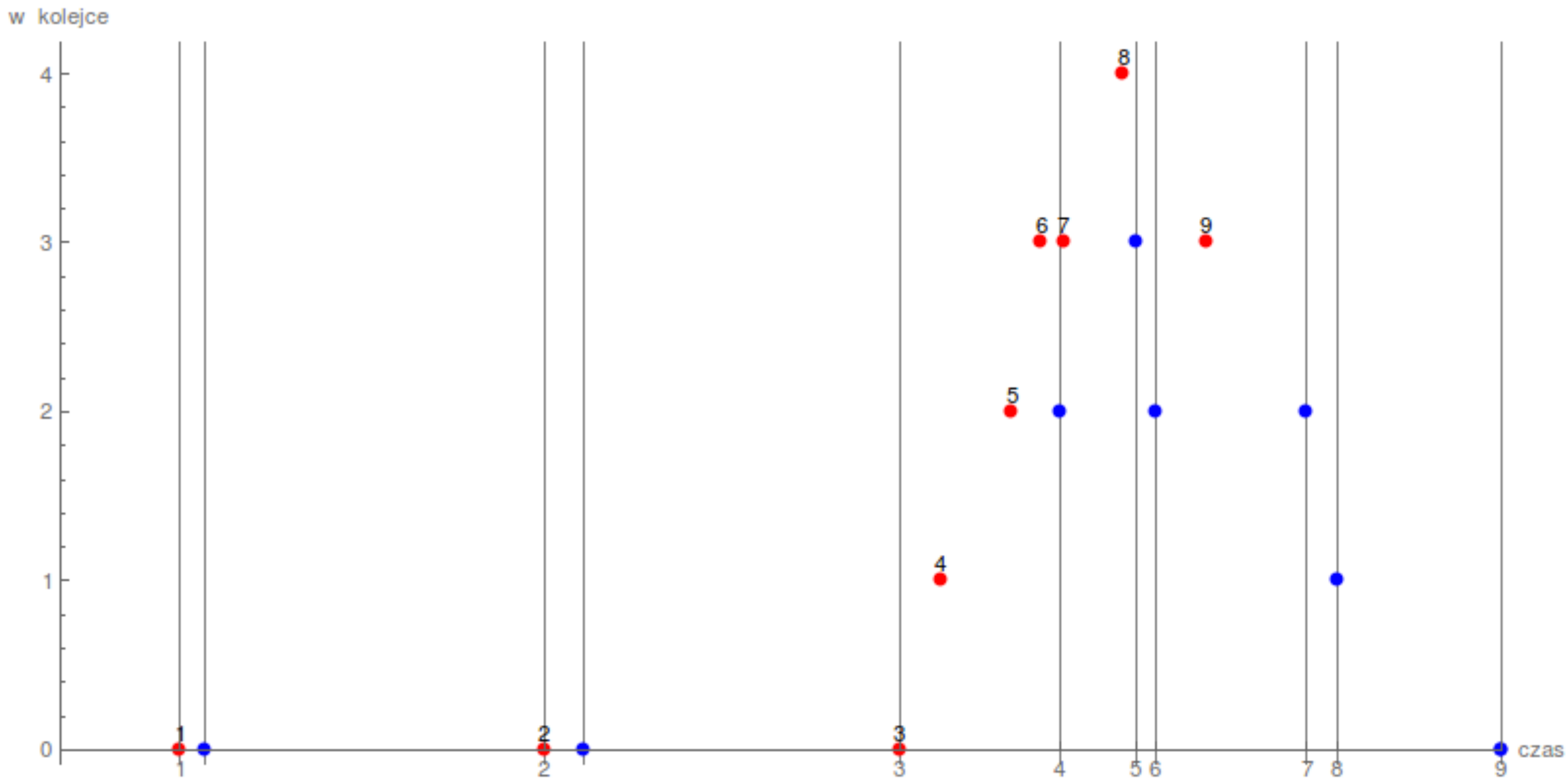
β_i – czasy gdy kolejne zadania "i" będą wykonywane na serwerze

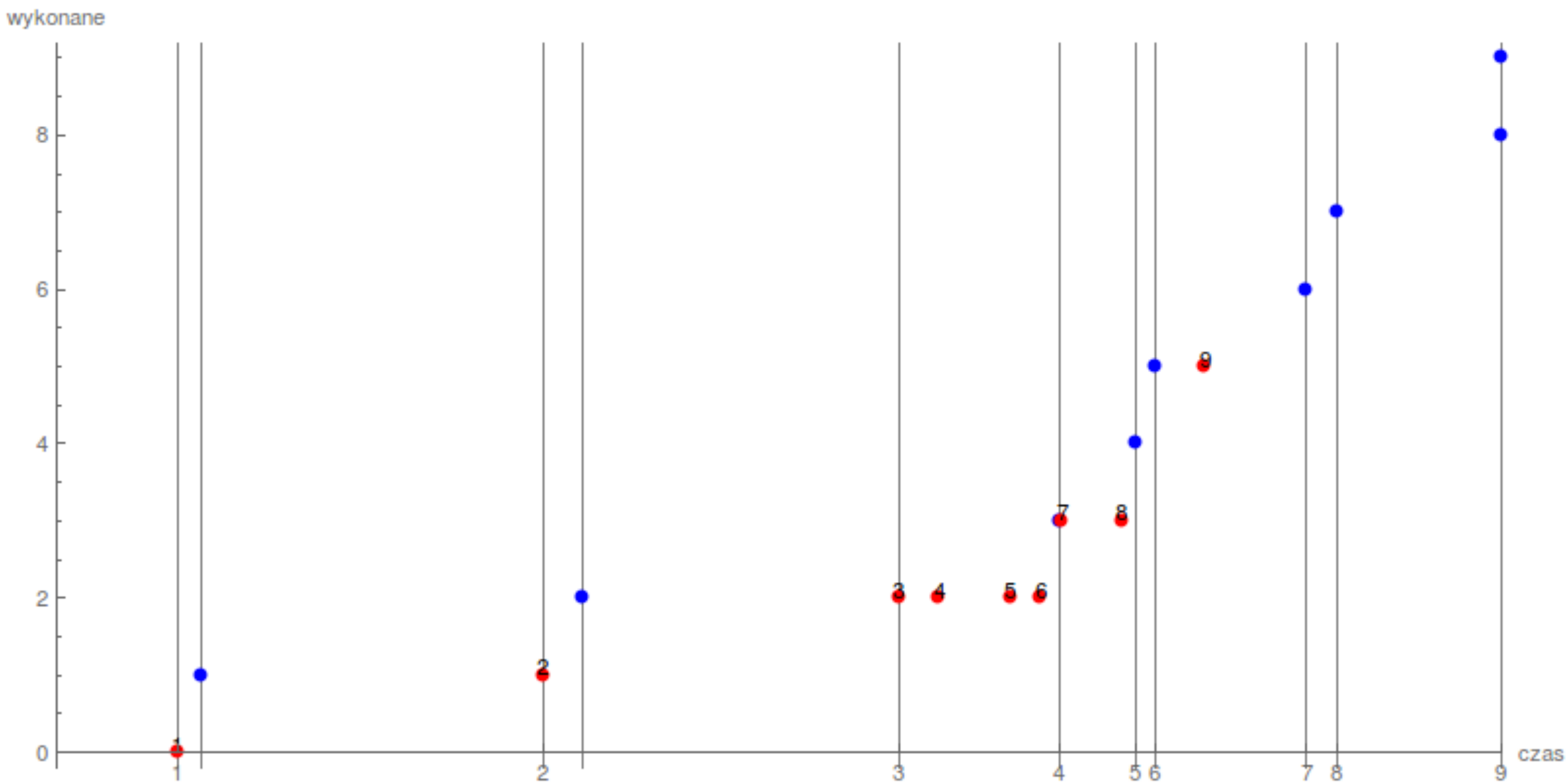
$$\alpha_i = t_1 + t_2 + \ldots + t_i$$

$$\underbrace{\beta_i = \alpha_i}_{\text{gdy serwer jest pusty}} \qquad \text{lub} \qquad \begin{cases} \beta_1 = t_1 \\ \beta_i = \beta_{i-1} + t^s_{i-1} \end{cases}$$

$$\underbrace{\lambda_A = \frac{1}{20}}_{\text{zadania wpływają średnio co 20 [np. s]}} \qquad \underbrace{\lambda_S = \frac{1}{15}}_{\text{czas wykonywania średnio 15 [np. s]}}$$

$\lambda_A < \lambda_S$ – zadania wykonywane szybciej niż napływają


w kolejce
czas
0
1
2
3
4
1
2
3
4
5
6
7
8
9
1
2
3
4
5 6
7
8
9

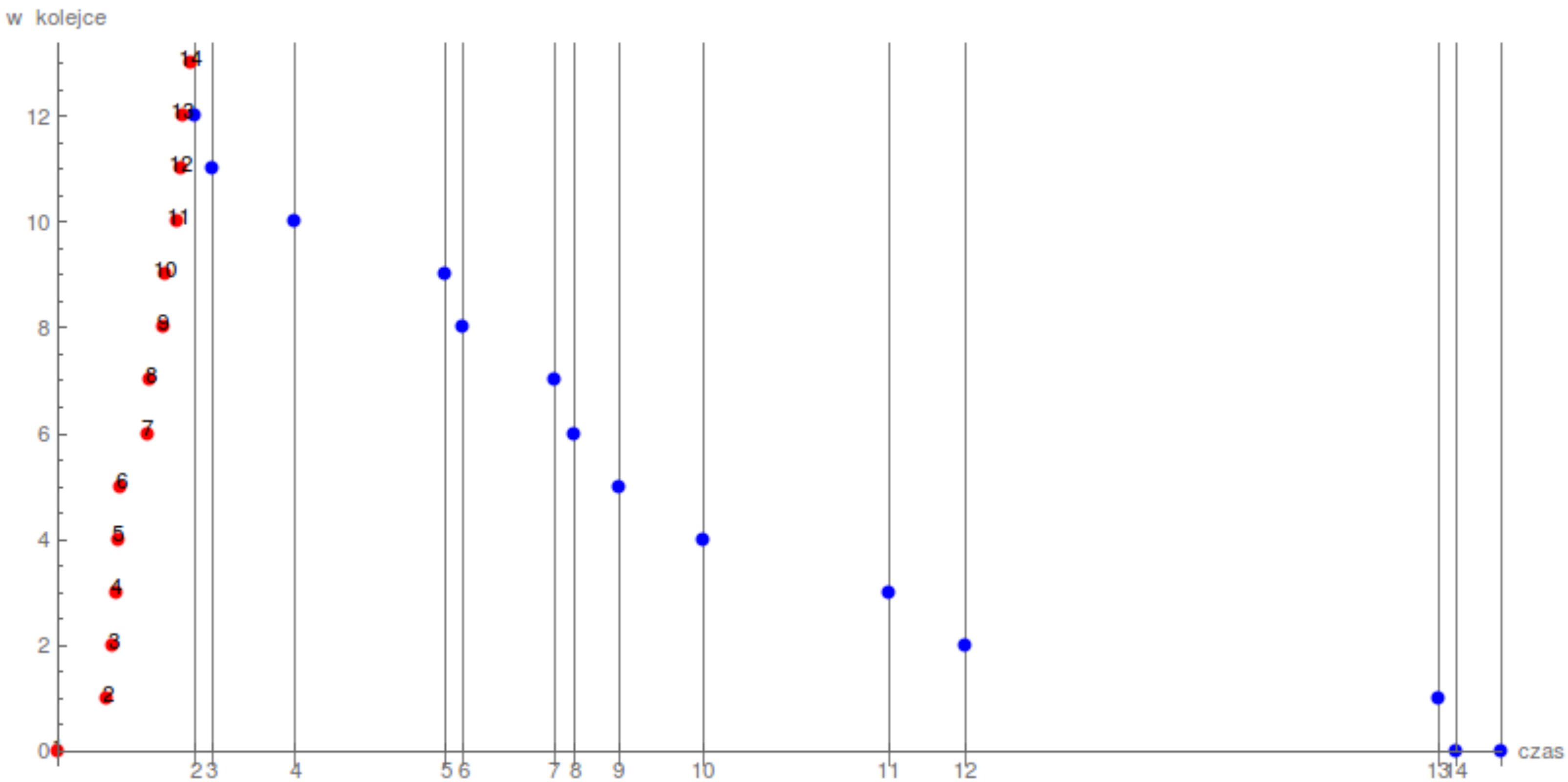

wykonane
8
6
4
2
0
czas
1
2
3
4
5
6
7
8
9

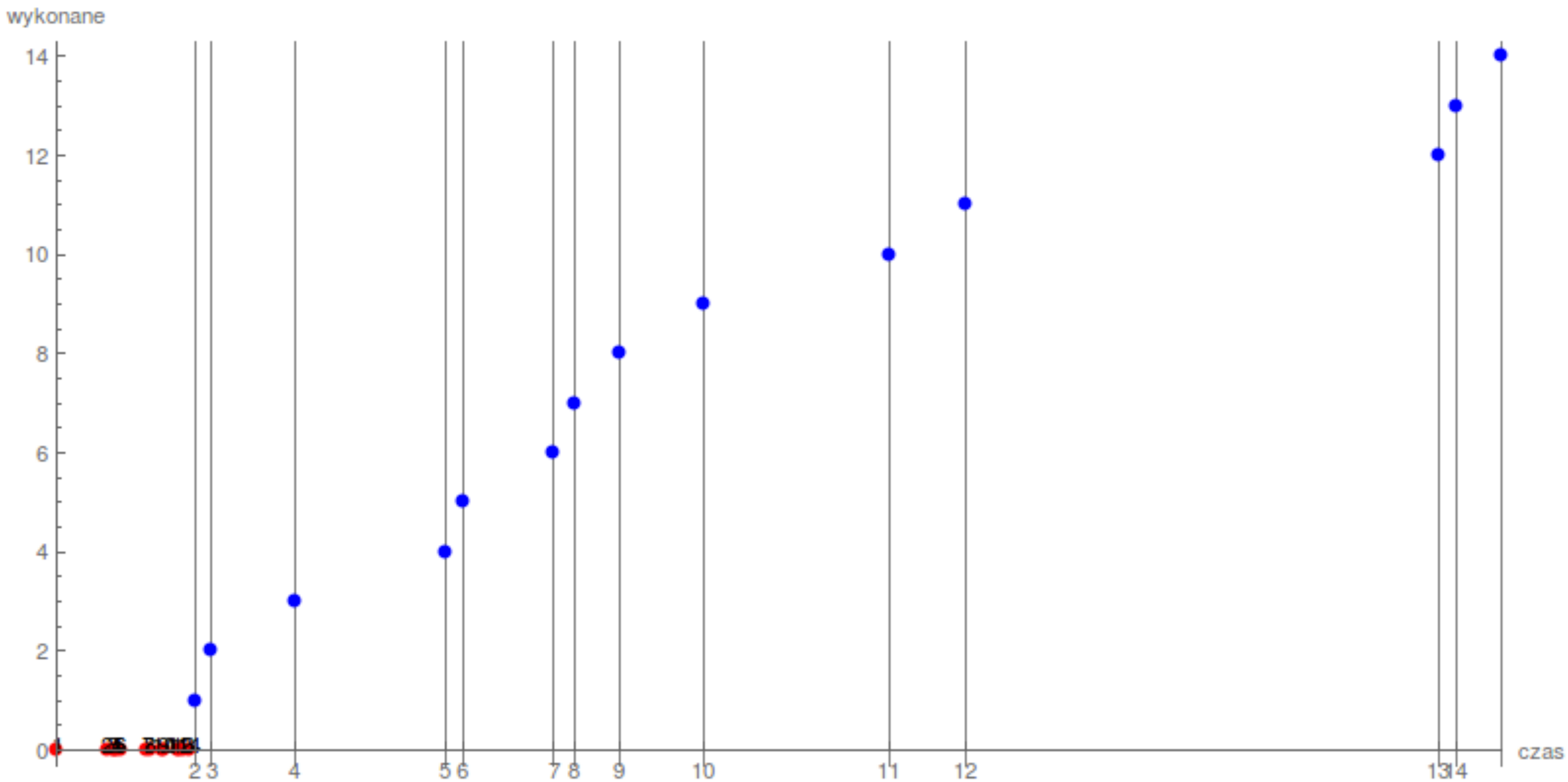
$$\lambda_A = \frac{1}{20} \qquad \lambda_S = \frac{1}{100}$$

$$\lambda_A \gg \lambda_S$$

zadania wykonywane wolniej niż napływają

system się zatyka


w kolejce
czas

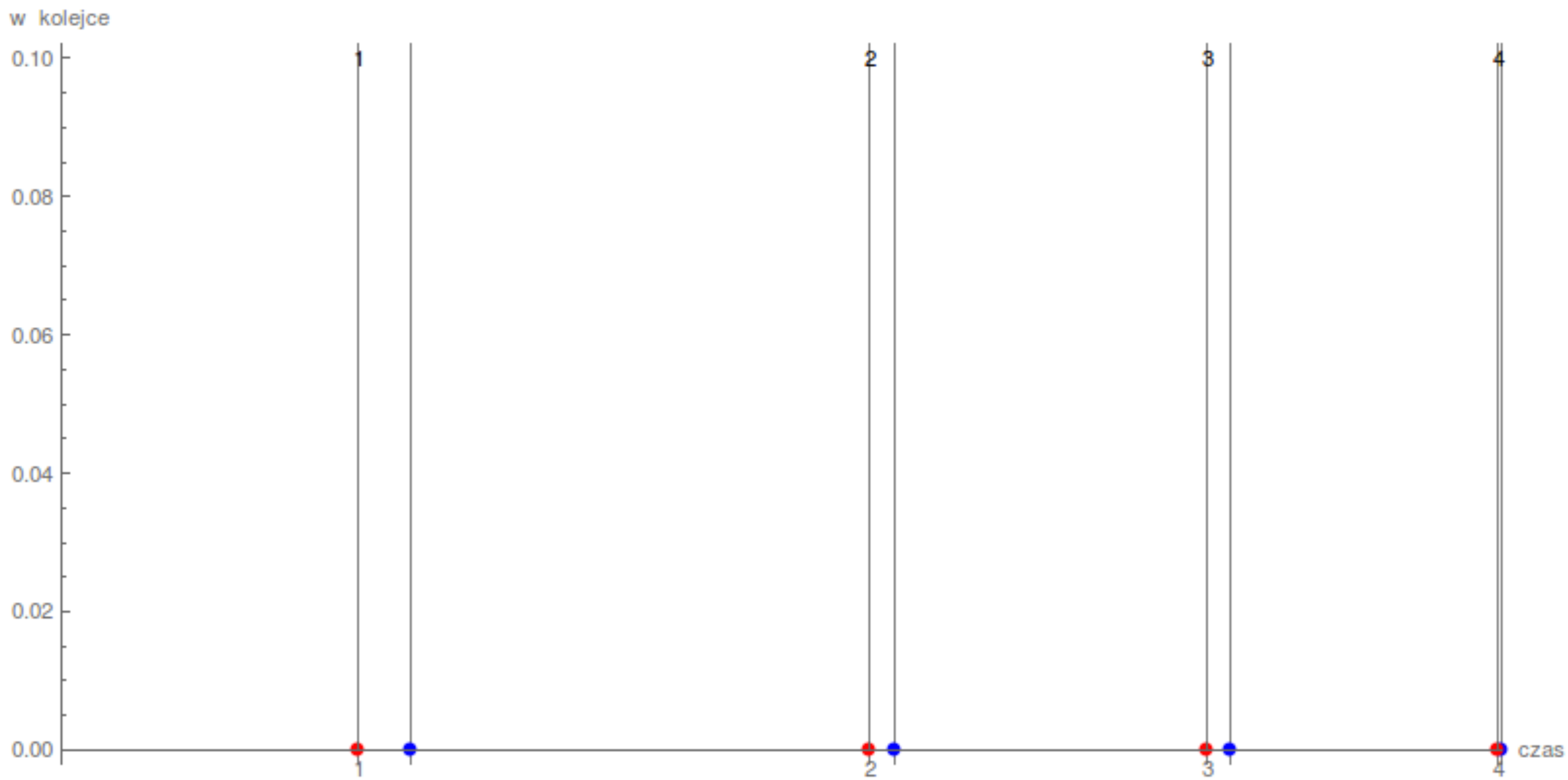


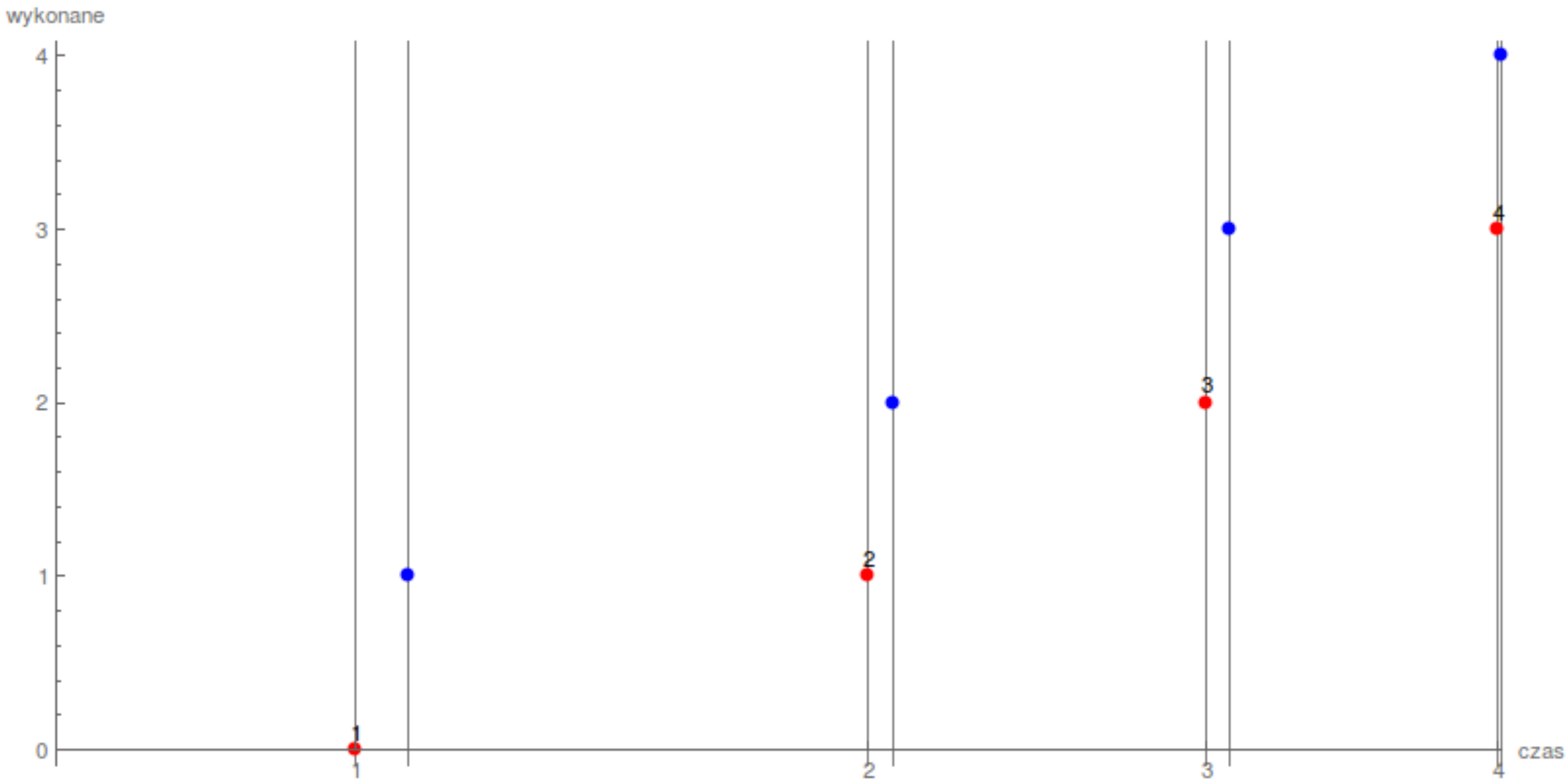
wykonane
czas

$$\lambda_A = \frac{1}{20} \qquad \lambda_S = \frac{1}{5}$$

$$\lambda_A \ll \lambda_S$$

zadanie wykonywane znacznie szybciej niż napływają


w kolejce
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
1
2
3
4
czas
1
2
3
4


wykonane
czas
0
1
2
3
4
1
2
3
4
1
2
3
4

A

- Wykresy:

Liczba zadań w kolejce (czas),

czas oczekiwania na wykonanie (czas)

B

- Sprawdzić prawo Little'a

$$\underbrace{E(R)}_{\text{średni czas spędzony przez zadanie w systemie}} \cdot \lambda_A = \underbrace{E(x)}_{\text{liczba zadań w systemie}}$$

na początek: $\lambda_A = \frac{1}{20}$ $\quad \lambda_S = \frac{1}{15}$

$E(\ldots) \begin{cases} \text{dla czasu} \approx 10000 \\ \text{oraz} \approx 1000 \text{ symulacji} \end{cases}$

C

- Zaobserwować zatykanie się systemu

np.: $\lambda_A = \frac{1}{20}$ $\quad \lambda_B = \frac{1}{100}$

- Co oznaczają zależności czasowe:

$$(\lambda_A - \lambda_S)\, t$$

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_S}\, t$$

?

D

- Wykresy:

E(liczba zadań w systemie) (λ_A),

E(liczba zadań w systemie) (λ_S),

E(liczba zadań w systemie) $\left(r = \frac{\lambda_A}{\lambda_S}\right)$,

E(czas oczekiwania) (...)

E

Związane z poprzednim zestawem.

Graf prawdopodobieństw dla 3 użytkowników.

Metoda dowolna.