Karta

1. Wstęp

Jednym z najważniejszych aspektów w dobie wszechobecnego kryzysu jest optymalizacja procesów produkcyjnych. Odpowiedni harmonogram prac to często być albo nie być dla wielu przedsiębiorstw. Tworząc taki harmonogram należy zwrócić uwagę na możliwość optymalnego wykorzystanie zasobów, tak aby specjalistyczne maszyny i urządzenia nie stały bezczynnie, a wykorzystywały swój potencjał w jak największym czasie. Tego typu problemy pozwalają rozwiązać algorytmy szeregowania zadań.

2. Problem szeregowania zadań

W przypadku planowania wykonania pewnych czynności (zadań) w momencie korzystania z ograniczonej liczby zasobów (procesorów) można stwierdzić, że kolejność wykonanych zadań, ich uszeregowanie, pozwala na osiągnięcie lepszych lub gorszych rezultatów. Oczekiwania mogą dotyczyć równomiernego rozkładu zadań na zasoby lub czasów realizacji całego przedsięwzięcia. Poniższa praca dotyczy optymalizacji czasu szeregowania. Przykładowymi sytuacjami w których takie szeregowanie ma istotne znaczenie są:

- określenie kolejności zadań, obliczeń w wykonywanym algorytmie programu komputerowego. W tym wypadku zadaniem jest krok algorytmu, a zasobem czas procesora,
- stworzenie harmonogramu prac inwestycji budowlanej. Zasobami są ludzie, sprzęt budowlany, a szeregowaniu podlegają prace budowlane takie jak np. położenie powierzchni asfaltowej,
- zdefiniowanie modelu produkcyjnego pewnych dóbr złożonych z wielu podzespołów. Zasobem może być tu praca ludzka, dostęp do urządzeń koniecznych do wykonania podzespołów, uszeregowaniu podlega tworzenie kolejnych podzespołów.

W zależności od warunków istnieje wiele algorytmów, które pozwalają na znalezienie optymalnego rozdzielenia zadań na zasoby [1]. Pierwszego podziału można dokonać na dwa typy szeregowania: dynamiczne i statyczne. Z szeregowaniem dynamicznym najczęściej można się spotkać przy rozdzielaniu czasu procesora pomiędzy procesy, gdy pewne zmienne np. czasy zakończenia zadania są nieznane przed rozpoczęciem programu. Najczęściej stosowanymi algorytmami przy tym typie szeregowania są: FIFO, wg najkrótszego czasu szeregowania (SJF - ***S**hortest **J**ob **F**irst*) i wg najkrótszego czasu pozostałego do wykonania (SRTF - ***S**hortest **R**emaining **T**ime **F**irst*). Z kolei szeregowanie statyczne pojawia się, gdy znany jest czas wykonania wszystkich zadań, znane są także zasoby i koszty przesyłania zadań. Poniższa praca skupia się na problemie statycznego szeregowania.

Następnego podziału można dokonać ze względu na liczbę zasobów potrzebnych do wykonania czynności. Ich liczba może być ograniczona lub nieskończona. Drugi

przypadek jest rzadko spotykany w świecie rzeczywistym. Najistotniejsze jednak w tym przypadku byłoby znalezienie najkrótszego czasu szeregowania biorąc pod uwagę wyłącznie zależności pomiędzy czynnościami oraz koszt transmisji danych pomiędzy zasobami. Praca rozważa problem ograniczonych zasobów, w którym wielokrotnie wiele zadań mogłoby być wykonanych równocześnie, jednak ze względu na brak wolnych zasobów nie jest to możliwe.

Kosztem przesyłania danych pomiędzy zasobami określa się czas jaki jest konieczny na transmisję danych, produktów wykonanego zadania do zasobu, na którym zostanie wykonane kolejne zadanie. Koszt musi zostać uwzględniony wyłącznie jeśli zadania są zależne. Częstym założeniem, istotnym w tej pracy, jest zerowy koszt w przypadku, gdy zadania były wykonywane na tym samym procesorze, zasobie. Z praktycznego punktu widzenia jeśli informacja może zostać zachowana w danym zasobie, bez kosztu jej składowania, nie ma potrzeby wykonywania dodatkowych czynności.

Rodzaje algorytmów szeregowania możemy podzielić również ze względu na uwzględniające koszty przesyłania przy szeregowaniu (np. w systemach z pamięcią rozproszoną – *message passing system*) lub je ignorujące (np. w systemach z pamięcią współdzieloną – *shared memory system*). Także istotne jest czy przesyłanie danych może odbywać się równolegle (np. systemy SISD i SIMD) czy musi być ono kolejkowane (np. systemy MISD ora MIMD).

Zadania, które podlegają szeregowaniu, można podzielić na przerywalne i nieprzerywalne. Pierwsze z wymienionych dotyczą przypadku, gdy wykonywaną czynność w dowolnym momencie można rozbić na wiele zadań, następnie można je wznowić na innych procesorach. Z teoretycznego punktu widzenia powinno to pozwolić osiągnąć lepsze czasy szeregowania, jednak należy uwzględnić dodatkowe koszty związane z przesłaniem podzielonego zadania, które mogą być niewspółmierne do zysku związanego ze wcześniejszym zakończeniem innych zadań [1]. Koszty takiego podziału nie mogą być również obliczone na starcie algorytmu, a dopiero w momencie przenoszenia podzielonego zadania na inny zasób. Pamiętać należy także o tym, iż nie w każdych warunkach jest możliwe podzielenie zadania na części. Jest to także bardzo trudny przypadek do implementacji.

Stworzono algorytmy, które można wykorzystać w sytuacji, gdy czasy wykonania wszystkich procesów są stałe. Mimo że nie jest to często spotykane w rzeczywistych problemach, to wartym podkreślenia faktem jest możliwość rozwiązania takiego problemu przy dodatkowych warunkach jak problemu klasy P-zupełnego. W poniższej pracy czas

wykonywania poszczególnych zadań nie jest obłożony tym ograniczeniem, istotne jest że nie może być ujemny lub zerowy.

Udowodniono, że problem szeregowania jest problemem NP-zupełnym, z wyjątkiem trzech sytuacji:

- przy drzewiastej strukturze grafu zależności zadań z arbitralną wartością procesorów,
- gdy graf procesów z jednakowym czasem wykonania zadań na dwóch procesorach,
- dla uporządkowanych grafów przedziałowych (*interval-ordered*) z jednakowym czasem wykonania zadań i stałą liczbą procesorów.

Oznacza to, że nie jest możliwe szybkie znalezienie najlepszego rozwiązania i głównie używa się algorytmów heurystycznych, które próbują znaleźć optimum we względnie krótkim czasie, nie gwarantując jednak jego odnalezienia.

2.1 Graf programu równoległego

W przypadku szeregowania statycznego z uwzględnieniem kosztów przesłania danych najefektywniejszym i najczytelniejszym sposobem prezentacji zależności pomiędzy zadaniami jest użycie acyklicznego, ważonego grafu skierowanego $G_p=(V_p,E_p)$, zwanego grafem programu. V_p jest zbiorem N_p wierzchołków grafu G_p reprezentujących elementarne zadania. E_p jest zbiorem krawędzi grafu opisującym zależności pomiędzy modułami.

Przykład takiego grafu jest widoczny na Rys. 2.1. Węzeł grafu symbolizuje proces, zaś krawędź zależność pomiędzy zadaniami. W węźle widoczne są dwie wartości: numer procesu oraz czas wykonania (wyróżniany w komórce z szarym tłem). Zadanie numer 0 wykona się w czasie 3 jednostek, z kolei 2-gie zadanie w czasie 4 jednostek. Krawędź prowadząca od węzła nr 0 do węzła nr 2 oznacza, że możliwe jest wykonanie zadania nr 2 dopiero, gdy zakończy się zadanie 0. Wartość przy krawędzi oznacza koszt przesłania danych pomiędzy modułami. Należy zwrócić uwagę, że koszt przesłania liczymy według wzoru:

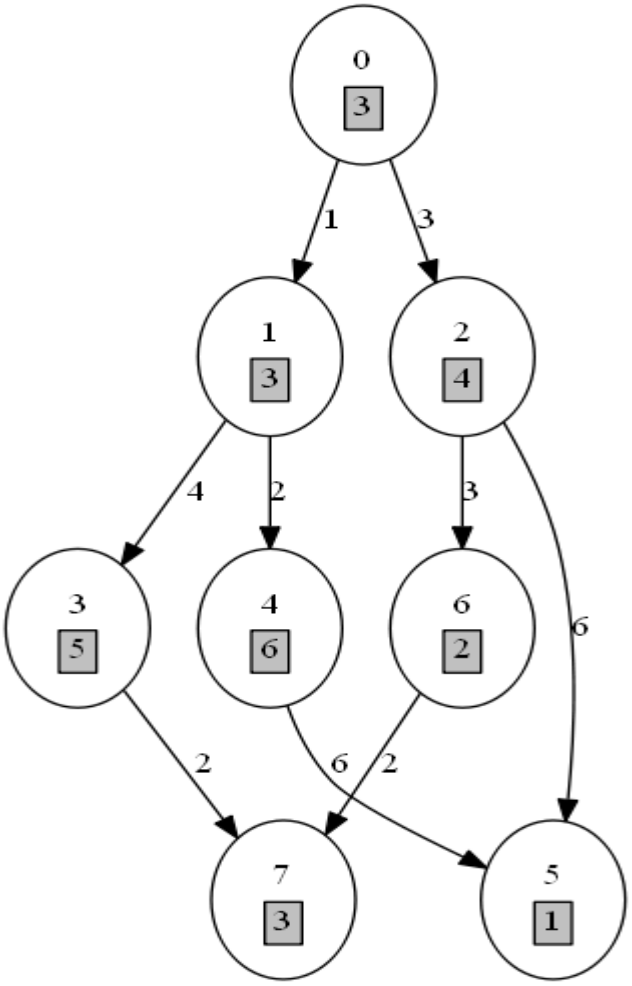
$$t_{kl} = a_{kl} * d_{kl} \qquad (1)$$

gdzie: t_{kl} – czas komunikacji między modułami k i l

d_{kl} – minimalna odległość pomiędzy zasobami wykorzystywanymi przez moduły k i l, odległość definiuje się według grafu procesów opisanego w rozdziale 2.2

a_{kl} – waga krawędzi pomiędzy węzłami k i l

Jeśli procesy są alokowane na tym samym procesorze, odległość d_{kl} wynosi 0 i koszt także jest zerowy. Z kolei, gdy procesory nie są połączone bezpośrednio, należy zsumować odległość pomiędzy nimi uwzględniając koszt komunikacji (może być różny pomiędzy procesorami). W pracy założono, że czas wykonywania poszczególnych modułów jest niezależny od procesora na którym zostanie wykonany.

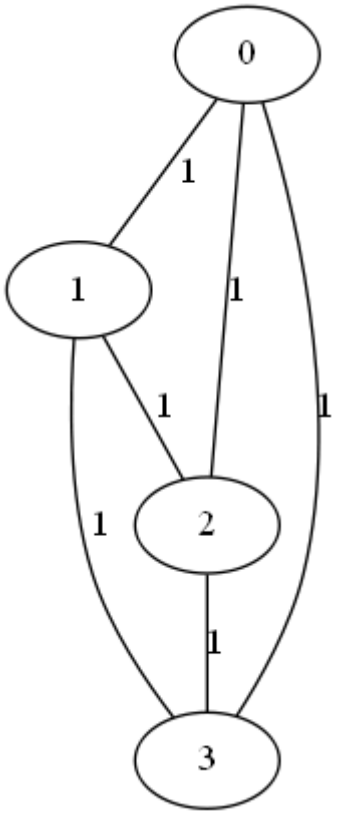


Rys. 2.1 Przykładowy graf procesów rozpatrywany w ramach problemu szeregowania

2.2 Graf procesorów

Zasoby można podobnie jak zadania przedstawić w formie nieskierowanego, nieważonego grafu $G_s=(V_s,E_s)$, zwanego grafem systemu. V_s to zbiór wierzchołków grafu G_s, reprezentujących procesory. E_s jest zbiorem krawędzi grafu G_s stanowiących reprezentację dwukierunkowych połączeń między procesorami.

Rys. 2.2 pokazuje przykładowy graf cykliczny dla 4 procesorów. Wszystkie procesory są ze sobą połączone co oznacza, że można wymieniać dane pomiędzy każdym z nich. Koszt w każdym wypadku wynosi 1 (wartość przy krawędzie).



Rys. 2.2 Graf przedstawiający powiązanie procesorów wraz z kosztem zmiany procesora

Liczba procesorów dla problemu szeregowania jest nieograniczona, przy czym minimalną logiczną wartością są 2 procesory. Także koszty komunikacji mogą być różne i zależne od przypadku. Na potrzebny poniższej pracy skorzystano z 2, 4 i 8 procesorów z założeniem, że komunikacji może odbywać się na zasadzie każdy z każdym, a koszt transmisji danych wynosi 1.

2.3 Polityka szeregowania

Czas szeregowania grafu procesów zależy od alokacji zadań na procesorach oraz od kolejności w jakiej zadania zostaną uruchomione na procesorach. Polityka szeregowania powinna określać jaka będzie kolejność wykonywania czynności na procesorze, które zadanie powinno zostać wykonane najpierw w przypadku gdy w jednej chwili więcej niż jeden moduł może zostać wykonany.

Ogólnie politykę szeregowania, w przypadku opisywanego problemu, można określić w następujący sposób. Najpierw wybierane są zadania, które mogą zostać uruchomione w danej chwili. Jeśli modułów gotowych do uszeregowania jest więcej niż jeden pojawia się konflikt i należy wybrać jeden z nich. Ich wybór może zostać określony na wiele sposobów, np. wybierając zadania o najkrótszym czasie wykonania, o najniższym numerze czy wręcz losowo. Jednak ze względów jakościowych tylko kilka rozwiązań warto zastosować w praktyce, są to polityki oparte na:

- wysokości,
- wysokości dynamicznej,
- liczbie następników liczona rekurencyjnie.

Metoda oparta na liczbie następników liczonych rekurencyjnie polega na wyborze zadania, które ma więcej węzłów-potomków. Licząc potomków ze wzoru (2) bierzemy pod uwagę wszystkich pośrednich potomków, czyli wszystkie zadania zależne od bazowego. Na Rys. 2.3 zaznaczono kolorem czerwonym wszystkich następników modułu 2, ich liczba jest równa 7, gdyż część zadań zostanie zliczona dwukrotnie.

$$p_k = nast_k + \sum_{i=1}^{nast_k} p_{k_i} \qquad (2)$$

gdzie: p_k – liczba następników węzła k
$nast_k$ – liczba bezpośrednich następników węzła k,
k_i – i-ty następnik węzła k

Obliczając wysokość dla danego modułu wybiera się maksymalną wartość z sumy wag wierzchołków i krawędzi na ścieżce prowadzącej do dowolnego modułu wyjściowego. Do sumy włącza się wagę węzła wejściowego i wyjściowego. Na przykład na Rys. 2.3 istnieją 3 ścieżki prowadzące z węzła 2 do węzłów wyjściowych 9 i 8, są nimi drogi:

- 2 -> 6 -> 8, wysokość wynosi 4 + 1 + 2 + 1 + 3 = 11,
- 2 -> 6 -> 7 -> 9, wysokość wynosi 4 + 1 + 2 + 1 + 3 +1 + 3 = 15,
- 2 -> 5 -> 7 -> 9, wysokość wynosi 4 + 1 + 1 + 1 + 3 +1 + 3 =14.

Wysokość dla procesu 2 wynosi *max*(11, 15, 14) = 15.

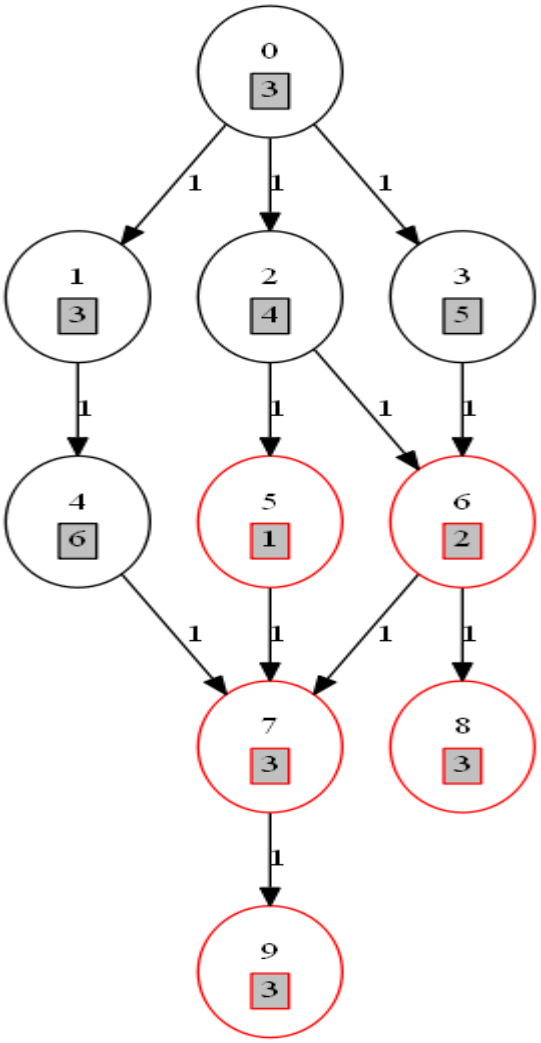
Warunkiem obliczenia wysokości dynamicznej jest wiedza na temat przypisania procesów modułom. Wartość wysokości dynamicznej to suma wag wierzchołków i krawędzi grafu z uwzględnieniem kosztu zmiany procesora. W przypadku procesu alokowanego na tym samym procesorze koszt zmiany wynosi 0. Przyjmując że koszt zmiany procesora wynosi 1 a przyporządkowanie modułów to:

- procesor 0: 2,6,7,9,
- procesor 1: 5,8,

dla wierzchołka 2 pojawiają się 3 ścieżki:

- 2 -> 6 -> 8, wysokość wynosi 4 + 1 * 0 + 2 + 1 * 1 + 3 = 10,
- 2 -> 6 -> 7 -> 9, wysokość wynosi 4 + 1 * 0 + 2 + 1 * 0 + 3 +1 * 0 + 3 = 12,
- 2 -> 5 -> 7 -> 9, wysokość wynosi 4 + 1 * 1 + 1 + 1 * 1 + 3 +1 * 0 + 3 =13.

Tym razem najlepszą ścieżką okazała się 3 droga z wysokością równą 13.



Rys. 2.3 Moduły będące następnikami węzła 2

Wnioski przedstawione w pracy wskazują, że najlepsze wyniki otrzymuje się przy wykorzystaniu metody obliczania dynamicznej wysokości i została ona wykorzystana przy implementacji algorytmu szeregowania na potrzebny poniżej pracy. W przypadku, gdy dla kilku modułów wysokości dynamiczne są identyczne wybierany jest moduł o niższym numerze.

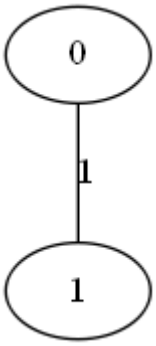
3. Algorytm uogólnionej ekstremalnej optymalizacji

W celu rozwiązania problemów NP-zupełnych często stosuje się algorytmy heurystyczne i metaheurystyczne. Jednym z algorytmów metaheurystycznych jest algorytm uogólnione ekstremalnej optymalizacji (*generalized extremal optimization*), który wykorzystano w poniższej pracy. Ma on swoje zastosowania w problemach optymalizacji, pozwalając na dobranie najlepszych parametrów optymalizowanej funkcji.

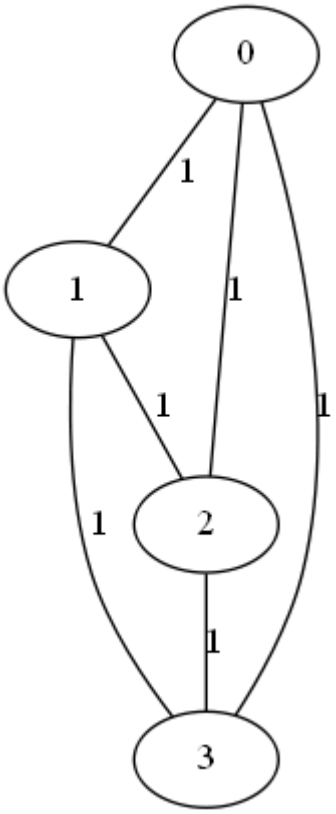
4. Wyniki eksperymentów

4.1 Konfiguracje procesorów

Eksperymenty zostały przeprowadzone na trzech konfiguracjach procesorów. Każdą z nich można przedstawić za pomocą grafu pełnego, gdzie każdy węzeł łączy się z pozostałymi. Waga każdej z krawędzi ma wartość 1, co oznacza na podstawie wzoru (2), że dane z jednego procesora można przenieść na inny z kosztem równym a_{kl}. Taka konfiguracja powoduje, że połączenia procesorów nie mają wpływu na wyniki działania algorytmu szeregowania.



Rys. 4.1 Graf procesorów FULL2



Rys. 4.2 Graf procesorów FULL4

4.2 Rozkład prawdopodobieństwa mutacji w przypadkach testowych

Przeprowadzając testy uruchomiono 1000 razy algorytm GEO do szeregowania na grafie intree15 w następujących konfiguracjach parametru prawdopodobieństwa τ: 0.1, 0.2, 0.5, 0.8, 1.0, 1.5, 2.0, 5.0 i 8.0. Gdzie nie jest to zaznaczone uruchomienia wykonały 100 iteracji.

Tabela 1 Prawdopodobieństwo wyboru konfiguracji do dalszej analizy w zależności od parametru prawdopodobieństwa

	0,1	0,2	0,5	0,8	1	1,5	2	5	8
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0,9330	0,8706	0,7071	0,5743	0,5000	0,3536	0,2500	0,0313	0,0039
3	0,8960	0,8027	0,5774	0,4152	0,3333	0,1925	0,1111	0,0041	0,0002
4	0,8706	0,7579	0,5000	0,3299	0,2500	0,1250	0,0625	0,0010	0,0000
5	0,8513	0,7248	0,4472	0,2759	0,2000	0,0894	0,0400	0,0003	0,0000
6	0,8360	0,6988	0,4082	0,2385	0,1667	0,0680	0,0278	0,0001	0,0000
7	0,8232	0,6776	0,3780	0,2108	0,1429	0,0540	0,0204	0,0001	0,0000
8	0,8123	0,6598	0,3536	0,1895	0,1250	0,0442	0,0156	0,0000	0,0000
9	0,8027	0,6444	0,3333	0,1724	0,1111	0,0370	0,0123	0,0000	0,0000

10	0,7943	0,6310	0,3162	0,1585	0,1000	0,0316	0,0100	0,0000	0,0000
11	0,7868	0,6190	0,3015	0,1469	0,0909	0,0274	0,0083	0,0000	0,0000
12	0,7800	0,6084	0,2887	0,1370	0,0833	0,0241	0,0069	0,0000	0,0000
13	0,7738	0,5987	0,2774	0,1285	0,0769	0,0213	0,0059	0,0000	0,0000
14	0,7680	0,5899	0,2673	0,1211	0,0714	0,0191	0,0051	0,0000	0,0000
15	0,7628	0,5818	0,2582	0,1146	0,0667	0,0172	0,0044	0,0000	0,0000

W Tabela 1 przedstawiono prawdopodobieństwo z jakim może zostać wybrana konfiguracja podziału zadań na procesorach do następnej iteracji jako wartość bazowa. Oznacza to również szansę, że wybrana konfiguracja zostanie wyselekcjonowana do porównania z aktualnie najlepszym ustawieniem i może zastąpić je w przypadku, gdy czas szeregowania będzie lepszy.

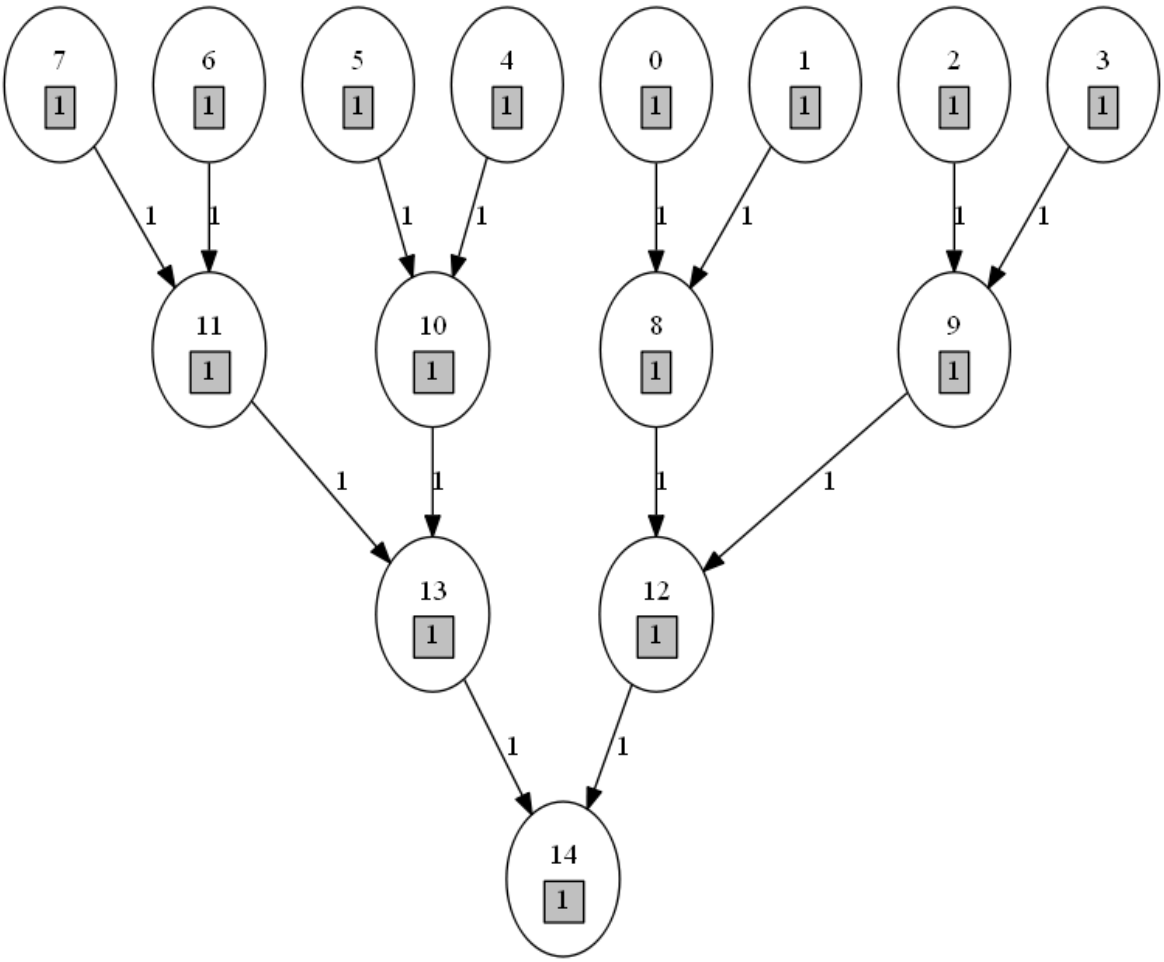
Istotne jest że szansa wybrania danej konfiguracji pojawia się dopiero w sytuacji gdy wcześniej podana konfiguracja zostanie wylosowana. Rozkład prawdopodobieństwa jest w tym wypadku stały i wynosi *1/k*, gdzie *k* jest ilością konfiguracji. Oznacza to, że przykładowo gdy wartość parametru τ=1, a ilość konfiguracji wynosi 15, to szansa że do następnej konfiguracji przejdzie konfiguracja numer 1 wynosi 1/15 * 1, z kolei szansa wyboru konfiguracji numer 10 wynosi 1/15 * 1/10 = 1/150. Istnieje także niezerowa szansa, że w losowaniu nie zostanie wybrana konfiguracji i będzie należało ponowić wybór. Taka sytuacja będzie miała miejsce w znacznej większości przypadków gdy τ=8.

Bardzo ważną zależnością widoczną w tabeli jest fakt zmniejszania szansy na wybór gorszych konfiguracji (im wyższy numer tym gorsze ustawienie) wraz ze wzrostem wartości parametru τ. W przypadku τ=8 szansa, że zostanie wybrane ustawienie inne od najlepszego wynosi < 0.1% i w przypadku wykonania 100 iteracji prawdopodobnie nie zostanie wybrana inna konfiguracja niż najlepsza do dalszego przetwarzania. Można to zaobserwować na Wykres 1. Z kolei na Wykres 2 dla τ=0.1 widoczna jest skokowość przebiegu algorytmu i częsty wybór gorszych konfiguracji.

4.3 Proste grafy drzewiaste

Grafy procesów tree15 (Rys. 4.4) oraz intree15 (Rys. 4.3) są jednymi z najprostszych do uszeregowania ze względu na swoją budowę, brak złożonych zależności, ten sam czas szeregowania wszystkich procesów i równy koszt zmiany procesora. Oba grafy mają najlepszy czas szeregowania T = 9 w przypadku użycia dwóch procesorów w konfiguracji FULL2. Wykonując testy na obu grafach wykonano 1000 uruchomień algorytmu dla każdego z grafów. Limit iteracji ustawiono na 100, co oznaczało że liczba ewolucji

wykonania funkcji przystosowania (*fitness*) wyniosła 1500 (100 iteracji * 15 mutujących konfiguracji na iterację).



Rys. 4.3 Graf procesów intree15

W Tabela 2 przestawiono dane statystyczne po wykonaniu eksperymentów na grafie intree15. Dane pokazują zależność pomiędzy ilością iteracji potrzebną do znalezienia optymalnego rozwiązania a parametrem prawdopodobieństwa τ. Jak pokazuje kolumna średnia *T* i min *T*, które oznaczają odpowiednio średni i najlepszy czas szeregowania, w obu przypadkach wartość wynosi 9 i jest to najlepszy czas uszeregowania dla tego grafu. Spoglądając na średnią i wariancję liczby iteracji potrzebnych do znalezienia optymalnego rozwiązania, można zauważyć że najlepsze wyniki otrzymano gdy wartość τ wynosiła 5. Przy tej wartości parametru średnia wyniosła 1.474 i jest znacznie lepsza od średniej dla wartości parametru równej 0.1 i wynoszącej 4.322. W tym przypadku także wariancja potwierdza, że różnica między potrzebnymi iteracjami jest nieznaczna. Wartość mediany, kwartylu górnego oraz maksymalnej liczby iteracji potwierdzają te obserwacje. Porównując wartości τ równego 0.1 i 5.0 mamy odpowiednio:

- medianę równą 3 i 1, co oznacza, że w 50% uruchomień potrzebne były co najmniej 3 iteracje w przypadku τ=0.1 i tylko 1 w przypadku τ=5.0
- kwartyle górne równe 6 i 2, jest to duża różnica jeśli chodzi o ilość potrzebnych iteracji
- maksymalną liczbę iteracji równą 42 i 6.

W przypadku dominanty sytuacja prawie we wszystkich przypadkach wygląda podobnie. Najczęściej potrzeba tylko jednej iteracji do znalezienia optymalnego rozwiązania. Odstępstwem jest uruchomienie algorytmu z parametrem τ=0.1. Tutaj większe prawdopodobieństwo ma znalezienie optimum przy losowaniu bazowej konfiguracji (wynosi 21.1%), niż po pierwszej iteracji (wynosi ono 17%). Dla τ=5.0 prawdopodobieństwo znalezienie najlepszego rozwiązania w 1 iteracji wynosi 38.1% a łącznie z szansą wylosowania w zerowej iteracji osiąga 56.5%, dla τ=8.0 wartości te to odpowiednio 40.5% oraz 58.2%. Mimo dużej rozbieżności w wynikach dla wszystkich konfiguracji udało się osiągnąć najlepszy rezultat w 100 iteracjach.

Analizując powyższe dane nasuwa się wniosek, że najlepszą wartością parametru τ dla grafu intree15 jest 5.0 i 8.0. Powodem jest to, ze graf intree15:

- posiada proste zależności procesów,
- koszt zmiany procesora jest niewielki i wynosi 1.

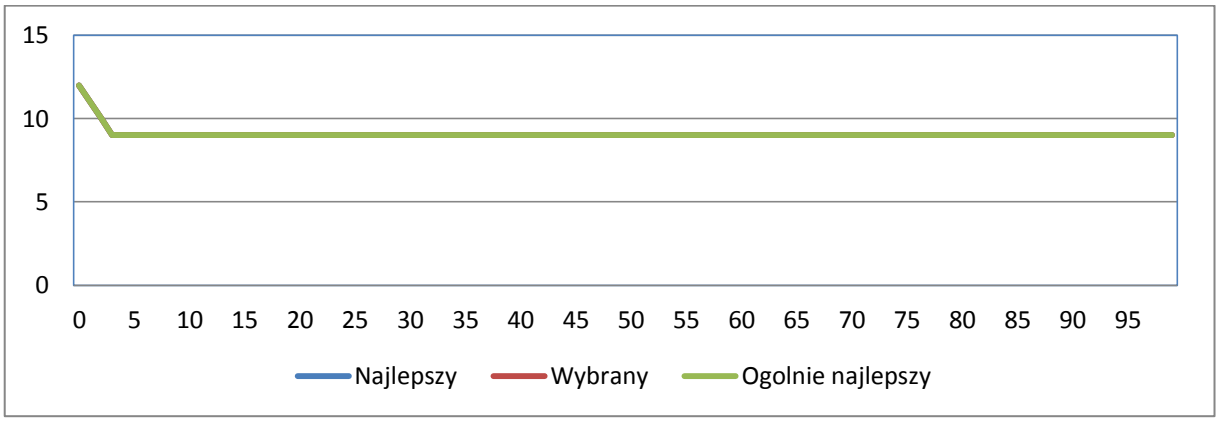
Te czynniki powodują, że istnieje znaczny procent rozwiązań, które dają najlepszy czas szeregowania. Przejście z gorszej do najlepszej konfiguracji wymaga wykonania tylko kilku kroków co oznacza konieczność zmieniania tylko 2-3 zadań na procesorze. Nasuwa się stwierdzenie, że w przypadku algorytmu GEO nie istnieje minimum lokalne wśród zbioru konfiguracji. To sprawia, że łatwiej jest znaleźć najlepsze rozwiązanie zawsze wybierając minimum w aktualnym zbiorze rozwiązań (τ=8.0), niż przeszukiwać wybierając losowo kolejny zbiór (τ=0.1). Druga ewentualność w przypadku tego grafu prowadzi do zbytniego skupienia się na ominięciu minimum lokalnego, które nie istnieje i próbie przeszukania rozwiązań wśród zbyt wielu konfiguracji.

Tabela 2 Dane statystyczne testów dla grafu intree15 z 2 procesorami

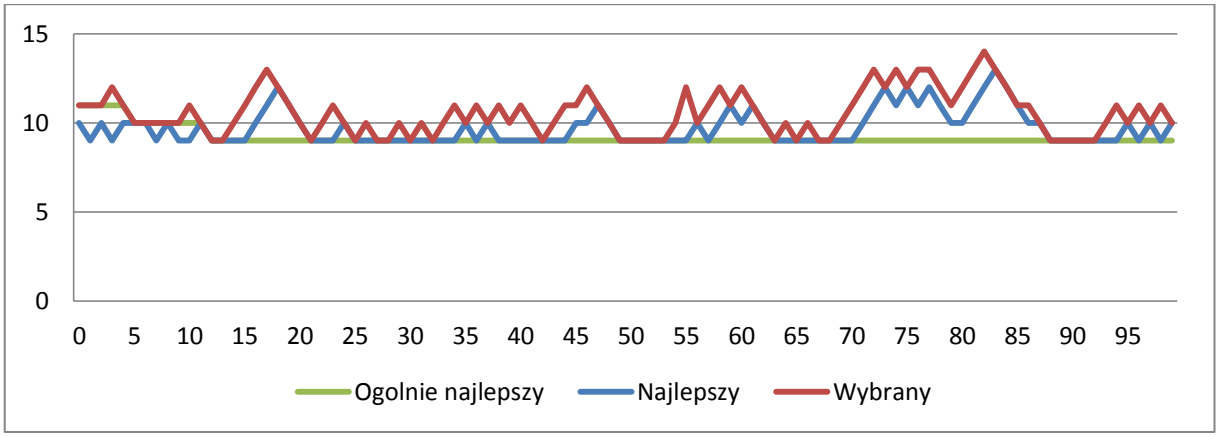
τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.1	4,322	27,097	0	1	3	6	42	0	21,1	100	9	9
0.2	3,502	14,579	0	1	2	5	32	1	19,4	100	9	9
0.5	2,03	3,669	0	1	2	3	11	1	26,3	100	9	9
0.8	1,749	2,498	0	1	1	2	10	1	30,3	100	9	9
1.0	1,723	2,056	0	1	1	2	12	1	33,4	100	9	9

1.5	1,519	1,381	0	1	1	2	9	1	37	100	9	9
2.0	1,497	1,279	0	1	1	2	6	1	33,3	100	9	9
5.0	1,474	1,183	0	1	1	2	6	1	38,1	100	9	9
8.0	1,483	1,247	0	1	1	2	6	1	40,5	100	9	9

Na wykresach Wykres 1 oraz Wykres 2 przedstawiono przebiegi algorytmu w zależności od parametry prawdopodobieństwa. W przypadku gdy jego wartość jest mała (np. 0.1 na Wykres 2), można zauważyć że nie zawsze wybierana jest do następnej iteracji najlepsza konfiguracja procesów. Jest to różnica między linią niebieską, obrazującą najlepszy czas szeregowania w danej iteracji, a czerwoną – wartość czasu szeregowania dla wybranej (wylosowanej) konfiguracji. Druga zauważalna różnica, to odejście od najlepszej konfiguracji do innej, skrajnie najgorszej. Widoczne jest to przy odchyleniach linii czerwonej od zielonej. Taki przebieg pozwala na wyjście z minimum lokalnego, co może prowadzić do znalezienia najlepszej konfiguracji w następnych iteracjach.



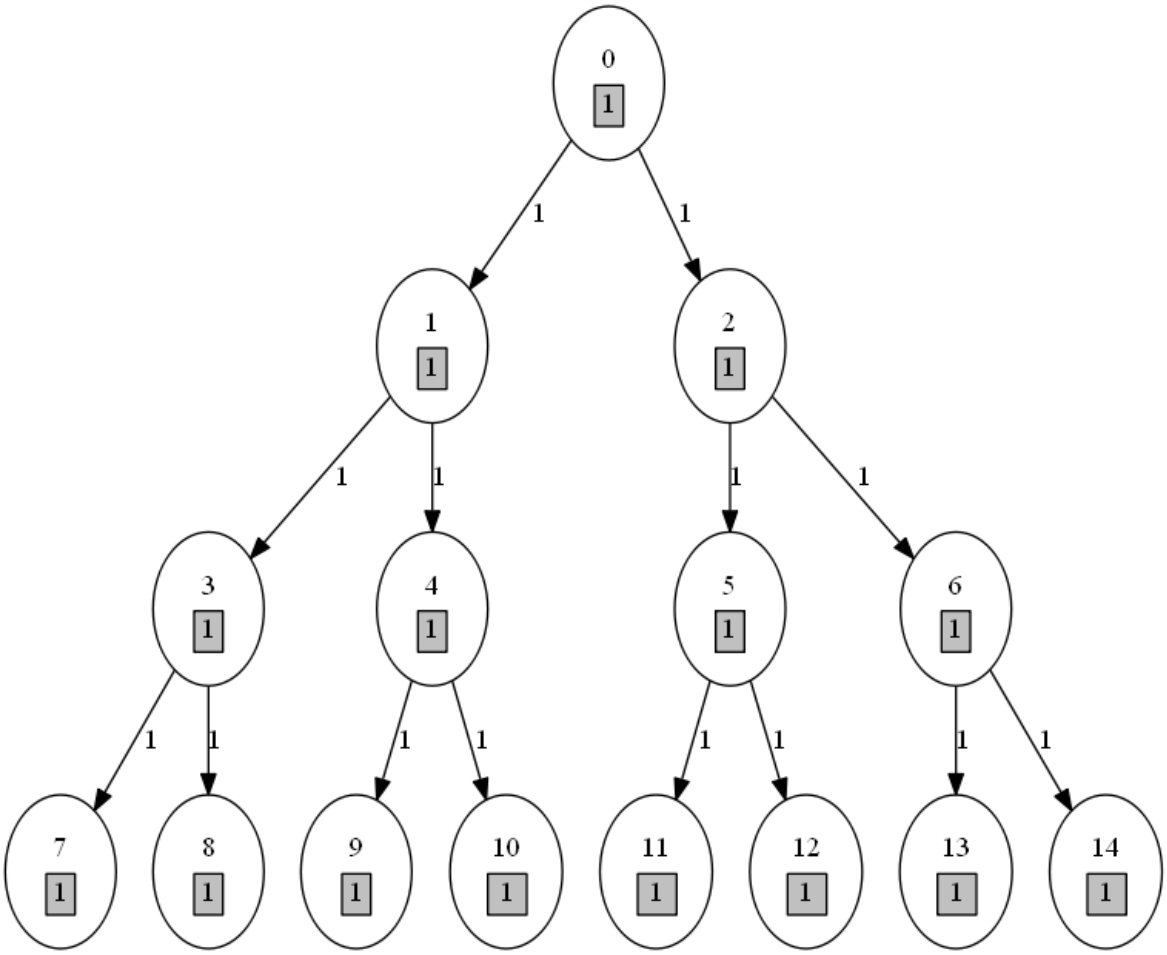
Wykres 1 Przebieg algorytmu dla grafu intree15 i τ=8.0



Wykres 2: Przebieg algorytmu dla grafu intree15 i τ=0.1

Warto też zauważyć, że nie dochodzi w przypadku tego grafu do nagłych zmian wybranej konfiguracji. Przy przejściu od lepszego czasu do gorszego czasu szeregowania i odwrotnie nie następuje skok o kilka wartości lecz o 1 lub 2 jednostki czasu. Ma to związek z typem grafu. Procesy są tutaj powiązane w linii prostej, nie ma skomplikowanych zależności, a koszty zmiany procesora są niewielkie. To skutkuje tym, że generowanie nowych konfiguracji nie powoduje powstania dużo słabszych, a jedynie takich z niewielkimi odchyleniami. Z kolei na wykresie dla dużego prawdopodobieństwa (np. 8.0) brak jest jakichkolwiek odchyleń, wszystkie linie nakładają się na siebie. Przyczyny są tutaj dwie:

- nie wybrano konfiguracji o rankingu niższym niż 2 (wykorzystano dwie najlepsze w kolejności),
- graf procesów jest prosty, koszty zmiany procesu są niskie (wynoszą 1) i istnieje wiele konfiguracji, które dają najlepszy czas szeregowania. Przez to zmiana procesora na którym wykonane zostanie jedno zadanie, a pozostawienie pozostałych bez zmian często nie spowoduje zmiany czasu szeregowania.



Rys. 4.4 Graf procesów tree15

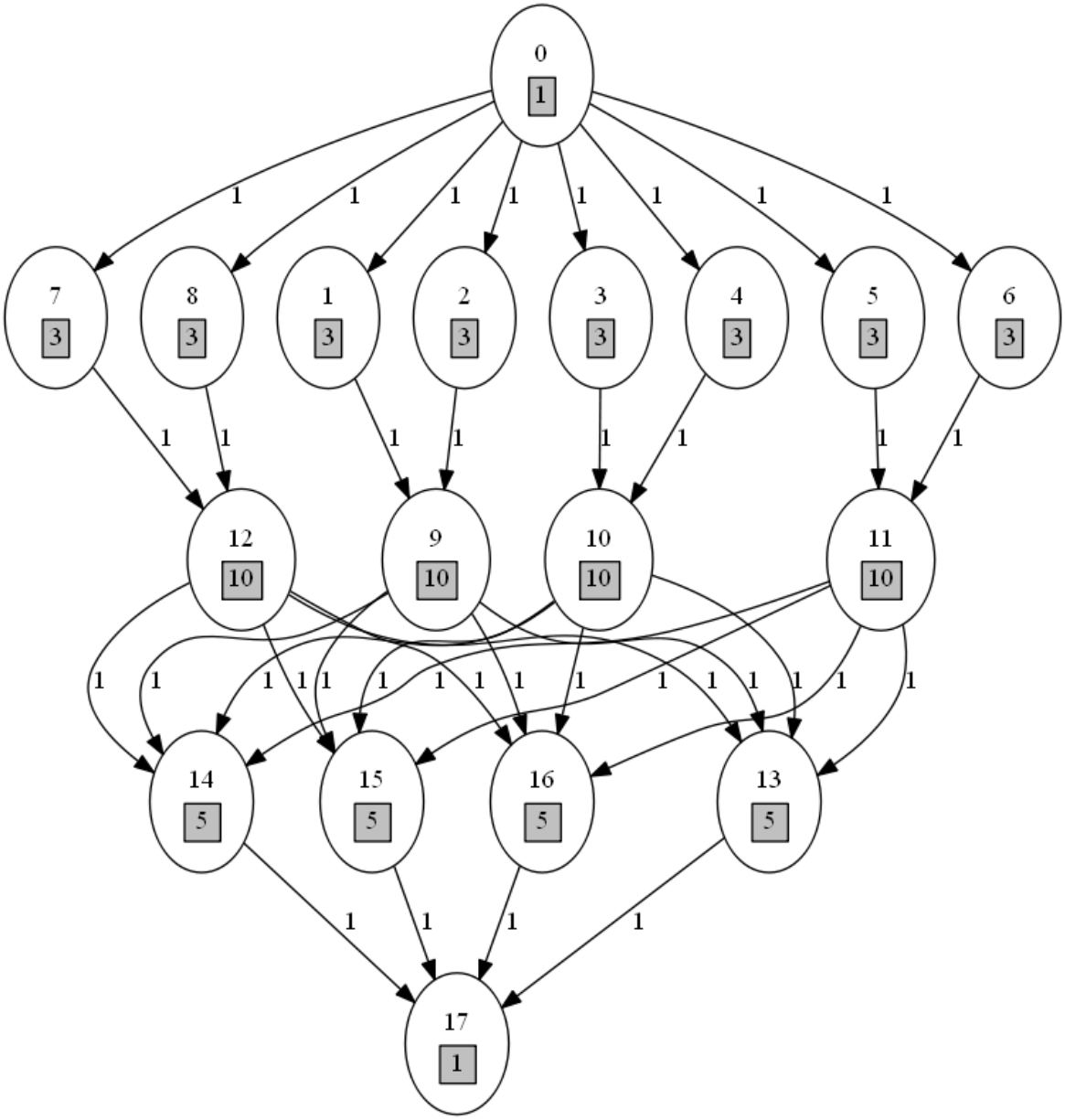
Wyniki przeprowadzonych testów na grafie tree15 są podobne do wyników otrzymanych na drzewie intree15. Podstawową przyczyną jest podobieństwo grafów, intree jest odwróceniem grafu tree. Tutaj także najlepsze wyniki pojawiają się przy wprowadzeniu parametru prawdopodobieństwa równego 5.0 lub 8.0. Jak pokazuje Tabela 3 wszystkie uruchomienia zakończyły się sukcesem i zawsze otrzymano najlepszy wynik wynoszący 9.

Tabela 3 Dane statystyczne testów na grafie tree15 z 2 procesorami

τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.1	4,114	21,388	0	1	3	6	34	0	21	100	9	9
0.2	3,073	11,363	0	1	2	5	22	0	22	100	9	9
0.5	2,152	3,781	0	1	2	3	16	1	27,8	100	9	9
0.8	1,642	2,03	0	1	1	2	8	1	33,4	100	9	9
1.0	1,673	1,744	0	1	1	2	8	1	33,8	100	9	9
1.5	1,443	1,43	0	1	1	2	6	1	36,3	100	9	9
2.0	1,433	1,209	0	1	1	2	5	1	35,4	100	9	9
5.0	1,418	1,192	0	1	1	2	6	1	41,8	100	9	9
8.0	1,394	1,138	0	1	1	2	6	1	38	100	9	9

4.4 Graf g18 - 2 procesory

Graf g18 widoczny na Rys. 4.5 jest znacznie bardziej złożony niż opisane wcześniej intree15 i tree15. Wagi krawędzi są identyczne i wynoszą 1 - koszt zmiany procesora jest niewielki. Oznaczone na szarym tle czasy wykonywania pojedynczych modułów są zróżnicowane i inne na różnych poziomach graf. Zależności są tak skonstruowane, że przejście do następnego poziomu n+1 w większości przypadków wymaga wykonania wszystkich zadań na poziomie n. Powoduje to, że wybierając najlepszą ścieżkę, ważne jest równoległe wykonywanie zadań na poziomie n i podział zadań w taki sposób, żeby przejście do poziomu n+1 powodowało niewielką stratę czasową związaną z przesłaniem danych między procesorami. Najlepszy czas szeregowanie na 2 procesorach dla tego grafu wynosi 46.

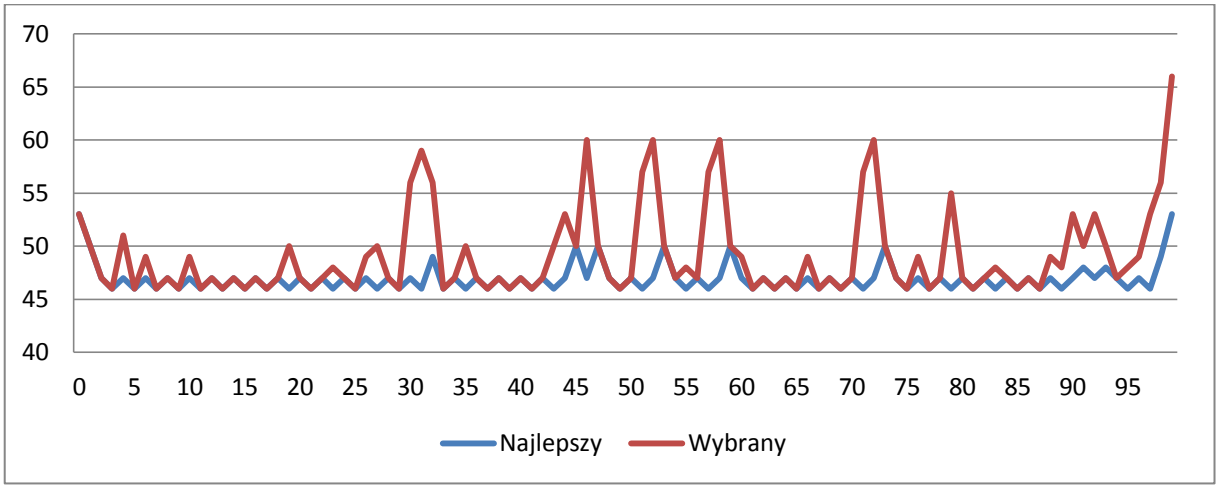


Rys. 4.5 Graf procesów g18

Dane statystyczne przedstawione w Tabela 4 znacznie odbiegają od wyników otrzymanych przy grafach intree15 i tree15. Uruchomienia dla tego grafu najlepsze wyniki osiągały przy τ=0.5, gdy ilość iteracji potrzebnych do osiągnięcia optimum była najmniejsza (średnia = 7.095, mediana 5) i wszystkie uruchomienia zakończyły się sukcesem.

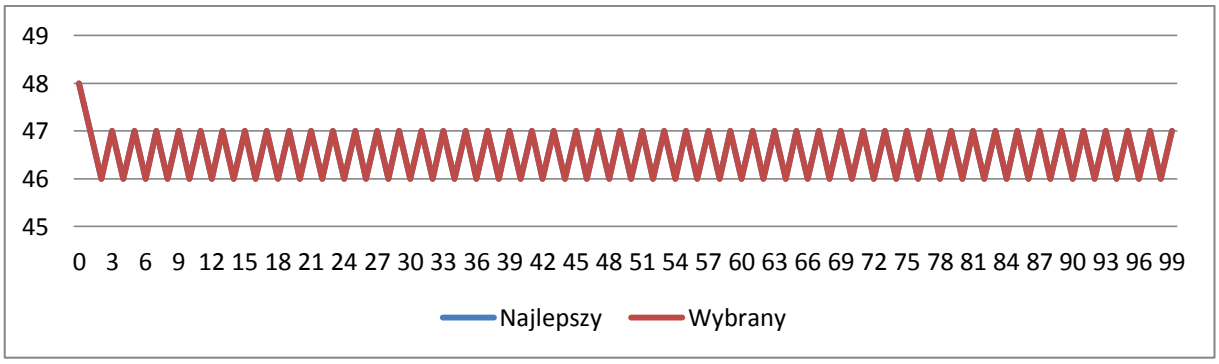
Tabela 4 Dane statystyczne testów na grafie g18 z 2 procesorami

τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.1	21,813	454,781	0	7	15	29	100	4	5,4	98,5	46	46
0.2	13,55	172,434	0	4	9	19	82	3	6,2	100	46	46
0.5	7,095	80,985	0	3	4	8	80	3	15,2	100	46	46
0.8	8,765	268,376	0	2	4	7	100	3	18	99	46	46
1.0	10,234	468,444	0	2	3,5	5	100	3	20,9	96,5	46	46
1.5	16,896	1067,881	0	2	3	5	100	3	23,2	87,7	46,2	46
2.0	16,625	1116,619	0	2	3	4	100	3	25,3	86,7	46,2	46
5.0	17,341	1193,436	0	2	3	4	100	3	24,3	85,4	46,2	46
8.0	18,643	1292,1	0	2	3	4	100	3	26,7	83,7	46,3	46



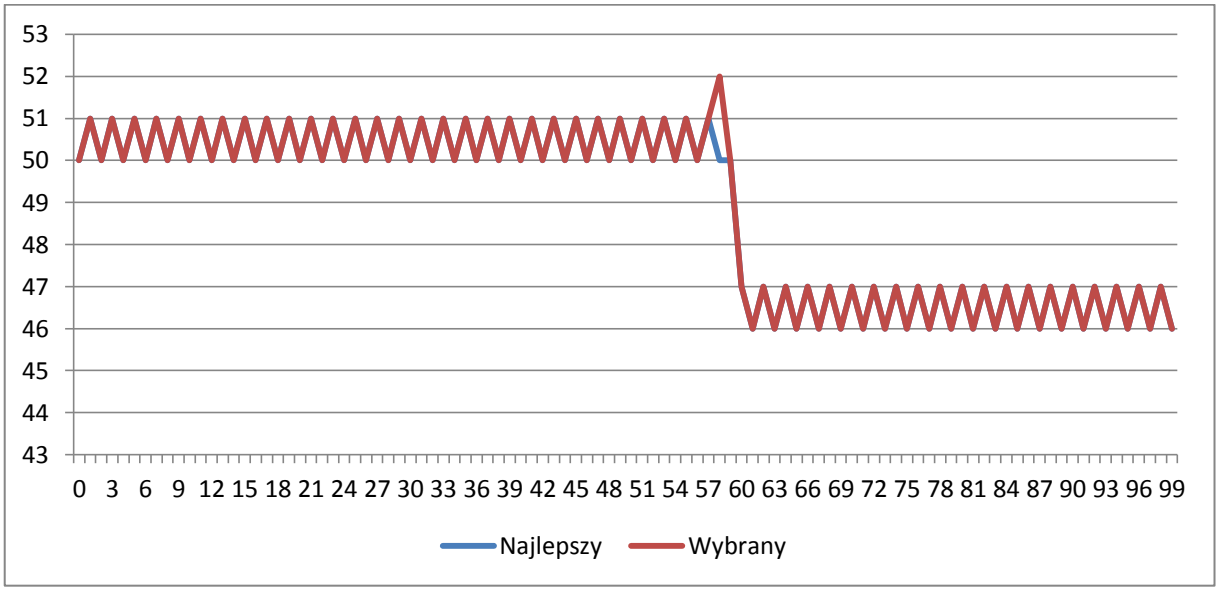
Wykres 3: Przebieg algorytmu τ=0.5, najlepszy rezultat osiągnięty w iteracji 4

Typowy przebieg algorytmu został przedstawiony na Wykres 3. Można zauważyć, że wielokrotnie wybierana jest słabsza konfiguracja (dłuższy czas wykonania), jednak w efekcie w większości przypadków w kilku kolejnych krokach algorytm znów osiąga optymalny rezultat.



Wykres 4: Przebieg algorytmu t=8.0, optimum osiągnięto w 3 iteracji.

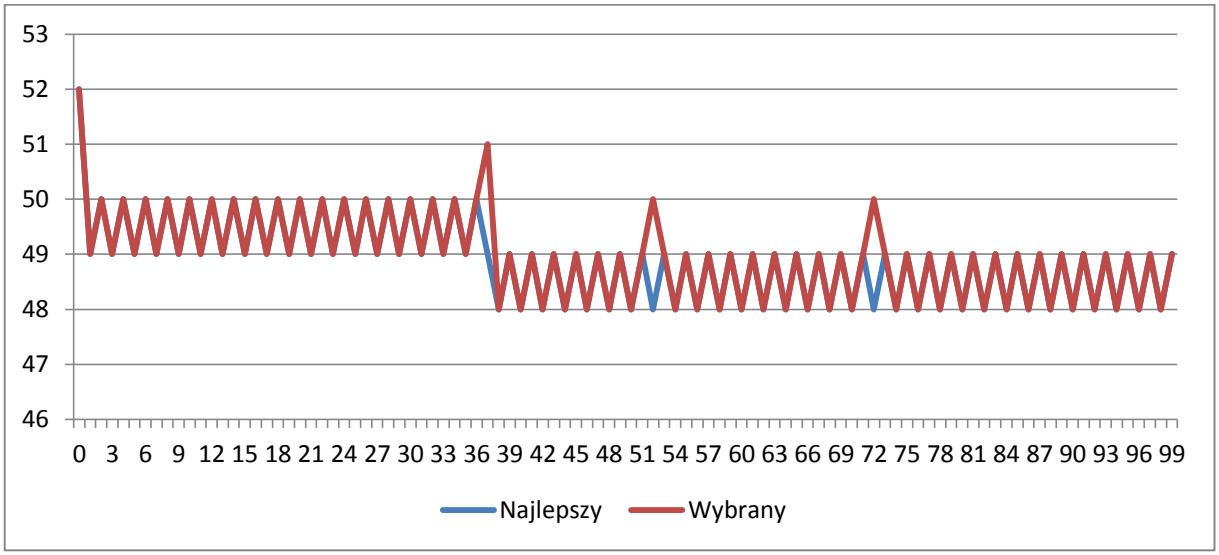
Analizując dane wynikowe należy zwrócić uwagę na dominantę ilości potrzebnych iteracji oraz procent wystąpień tej wartości. W przypadku, gdy wartość parametru jest równa 8.0 przebieg algorytmu skupia się na wybieraniu najlepszego wyniku do następnej iteracji co przedstawia Wykres 4. Taki sposób postępowania okazał się sukcesem w 83.7% przypadków. Pozostałe uruchomienia nie zakończyły się sukcesem ze względu na minima lokalne w których algorytm zapętlił się. Zobrazowane jest to na wykresach Wykres 5 i Wykres 6 przedstawiających 2 uruchomienia dla parametru τ=5.0. Pierwszy z nich pokazuje przebieg, w którym znaleziono optimum. Jak można zauważyć algorytm próbuje wybierać konfiguracje zbliżone do optimum (linia czerwona) cały czas wybierając do następnej iteracji najlepszy wynik (linia niebieska). Dopiero w iteracji 58 zostaje wylosowana słabsza konfiguracja i następuje wyjście z minimum lokalnego, w efekcie prowadzi to do znalezienia w kilku następnych iteracjach minimum globalnego.



Wykres 5: Przebieg algorytmu τ=5.0, ilość iteracji do osiągnięcia minimum = 61

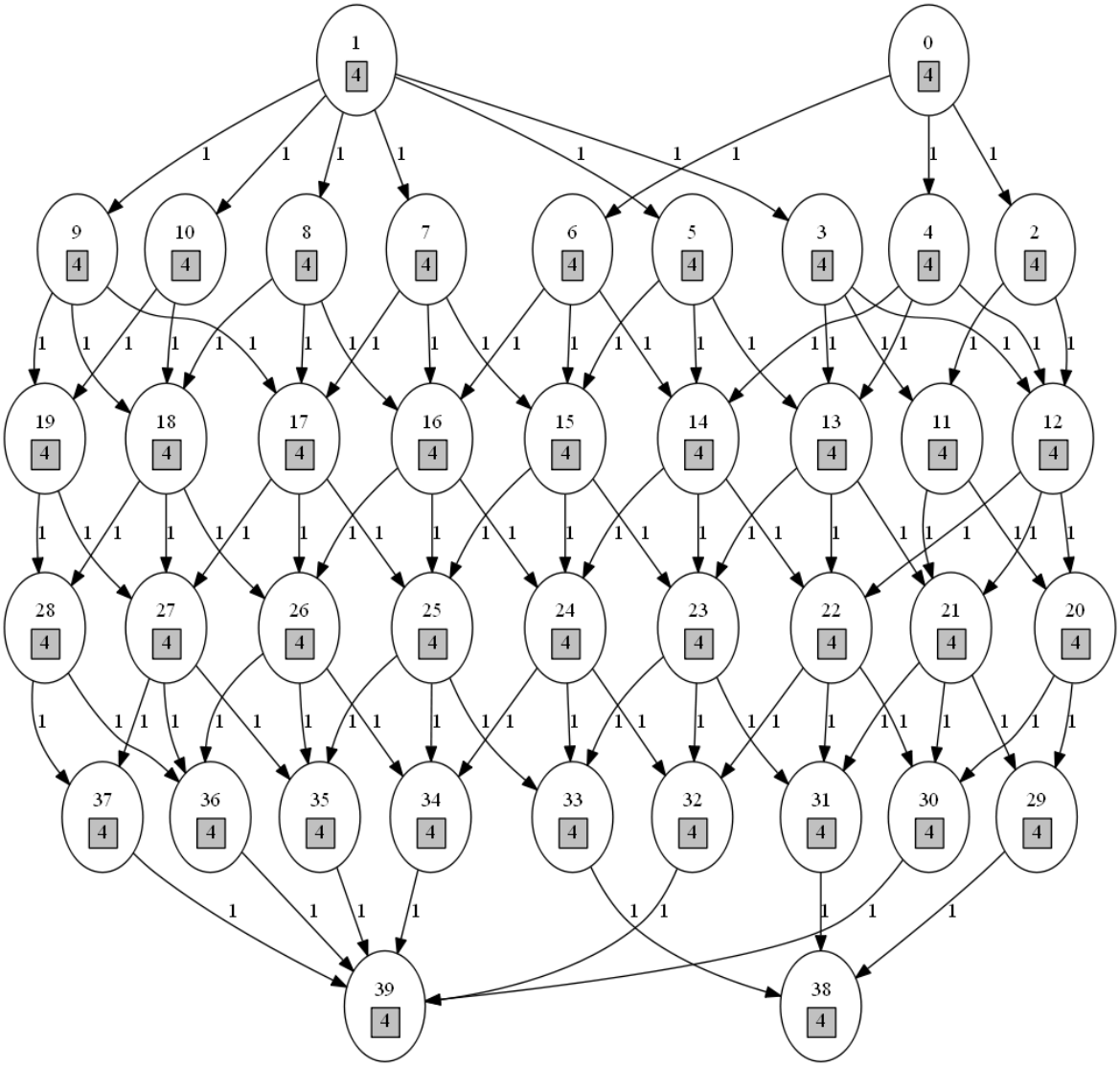
Minimum lokalne w przypadku algorytmu GEO to sytuacja w której wybranie najlepszej konfiguracji spośród możliwych w iteracji n, spowoduje że w iteracji n+1 najlepszą konfiguracją będzie ta z iteracji n. Wybierając zawsze najlepsze rozwiązanie następuje zapętlenie. Jest to widoczne na drugim wykresie. W trakcie przebiegu trzykrotnie nastąpiła próba wyjścia z minimum lokalnego. W iteracji 37 próba pozwoliła na wyjście z jednego minimum lokalnego do drugiego, co w rezultacie poprawiło wynik algorytmu. Następnie w iteracjach 52 i 72 nastąpiła nieudana próba wyjścia poza minimum

lokalne i w rezultacie algorytm zakończył się po 100 iteracjach z wyznaczonym czasem szeregowania 48, nie osiągnięto optymalnego wyniku.



Wykres 6: Przebieg algorytmu τ=5.0, nie znaleziono minimum globalnego

4.5 Graf g40 – 2 procesory



Rys. 4.6 Graf procesów g40

Na przedstawionym na Rys. 4.6 grafie g40 podobnie jak na grafie g18 można zauważyć podział zadań na poziomy, z tą różnicą że są bardziej złożone i jest ich więcej. Graf składa się z 40 procesów o czasie wykonania 4. Minimalny czas szeregowania zadań dwóch procesorach typu FULL2 wynosi 80, co w praktyce powoduje że żaden z procesorów nie musi bezczynnie oczekiwać na przesłanie danych.

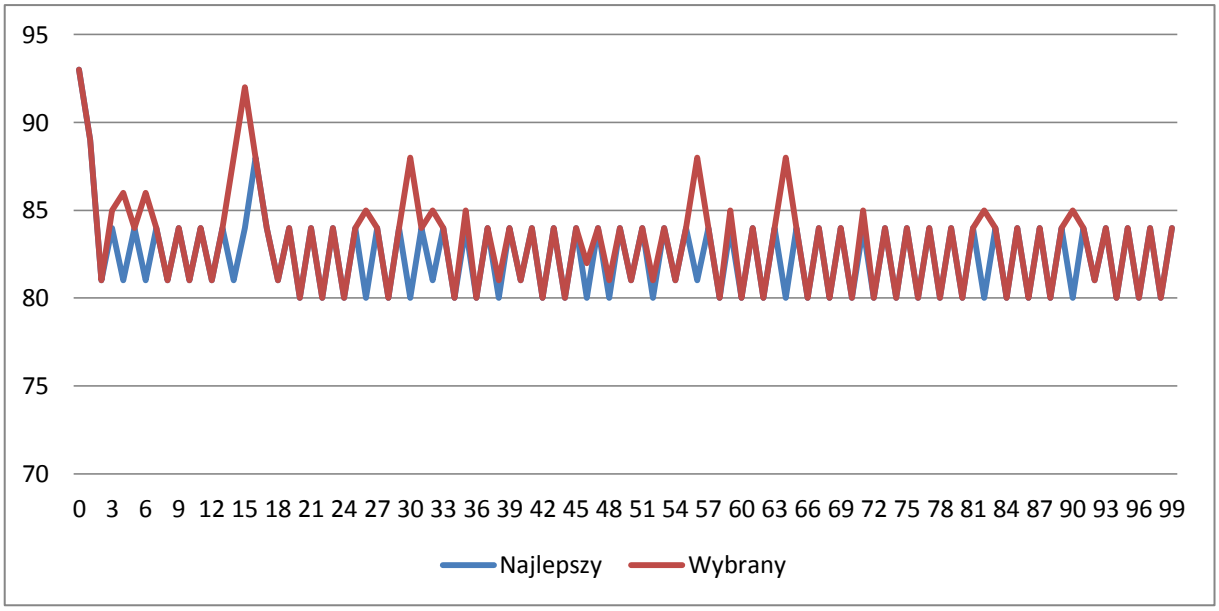
Na podstawie danych widocznych w Tabela 5 można stwierdzić, że w żadnej z konfiguracji skuteczność nie wyniosła 100%. Dla τ równego 0.2 i 0.5 w jednym przypadku na 1000 nie udało się znaleźć optymalnego rozwiązania w czasie 100 iteracji (wykonanie 4000 funkcji przystosowania). Kwartyle 1, 2 i 3 wskazują, że najlepszą wartością parametru będzie 1.0. Przy zastosowaniu takiej wartości zmiennej byłoby konieczne

wykonanie najmniejszej liczby iteracji w celu znalezienia optimum. Potwierdza to także średnia. Jednak wariancja wskazuje najmniejszą rozbieżność wyników dla τ=0.5, skuteczność algorytmu także jest najlepsza dla tej wartości, a czas wykonania *T* jest równy 80.001. Celem implementacji algorytmu jest uruchamianie go na grafie o nieznanym czasie szeregowania, dlatego ważne byłoby kilkukrotne uruchomienie programu w różnym zakresie parametru τ w przedziale [0.5, 1.0] z różną ilością iteracji. Dopiero zestawienie wyników otrzymanych w tym procesie pozwoliłoby na wybranie najlepszej proponowanej konfiguracji.

Tabela 5 Dane statystyczne testów na grafie g40 z 2 procesorami

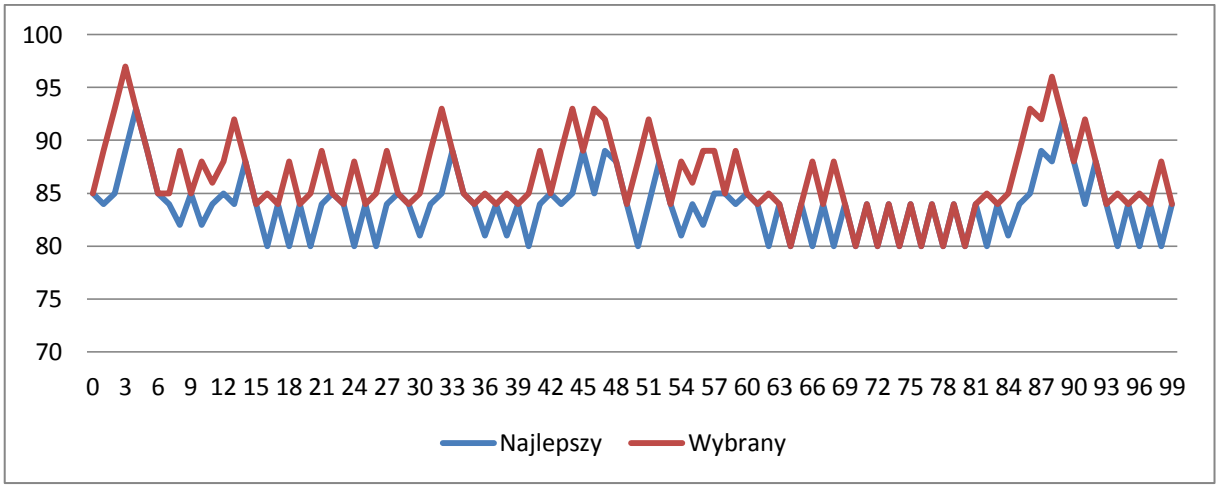
τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.1	28,964	611,51	0	10	21	40	100	4	3,2	97,2	80,04	80
0.2	15,945	175,063	0	6	12	22	100	7	5,4	99,9	80,00	80
0.5	9,705	96,671	0	4	7	12	100	5	8,9	99,9	80,00	80
0.8	8,948	134,232	0	3	6	10	100	3	12,8	99,8	80,00	80
1.0	8,529	123,577	0	3	5	9	100	4	12,4	99,6	80,00	80
1.5	10,167	247,521	0	3	5	9	100	3	15,5	98,8	80,01	80
2.0	14,134	528,551	0	3	5	12	100	3	13,9	96,5	80,04	80
5.0	31,425	1733,472	0	3	5	85	100	100	23,9	76,1	80,26	80
8.0	38,93	2122,003	0	3	5	100	100	100	35,6	64,4	80,38	80

Wykres 7: Przebieg algorytmu na grafie g40 τ=0.5 - 100 iteracji, najlepszy wynik osiągnięto w 21 iteracji przedstawia typowy przebieg algorytmu na grafie g40. Różni się on od wykresów dla grafów intree15, tree15 i g18 większą różnicą między czasem szeregowania w kolejnych iteracjach. Na przykład w iteracji 42 czas szeregowania wyniósł 80, a w następnej czas ten wynosił 84, w kolejnej znów 80. Oznacza to, że konfiguracje są bardzo czułe na zmianę przypisania procesorów. Pamiętając o tym, że w jednej iteracji zmieniany zostaje tylko jeden bit (procesor dla pojedynczego zadania), można stwierdzić, że taka mutacja będzie skutkować częstym zagłębieniem się w minimum lokalnym. Można zauważyć, że przy iteracjach 13 i 55 wyjście z takiego minimum przez wybór gorszej konfiguracji pozwala w następnych iteracjach znaleźć optymalny wynik.



Wykres 7: Przebieg algorytmu na grafie g40 τ=0.5 - 100 iteracji, najlepszy wynik osiągnięto w 21 iteracji

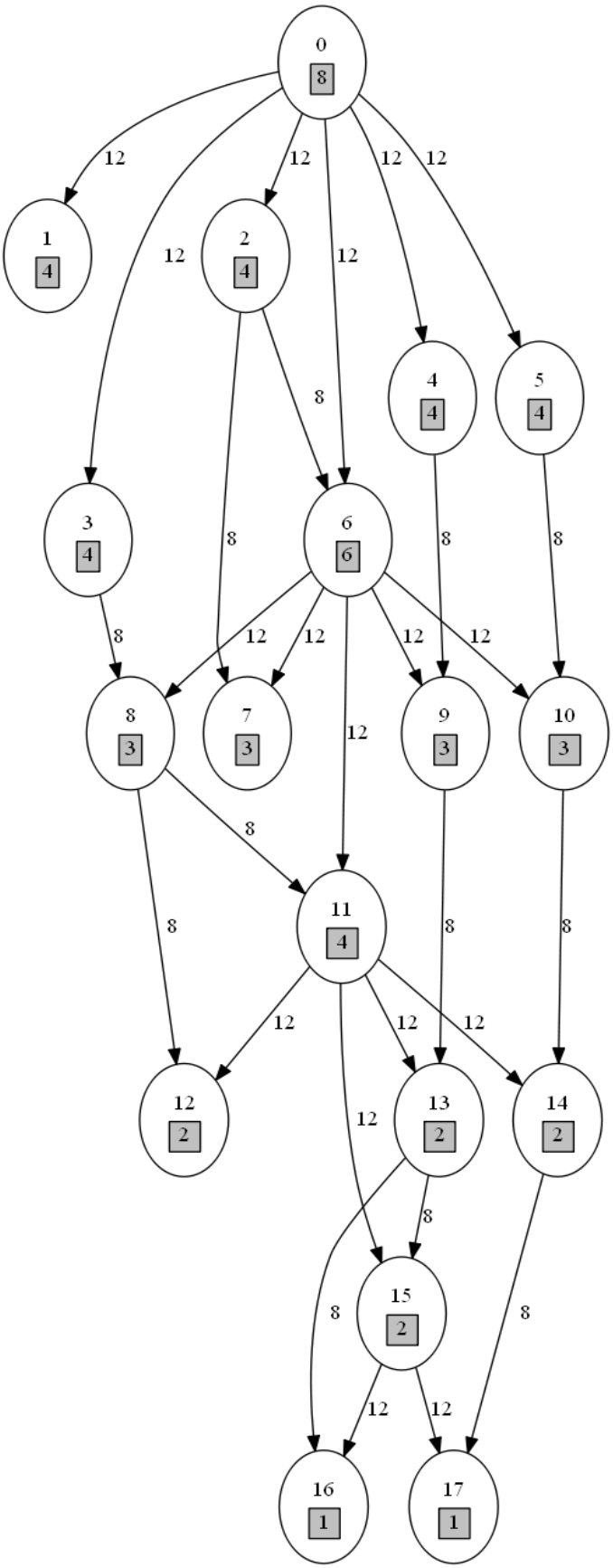
Algorytm nie wychodzi poza rozwiązania optymalne (minima lokalne) na więcej niż 2 iteracje. Kontrprzykładem jest Wykres 8 przedstawiający przebieg dla τ=0.1. Tutaj widoczne jest między iteracjami 44-49 i 86-93 odejście od minimum lokalnego i bezowocne wykonywanie algorytmu bez zbliżania się celu. Czas jest tracony na wykonywanie bezcelowych obliczeń na słabszych konfiguracjach.



Wykres 8: Przebieg algorytmu na grafie g40 τ=0.1 - 100 iteracji, najlepszy wynik osiągnięto w 18 iteracji

4.6 Graf gauss18 – 2 procesory

Gauss18 przedstawiony na Rys. 4.7 jest najbardziej złożonym grafem spośród testowanych. Koszty zmiany procesora i czasy wykonania poszczególnych zadań są bardzo zróżnicowane. Bardziej optymalne w takiej sytuacji jest wykonanie dwóch zadań na jednym procesorze niż przesłanie na drugi i wykonanie równoległe.



Rys. 4.7 Graf procesów gauss18

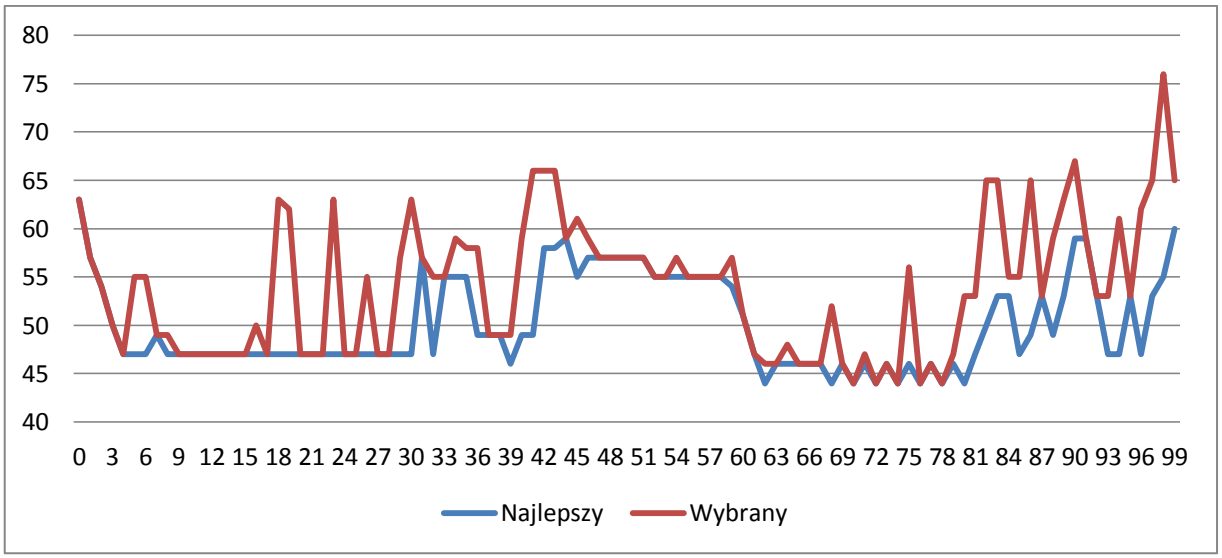
Pierwsze próby znalezienia optymalnego rozwiązania przy 100 iteracjach nie przyniosły dobrych rezultatów i najlepsze wyniki otrzymano tylko w 46.4% przypadków. Dopiero zwiększenie liczby iteracji do 400 spowodowało, że odnaleziono najlepszą konfigurację. Wyniki przedstawione w Tabela 6 pokazują, że w takim wypadku liczba znalezionych poprawnych wyników T=44 stanowiła 95%, a średni czas był równy 44.13. Średnia liczba iteracji potrzebna do znalezienia optimum wyniosła 124 przy bardzo dużej wariancji wynoszącej 12447. Jest to bardzo dobry wynik, jednak w efekcie przy takiej liczbie iteracji należało sprawdzić 7200 przypadków, co stanowi 2,75% wszystkich możliwych kombinacji dla tego grafu. W przypadku 100 iteracji konieczne jest sprawdzenie 1800 konfiguracji - 0,69% możliwych kombinacji.

Tabela 6 Dane statystyczne testów na grafie gauss18 z 2 procesorami

τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.1	98,866	71,419	2	100	100	100	100	100	97,6	2,4	49,67	44
0.2	94,264	314,152	8	100	100	100	100	100	87,9	12,2	47,34	44
0.5	74,294	1127,879	5	41	100	100	100	100	53,9	46,4	45,65	44
0.5 (400 it.)	124,08	12447,13	3	30	92,5	189	400	400	5	95	44,13	44
0.8	72,011	1325,61	3	31	100	100	100	100	56,4	43,7	46,05	44
1.0	71,972	1413,949	3	28	100	100	100	100	60,3	39,7	46,41	44
1.5	75,241	1450,866	3	31	100	100	100	100	68,2	31,8	47,36	44
2.0	78,849	1295,428	2	58	100	100	100	100	71,9	28,1	47,90	44
5.0	86,383	1006,164	2	100	100	100	100	100	82,6	17,4	49,56	44
8.0	88,933	901,31	2	100	100	100	100	100	87,8	12,2	50,07	44

Na wykresie Wykres 9 przedstawiono typowy przebieg algorytmu dla parametru τ=0.5. W porównaniu do pozostałych algorytmów wyraźnie zauważalna jest różnica pomiędzy linią pokazującą najlepszą konfigurację w iteracji oraz wybraną. Dzieje się tak ze względu na złożoność grafu, w którym często zmiana w szeregowaniu przypisania pojedynczego zadania do procesu skutkuje znaczną zmianą czasu szeregowania. W grafach tree15, intree15, g18 i g40 taka zmiana wielokrotnie nie wpływała na czas wykonania lub powodowała, że konfiguracja szeregowania miała czas różniący się o nieznaczną wielkość. Konfiguracje można było pogrupować i wybranie konfiguracji 3 lub 4 oznaczało wybranie jednej z wielu optymalnych konfiguracji. W przypadku tego grafu wybranie konfiguracji 3 i wyższej oznacza wybranie gorszego rozwiązania. Spowodowało to także, że poczynając od iteracji 28 do iteracji 47, gdy nastąpił częsty wybór słabszych konfiguracji znacznie pogorszył się najlepszy czas wykonania algorytmu w danych iteracjach. Podobna sytuacja

rozpoczęła się przy 80 iteracji. Jednak tak jak dla poprzednich grafów znalezienie najlepszej konfiguracji wiąże się z wyjściem z minimum lokalnego i próbą zmiany tego minimum na globalne.



Wykres 9: Przebieg algorytmu na grafie gauss18 τ=0.5 - 100 iteracji, najlepszy wynik osiągnięto w 74 iteracji

4.7 Porównanie algorytmu GEO z algorytmami opartymi na automatach komórkowych dla dwóch procesorów

W rozprawie doktorskiej dr Anny Piwońskiej analizowano działanie algorytmów komórkowych przy szeregowaniu zadań. W Tabela 7 dokonano porównaniu otrzymanych wyników średnich czasów szeregowania algorytmów komórkowych z wynikami otrzymanymi w poniższej pracy. Wyniki są bardzo zbliżone. Odstępstwem są czasy szeregowania otrzymane dla grafu gauss18, gdzie algorytm GEO przy odpowiednich ustawieniach potrafił znaleźć bardzo często najlepsze rozwiązanie w przeciwieństwie do algorytmu opartego na automatach działającym w trybie równoległym.

Tabela 7 Średnie czasy szeregowania najlepszych reguł uzyskane dla grafów testowych w fazie normalnego działania

graf programu	algorytm szeregowania oparty na automatach komórkowych		standardowy algorytm genetyczny	algorytm GEO
	tryb szeregowy	tryb równoległy		
tree15	9	9	9	9
intree15	9	9	9	9
gauss18	44	46	44	44,128
g18	46	46	46	46
g40	80	80	80	80,001

4.8 Wyniki na systemach czteroprocesorowych

Algorytm GEO pozwala na obsługę dowolnej liczby procesorów. Jednak ze względu na łatwość implementacji w przypadku wykorzystania liczby procesorów będącej potęgą 2 postanowiono wykonać testy dla systemu z 4 procesorami pomijając system trójprocesorowy. W poniższym rozdziale przedstawiono wyniki dla konfiguracji FULL4.

Tabela 8 Dane statystyczne testów na grafie tree15 z 4 procesorami

τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.1	15,371	218,848	0	5	11	21	100	2	5,5	99,9	7,00	7
0.2	9,547	74,568	0	3	7	14	82	2	8,2	100	7,00	7
0.5	5,665	30,449	0	2	4	7	40	2	15,8	100	7,00	7
0.8	5,437	42,483	0	2	3	6	56	2	21	100	7,00	7
1.0	5,826	78,779	0	2	3	6	77	2	21,8	100	7,00	7
1.5	6,744	137,396	0	2	3	6	100	2	22,8	99,7	7,00	7
2.0	9,091	289,268	0	1	3	6	100	2	23,5	98,9	7,01	7
5.0	21,867	1345,315	0	1	2	15	100	1	24,1	85,5	7,15	7
8.0	27,411	1808,969	0	2	2	88	100	2	26,7	75,4	7,25	7

W Tabela 8 przedstawiono wyniki wykonania algorytmu dla grafu tree15. Szeregowanie dla 4 procesorów okazało się trudniejszym zadaniem dla algorytmu i potrzebnych było więcej iteracji do osiągnięcia najlepszych rezultatów niż przy 2 procesorach. Jednak i w tym wypadku algorytm przy odpowiedniej wartości parametru τ nie ma problemów ze znalezieniem optymalnych konfiguracji z czasem szeregowania równym 7, robi to również ze 100% skutecznością.

Tabela 9 Dane statystyczne testów na grafie g18 z 4 procesorami

τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.1	92,31	396,288	1	100	100	100	100	100	82,7	17,5	27,72	26
0.2	71,391	1067,936	2	40	90	100	100	100	45,4	55,2	26,52	26
0.5	43,694	999,588	1	16	35	67	100	100	12,2	88,2	26,12	26
0.8	45,37	1170,101	2	14	36	75	100	100	16,6	83,4	26,24	26
1.0	49,32	1386,778	1	12	40	99	100	100	24,8	75,5	26,35	26
1.5	63,95	1604,576	1	16	88	100	100	100	47,5	52,8	27,03	26
2.0	70,397	1622,892	1	22	100	100	100	100	60,6	39,5	27,64	26
5.0	79,22	1446,24	1	100	100	100	100	100	75,5	24,5	28,73	26
8.0	83,414	1271,34	2	100	100	100	100	100	81,9	18,1	29,52	26

Tabela 9 przedstawia wyniki szeregowania dla grafu g18. W tym wypadku 100 iteracji nie było wystarczające, aby algorytm miał 100% skuteczność niezależnie od wartości parametru prawdopodobieństwa. Dla τ=0.5 w 88.2% przypadków znaleziono najlepsze rozwiązanie T=26, a średni czas szeregowania wynoszący 26.12 okazał się dobrą wartością. Średnio należało wykonać 43 iteracje w celu znalezienia optymalnego wyniku.

Tabela 10 Dane statystyczne testów na grafie g40 z 4 procesorami

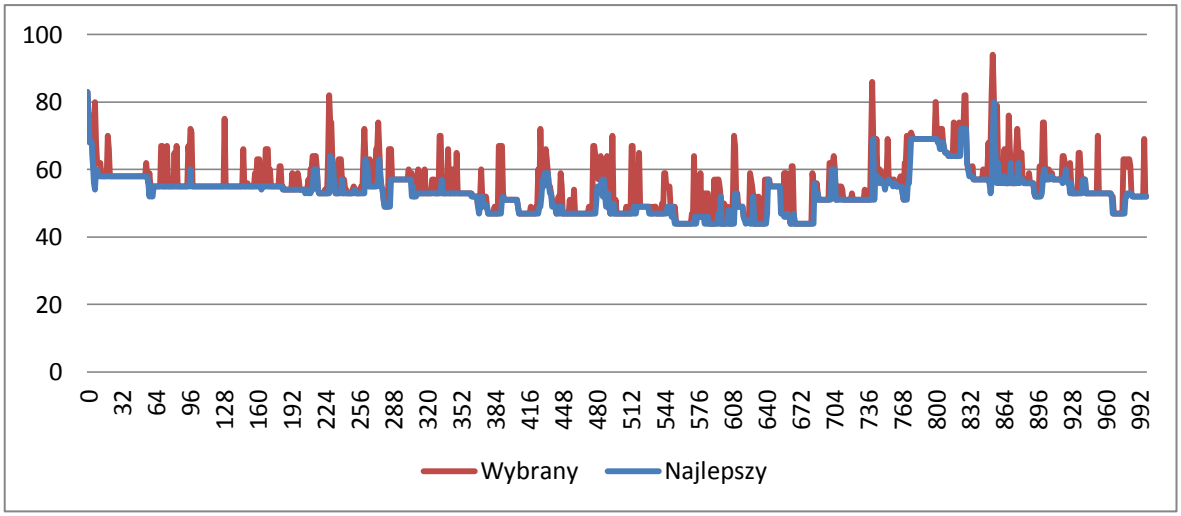
τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.5	331,1	29014,77	125	127	361,5	500	500	500	40	60	45,40	45

Wyniki dla grafu g40 okazały się bardzo słabe przy 100 iteracjach, dopiero zwiększenie liczby kroków do 500 pozwoliło na osiągnięcie zadowalających rezultatów. Wyniki w Tabela 10 pokazują, że średni czas szeregowania wyniósł 45.4 oraz skuteczność algorytmu na poziomie 60%.

Tabela 11 Dane statystyczne testów na grafie gauss18 z 4 procesorami

τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.5	666,5	91185,61	172	453	622	1000	1000	1000	30	70	44,80	44

Tabela 11 pokazuje wyniki uruchomień dla grafu gauss18 przy uruchomieniu programu dla 1000 iteracji. 70|% przypadków przy wartości parametru τ=0.5 osiągnęło najlepszy wynik szeregowania równy 44, średnia wszystkich uruchomień wyniosła 44.80. Duża liczba iteracji potrzebna do znalezienia optimum > 660 jest spowodowana specyfiką grafu oraz bardzo dużą kombinacją uszeregowań. Należy pamiętać, że w przypadku algorytmu GEO w trakcie jednej iteracji na 4 procesorach sprawdzane jest ustawienie procesu wyłącznie na dwóch z procesorów. Na Wykres 10 pokazano typowy przebieg algorytmu dla grafu gauss18. W tym wypadku przy 4 procesorach można zauważyć, że algorytm często wybiera gorsze ustawienia (linia czerwona jest oddalona od niebieskiej) jednak w dalszym ciągu pozostając w pewnym minimum, które trudno jest opuścić. Od 670 iteracji można zaobserwować, że algorytm zaczyna przeszukiwać inny obszar rozwiązań, który znacznie oddala go od optimum.



Wykres 10 Typowy przebieg algorytmu dla grafu gauss18 z 4 procesorami

Tabela 12 przedstawia zestawienie średnich końcowych czasów szeregowania algorytmu GEO oraz średnich uzyskanych przez algorytm szeregowania oparty na automatach komórkowych oraz przez standardowy algorytm genetyczny. Można zauważyć, że wyniki dla algorytmu GEO są dużo lepsze w przypadku złożonych grafów niż w przypadku szeregowania tych grafów na algorytmie opartym na automatach komórkowych.

Tabela 12 Średnie końcowe czasy szeregowania dla grafów testowych – 4 procesory

graf programu	algorytm szeregowania oparty na automatach komórkowych	standardowy algorytm genetyczny	algorytm GEO
tree15	7.0	7.0	7.0
g18	27.0	26.0	26.12
g40	46.0	45.0	45.4
gauss18	52.0	44.0	44.8

4.9 Testy algorytmu GEO na ośmiu procesorach

Spośród testowanych grafów dla g18 i g40 czasy szeregowania mogą zostać poprawione, wykorzystanie większej liczby procesorów pozwala na wykonanie procesów szybciej. Czasy dla tree15 i gauss18 nie mogą zostać poprawione ze względu na ich strukturę. W przypadku grafu drzewiastego, gdzie czas przesłania jest równy czasowi wykonania, czas szeregowania poprawia się do momentu gdy liczba procesorów jest równa

połowie liczby końcowych procesów (węzły bez potomków). Czas dla grafu gauss18 nie może zostać poprawiony ze względu na złożone zależności, które pozwalają w praktyce na wykorzystanie tylko dwóch procesorów jednocześnie.

Tabela 13 Dane statystyczne testów na grafie tree15 z 8 procesorami

τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.5	3,757	23,768	0	1	2	5	52	1	24,5	100	7	7
0.8	4,042	49,97	0	1	2	4	92	1	29,9	100	7	7

W Tabela 13 przedstawiono wyniki wykonania algorytmu na grafie tree15. Graf okazał się łatwy w uszeregowaniu i wystarczyło kilka iteracji, aby znaleźć najlepsze rozwiązanie *T*=7. Jak wspomniano wcześniej czas wykonania pojedynczego zadania jest równy czasowi przesłania danych pomiędzy procesorami, to powoduje, że wykonanie dwóch niezależnych zadań ze wspólnym przodkiem na jednym procesorze A będzie równe czasowy wykonania dwóch zadań na różnych procesorach A i B pod warunkiem, że będzie konieczne przesłanie danych z procesora A na B.

Tabela 14 Dane statystyczne testów na grafie g18 z 8 procesorami

τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.5	25,256	365,382	1	11	21	33	100	6	4,2	99,3	24,02	24
0.8	23,138	398,726	1	9	17	31	100	6	4,3	99,6	24,01	24

Tabela 14 zawiera wyniki szeregowania dla grafu g18. W tym wypadku z ponad 99% skutecznością znajdowano najlepsze rozwiązanie *T*=24 podczas wykonywania 100 iteracji. Szeregowanie okazało się lepsze od szeregowania na 4 procesorach dla tego grafu. Przyczyną jest większy zbiór optymalnych rozwiązań w przypadku wykorzystania 8 procesorów.

Tabela 15 Dane statystyczne testów na grafie g40 z 8 procesorami

τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.5	204,5	25955,61	62	79	155	298	529	62	10	100	33	33

Szeregowanie dla grafu g40 przy ustawieniu limitu 1000 iteracji znalazło najlepsze konfiguracje z czasem T=33 we wszystkich uruchomieniach. Średnia ich liczba to 204.5,

ale w najgorszym wypadku należało wykonać 529 iteracji co oznaczało konieczność wykonania 63480 funkcji przystosowania (3 bity na procesor * 40 szeregowanych zadań * 529 iteracji). Jednak jest to nieznaczny ułamek możliwych kombinacji wszystkich rozwiązań wynoszących 2^{120}.

Tabela 16 Dane statystyczne testów na grafie gauss18 z 8 procesorami

τ	średnia iteracji	wariancja iteracji	min	Q1	mediana	Q3	max	moda	moda (%)	najlepsze wyniki (%)	śr. T	min T
0.5	3394,1	944672,1	1731	2237	4000	4000	4000	4000	60	40	45,7	44

Pokazane w Tabela 16 dane dla grafu gaus18 pokazują, że aby odnaleźć w tym wypadku najlepsze rozwiązanie konieczne jest wykonanie około 2200 iteracji. Ustawienie limitu na 4000 pokazało, że tylko 40% uruchomień jest w stanie znaleźć najlepsze rozwiązanie T=44. Patrząc na średnią czasów równą 45.7 zauważalne jest, że algorytm często nie zbliża się nawet do najlepszego rozwiązania. Najlepszy czas szeregowania nie zmienia się w zależności od liczby procesorów, ze względu na fakt, że najlepsze szeregowanie można osiągnąć wykorzystując 2 procesory. Zwiększenie liczby procesorów powoduje znaczny wzrost liczby konfiguracji w których algorytm spróbuje znaleźć optymalne, jednak zbiór najlepszych rozwiązań nie zmienia się w takim tempie. Z drugiej strony trudno jest algorytmowi znaleźć najlepsze rozwiązanie, które okazuje się najlepsze w przypadku konfiguracji, gdzie większość zadań uruchamianych jest na 1 procesorze i tylko końcowe procesy są uruchamiana na innych procesorach. Przyczyną takiej optymalnej konfiguracji jest wysoki kosz przesyłania zadań w stosunku do czasu wykonania samego zadania.

Program rozpoczynając zadanie od losowej konfiguracji, w której zadania są rozdzielone pomiędzy wiele procesorów, tak jak pokazują wyniki, dużą liczbę iteracji. W czasie jednej iteracji mutacja dotyczy pojedynczego bitu, co oznacza, że dla jednego zadania zostaną sprawdzone 3 konfiguracje z innym numerem procesora. To także spowalnia wyszukiwanie najlepszego rozwiązania dla tego grafu, gdyż podczas iteracji nie znajduje konfiguracji, która przybliża go bezpośrednio do najlepszego rozwiązania.

Tabela 17 Średnie końcowe czasy szeregowania dla grafów testowych – 8 procesorów

graf programu	algorytm szeregowania oparty na automatach komórkowych	standardowy algorytm genetyczny	algorytm GEO
tree15	7.0	7.0	7.0
g18	26.0	24.0	24.01
g40	39.0	33.0	33.0
gauss18	52.0	44.0	45.7

W Tabela 17 porównano średnie czasu szeregowania dla algorytmów genetycznych i algorytmu GEO. Można zauważyć, że w przypadku algorytmu opartego na automatach komórkowych średnie czasy znacznie odbiegały od najlepszych możliwych wyników. W przypadku algorytmu GEO najlepsze wyniki znaleziono dla każdego grafu, średnie otrzymanych wyników także są zadawalające, mimo tego że nie zawsze udawało się znaleźć optymalny wynik.

4.10 Podsumowanie testów

Wyniki przedstawione w poniższym rozdziale pokazują, że algorytm GEO potrafi znaleźć najlepsze czasy szeregowania zarówno dla prostych jak i złożonych czasów szeregowania. Może być stosowany przy różnej liczbie procesorów.

Statystyki przeprowadzonych testów pokazały, że bardzo ważnym jest dobór odpowiedniej wartości parametru τ. Najlepsze wyniki otrzymywano dla τ=0.5, jednak w praktyce zalecane jest uruchomienie algorytmu z różnymi wartościami tego parametru zawartymi w przedziale <0.5,1>. Wybór odpowiedniej wartości τ pozwoli na szybsze odnalezienie optymalnego wyniku. Zbyt niska wartość np. 0.1 spowoduje, że algorytm będzie przeszukiwał wśród zbyt wielu rozwiązań, nie dążąc do zoptymalizowania wyniku. Podobnie wprowadzając zbyt wysoką wartość jak np. 5.0 algorytm będzie miał problem z wyjściem poza minimum lokalne i odnalezieniem najlepszego globalnie rozwiązania.

Przy wielu eksperymentach podkreślano także, że bardzo istotny czynnik stanowi wprowadzenie odpowiedniego limitu iteracji które wykona program. Dla prostych struktur jak np. tree15 lub g18 liczba iteracji koniecznych do znalezienie najlepszego szeregowania była znacznie mniejsza niż w przypadku grafów g40 i gauss18. Grafy z dużą liczbą złożonych zależności potrzebują większego czasu do znalezienia optimum.

Liczba procesorów także odgrywa istotną rolę jeśli chodzi o szybkość znajdowania najlepszego rozwiązania. GEO musi wykonać dużo więcej funkcji przystosowania szukając rozwiązania dla tego samego grafu jeśli zostaną dodane kolejne procesory.

Spowodowane jest to wykładniczym wzrostem liczby możliwych uszeregowań oraz samym algorytmem, który podczas jednej iteracji sprawdza tylko część procesorów dla danego zadania. Bardzo widoczne było to przy grafie gauss18, gdzie optymalne rozwiązanie to takie w którym większość zadań musi być wykonana na jednym procesorze. Przy większej liczbie procesorów należy zwiększyć limit iteracji proporcjonalnie do ich liczby, zwłaszcza w przypadku grafów, gdzie koszt zmiany procesora jest znacznie wyższy od czasu wykonania zadania.

5. Bibliografia

1. **Kwok Y. i Ahmad I.** Static Scheduling Algorithms for Allocating Directed Task Graphs to Multiprocessors. *ACM Computing Surveys.* Grudzień 1999, Tom 31, 4, strony 407-471.