

# Table des matières

Introduction		2
1	Problématique générale	2
2	Modèle complet	2
3	Décomposition réalisée	3
4	la manière de résoudre ces problèmes	4
5	les techniques d'amélioration mises en œuvre	4
6	les grandes lignes des résultats obtenus (taille des problèmes, temps de calcul)	4
7	Conclusion	4

#### Introduction

L'article étudié, "Benders Decomposition for Large-Scale Uncapacitated Hub Location" [CCL11], présente un algorithme exact qui permet de traiter des instances impliquant jusqu'à 500 noeuds et 250 000 types de marchandises transportées. Pour ce faire, une décomposition de Benders améliorée par divers techniques est utilisée pour en augmenter l'efficacité et la robustesse.

#### 1 Problématique générale

Le problème de localisation traité dans l'article est connu sous l'appellation *Uncapacitated Hub Location Problem with Multiple Assignments* (UHLPMA). Il est NP-difficile donc peu tractable pour des grandes instances. L'idée générale est de transporter dans un réseau des entités/marchandises d'une origine O vers une destination D de manière la plus efficace possible.

### 2 Modèle complet

Le modèle proposé par les auteurs pour le UHLPMA est :

$$\min \sum_{i \in H} f_i z_i + \sum_{k \in K} \sum_{e \in E_k} F_{ek} x_{ek}$$

tel que

$$\sum_{e \in E_k} x_{ek} = 1, \quad \forall k \in K \tag{1a}$$

$$\sum_{e \in E_k: i \in e} x_{ek} \le z_i, \quad \forall i \in H, \forall k \in K$$
 (1b)

$$x_{ek} \ge 0, \quad \forall k \in K, \forall e \in E_k$$
 (1c)

$$z_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in H \tag{1d}$$

où H est l'ensemble des localisations possible pour un entrepôt, K est l'ensemble des biens qui doivent être acheminés,  $f_i$  est le coût fixe de l'installation de l'entrepôt  $i \in H$ ,  $z_i$  est une variable binaire égale à 1 si un entrepôt est situé en i, et à 0 sinon,  $F_{ek}$  est le coût de transport non orienté pour un arc du graphe  $e \in H \times H$  et un bien  $k \in K$ , et  $x_{ek}$  est un variable binaire égale à 1 si le bien  $k \in K$  transite par l'arc  $e \in H \times H$  et à 0 sinon.

<sup>1.</sup> L'ensemble de hubs H forme un graphe complet.

Le coût de transport non orienté pour un arc  $e=(i,j)\in H\times H$  est le minimum du coût de transport dans le sens  $i\to j$  et du coût de transport dans le sens  $j\to i$ , c'est à dire  $F_{ek}=\min\{F_{ijk};F_{jik}\}$ 

#### 3 Décomposition réalisée

Problème primal:

$$\min \sum_{e \in E_k} \sum_{k \in K} F_{ek} x_{ek}$$

tel que

$$\sum_{e \in E_k} x_{ek} = 1, \quad \forall k \in K \tag{2a}$$

$$x_{ek} \ge 0, \quad \forall k \in K, \forall e \in E_k$$
 (2b)

$$\sum_{e \in E_k: i \in e} x_{ek} \le \hat{z}_i, \quad \forall i \in H, \forall k \in K$$
 (2c)

(2d)

où  $\hat{z}$  est un vecteur fixé dans l'ensemble des vecteurs binaires associés aux variables  $z_i$ . Problème dual :

$$\max \sum_{k \in K} \alpha_k - \sum_{i \in H} \sum_{k \in K} \hat{z}_i u_{ik}$$

tel que

$$\alpha_k - u_{e_1k} - u_{e_2k} \le F_{ek}, \quad \forall k \in K, \forall e \in E, |e| = 2$$
(3a)

$$\alpha_k - u_{e_1k} \le F_{ek}, \quad \forall k \in K, \forall e \in E, |e| = 1$$
 (3b)

$$u_i k \ge 0, \quad \forall i \in H, \forall k \in K$$
 (3c)

où  $\alpha_k, k \in K$  sont les variables associées aux contraintes 2b et  $u_{ik}, i \in H, k \in K$  les variables associées aux contraintes 2c

Problème maître :

$$\min \sum_{i \in H} f_i z_i + \eta$$

tel que

$$\eta \ge \sum_{k \in K} \alpha_k - \sum_{i \in H} \sum_{k \in K} z_i u_{ik}, \quad \forall (\alpha, u) \in P_D$$
(4a)

$$\sum_{i \in H} z_i \ge 1 \tag{4b}$$

$$z_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in H \tag{4c}$$

- 4 la manière de résoudre ces problèmes
- 5 les techniques d'amélioration mises en œuvre
- 6 les grandes lignes des résultats obtenus (taille des problèmes, temps de calcul)
- **7** Conclusion

## **Bibliographie**

- [CCL11] Ivan Contreras, Jean-François Cordeau, and Gilbert Laporte. Benders decomposition for large-scale uncapacitated hub location. *Operations Research*, 59(6):1477–1490, 2011.
- [WHLNS04] Horst W. Hamacher, Martine Labbé, Stefan Nickel, and Tim Sonneborn. Adapting polyhedral properties from facility to hub location problems. 145:104–116, 12:2004.

