



Mid End Of Study Project presentation Hybrid Best First Search parallelization

Author : A. Beldjilali

Supervisors : Dr. Simon De Givry, Dr. David Allouche

Friday 6th June 2019

ENAC

- 1 **Introduction**
- 2 **Formalisme Weighted Constraint Satisfaction Problem**
 - Structure de valuation pour les WCSP
 - Fonctions de coût
 - Illustration minimaliste
 - Réseaux de fonctions de coût
 - Fonction de coût globale
- 3 **HBFS**
 - Hybrid Best First Search
- 4 **Parallélisation**
 - Embarrassingly Parallel Search
 - Master-workers
 - Paradigme Supervisor-workers

Présentation du service d'accueil



Plan

- 1 **Introduction**
- 2 **Formalisme Weighted Constraint Satisfaction Problem**
 - Structure de valuation pour les WCSP
 - Fonctions de coût
 - Illustration minimaliste
 - Réseaux de fonctions de coût
 - Fonction de coût globale
- 3 **HBFS**
 - Hybrid Best First Search
- 4 **Parallélisation**
 - Embarrassingly Parallel Search
 - Master-workers
 - Paradigme Supervisor-workers

Structure de valuation

Une structure de valuation V est un Quintuplet tel que :

- ① Ensemble de coûts possibles : $\{0, \dots, k\}$
- ② Opérateur d'agrégation $+_k$ tel que $a +_k b = \min(k, a + b)$
- ③ relation d'ordre : $<$
- ④ Coût min : 0
- ⑤ Coût max : k

Fonctions de coût

Soit X un ensemble de variables et $S \subseteq X$

- terminologie : Fonction de coût = contrainte valuée = contrainte souple
- Une Fonction de coûts $f_S(t)$ associe un coût à toute combinaison de valeur
- S : support ou Scope de la contrainte valuée
- $\text{card}(S)$: arité de la contrainte souple
- f_\emptyset : contrainte souple nulle = coût constant

Fonction de coût unaire

Ensemble des coûts possibles $E = \{0, \dots, 5\}$ variable x de domaine $\{a, b, c\}$

Modélisation d'une forte préférence pour la valeur a

$$f_{\{x\}}(a) = 0$$

Modélisation d'une préférence modérée pour la valeur b

$$f_{\{x\}}(b) = 3$$

Contrainte dure : interdiction de c

$$f_{\{x\}}(c) = 5 \iff x \neq c$$

Réseaux de fonctions de coût

CFN : Cost Network Functions : c'est un quadruplet

- ① X : ensemble de variables
- ② D : ensemble des domaines des variables de X
- ③ F : ensemble de fonctions de coût locales
- ④ V : structure de valuation



Fonction de coût globale ou Valuation du WCSP

Cas arité maximale = 2

$$Val(a_1, \dots, a_n) = f_{\emptyset} + \sum_{i=1}^n f_i(a_i) + \sum_{f_{ij} \in C} f_{ij}(a_i, a_j)$$

Résoudre un WCSP c'est trouver une affectation de toutes les variables qui minimisent sa valuation.

Par projections, extensions et projections unaires, on calcul un minorant f_{\emptyset} de la valuation :

Minorant qui sera utilisé pour élaguer l'arbre de recherche lors du B&B.



Référence principale



Martin C. Cooper, Simon de Givry, and Thomas Schiex, Valued Constraint Satisfaction Problems,



Plan

- 1 Introduction
- 2 Formalisme Weighted Constraint Satisfaction Problem
 - Structure de valuation pour les WCSP
 - Fonctions de coût
 - Illustration minimaliste
 - Réseaux de fonctions de coût
 - Fonction de coût globale
- 3 **HBFS**
 - Hybrid Best First Search
- 4 Parallélisation
 - Embarrassingly Parallel Search
 - Master-workers
 - Paradigme Supervisor-workers

Hybrid Best First Search

- Combine Best first search et depth first search
- Initialisation : le nœud racine est placé dans la file de priorité "open" des nœuds ouverts qui représentent des sous problèmes à traiter
- le nœud est retiré de la file
- le "path" du nœud est calculé (restauration)
- Il est donné au DFS
- le DFS effectue une recherche bornée par le nombre de backtracks autorisés Z et renvoie les noeuds ouverts dans la file qui les classe par borne inférieure croissante.
- si une affectation complète est trouvée i.e une feuille de l'arbre de recherche est atteinte, la borne supérieure UB est mise à jour si elle est meilleure que la valeur courante.

Référence principale



Allouche, David and de Givry, Simon and Katsirelos, George and Schiex, Thomas and Zytnicki, Matthias", title="Anytime Hybrid Best-First Search with Tree Decomposition for Weighted CSP", booktitle="Principles and Practice of Constraint Programming",



Plan

- 1 Introduction
- 2 Formalisme Weighted Constraint Satisfaction Problem
 - Structure de valuation pour les WCSP
 - Fonctions de coût
 - Illustration minimaliste
 - Réseaux de fonctions de coût
 - Fonction de coût globale
- 3 HBFS
 - Hybrid Best First Search
- 4 **Parallélisation**
 - Embarrassingly Parallel Search
 - Master-workers
 - Paradigme Supervisor-workers



Embarrassingly Parallel Search

- parallélisation naturelle
- division en sous problèmes indépendants
- env. 30 sous problèmes (SP) par cœur
- load balancing assuré par sous problèmes suffisamment "petits"
- Utilisation de la file de priorité des noeuds ouverts de HBFS pour produire ces SP.

Référence principale



Régin, Jean-Charles - Rezgui, Mohamed - Malapert, Arnaud, Chapter :
Embarrassingly Parallel Search, book : Principles and Practice of
Constraint Programming



Paradigme Master/workers

- un processus maître distribue les sous problèmes aux "workers" i.e. aux cœurs.
- pas d'échanges entre eux suite à l'envoi des SP
- si un worker trouve une solution, il la retourne au master



Supervisors-workers

- Le superviseur envoie le problème root au worker 1
- Le superviseur reçoit les solutions trouvées par les workers et les sous problèmes produits par ces derniers et son rangés dans une file.
- Les workers communiquent périodiquement avec le superviseur.
- le superviseur controle la taille de la file via un message indiquant aux workers qu'il est ou pas en mode collecte de sous problèmes.
- algorithme avec davantage de communications entre worker et superviseur
- Problème de goulot d'étranglement au niveau superviseur

Référence principale



**Régin, Jean-Charles - Rezgui, Mohamed - Malapert, Arnaud, Chapter :
Embarrassingly Parallel Search, book : Principles and Practice of
Constraint Programming**



**Ralphs, Ted and Shinano, Yuji and Berthold, Timo and Koch, Thorsten,
Handbook of Parallel Constraint Reasoning, Parallel Solvers for Mixed
Integer Linear Optimization, 2018**