

# Better Online Deterministic Packet Routing on Grids

Számítógép-hálózatok és osztott rendszerek

---

Kádár Tamás Csaba, Kedves Nándor

November 24, 2016

1. Bevezetés
2. Modell és probléma
3. Algoritmus
4. Konklúzió

# Bevezetés

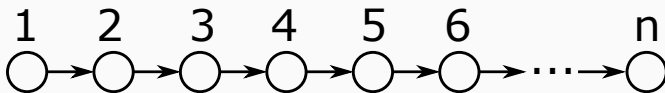
---

Hálózatunkat a következő modellel írjuk le, melyet [1] cikk alapján építjük fel:

- $G = (V, E)$  irányított gráf
- $B$  buffer méret,  $c$  élek kapacitása, ahol  $B, c > 0$

A hálózat topológiája irányított egyenes, amely  $n$  vertexből áll

$$V = \{v_0, v_1, \dots, v_{n-1}\}, E = \{(v_{i-1}, v_i) \mid 0 < i < n\}$$



**Figure 1:** Lineáris hálózatmodell

# Kérés (Request)

A kérést egy számhármassal adhatjuk meg,  $r = (a_i, b_i, t_i)$

- $a_i$  a forrás csomópont
- $b_i$  a cél csomópont
- $t_i$  az időpont amikor a kérés érkezik

, ahol  $a_i, b_i \in V, t_i \in \mathbb{N}$

Minden time stepben, a routing algoritmus:

- törli a célba érkezett csomagokat
- minden más csomagra, beleértve az éppen beérkezőket is eldönti, hogy:
  - törli
  - tárolja az aktuális csomópont bufferjében
  - továbbküldi a következő vertexnek

# Modell és probléma

---

Kiindulunk a már említett modellből és a következő modellt építjük fel:

- $G^{st} = (V^{st}, E^{st})$  irányított aciklikus végtelen gráf, amiben  $c^{st}(e)$  az élek kapacitása.  $V^{st} := V \times \mathbb{N}$ , ahol minden  $v \in V$  vertexnek végtelen számú másolata van a  $G^{st}$ -ben, melyet a  $(v, t) \in V^{st}$  azonosít.  $E^{st} := E_0 \cup E_1$ , ahol az  $E_0$  tartalmazza a csomópontok közötti éleket, melyek  $c$  kapacitással rendelkeznek és a  $E_1$  a ugyanazon csomópont time steppek közötti élet tartalmazza, mely kapacitása  $B$
- a kérés a következőképpen alakul  $r_i^{st} = ((a_i, t_i), \text{row}(b_i))$ , ahol a  $\text{row}(b_i)$ , a cél csomópont sorát jelöli

# Az egyenes modelltől a rácsmodellig

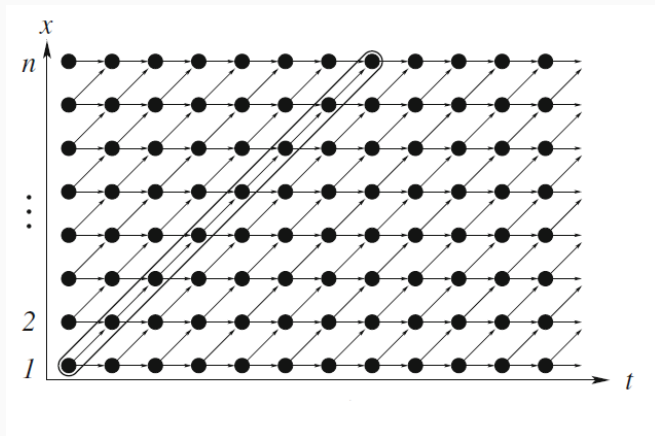


Figure 2: Döntött rácsos hálózatmodell [2]



# Az egyenes modelltől a rácsmodellig

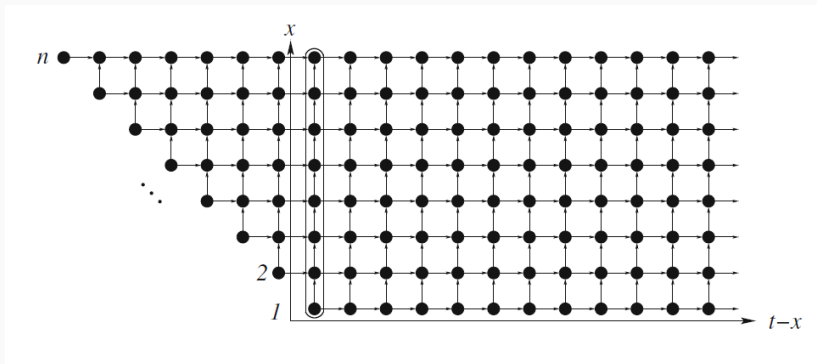


Figure 3: Nem döntött rácsos hálózatmodell [2]

Felépítjük a *sketch gráfot*, mely egy durvább megközelítése a rács modellnek. Felépítéséhez úgynevezett *tilingokat* használunk.

Tiling

- $\ell_h \times \ell_v$  részrács, ahol  $\ell_h = \lceil \frac{6k}{5c'} \rceil$  és  $\ell_v = \lceil \frac{6k}{5B'} \rceil$  ( $c' = \lfloor c/5 \rfloor$ ,  $B' = \lfloor B/5 \rfloor$  és  $k = \log(1 + 3 \cdot p_{\max})$ , ahol a  $p_{\max}$  később kifejtjük)
- $\phi_x$  és  $\phi_y$  2 *offset* paraméter segítségével határozzuk meg  $((\phi_x + i \cdot \ell_h, \phi_y + j \cdot \ell_v), \text{ ahol } i, j \in \mathbb{N})$

A cikk által feldolgozott algoritmus 4 offsetet használ

$(\phi_x, \phi_y) \in \{-\ell_h/2.0\} \times \{-\ell_v/2.0\}$ , ezeket nevezzük  $T_1, \dots, T_4$ -nek.

# Az egyenes modelltől a rácsmodellig

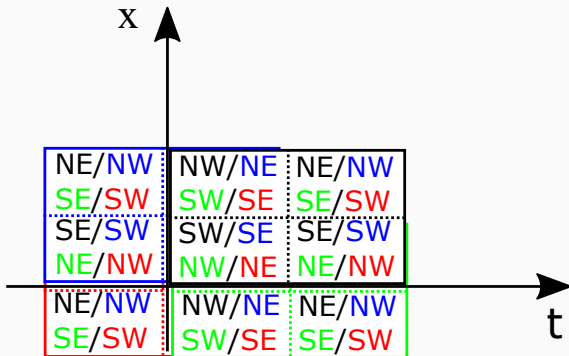


Figure 4: Sketch gráf

## Definíció

Az  $r_i = (a_i, b_i, t_i)$  kérés  $SW_j$ -ben található, ha a forrás vertex  $(a_i, t_i)$  a  $T_j$  csempe délnyugati részéhez tartozik.

Egy sketch gráfot indukál a  $T_j$ , melyet jelöljük  $S_j := (V(S_j), E(S_j))$ , ahol a  $V(S_j)$  egy csempe halmaz a  $T_j$ -ből és nekik van  $(s_1, s_2) \in E(S_j)$ , ha  $s_1 \neq s_2$  és  $E^{st} \cap (s_1 \times s_2) \neq \emptyset$ . Minden élhez egy egység kapacitást rendelünk.

- A sketch gráfot használjuk fel az *path packing* probléma megoldásához. Intuitíve a path packing modell hasonlít a packet routing modellhez, kivéve hogy ott nincsenek bufferek és hogy minden link  $e$  különböző kapacitással rendelkezik, melyet a következőképpen jelölünk  $c(e)$ .
- Formálisan egy kérés a következő alakba írható fel a  $G$  gráfban  $(a_i, D_i)$ , ahol  $a_i \in V$  a forrás vertex és a  $D_i \subseteq V$  célrészhalmaz.
- Legyen  $P(r_i)$ , mely jelölje azon pathek halmazát, melyek kiszolgálják a  $r_i$  kérést. Minden  $p \in P(r_i)$  az  $a_i$  vertexel kezdődik és a vége a  $D_i$  halmazban található.

# Algorithmus

---

# Packet routing algorithmus pseudokód

1. Let  $R_t$  be a list of new requests, sorted by source-destination distance.
2. For each vertex  $v$ , let  $R'_t(v)$  the first  $B' + c'$  requests in  $R_t$  whose source is  $v$ . // filter requests
3. **for** each request  $r_i \in \cup_v R'_t(v)$  **do**
4.   **if**  $r_i \in \text{Near}$  **then** ROUTE-NEAR( $r_i$ )
5.   **else**
6.     Let  $j \in \{1, \dots, 4\}$  be s.t.  $r_i \in SW_j$  // classify  $r_i$
7.      $\text{sketch}_i \leftarrow \text{IPP}(S_j, \text{accepted}_j, r_i)$  // lengths bounded by  $p_{\max}$

## Packet routing algorithmus pseudokód

8.      $init_i \leftarrow \text{INITIAL-ROUTE}(accepted_j, r_i)$
9.     **if**  $sketch_i \neq \text{REJECT}$  and  $init_i \neq \text{REJECT}$  **then**
10.         add  $r_i$  to  $accepted_j$
11.          $\text{DETAILED-ROUTE}(r_i; init_i; sketch_i)$  // update routes
12.     **else** Reject  $r_i$
13.     **end if**
14.   **end if**
15. **end for**





Minden kérésre eldöntjük:

- near kérés, az az
- far kérés, amelyet

Amennyiben far kérésről van szó, kiválasztjuk a megfelelő sketch gráfot aminek a SW kvadrantjába esik ez az  $r_i$  request.

# IPP (Integral Path Packing) algoritmus

Az IPP algoritmus [3] vagy elutasítja a  $r_i$  kérést, vagy egy utat ad vissza egy csempék egy szekvenciáján a kezdő csempéből a cél csempébe.

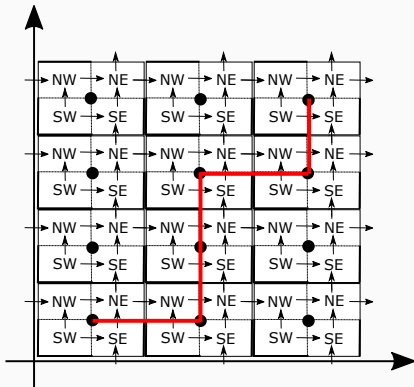


Figure 5: IPP algoritmus

# Initial-Route algoritmus



Three different block environments are pre-defined and may be styled with an optional background color.

## Default

Block content.

## Alert

Block content.

## Example

Block content.

## Default

Block content.

## Alert

Block content.

## Example

Block content.

## Konklúzió

---

Bemutattunk egy determinisztikus packet routing algoritmust, mely megoldott egy nyitott kérdést, de számos más kérdés még mindig nyitva hagyott. Például, hogy mi történik nem centralizált esetben?

Ref.	Dim.	Comp. Ratio	Determ?	$B, c$
[4, 5, 6]	1	$O(\log(n))$	Yes	$B, c > \log n, B/c = n^{O(1)}$
[7]	1	$O(\log^3(n))$	No	$B \geq 2, c = 1$
[8]	1	$O(\log^2(n))$	No	$B \geq 2, c = 1$
[4, 6]	1	$O(\log(n))$	No	$B \in [1, \log n], c \geq 1$
[5, 6]	1	$O(\log^5(n))$	Yes	$[3, O(\log n)]$
[5, 6]	d	$O(\log^{d+4}(n))$	Yes	$[5, O(\log n)]$
[1]	1	$O(\log(n))$	Yes	$[5, O(\log n)]$

**Table 1:** Összehasonlítás más algoritmusokkal



# References I

- [1] Guy Even, Moti Medina, and Boaz Patt-Shamir.  
**Better online deterministic packet routing on grids.**  
*arXiv preprint arXiv:1501.06140*, 2015.
- [2] Guy Even and Moti Medina.  
**Online packet-routing in grids with bounded buffers.**  
*Algorithmica*, pages 1–50, 2016.
- [3] Niv Buchbinder and Joseph Naor.  
**Improved bounds for online routing and packing via a primal-dual approach.**  
2006.

## References II

- [4] Guy Even and Moti Medina.  
**An  $o(\log n)$ -competitive online centralized randomized packet-routing algorithm for lines.**  
pages 139–150, 2010.
- [5] Guy Even and Moti Medina.  
**Online packet-routing in grids with bounded buffers.**  
pages 215–224, 2011.
- [6] Moti Medina Guy Even.  
**Online packet-routing in grids with bounded buffers.**  
abs/1407.4498, 2014.
- [7] Stanislav Angelov, Sanjeev Khanna, and Keshav Kunal.  
**The network as a storage device: Dynamic routing with bounded buffers.**  
*Algorithmica*, 55(1):71–94, 2009.

[8] Yossi Azar and Rafi Zachut.

**Packet routing and information gathering in lines, rings and trees.**

pages 484–495, 2005.

Kérdések?

**Köszönjük a figyelmet!**