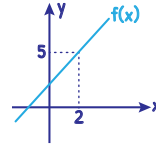
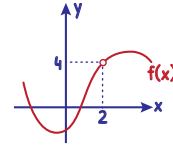


Aşağıdaki grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonlarının, $x = 2$ noktasındaki sol ve sağ limit değerlerini bulalım.



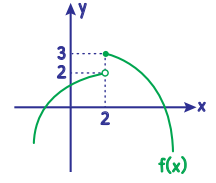
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$$



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$$



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$$

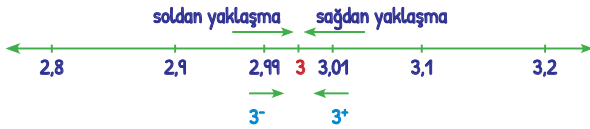
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$$

1

Sağdan ve Soldan Limit

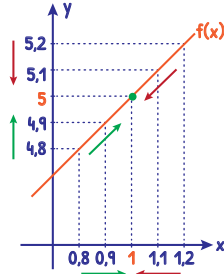
x değişkeni bir a sayısına a 'dan küçük değerlerle yaklaşıyorsa " x , a 'ya soldan yaklaşıyor." denir.
 $x \rightarrow a^-$ ile gösterilir.

x değişkeni bir a sayısına a 'dan büyük değerlerle yaklaşıyorsa " x , a 'ya sağdan yaklaşıyor." denir.
 $x \rightarrow a^+$ ile gösterilir.



$f(x) = x + 4$ fonksiyonu için,
 x , 1'e soldan ve sağdan yaklaştığında $f(x)$ 'in hangi değerlere yaklaştığını inceleyelim.

	$x \rightarrow 1^-$	$x \rightarrow 1^+$
x	0,8 0,9 0,99 ... 1 ... 1,01 1,1 1,2	
$f(x) = x + 4$	4,8 4,9 4,99 ... 5 ... 5,01 5,1 5,2	



x değişkeni 1'e soldan ve sağdan yaklaşıırken $f(x)$ 'in değeri 5'e yaklaşıyor.

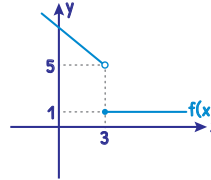
Bir fonksiyonun $x = a$ noktasında sağdan ve soldan limitleri eşit ise $x = a$ noktasında limiti vardır.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

$x = a$ noktasında sağdan ve soldan limitleri eşit değil ise $x = a$ noktasında limit yoktur.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ yoktur.}$$

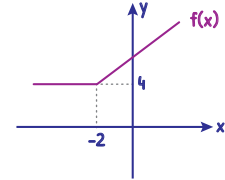
Aşağıda verilen fonksiyonlara göre limit değerlerini bulalım.



$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ yoktur}$$



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$$

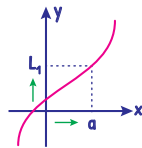
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$$

Soldan Limit

x , a sayısına soldan yaklaşıırken $f(x)$ 'in aldığı değer L_1 sayısına yaklaşıyorsa " $f(x)$ 'in $x = a$ daki soldan limiti L_1 " denir.

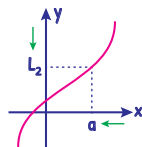
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1 \text{ şeklinde gösterilir.}$$



Sağdan Limit

x , a sayısına sağdan yaklaşıırken $f(x)$ 'in aldığı değer L_2 sayısına yaklaşıyorsa " $f(x)$ 'in $x = a$ daki sağdan limiti L_2 " denir.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2 \text{ şeklinde gösterilir.}$$



Limitin olması için o noktada fonksiyonun tanımlı olması gerekmez.

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$ olduğuna göre,

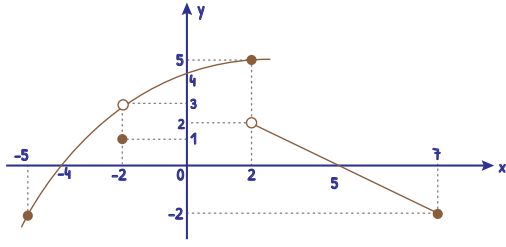
$$\text{I. } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 5$$

$$\text{II. } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 5$$

$$\text{III. } f(0) = 5$$

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) I, II ve III



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$ B) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$ C) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0$
D) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$ E) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$

Limitin Özellikleri

Özellik 1

$f(x) = c$ sabit fonksiyon ise $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$ olur.

$$\lim_{x \rightarrow 1} 3 + \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{5} =$$

Özellik 2

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

polinom fonksiyonların limitleri, o noktadaki görüntüsüne eşittir.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 4) =$$

$f(x) = x^2 - x + 5$ ve $g(x) = 2x + 1$ fonksiyonları veriliyor.
Buna göre, aşağıdaki limit değerlerini bulalım.

- a) $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x) - g(x))$
b) $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) \cdot g(x))$
c) $\lim_{x \rightarrow -1} (2f(x) + 3g(x))$
d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$

Özellik 4

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n$$

$f(x) = x^2 - 22x + 121$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 12} f^{10}(x) = ?$

Özellik 5

$$\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right|$$

$f(x) = x^2 - x - 3$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)| = ?$

Özellik 6

I. $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$, n tek doğal sayı ise

II. $f(x) \geq 0$ ve $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0$ ise

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} , n \text{ çift doğal sayı ise}$$

$\lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x^3 + x^2 + 2x + 22} - \sqrt[3]{1 - x^2})$ ifadesinin değerini bulalım.

Özellik 3

$$I. \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$II. \lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$III. \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \quad [g(x) \neq 0, \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0]$$

$$IV. \lim_{x \rightarrow a} (k \cdot f(x)) = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) \quad (k \in \mathbb{R})$$

Özellik 7

$$\lim_{x \rightarrow a} (c^{f(x)}) = c^{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$

$\lim_{x \rightarrow 1} 3^{x^2+3x-1}$ ifadesinin değerini bulalım.

Özellik 8

$$\lim_{x \rightarrow a} (\log_b f(x)) = \log_b \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right) \quad \left(f(x) > 0 \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) > 0 \quad b \neq 1 \right)$$

$\lim_{x \rightarrow 2} (\log_3(x^5 - 5))$ ifadesinin değerini bulalım.

Matematik

Gerçek sayılarda tanımlı ve her noktada limiti var olan $f(x)$ fonksiyonu için,

I. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ vardır.

II. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$

III. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{f(x)}$ vardır.

IV. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

İfadelerinden kaç tanesi her zaman doğrudur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Her $x \in \mathbb{R}$ için $f(x) > 0$ eşitliğini sağlayan gerçek sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu için,

I. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ vardır.

II. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)}$ vardır.

III. $\lim_{x \rightarrow 1} (|f(x)| - f(x))$ vardır.

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve III E) II ve III

$\lim_{x \rightarrow 2} [2f(x) - 5] = 27$ olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 12 D) 14 E) 16

$a, L \in \mathbb{R}$ olmak üzere, gerçekte sayılar kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L \text{ eşitliğini sağlıyor.}$$

Buna göre,

I. $f(a) = g(a)$

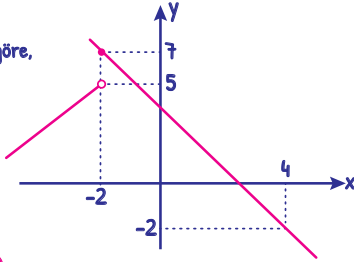
II. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = 0$

III. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

Yanda verilen $f(x)$ fonksiyonuna göre,



$\lim_{x \rightarrow 4^+} (f \circ f)(x)$ kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 4 D) 5 E) 7

$\lim_{(\log x) \rightarrow 0} (x^2 + x - \ln x)$ limitinin değeri kaçtır?

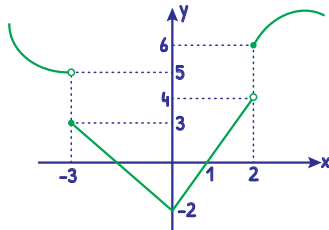
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Matematik

Verilen $f(x)$ fonksiyonuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x-3) + f(1-3x)}{f(x+2)}$$
 kaçtır?

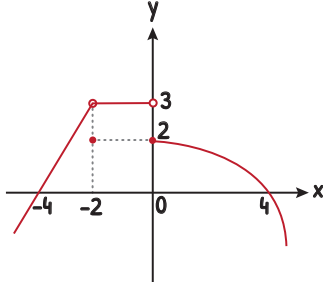
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{4}$
D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{3}{2}$



Pekiştirme Soruları

Limit 1 - Test

1)



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ B) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$
 C) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = 0$ D) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3$
 E) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2$

2) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$ olduğuna göre,

- I. $f(2) = 7$
 II. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 7$
 III. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 7$

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

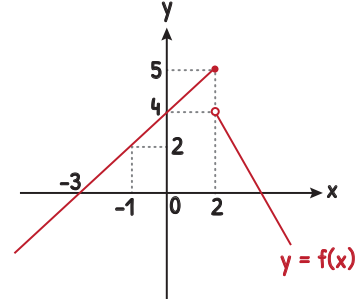
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

3) $\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x) + 5] = 26$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ kaçtır?

- A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 1

4)



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonuna göre, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(f(x))$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 3$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x+3) - f(2-x)}{f(4-3x)}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

1

2

3

4

5

E

D

B

D

A