

BİL3014

Algoritma Analizi

Dr. Öğr. Üyesi Emre DELİBAŞ

Binary Tree Balansı



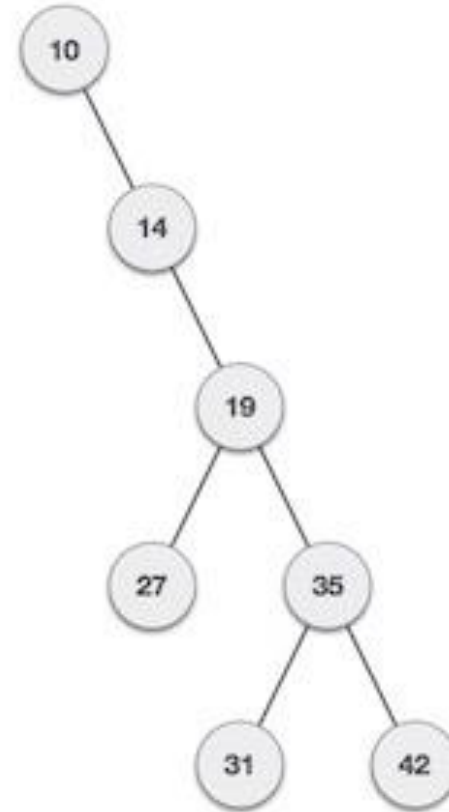
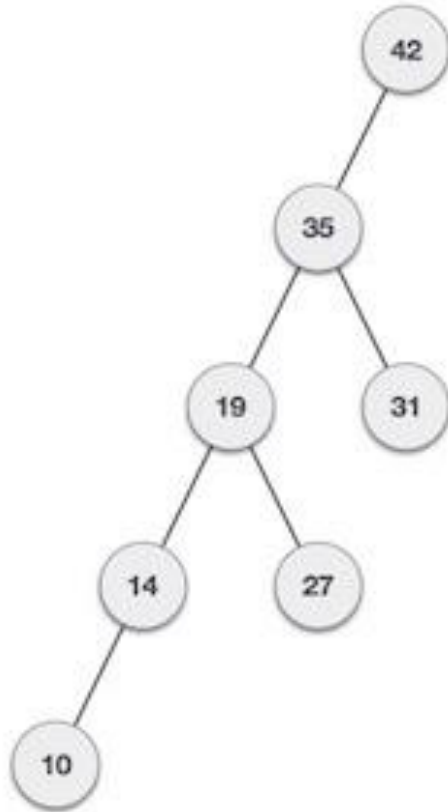
Neden Dengelemeye İhtiyaç Var?

- İkili Arama Ağaçlarında gerçekleşen işlemlerin çoğu (arama, maks-min bulma, ekleme, silme vs.) h -ağaç yüksekliği olmak üzere $O(h)$ karmaşıklıkla çözülür.
- Bu işlem maliyeti dengesiz bir ağaç için $O(n)$ olabilir.
- Her ekleme ve silme operasyonundan sonra ağacın dengeli olma durumunu sağlarsak $O(\log n)$ üst sınırını garanti edebiliriz.

AVL Tree

- AVL Tree sol ve sağ alt ağaçların yükseklikleri arasındaki farkın -1 , 0 veya $+1$ olduğu ikili arama ağaçlarıdır.
- Kendi kendini dengeleyen ikili arama ağacı yapılarındandır (self-balancing BST).
- İkili arama ağaçlarının girdi değerleri artan veya azalan değerler şeklinde gelirse ağaç yapısı dengesiz ağaç (unbalanced tree) yapısı olarak oluşur.

AVL Tree



AVL Tree

- Gerçek dünya verilerinde verilerin modeli, frekansı gibi özelliklerini bilemeyeceğimizden mevcut BST yapısını dengelememiz gerekir.
- AVL tree yapısı sol ve sağ alt ağaçların yüksekliklerini kontrol ederek, yükseklik farklarının 1'den büyük olmamasını sağlar.
- Bu farka denge faktörü (balance factor) denir.

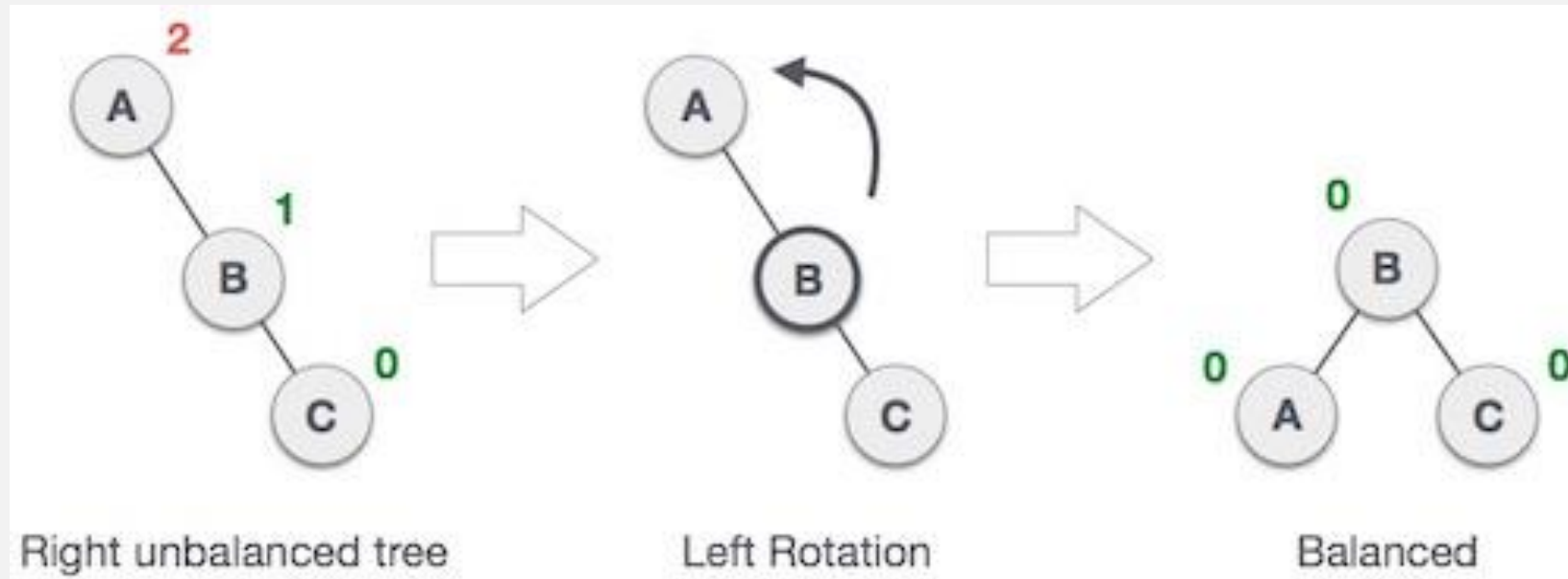
$$\text{BalanceFactor} = \text{height}(\text{LeftSubtree}) - \text{height}(\text{rightSubtree})$$

AVL Rotasyonları

- Sol ve sağ alt ağaçların yükseklik farkı 1'den fazla ise ağaç bazı döndürme teknikleri kullanılarak dengelenir.
- Kendini dengelemek için, bir AVL ağacı aşağıdaki dört tür dönüşü gerçekleştirebilir:
 - Left rotation
 - Right rotation
 - Left-Right rotation
 - Right-Left rotation

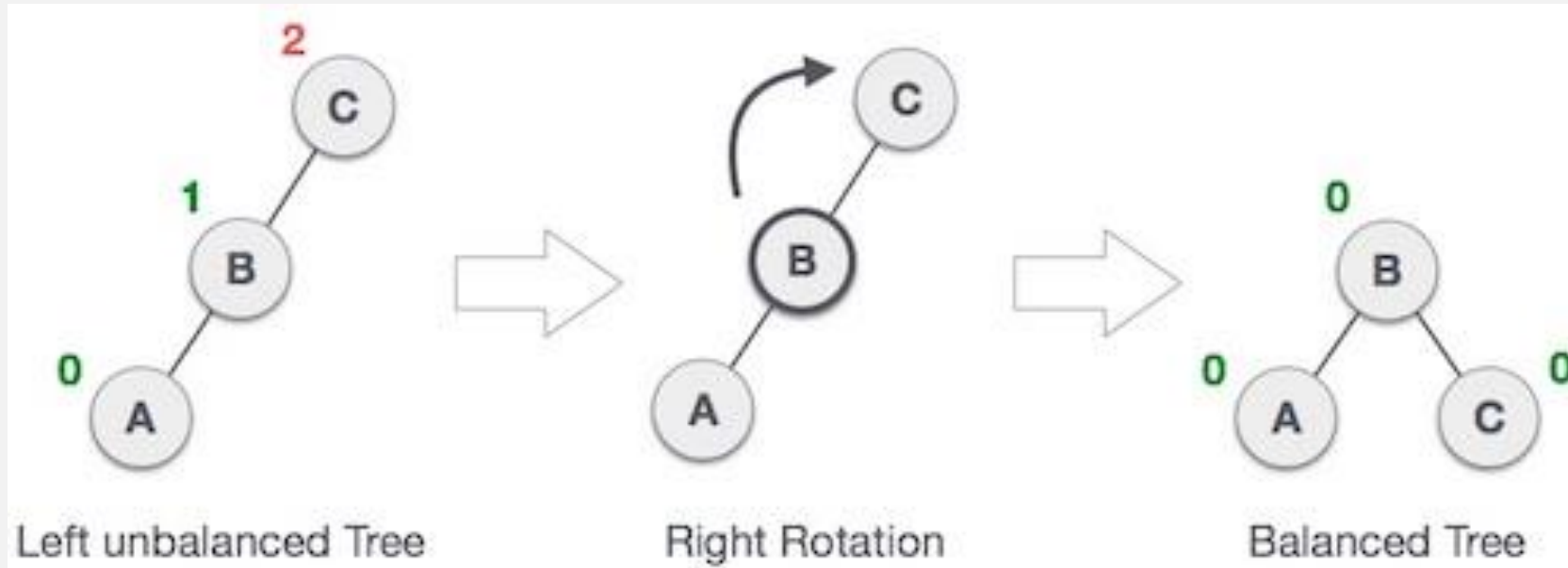
AVL Rotasyonları – Left Rotation

- Sağ alt ağacın sağ alt ağacına bir düğüm eklenmesiyle ağaç dengesiz hale gelirse tek bir sola dönüş gerçekleştirilir.



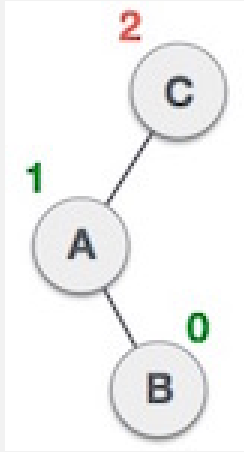
AVL Rotasyonları – Left Rotation

- Sol alt ağacın sol alt ağacına ekleme yapıldığında AVL ağacı dengesiz hale gelir. Ağaçta sağa dönüş işlemi yapılır.

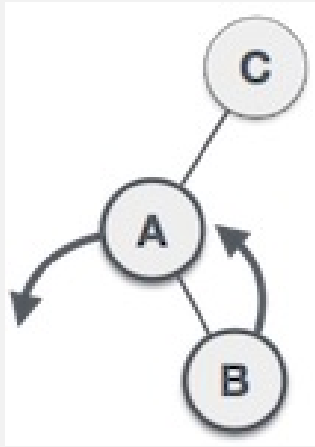


AVL Rotasyonları – Left-Right Rotation

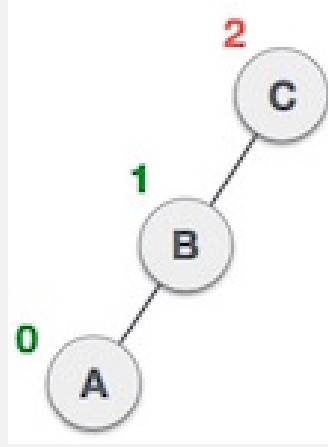
- Bir left-right rotasyon sola dönüş ve arkasından bir sağa dönüş içeren rotasyon şeklidir.



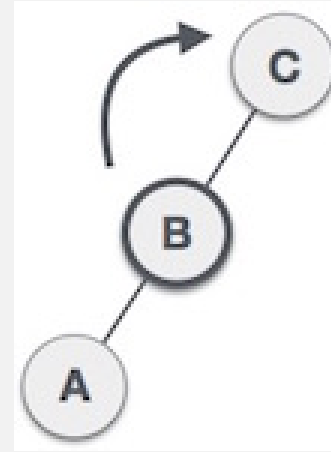
I



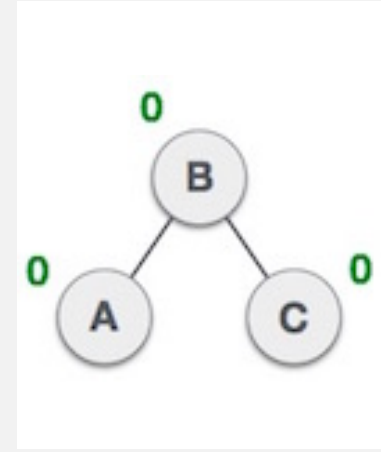
II



III



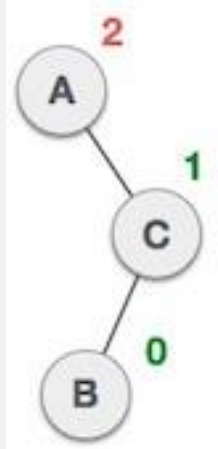
IV



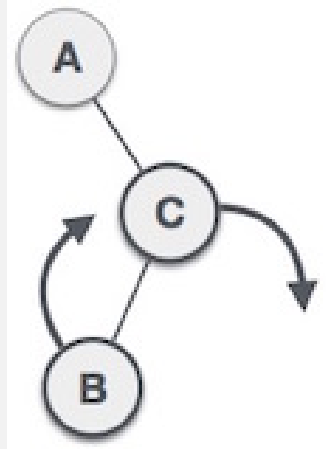
V

AVL Rotasyonları – Right-Left Rotation

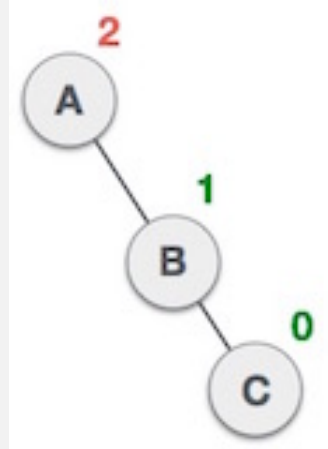
- Bir right-left rotasyon sağa dönüş ve arkasından bir sola dönüş içeren rotasyon şeklidir.



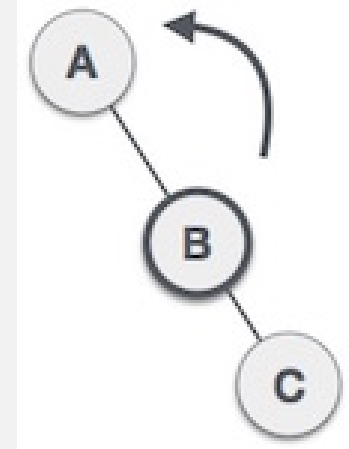
I



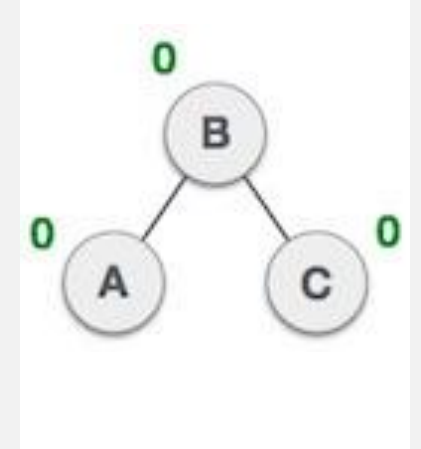
II



III



IV



V

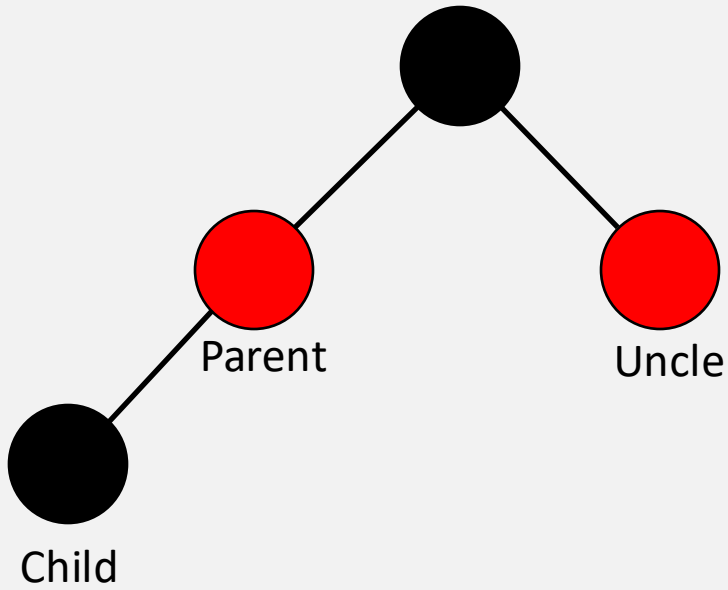
Red-Black Tree

- Tüm nodların *kırmızı* veya *siyah* şeklinde etiketlenilmesiyle oluşturulan bir ağaç dengeleme metodudur.
- Nodlar içerisine eklenen bir boolean veri alanı ile ifade edilir.
- Her yeni nod eklenmesinde kontrol yapılır ve gerekli dengeleme işlemleri yapılır.
- Bu işlemler bir renk değiştirme veya nodları döndürme şeklindedir.

Red-Black Tree

- Kurallar:
 - Tüm nodlar kırmızı veya siyah renk alır.
 - Kök daima siyahtır.
 - Yeni eklenen nodlar her zaman kırmızıdır.
 - Kökten yaprağa giden tüm yollarda (path) aynı sayıda **siyah** nod bulunur.
 - Yollar üzerinde peşpeşe iki **kırmızı** olamaz.
 - Null nodlar daima siyah kabul edilir.

Red-Black Tree

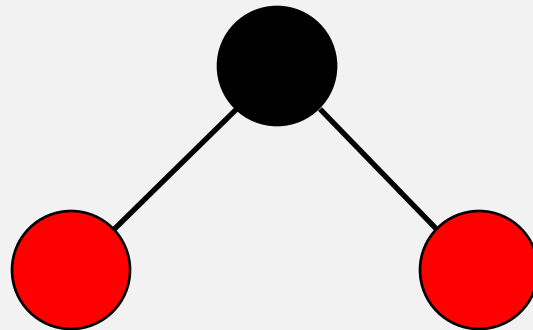


- Düzenleme kuralları:

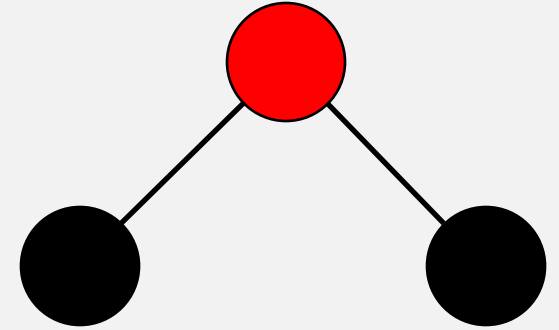
Uncle ***Siyah*** ise döndür (rotate)

Uncle ***Kırmızı*** ise renk değiştir (flip)

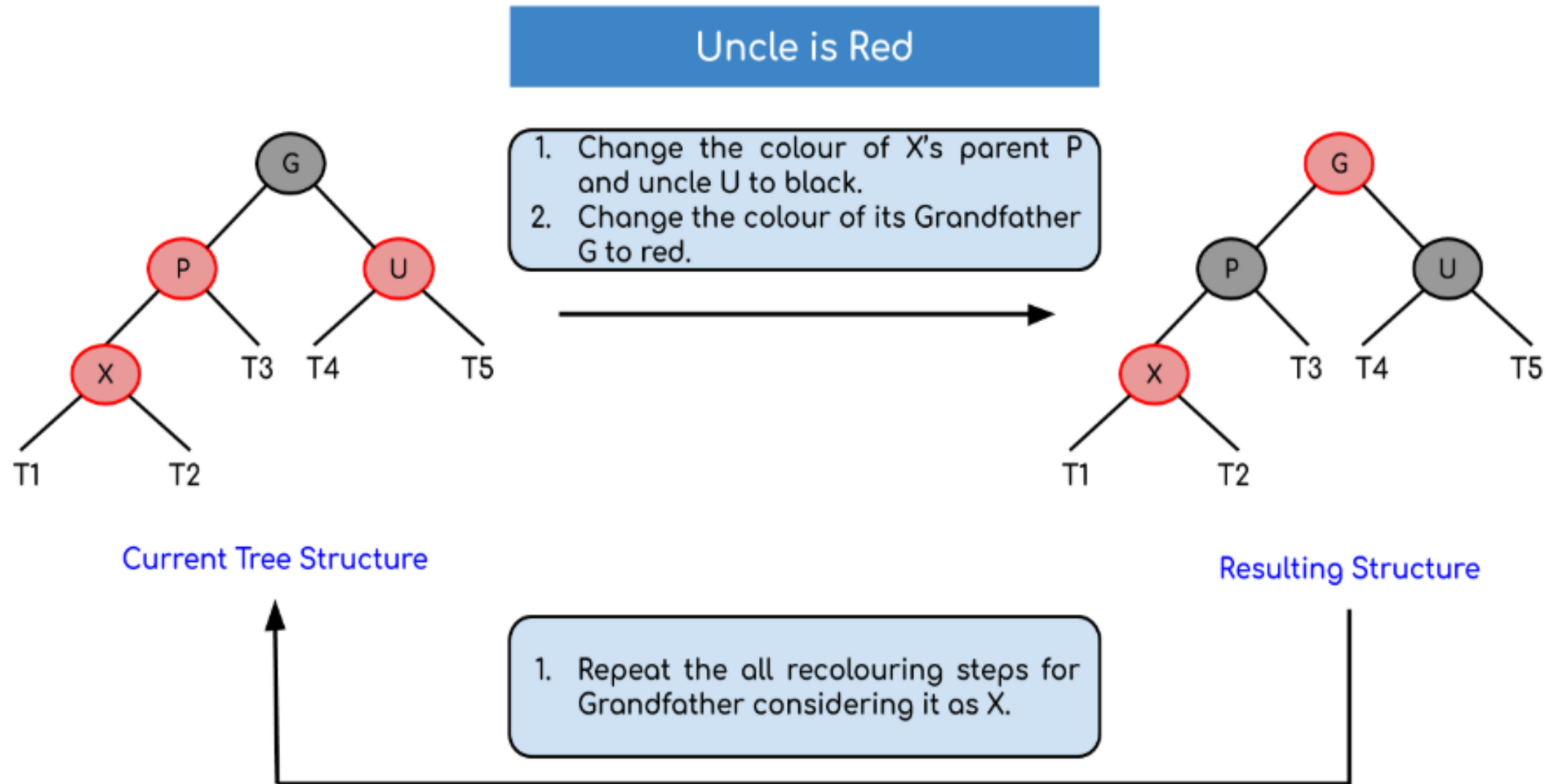
Döndürme Sonrası



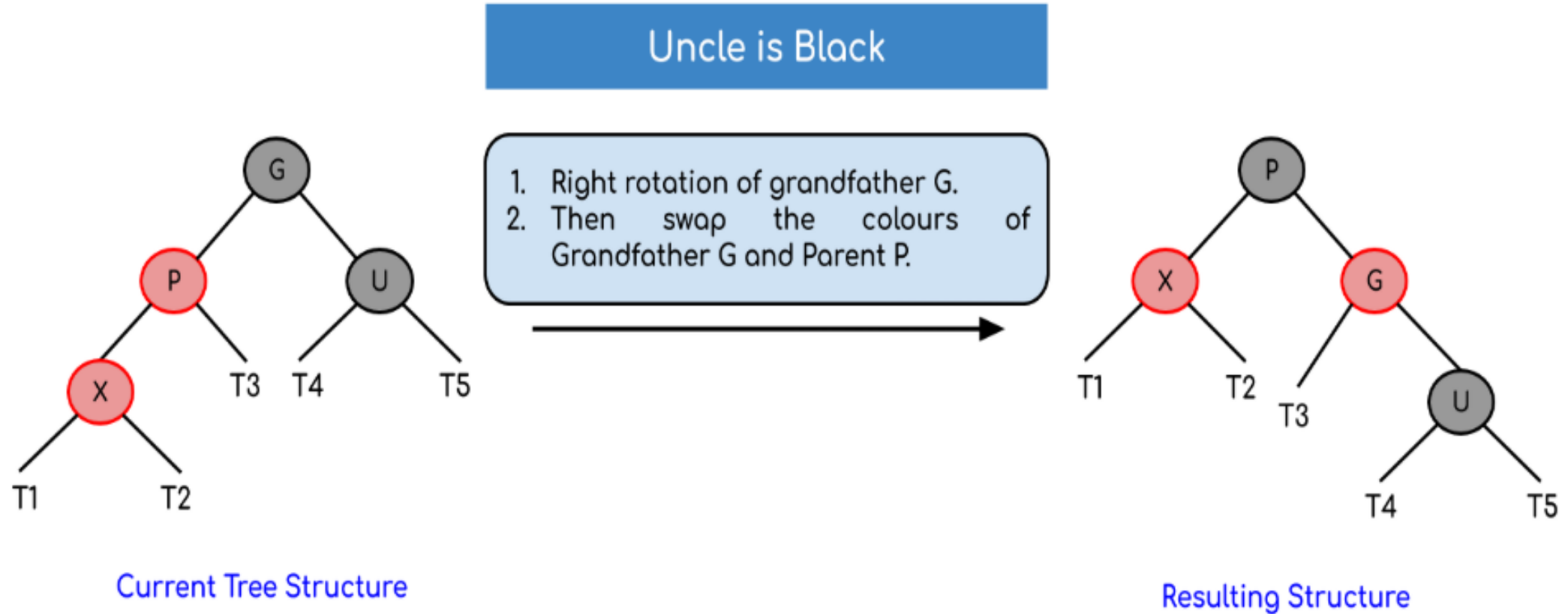
Renk değişimi sonrası



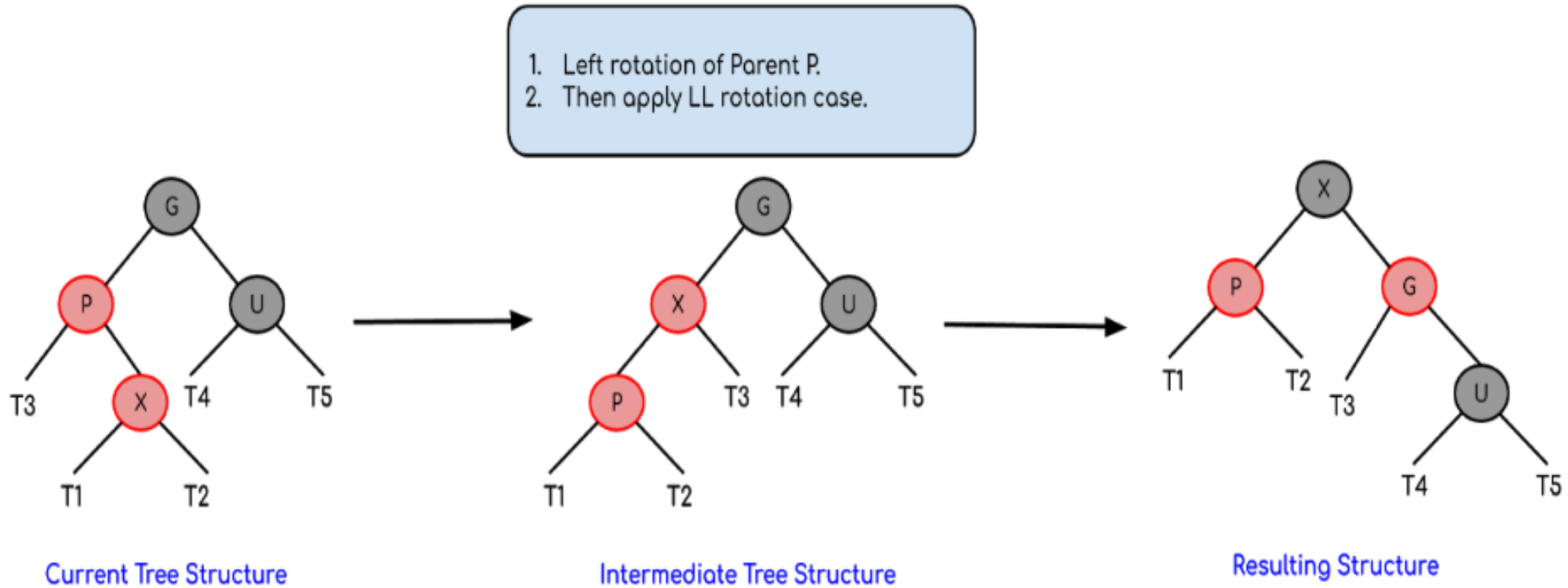
Red-Black Tree – Flip Color



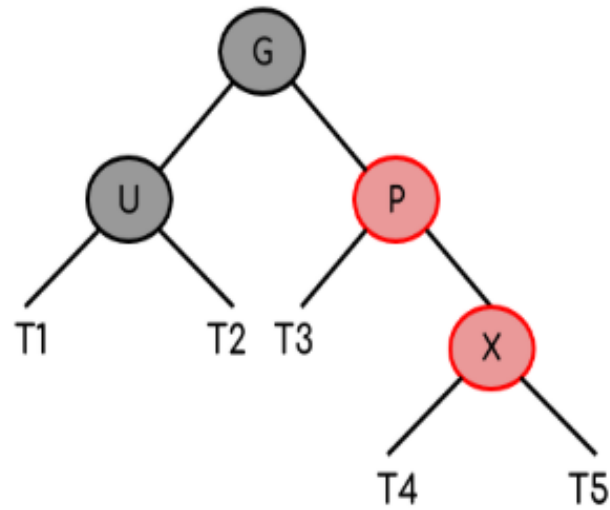
Red-Black Tree – Left-Left Case (LL Rotation)



Red-Black Tree – Left-Right Case (LR Rotation)

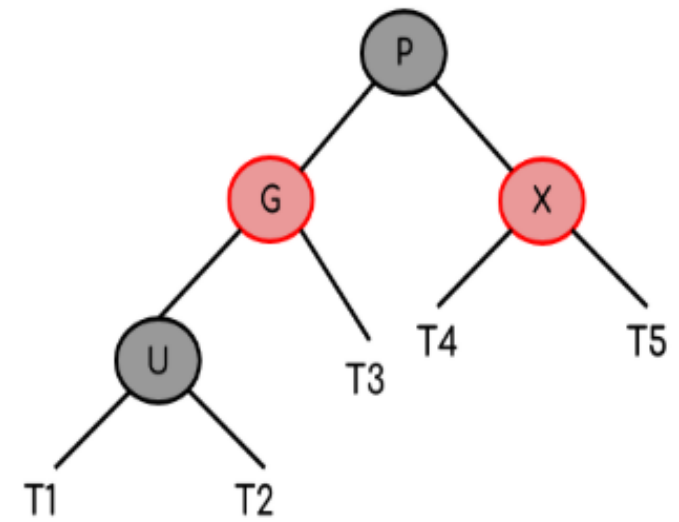


Red-Black Tree Right-Right Case (RR Rotation)



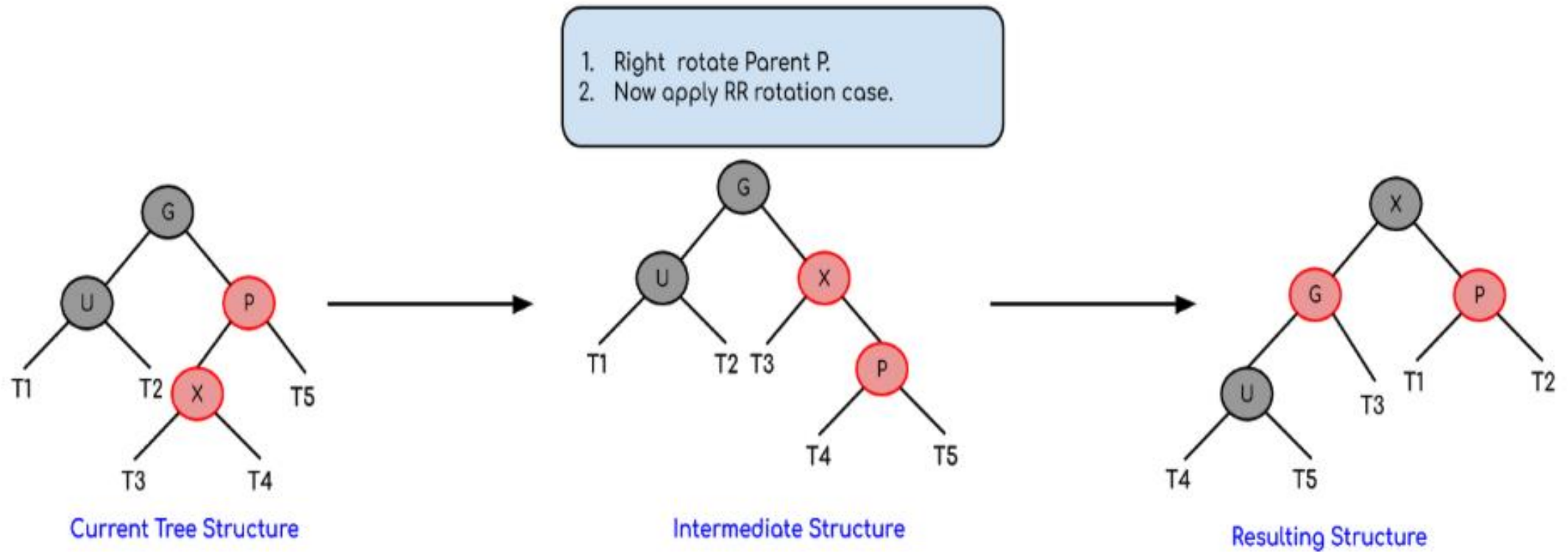
Current Tree Structure

1. Left rotation of grandfather G.
2. Then swap the colours of Grandfather G and Parent P.



Resulting Structure

Red-Black Tree Right-Left Case (RL Rotation)



Red-Black Tree vs AVL Tree

- AVL Tree, Red-Black Tree yapısına göre daha dengelidir. Ancak ekleme silme işlemlerinde rotasyon daha fazla olabilmektedir.
- Uygulamada sık ekleme ve silme işlemi varsa Red-Black Tree daha avantajlıdır.
- Arama ağırlıklı bir uygulama söz konusu ise AVL tercih edilmelidir.