

論文の内容の要旨

論文題目	量子乱流における渦度の階層構造と流滴サイズに関する研究
学位 申請者	門倉 強

本学位論文は超流動体における量子乱流の力学現象について理論的に議論した研究をまとめたものである。この現象は広くボース・アインシュタイン凝縮 (BEC) とよばれる、冷却原子のマクロな量子力学的状態の環境下で起こる乱流運動を指す。乱流の系では、流体の不安定性による相対位置のずれから発達した渦が発生し、大スケールの渦から小スケールの渦へ漸化的に分裂する。それに伴い流体の慣性エネルギーが、低波数スペクトルから高波数スペクトルに向かってカスケード伝搬する。これを乱流中におけるエネルギーカスケードといい、大小渦の分裂が伴う領域を慣性領域とよぶ。慣性領域では、乱流による流体の運動が支配的となり粘性の影響が無視できるほどになる。その結果、乱流の慣性領域のエネルギー Spektrum は慣性エネルギー ϵ と波数空間であらわす渦のスケール k で定まる。古典流体において、乱流の系のエネルギー Spektrum を $E(k)$ 、任意定数を c とするとき、 $E(k) = c\epsilon^{2/3}k^{-5/3}$ の統計的な分布をとるとしてコルモゴロフが仮説をたて、その後多くの研究により確かめられた。現在では $-5/3$ べき乗のコルモゴロフ則とよばれている。そして近年、量子乱流のエネルギー Spektrum についてもコルモゴロフ則が確認され、実験、理論ともに二次元系、三次元系、多成分系など多くの研究が報告されている。量子流体は極低温の環境下により、物質波として位相が揃った巨視的な量子状態の原子集団で構成され粘性がない特徴をもつ。この特徴から古典流体と比較して少ない要素で理論と実験相互の検証と再現が容易である。そのため未解決問題の一つとされる乱流の物理現象の解明に注目されている。以上の背景をもとに、量子乱流中のエネルギーカスケードについて乱流の動力学的な機構を可視化することと、二成分系の超流動体が定常乱流の環境下で、分裂する流滴サイズとエネルギー注入率の関係解明を動機とし、数値計算による理論的な検証と考察を軸に研究を進めた。結果の概要は以下のとおりである。

1. 量子乱流における渦度分布の階層構造

発達した乱流中では大きなサイズの渦が分裂し小さなサイズの渦が生成され、その機構が漸化的に繰り返し小さな渦の果ては粘性によって散逸される。古典乱流ではリチャードソンが、その過程を渦輪の大小の描像として記録を残しリチャードソン・カスケードとして知られている。コルモゴロフは乱流のカスケード機構について、エネルギースペクトルの観点から理論的に考察し乱流中の速度相関から得られる、波数に対するエネルギースペクトルが $-5/3$ のべき乗に従うコルモゴロフ則が知られるようになった。近年、古典乱流において渦度分布の各波数スペクトル間のダイナミクスについての理論研究がなされ、大スケール渦から直交した小スケールが生成するカスケード機構が可視化され明らかになった。一方、量子乱流においても、既に $-5/3$ べき乗則のエネルギースペクトルが確認されていることから、同様の機構によって渦度分布のカスケード機構が現れると期待される。そこで本研究は同様の渦度分布のカスケード機構の素過程を調べ、古典流体と同様の結果を足掛かりに、さらに量子乱流中における渦度分布について研究を行った。量子乱流の分野では、これまでエネルギーカスケードに関わる渦度分布の動力的機構に着目した研究はなかった。本研究の結果では乱流中の大スケール渦から、小スケール渦が生成される過程が古典流体と同等の機構であることが分かった。以上の結果はエネルギーカスケードについて、乱流運動のメカニズムを可視化することで、古典、量子の両領域にわたる乱流力学の解明を担うと期待できる。

2. 二成分系量子乱流における流滴スケールリングとエネルギー注入率の関係性

例えば水と油のような混ざり合わない流体は、乱流中においてそれぞれが特徴的な流滴サイズで分離する。その分離した流滴サイズは、乱流を起こす外力によって注入されたエネルギーと定量的に関係する。注入エネルギーが大きければ乱流の流れは激しく、水と油のそれぞれの流滴サイズは小さくなり、注入エネルギーが小さければ流れはゆるやかで流滴サイズは大きくなる。古典乱流において、外力によるエネルギー注入率に対する流滴サイズは普遍的に $-2/5$ のべき乗を示すことが、コルモゴロフとヒンゼの研究によって示されている。この関係をコルモゴロフ・ヒンゼスケールとよぶ。本研究はこのスケールについて、超流動体による量子乱流を対象に調査した。その結果、古典流体と同じスケール則と量子流体の特徴をもつスケール則の二つの領域があることがわかった。斥力相互作用が比較的大きな値では、古典流体的な $-2/5$ のべき乗のスケールとなり、比較的小さな値では、運動量の不確定性が支配的となる量子力学的な $-1/4$ のべき乗となる場合の二つの傾向があることを発見した。

論文審査の結果の要旨

学位申請者氏名 門倉 強

審査委員主査 斎藤 弘樹

委員 岸本 哲夫

委員 谷口 淳子

委員 伏屋 雄紀

委員 森下 亨

(*自筆署名の場合に限り、押印省略可)

令和4年1月17日に、博士論文公聴会および最終試験を5名の審査委員出席のもとで実施した。

本論文では、量子力学的な流体における乱流現象について、数値計算を用いた理論的な研究結果が報告されている。超流動状態にある液体ヘリウムや原子気体のボース・アインシュタイン凝縮体は量子流体と呼ばれ、渦の量子化や粘性の消失など、通常の古典力学に従う流体とは異なった性質を持つ。それにもかかわらず、量子流体においても古典流体と同様の流体现象が現れる場合があることが、最近の研究で明らかになってきている。乱流現象もその一つである。古典流体における一様当方な乱流状態では、コルモゴロフ則と呼ばれる普遍的な相似則が存在することが知られているが、量子乱流においてもコルモゴロフ則が現れることが確認されている。古典乱流におけるコルモゴロフ則の物理的な起源は、大きなスケールの渦が非線形ダイナミクスを経て小さなスケールの渦へと分裂していくことであると考えられている。しかしながら、この描像は永らく概念的なものであり、渦がどのようにして大スケールから小スケールへと変遷していくかは明確には理解されていなかった。これに対して、最近の古典乱流の数値的な研究において、平行に並んだ二本の渦から、直交した小さな渦が生まれていることが明確に示され、古典乱流におけるエネルギーカスケードに対する具体的な理解への道が開けてきた。しかしながら、量子乱流において渦は量子化されており、量子乱流においても古典乱流と同様の渦ダイナミクスが起こるかどうかは自明ではない。そこで、本論文では量子乱流の数値計算シミュレーションを行い、量子渦のダイナミクスを明確にすることを目的とし、さらに量子乱流における流滴形成についても調べられている。

第 1 章では、超流動現象の起源となるボース・アインシュタイン凝縮について簡単に説明されている。非対角長距離秩序や平均場近似、量子渦など、基礎的な事柄が導入されている。さらに量子渦の運動や量子渦の生成過程などについても簡単に紹介されている。

第 2 章では、乱流研究のレビューが行われている。古典流体におけるコルモゴロフ仮説を用いて、エネルギースペクトルのべき乗則が導かれている。また、後の章で必要になる、各スケール間の渦の分布に関する最近の研究の紹介や、二流体系における流滴サイズの研究について述べられている。量子流体における乱流研究についても簡単なレビューが行われている。

第 3 章では本論文の主な結果の一つである、量子乱流における渦度分布の階層構造について説明されている。まず研究方法について述べられている。解くべきグロス・ピタエフスキー方程式が導入された後、波動関数からどのように各スケールの渦度分布が定義されるかが説明されている。続いて、渦を人為的に配置した場合のシミュレーション結果が示され、大きな平行渦からそれに直交した方向の小さな渦が発生していることが、量子渦のレベルで明らかにされている。続いて、乱流状態の場合のシミュレーション結果が示され、この場合にも、大きな平行渦からそれに直交した方向の小さな渦が発生する傾向があることが定量的に示されている。この結果から、エネルギースペクトルがコルモゴロフ則を示すような量子乱流状態において渦の異なるスケール間でエネルギーの遷移が実際に生じていることが確かめられ、さらに大スケールの渦から小スケールの渦が生成される場合の角度分布に関する知見も得られた。

第 4 章では、2 成分の量子流体をかき混ぜたときの流滴サイズに関する研究結果が示されている。一般に水と油のような混合しない流体をかき混ぜた場合、かき混ぜのエネルギーが大きいほど流滴サイズは小さくなる。コルモゴロフやヒンゼらの研究によって、かき混ぜのエネルギーと流滴サイズの間にはある冪乗則が存在することがわかっており、コルモゴロフ・ヒンゼ (KH) スケールと呼ばれている。本章ではまず古典流体における KH スケールの説明がなされ、これを量子流体で実現するためのシミュレーションの方法が述べられている。続いて、シミュレーション結果が示され、量子流体でも KH スケールが同様に現れることが明らかにされている。さらに、相互作用パラメータを変化させ、流滴サイズが小さく量子的なエネルギーが支配的となる領域が調べられており、この領域では量子効果により古典的な KH スケールとは違った冪乗則が現れることが示されている。量子系での KH スケールに関する研究はこれまで皆無であり、この結果は量子流体力学における研究の新たな方向性を与えるものである。

以上のように、本論文では、量子乱流における渦度分布の階層構造が明確に示され、さらに流滴分布における量子系特有の新たなスケール則が見いだされた。いずれも新規性の高い結果であり、量子乱流の研究分野に大きな影響を与える価値の高い内容であると認められる。以上の理由により、博士（理学）の学位請求論文として十分な内容を有していると判定した。