Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет по заданию №6

«Сборка многомодульных программ. Вычисление корней уравнений и определенных интегралов.»

Вариант 10 / 4 / 3

Выполнил:
студент 104 группы
Морозов И. Ф.

Преподаватель:
Гуляев Д. А.

Москва
2022

Содержание

Постановка задачи

В данной работе решалась задача поиска площади фигуры, ограниченной тремя кривыми с заданной точностью ε. В частности:

- требовалось реализовать численный метод подсчёта интегралов с помощью Формулы Симпсона (парабол);
- написать алгоритм нахождения точек пересения графиков функций комбинированным методом (хорд и касательных), далее они и будут являться вершинами фигуры, площадь которой должна быть вычислена,
- отрезки для применения метода нахождения корней были выбраны аналитически.

Математическое обоснование

Для корректной работы функции root(...), описанной далее, необходимо следующее:

- комбинированный метод применим для решения уравнения вида $f(x) = 0$ на отрезке $[a; b]$, если ни одна точка отрезка $[a; b]$ не является ни стационарной, ни критической, то есть $f'(x) = 0$ и $f''(x) = 0$.
- условие начальной точки для метода хорд $f(x)f''(x) < 0$.
- условие начальной точки для метода касательных $f(x)f''(x) > 0$.

$F(x)$	$F'(x)$	$F''(x)$
$f1(x) - f2(x)$	$-3x^2 - \frac{8x}{(x^2+1)^2}$	$\frac{32x^2}{(x^2+1)^3} - \frac{8}{(x^2+1)^2} - 6x$
$f1(x) - f3(x)$	$\frac{ln(2)}{2^x} - \frac{(8*x)}{(x^4+2*x^2+1)}$	$\frac{(24*x^2-8)}{(x^6+3*x^4+3*x^2+1)} - \frac{ln^2(2)}{2^x}$
$f2(x) - f3(x)$	$\frac{ln(2)}{2^x} + 3*x^2$	$6*x - \frac{ln^2(2)}{2^x}$

Таблица 1: производные 1-ого и 2-ого порядков для функций

В качестве отрезков разбиения возьмём: $[1, 2]$ для $f1(x) - f2(x)$, $[-2, 1]$ для $f1(x) - f3(x)$, $[0.1, 1]$ для $f2(x) - f3(x)$, - и проверим их:

$F(x)$	$F'(x)$	$F''(x)$
$f1(x) - f2(x)$	$= 0, \forall x \in [1, 2]$	$= 0, \forall x \in [1, 2]$
$f1(x) - f3(x)$	$= 0, \forall x \in [-2, 1]$	$= 0, \forall x \in [-2, 1]$
$f2(x) - f3(x)$	$= 0, \forall x \in [0.1, 1]$	$= 0, \forall x \in [0.1, 1]$

Таблица 2: проверка на отсутствие критических и стационарных точек

Проверка двух последних условий необязательна, так как таким образом определяется лишь метод дальнейшего приближения к корню.

Ссылку на сходимость используемых методов и оценки точности можно найти в списке литературы.

Оценка погрешностей:

$$I = \int_a^b f(x)\,dx + \varepsilon_2,\ \varepsilon_2 -$$

$$|I - \int_{a_0}^{b_0} f(x)\,dx| = |\int_{a_0+\varepsilon_1}^{b_0+\varepsilon_1} f(x)\,dx + \varepsilon_2 - \int_a^b f(x)\,dx| =$$

$$= |\int_{a_0}^{b_0} f(x)\,dx - \int_{a_0}^{a_0+\varepsilon_1} f(x)\,dx + \int_{b_0}^{b_0+\varepsilon_1} f(x)\,dx + \varepsilon_2 - \int_{a_0}^{b_0} f(x)\,dx| \leq$$

$$\leq |\int_{a_0}^{a_0+\varepsilon_1} f(x)\,dx| + |\int_{b_0}^{b_0+\varepsilon_1} f(x)\,dx| + |\varepsilon_2| =$$

$$= |\mu_a| \cdot |\varepsilon_1| + |\mu_b| \cdot |\varepsilon_1| + |\varepsilon_2| = \{\mu_a, \mu_b \in [\inf_{[a,b]} f(x), \sup_{[a,b]} f(x)]\} \leq$$

$$\leq 2 \cdot \max\{|\inf_{[a,b]} f(x)|,\ |\sup_{[a,b]} f(x)|\} \cdot |\varepsilon_1| + |\varepsilon_2| \leq 10^{-3}$$

$$|f(x)|,\ |g(x)|,\ |h(x)| < 1(3,\ \varepsilon_1 = \frac{10^{-4}}{4},\ \varepsilon_2 = \frac{10^{-3}}{2}$$

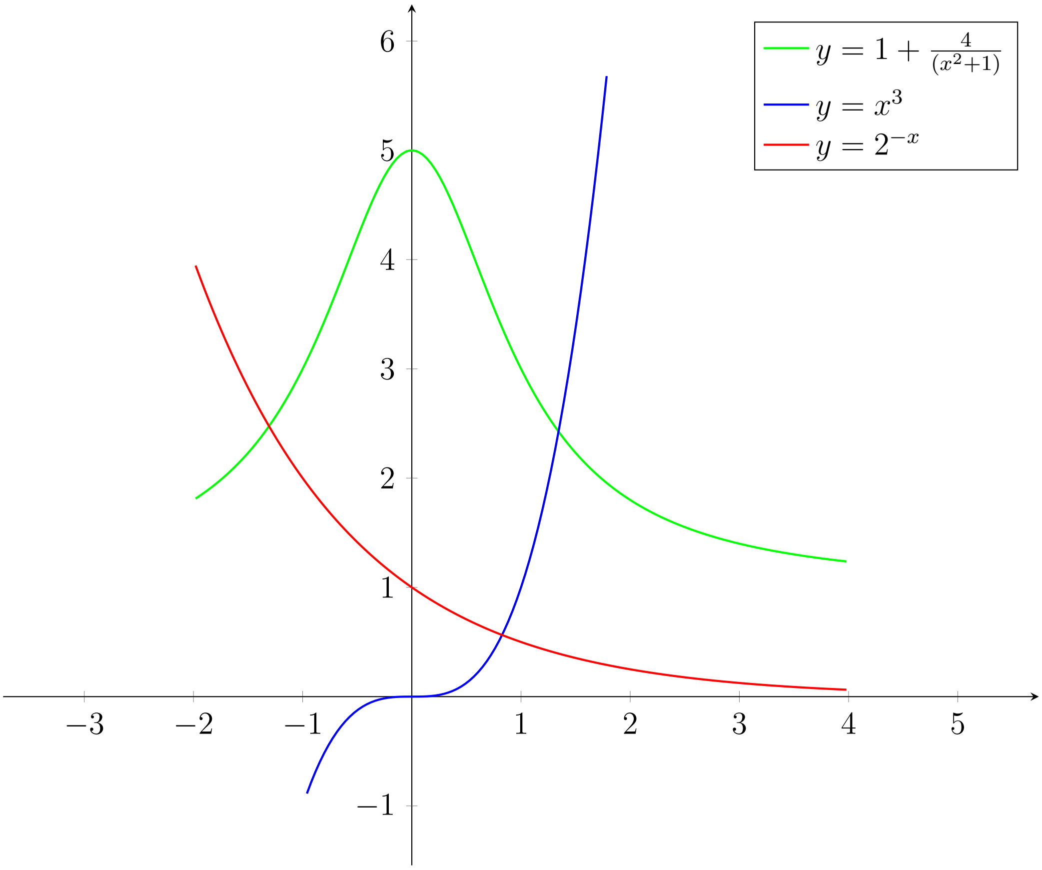


Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Результаты экспериментов

Кривые	x	y
1 и 2	1.3436	2.4258
2 и 3	0.8262	0.5640
1 и 3	-1.3078	2.4757

Таблица 3: Результаты

S фигуры	6.590561

Таблица 4: Результаты

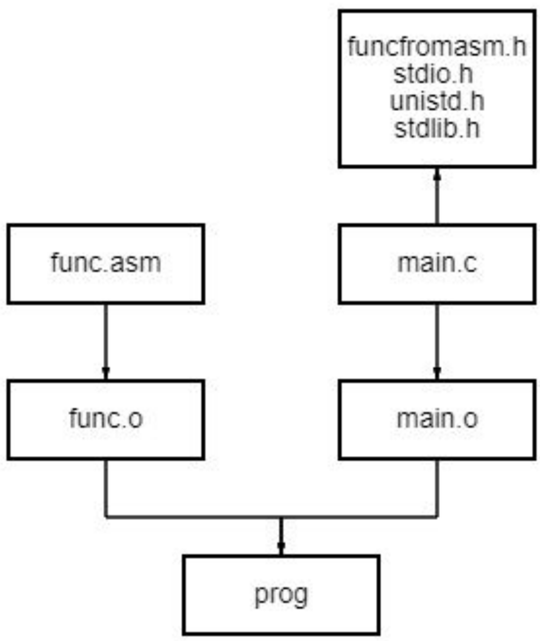
Структура программы и спецификация функций

Для решения проблемы, описанной выше было реализовано две функции:

- float integral(ptrFunc, float, float, float) - исчисление определённого интграла методом Симпсона. На вход: указатель на функцию, пределы интегрирования, а также необходимая точность.
- float root(ptrFunc, ptrFunc, ptrFunc,ptrFunc,ptrFunc, ptrFunc, float, float, float) - нахождение корней Комбинированным методом (хорд и касательных). На вход: указатель на функцию f(x) и её производные вплоть до второго порядка, указатель на функцию g(x) и её производные вплоть до второго порядка, отрезок разбиения и точность. (Т.о. она находит приближенное решение вида f(x) - g(x) = 0)

Функции, заданные моим варинтом, были реализованы на языке Ассемблера(Nasm), в том числе их производные 1-ого и 2-ого порядков. Кроме этого, для упрощения работы с комадной строкой, была создана структура FLAGS, которая и хранит всевозможные пользовательские настройки (их можно увидеть по арументу -h).

Изобразить графически разбиение программы на компоненты (модули, функции) и связи между этими компонентами.



Сборка программы (Make-файл)

Make-файл, использующийся для сборки программы, содержится в архиве, приложенном к отчёту. Основная программа содержится в файле "main.c описание функций f1, f2, f3 в "func.asm". Файл "funcfromasm.h"является вспомогательным и содержит лишь объявление функции из "func.asm". При сборке файлы компилируются до объектного кода, а затем линкуются.

Отладка программы, тестирование функций

Тестирование функции integral(...):

1. $f(x) = x^2, x \in [2, 4],\ : 18.66699 \approx \frac{56}{3}$,
2. $f(x) = \sqrt{x}, x \in [2, 4],\ : 3.448038 \approx \frac{16-4\sqrt{2}}{3}$,
3. $f(x) = 1/x, x \in [1, e],\ : 1.000411 \approx 1$,
4. $f(x) = cos(x), x \in [0, \pi/2],\ : 1.000008 \approx 1$,

Тестирование функции root(...):

1. $f(x) = 3x^2 - 4, x \in [1.5, 3],\ : 2.00000 \approx 2$,
2. $f(x) = ln(x) - 1, x \in [1.1, 5],\ : 2.718282 \approx e$,
3. $f(x) = \sqrt{x} - 4, x \in [3, 30],\ : 16.000124 \approx 16$,

Можем заметить, что результаты работы функций отличаюся от настоящих на ε_2 и ε_1, соответственно.

Программа на Си и на Ассемблере

В архиве, приложенному к данному отчёту, находятся все необходимы текста программ как на Си, так и на языке Ассемблера.

Анализ допущенных ошибок

Написание программы под тип переменных double было не лучшей идеей, но в мгновение всё удалось исправить. Помимо этого asm-функции временами возвращали nan или inf, что тоже удалось исправить.

Список литературы

[1] Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Т. 1 — Москва: Наука, 1985.

[2] http://dit.isuct.ru/IVT/sitanov/Literatura/M501/Pages/Glava2$_5$*.htm.https* : *//ru.wikipedia.org/wiki/*