

LISTA OBRIGATÓRIA PARCIAL DE PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMO

SEMANAS 1-2

1. Prove por indução matemática que:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}, n \geq 1$$

2. Seja a sequência  $h_0, h_1, h_2, \dots$  definida como:

$$h_0 = 1, h_1 = 2, h_2 = 3$$
$$h_k = h_{k-1} + h_{k-2} + h_{k-3}, \forall k \geq 3$$

Prove por indução matemática que  $h_n \leq 3^n$  para todos os inteiros  $n \geq 0$ .

Para as questões 3 e 4 a seguir, responda sua questão em duas partes: (a) estruturação da solução por indução e (b) derivação do algoritmo em pseudo-linguagem a partir da solução do item (a).

3. Usando indução fraca, elabore um algoritmo **recursivo** para calcular o maior elemento de um vetor  $X$  de  $n$  elementos.
4. Usando indução forte, refaça o problema do item anterior.

Para as questões 5 a 7 a seguir, responda sua questão em quatro partes: (a) descreva a ideia da sua estratégia de solução; (b) escreva o algoritmo em pseudo-linguagem; (c) calcule a complexidade de tempo e espaço do algoritmo e (d) implemente o algoritmo.

5. Suponha que seja dada uma string binária, composta apenas de 0s e 1s. Elabore um algoritmo para checar se esta string é válida. Uma string é dita *válida* se obedecer a:
- A quantidade de 0s é igual à quantidade de 1s na string;
  - Para qualquer posição da string, lendo-a da esquerda para a direita, o número de 0s até essa posição deve ser maior ou igual ao número de 1s até essa posição.

Por exemplo, a string 001 não é válida porque não atende o item (i). Já a string 0011 é uma string válida porque obedece (i) e (ii). No entanto, a string 0110 não é válida porque embora obedeça (i), não satisfaz (ii), já que até a terceira posição da string temos dois 1s e um zero apenas.

6. Elabore duas soluções conceitualmente diferentes (uma solução para cada item) para o problema de identificar se um vetor  $X$  de  $n$  elementos possui ou não elementos duplicados:
- Sem gastar espaço adicional ao vetor de entrada, a menos de variáveis simples;
  - Podendo gastar espaço adicional da mesma ordem de grandeza do vetor de entrada.
7. Elabore duas soluções conceitualmente diferentes (uma solução para cada item) para dados dois vetores  $A$  e  $B$ , identificar os elementos que pertencem a  $A$  e não a  $B$ , quando:
- os vetores estão em ordem arbitrária;
  - os vetores estão ordenados.