

## LISTA OBRIGATÓRIA PARCIAL DE PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMO

### SEMANAS 3 e 4

1. Considere duas soluções  $s$  e  $t$  para resolver um dado problema. A complexidade das duas soluções é dada a seguir. Determine qual das duas soluções é mais eficiente para grandes valores de  $n$ . Na sua solução você deve utilizar o método visto nas notas de aula e o Teorema Mestre para calcular as recorrências das soluções  $s$  e  $t$ , respectivamente.

solução  $s$ :  $T(n) = 2T(n/2) + n$ ,  $T(1) = 0$

solução  $t$ :  $T(n) = 2T(n/4) + n^{1/2}$ , para  $n > 2$  e para  $n \leq 2$ ,  $T(n) = c = O(1)$ .

Para os problemas a seguir faça:

- a) Descreva a ideia de sua solução;
  - b) Elabore o algoritmo em pseudo-linguagem;
  - c) Calcule a complexidade do algoritmo para o pior caso;
  - d) Implemente o algoritmo e teste-o.
2. Seja  $X = [x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n]$  um vetor de inteiros, ordenados em ordem crescente. Uma **rotação** em  $X$  consiste no deslocamento dos elementos de  $X$  de tal forma que o vetor rotacionado  $X'$  fica na forma  $X' = [x_n, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}]$ . Por exemplo, para  $X = [2, 4, 7, 9, 15]$  uma rotação em  $X$  resultaria no vetor  $[15, 2, 4, 7, 9]$  e três rotações em  $X$  resultaria no vetor  $[7, 9, 15, 2, 4]$ .

Seja  $A$  um vetor de inteiros, ordenados em ordem crescente e sem elementos repetidos. Seja  $R$  um vetor que sofreu  $r$  rotações a partir de  $A$ ,  $0 \leq r \leq n-1$ . Elabore um algoritmo para dado somente o vetor  $R$ , determinar quantas rotações  $R$  sofreu. A complexidade de seu algoritmo deve ser  $O(\log n)$ . Ex: Para  $R = [7, 9, 15, 2, 4]$  a resposta seria 3. Para  $R = [2, 4, 7, 9, 15]$  a resposta seria 0.

3. Considere uma função monotonicamente crescente  $f(x)$ , cujo domínio é o conjunto de inteiros não negativos. Elabore um algoritmo para encontrar o menor valor de  $x$  para o qual  $f(x) \geq 0$ . Por exemplo, para a função  $f(x) = 2x - 35$ , definida para  $x \geq 0$ , a resposta seria  $x = 16$ , pois de  $x = 0$  até  $x = 15$ ,  $f(x) < 0$ . A sua solução deve ter complexidade  $O(\log x)$ . Na implementação da sua solução você deve adotar uma função monotonicamente crescente fixa, de sua escolha. (Dica: leia a Seção 6.2 do Udi Manber para se inspirar).
4. Dado um vetor de inteiros distintos, em ordem arbitrária, elabore duas soluções *in loco* conceitualmente distintas para rearranjar o vetor de tal forma que todos os elementos que ocupem posições pares sejam maiores que os seus vizinhos no vetor. Uma solução é *in loco*, ou no local, quando não gasta espaço adicional, a menos de poucas variáveis simples. Qual solução é mais eficiente? Por exemplo, para o vetor  $X = [9, 5, 8, 2, 6]$ , seu algoritmo poderia retornar  $X = [2, 9, 5, 8, 6]$  ou  $X = [5, 9, 2, 8, 6]$ .
5. Dado um vetor de inteiros, elabore duas soluções de complexidade distintas para encontrar o maior produto de dois elementos do vetor. Por exemplo, para o vetor  $X = [5, -10, 4, 6, -2, -3]$ , o maior produto é 30, resultante da multiplicação do par  $(-10, -3)$  ou

do par (5, 6). Nenhuma de suas soluções pode ser quadrática. Compare as soluções obtidas em relação às complexidade de tempo e espaço.

6. Considere um vetor de inteiros, com alguns elementos nulos. Elabore soluções *in loco* de tempo  $O(n)$  para organizar o vetor de forma que os zeros sejam deslocados para o final do vetor.
  - (a) A sua solução deve ser estável, ou seja, a ordem relativa de entrada dos números é preservada no vetor de saída.
  - (b) A sua solução não é estável, ou seja, organiza os não zeros e depois os zeros sem se preocupar com a ordem de entrada original.

Para o vetor  $X = [6, 0, 8, 2, 3, 0, 4, 0, 1]$ , no item (a) sua solução retornaria  $X = [6, 8, 2, 3, 4, 1, 0, 0, 0]$  e em (b) poderia retornar, por exemplo,  $X = [6, 1, 8, 2, 3, 4, 0, 0, 0]$ .