

Micael Andrade Dos Santos

Matrícula: 201900051051

1. Questão

a. Estruturação por indução

CASO BASE:

Caso a o vetor A tenha apenas um elemento. Temos que se $A[1] \geq P$ então retorna 1 caso contrário -1.

HIPÓ

Suponha que saibamos resolver o problema com a metade dos dados, ou seja, para $\leq \text{teto}(n/2)$ sei determinar o índice da maior palavra menor ou igual a P.

CASO GERAL

Resolução do problema para n dados.

Temos a seguinte estratégia: $\text{meio} = \text{teto}((L+R)/2)$. Podemos definir dois ponteiros L e R sendo que quando eles se cruzarem verificamos se R ultrapassou o tamanho do vetor, logo retornamos -1. Caso contrário retornamos meio.

Se $\text{vetor}[\text{meio}] > P$ vamos para primeira metade dos dados, pois o vetor A está ordenado. (Aplico minha HIP)

Se $\text{vetor}[\text{meio}] \leq P$ vamos para segunda metade dos dados. (Aplico novamente minha HIP)

b. Algoritmo

```
algoritmo BB_adaptada(A, n, p)
{- Entrada um vetor A de palavras ordenado de tamanho n. E uma palavra p
Saída: Índice i tal que A[i] é a maior palavra menor ou igual a p no vetor A
-}
Início
    retorne ache(A, 1, n, p)
fim
função ache(A, L, R, p)
início
    meio := teto((L+R)/2)
    se (R < L) então
        se (meio > n) então -- Estourou o tamanho de A
            retorne -1
        se (compareString(A[meio], p) = 0) então -- achou
            retorne meio
        senão
            se (compareString(A[meio], p) = 1) então
                retorne ache(A, L, meio - 1, p)
            senão
                retorne ache(A, meio, R, p)
    fim
```

c. Fórmula de recorrência

Temos que para cada chamada recursiva da função `ache` estamos passando metade dos valores. Ou seja, $n/2$, além disso podemos considerar as outras operações de comparação de string como tempo constante C. Logo ficariamos com a seguinte fórmula: $T(1) = C$ e $T(n/2)$ logo $T(n) = T(n/2) + C$

d. Assumindo que n é potência de 2, ou seja, $n = 2^k$ e aplicando a função log de ambos os lados temos: $k = \log n$. Resolvendo a recorrência ficamos.

$$T(2^k) = T(2^{(k-1)}) + C$$

$$= (T(2^{(k-2)}) + C) + C$$

$= ((T(2^{(k-3)}) + C) + C) + C \leftarrow$ Opa! Temos um padrão aqui, a quantidade de C é a mesma do último termo do expoente.

....

$$T(2^{(k-k)}) + k$$

$$T(2^0) + K \leftarrow \text{Sei calcular o caso base}$$

$$C + K$$

Agora precisamos voltar para nossa variável de indução n , como $k = \log n$, temos que $C + \log n = O(\log n)$

2. Questão

- a. Podemos representar as cores da seguinte forma: AMARELO = 1, AZUL = -1, VERDE = 3. Vamos utilizar um algoritmo de partição utilizado no quicksort para realizar essa tarefa.

b. Algoritmo

```
algoritmo partition(V, l, r)
{- Entrada um vetor V de cores com n cores (Amarelo, Verde e Azul), um ponteiro do primeiro elemento e para o último.
Saída: Vetor A tal que todas cores azuis estão à esquerda e todas cores verdes estão à direita.
-}
inicio
    pivo := escolhaPivo(V) -- Escolhe o elemento 1 como pivô (amarelo)
    L := l
    R := n
    enquanto L < R faça
        enquanto (V[L] <= pivo) e (L <= r) faça L := L+1
        enquanto (V[R] > pivo) e (R >= l) faça R := R-1
    se (L < R) então Troca(V[L], V[R])
    pos := R
    Troca(V[l], X[pos])
    retorne V
fim
```

c. Complexidade

Temos que escolher um elemento Amarelo como pivô, para fazer isso uma simples função linear $O(n)$ pode ser usada para retorna essa posição. Além disso o algoritmo de partição percorre os elementos apenas uma vez. Ou seja também será $O(n)$. Logo $T(\text{partition}) = O(n)$

3. Questão

- a. Podemos usar o heapSort para ordenar o vetor P de palavras e para cada palavra do vetor CH verificar se a mesma está em P. Dessa forma, podemos ir pegando as palavras de CH e verificando se estão em P.

b. Algoritmo

```
algoritmo relevante(P, n, CH, m, k)
{- Entrada um vetor P de palavras pre-processadas de tamanho n e um vetor CH de tamanho m e um inteiro k.
-}
inicio
    totalEncontrados := 0
    Heapsort(A, n) -- Podemos usar uma função O(1) para mudar o critério de comparação.
    ponteiro = 1
    flag = 1
    para i=1 ate m faça
        enquanto (ponteiro <= n && flag <> 1)
```

```

    se (compareString(CH[i], A[ponteiro]) = 0) então
        totalEncontrados := totalEncontrados + 1
        ponteiro := ponteiro + 1
        se (compareString(CH[i], A[ponteiro]) = 1) então
            flag = 0 -- para o laço
        se totalEncontrados = k então
            imprima 'Texto Relevante'
            flag = 0
        imprima 'Texto Inrelevante' -- Chegou ao fim e não encontrou um total maior que k
fim

```

d. **Complexidade**

Temos que o Heapsort custa $O(n \log n)$ para ordenação. Além disso temos $\sum_{i=1}^m T(\text{enquanto})$ para cada palavra em CH. $\sum_{i=1}^m T(\text{enquanto}) = m - 1 + 1 = m * T(\text{enquanto})$. Dentro do enquanto nós temos um ponteiro e uma flag que irá controlar seu fluxo. Sendo assim, quando estivermos em uma palavra que é menor a qual estamos procurando não adianta continuar percorrendo, pois A está ordenado. $T(\text{relevante}) = O(n \log n) + m * n = O(n \log n)$.

4.

Algoritmo

```

algoritmo KMP_algoritmo(T, N, P, M)
{-Entrada: Texto T de tamanho N e um padrão P de tamanho M.
-SAÍDA: Última ocorrência de P em T caso exista, -1 caso contrário.
.}
inicio
    i := 1
    j := 1
    ultimaOcorr := -1
    ARR_PRE := ComputaNext(P, M) -- pré-processa next (não precisa alterar)
    enquanto i <= N: -- Até o tamanho do texto.
        se (T[i] = P[j]) então
            i := i + 1
            j := j + 1
        senão:
            se (j <> 0) então
                j := ARR_PRE[j]
            senão:
                i := i + 1
        se (j = M) então -- Deu matched
            ultimaOcorr = i - j
            j = ARR_PRE[j]

    retorne ultimaOcorr
fim

```

não deu tempo 🤔