MCMC采样

> Written by Native.S1mple

对于马尔可夫链分布π的**细致平稳条件**，一般情况下，目标平稳分布$\pi(x)$和某一个马尔可夫链状态转移方程Q不满足细致平稳条件，即$\Rightarrow \pi(i)Q(i,j) \neq \pi(j)Q(j,i)$
我们可以对上式子进行一个改造，是细致平稳条件成立，引入一个$\alpha(i,j)$使上式子成立即可，
$\pi(i)Q(i,j)\alpha(i,j) = \pi(j)Q(j,i)\alpha(j,i)$问题是什么样的$\alpha(i,j)$可以使得等式成立呢？其实只要满足$\alpha(i,j) = \pi(i,j)Q(j,i) \ \& \ \alpha(j,i) = \pi(i)Q(i,j)$
这样我们就得到了分布$\pi(x)$对应的马尔可夫链状态转移矩阵P，满足$P(i,j) = Q(i,j)\alpha(i,j)$
也就是目标矩阵可以通过任意一个马尔可夫状态转移矩阵乘以$\alpha(i,j)$得到，$\alpha(i,j)$我们一般称为**接受率**，值一般在$[0,1]$之间，可以理解为一个概率值。即目标矩阵P可以通过任意一个马尔可夫状态转移矩阵Q以一定的接受率获得。这是一个常见的马尔可夫链状态转移矩阵Q通过一定的接受-拒绝概率得到目标转移矩阵P。
MCMC采样过程:
$1)$输入Q,平稳分布$\pi(x)$,设定状态转移次数阈值n_1，需要的样本个数n_2。
$2)$从任意简单概率分布采样得到初始状态值x_0
$3) for \quad t=0 \quad to \quad n_1+n_2-1$
  $a)$从条件概率分布$Q(x|x_t)$中采样得到样本x_*
  $b)$从均匀分布采样u~$uniform[0,1]$
  $c)$如果$u < \alpha(x_t, x_*) = \pi(x_*)Q(x_*, x_t)$则接受转移$x_t \rightarrow x_*$即$x_{t+1} = x_*$
  $d)$否则不接受$x_{t+1} = x_t$
样本集$(x_{n_1}, x_{n_1+1}, ..., x_{n_1+n_2-1})$即为我们需要的平稳分布对应的样本集。
问题：c步骤由于$\alpha(x_t, x_*)$(接受率)可能非常小，比如0.1，导致我们大部分的采样值均被拒绝，采样效率非常低，这要求n_1非常大。