

확률분포와 딥러닝

(Probability Distribution & Deep Learning)

소프트웨어 공대 강의

노기섭 교수

(kafa46@cju.ac.kr)

확률변수(Random Variable) 복습

■ Random variable 복습

맵핑 함수

$$X: \Omega \rightarrow E$$

Ω : sample space

E : measurable space

동전 던지기



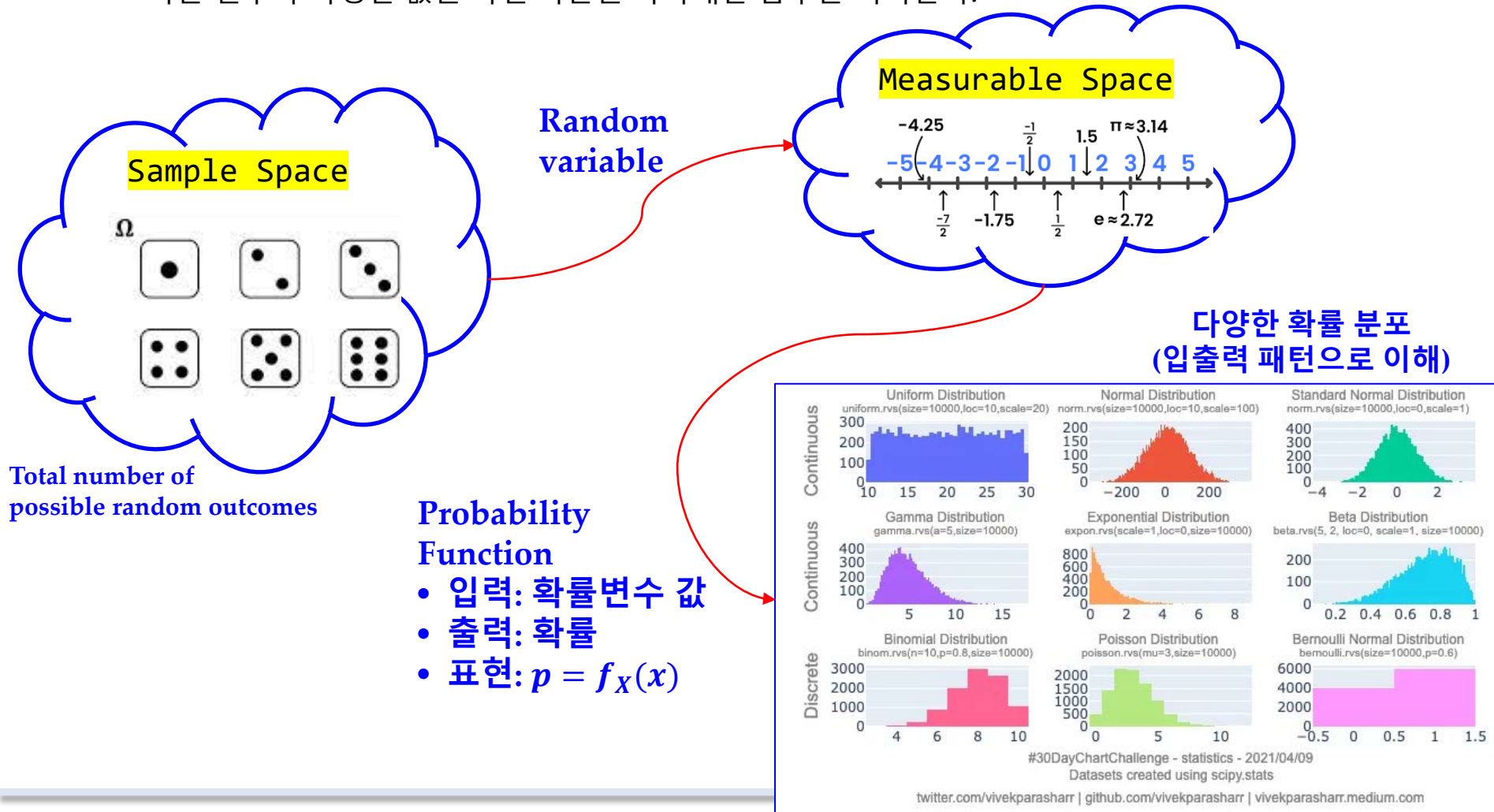
X : 동전 2개를 동시에 던졌을 때 뒷면 개수

Ω	X	E
앞, 앞	→	0
앞, 뒤	→	1
뒤, 앞	→	1
뒤, 뒤	→	2

용어 정리

■ Definition (online wikipedia: [확률분포](#))

- 확률 변수가 특정한 값을 가질 확률을 나타내는 함수를 의미한다.



Types of Probability Distribution

■ 통 쳐서 한번에 표기할 때

$$p = f_X(x) \text{ 또는 } p = f(x)$$

여기서 x 는 Random variable (확률 변수의 값)

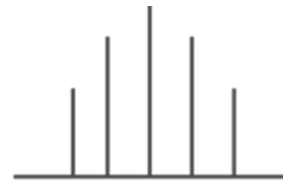
■ 확률분포 종류 → Random variable 값(x)에 따라 구분

- 이산형 (Discrete) 값 입력

· Probability Mass Function

· '확률 질량 함수'라고 부르기도 함

$$p(x) = f_X(X = x)$$



이산 확률 분포

- 연속형 (Continuous) 값 입력

· Probability Density Function

· '확률 밀도 함수'라고 부르기도 함

$$p(a \leq x \leq b) = \int_a^b f_X(x)dx$$



연속 확률 분포

확률 분포 맛보기

■ 베르누이 분포

- Random variable

- $1 \rightarrow \text{success}$
- $0 \rightarrow \text{fail}$

$$p = P[\text{success}] = P[X = 1]$$

- 확률 함수

$$f_X(x; p) = p^x(1 - p)^{1-x}, \quad x = 0 \text{ or } 1$$

- 매개변수 p 가 주어졌을 때 확률변수 X 값이 x 일 확률

- 기댓값 (expected value)

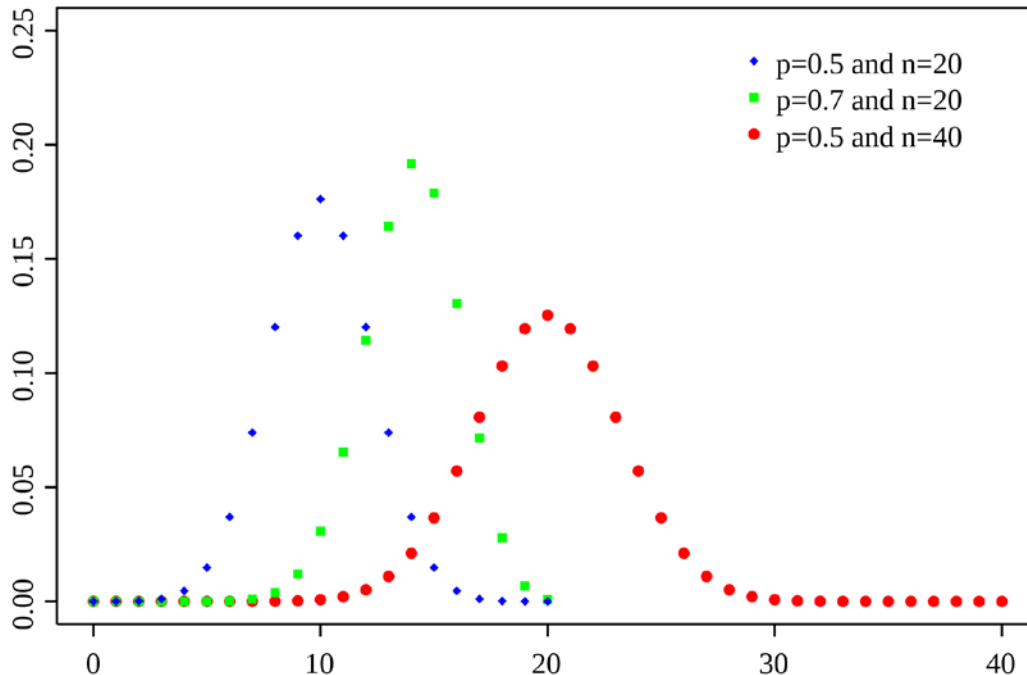
$$E[X] = p$$

- 분산 (variance)

$$V[X] = p(1 - p)$$

이항 분포 (Binomial Distribution)

이항 분포 (Binomial Distribution)



참고: 베르누이 분포는 파라미터 $n = 1$ 로 고정된 special case라고 생각하면 됨

매개변수 n 과 p 가 주어졌을 때
 n 번 시행 중에 k 번 성공할 확률

$$X \sim B(n, p)$$

$$f_X(k; n, p) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

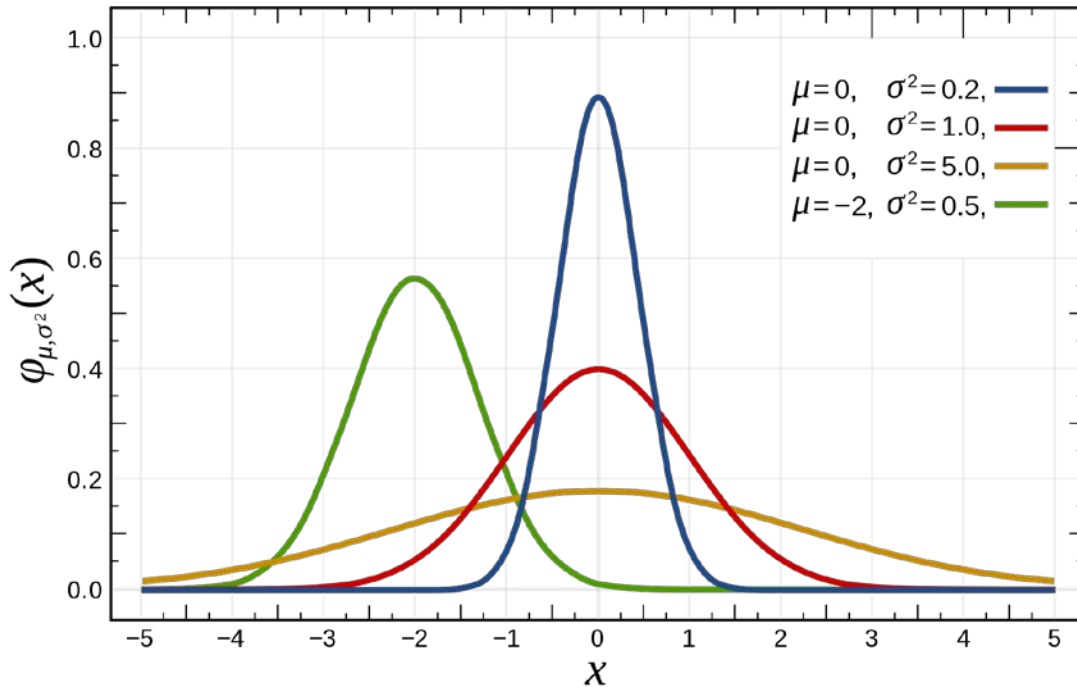
, where $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n - k)!}$

기댓값 (expected value)
 $E[X] = np$

분산 (variance)
 $V[X] = np(1 - p)$

정규 분포 (Normal Distribution)

정규 분포 (Normal Distribution)



참고: 정규 분포를 '가우스 분포', '벨 커브'라고 부름

평균이 0이고 분산이 1인 정규분포를
'표준 정규 분포'라고 합니다.

매개변수 μ 와 σ 가 주어졌을 때
확률변수 X 의 값이 x 일 확률

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$f_X(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

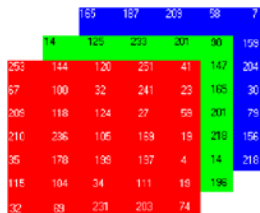
기댓값 (expected value)

$$E[X] = \mu$$

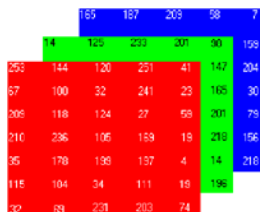
분산 (variance)

$$V[X] = \sigma^2$$

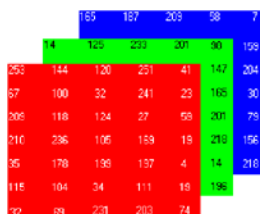
데이터셋과 확률 분포?



$$[x_{1,1} \quad x_{1,2} \quad \cdots \quad x_{1,n}]$$



$$[x_{2,1} \quad x_{2,2} \quad \cdots \quad x_{2,n}]$$



$$[x_{3,1} \quad x_{3,2} \quad \cdots \quad x_{3,n}]$$

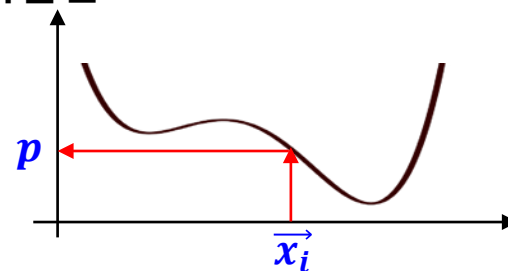
확률 분포가 어디에 있다는 거죠?

$$\begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,n} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \cdots & x_{2,n} \\ x_{3,1} & x_{3,2} & \cdots & x_{3,n} \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$

확률변수: 이미지의 픽셀 값

확률함수: $f_X(X = \vec{x}_i, L = l_i; \theta)$
(L : label)

확률분포



딥러닝과 확률 분포

■ 딥러닝과 확률 분포라는게....

- 도대체 딥러닝과 확률 분포가 어떤 관계가 있는 건가요?

■ 데이터가 있을 때,

- 그 데이터를 정확히 표현하는 확률 분포가 존재
- 그러나 신(神)이 아닌 이상 우리는 알 수 없음.



이미지 출처: <https://www.cnet.co.kr/view/?no=20220916111031>

요런 분포일 경우 정답은
확률적으로 000 이다.

$[x_{1,1} \quad x_{1,2} \quad \cdots \quad x_{1,n}]$

- 데이터를 잘 학습하면 정답을 모사(imitate, 흉내내는)하는 확률 분포를 찾을 수 있을 것임.
- 딥러닝을 활용하여 그 확률 분포를 찾자!



수고하셨습니다 ..^^..