

# Bayes Theorem in Machine (Deep) Learning (예제 풀이)

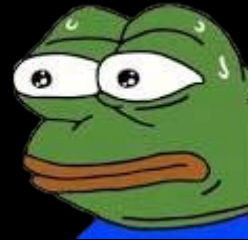
소프트웨어 공대 강의

노기섭 교수

(kafa46@cju.ac.kr)

# Recap: Interpreting Bayes Theorem

## ■ 베이즈 정리를 해석하는 방법



헐 뭘 말인지  
도대체...

Likelihood  
(우도, 가능성)

Prior probability  
(사전 확률)

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

Posterior probability  
(사후 확률)

Evidence(증거)

# Rolling Billiard Balls



당구대는 2개 영역으로 구분

당구공을 굴리면 랜덤하게 굴러가다 멈춤

- 당구공이 Alice 영역에 멈추면 → Alice에게 1점 부여
- 당구공이 Bob 영역에 멈추면 → Bob에게 1점 부여

처음 6점을 채우면 승리

다음 상황에서 Bob이 승리할 확률은?

Alice (5점)	Bob (3점)
1 1 1 1 1	1 1 1



제약사항: 구역이 어떻게 나뉘어져 있는지는 모름

Source: S. R. Eddy, What is Bayesian Statistics, Nature Biotechnology, Vol. 22, No. 9. 2004

# Rolling Billiard Balls - Frequentist Approach

다음 상황에서 Bob이 승리할 확률은?

Alice (5점)	Bob (3점)
1 1 1 1 1	1 1 1

다음 상황에서 Bob이 1점 얻을 확률은?

이항분포를 적용할 경우 (Bob이 점수를 얻을 확률:  $x$ )

$$P(\text{Alice} = 5, \text{Bob} = 3) = \binom{8}{3} x^3 (1-x)^5$$



밥이 승리할 확률(3번 연속으로 점수 얻을 확률):  $\left(\frac{3}{8}\right)^3 = 5.3\%$

# Rolling Billiard Balls - Bayesian Approach

다음 상황에서 Bob이 승리할 확률은?

Alice (5점)	Bob (3점)
1 1 1 1 1	1 1 1

H (Hypothesis): Bob 승리

E (Evidence): Alice 5점, Bob 3점

$$P(H|E) = \frac{P(E|H) \times P(H)}{P(E)} = \frac{P(E|H) \times P(H)}{P(E|H)P(H) + P(E|H^c)P(H^c)}$$

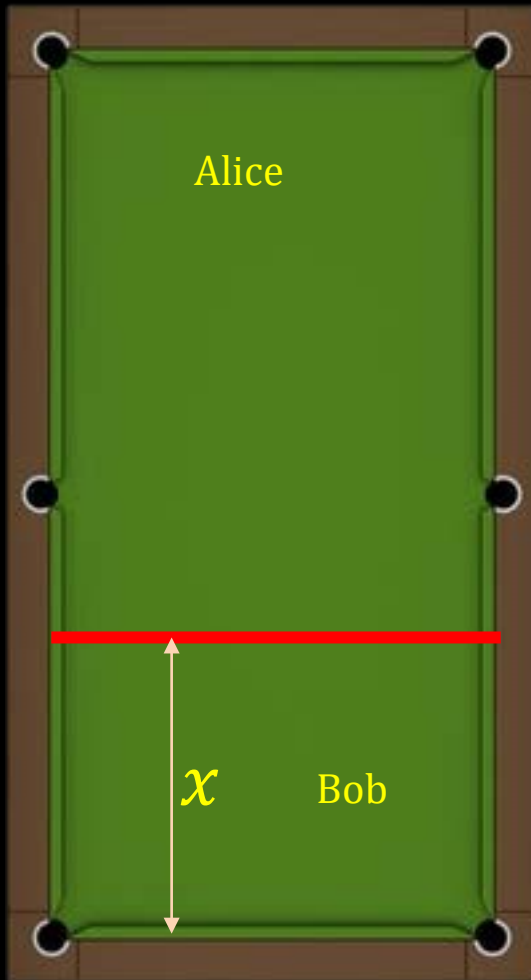
$$P(\text{Bob 승리} | \text{Alice 5점, Bob 3점}) = \frac{P(\text{Alice 5점, Bob 3점} | \text{Bob 승리}) \times P(\text{Bob 승리})}{P(\text{Alice 5점, Bob 3점})}$$

$P(\text{Alice 5점, Bob 3점})$

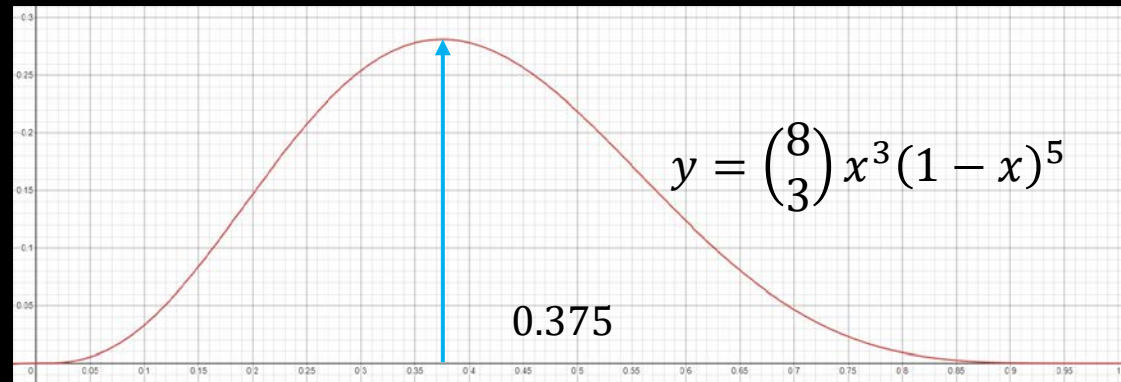
다음 슬라이드로...

# Rolling Billiard Balls - Bayesian Approach

$$P(\text{Bob 승리} \mid \text{Alice 5점, Bob 3점}) = \frac{P(\text{Alice 5점, Bob 3점} \mid \text{Bob 승리}) \times P(\text{Bob 승리})}{P(\text{Alice 5점, Bob 3점})}$$



Alice가 5점, Bob이 3점인 상황에서 Bob이 점수를 받을 모든  $x$ 에 대한 결과(확률)값을 모두 더 합한 값?



$$= P(\text{Alice} = 5, \text{Bob} = 3)$$

$$= \int_0^1 \binom{8}{3} x^3 (1-x)^5 dx = \frac{1}{9}$$

# Rolling Billiard Balls - Bayesian Approach

$$P(\text{Bob 승리} \mid \text{Alice 5점, Bob 3점}) = \frac{P(\text{Alice 5점, Bob 3점} \mid \text{Bob 승리}) \times P(\text{Bob 승리})}{P(\text{Alice 5점, Bob 3점})}$$

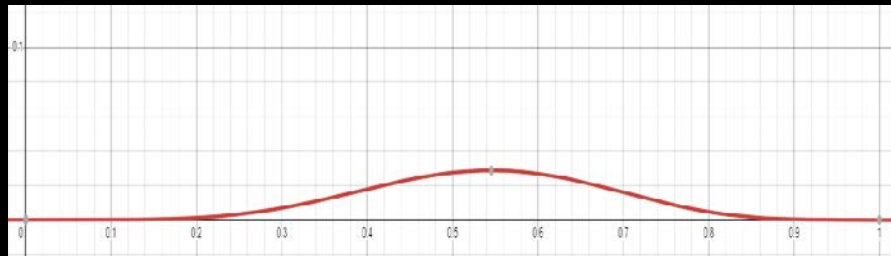
각각의 시행이 독립일 경우  
 $P(A, B) = P(A) \times P(B)$

$$y = \binom{8}{3} x^3 (1-x)^5$$

$$y = x^3$$

$$y = \binom{8}{3} x^3 (1-x)^5 x^3 = \binom{8}{3} x^6 (1-x)^5$$

$$\begin{aligned} &P(\text{Alice 5점, Bob 3점} \mid \text{Bob 승리}) \times P(\text{Bob 승리}) \\ &= \int_0^1 \binom{8}{3} x^6 (1-x)^5 dx = \frac{1}{99} \end{aligned}$$



$$P(\text{Bob 승리} \mid \text{Alice 5점, Bob 3점}) = \frac{1/99}{1/9} = \frac{1}{11}$$

# Bayesian Simulation with Python!

다음 상황에서 Bob이 승리할 확률은?

Alice (5점)	Bob (3점)
1 1 1 1 1	1 1 1

Frequentist:

$$\left(\frac{3}{8}\right)^3 = 5.3\%$$

vs.

Baysianist:

$$\frac{1}{11} \cong 9.1\%$$

시뮬레이션을 통해 누가 정확한지 검증

→ Python 이용해 간단하게 실험!





수고하셨습니다 ..^^..