Linear Algebra

Summary of Linear Transformation, Information Compression & Expansion (선형변환 요약, 정보 압축 및 팽창)

소프트웨어 꼰대 강의

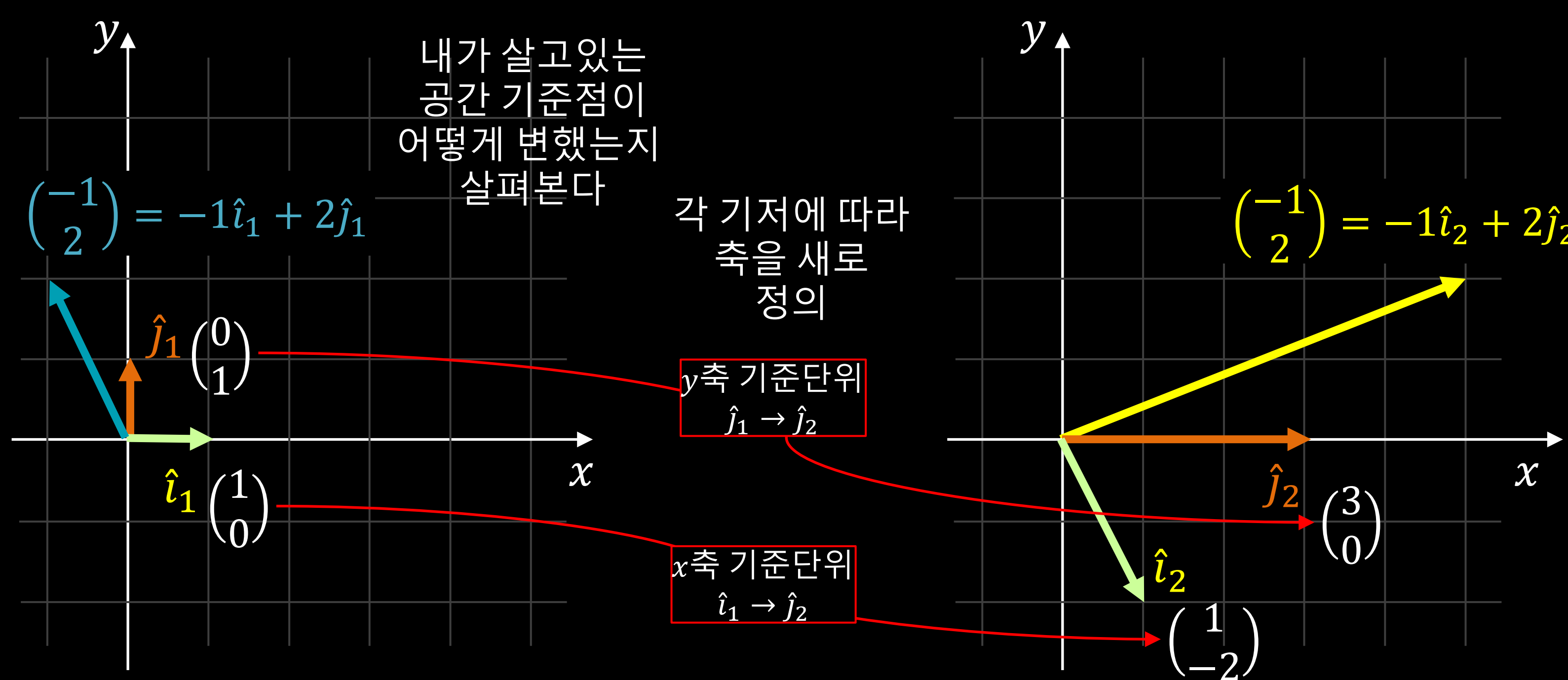
노기섭 교수

(kafa46@cju.ac.kr)

벡터 공간의 변환 - 의미 해석 (1/3)

벡터 공간 변환(공간 변형): 기저 벡터를 바꾼다는 의미

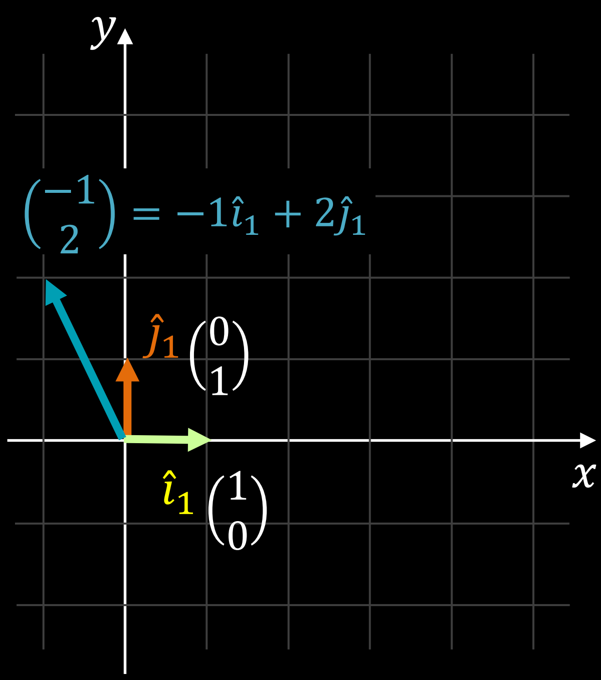
$$Vector\ v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



벡터 공간의 변환 - 의미 해석 (2/3)

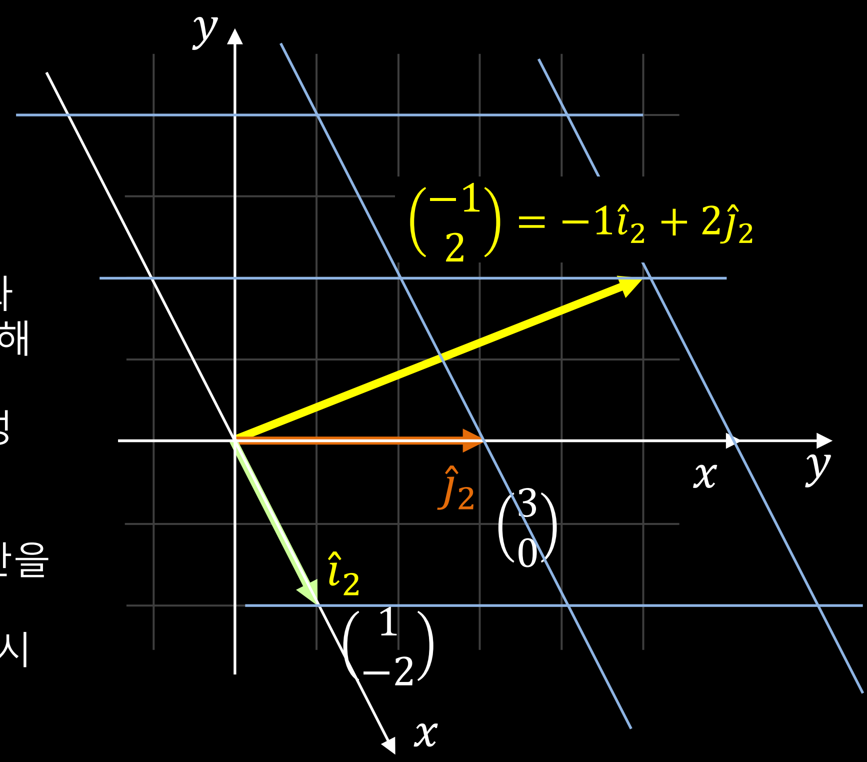
벡터 공간 변환(공간 변형): 새로운 공간의 생성

$$Vector\ v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



각 기저와
축을 이용해
새로운
공간 생성

새로운 공간을
이용해
벡터를 표시

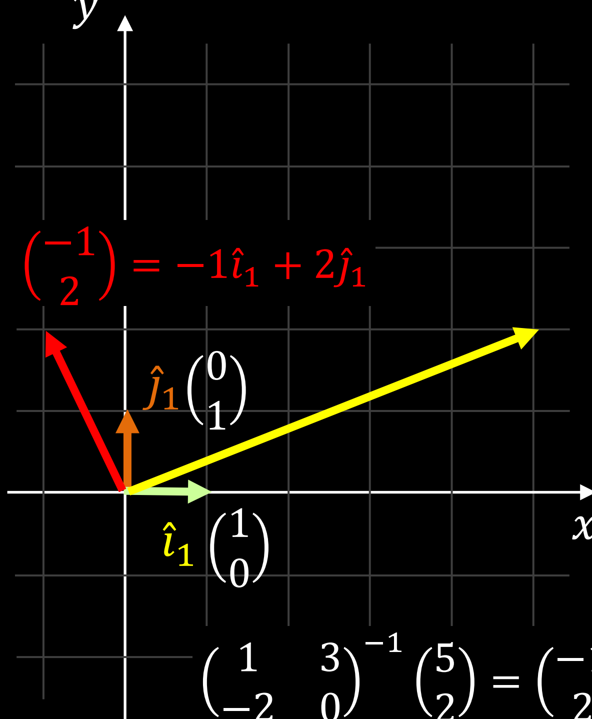


벡터 공간의 변환 - 의미 해석 (3/3)

차원 변환 (공간 변형): 행렬을 이용한 편리한 변환

교수님~~ 편리하게 할 수는 없나요?

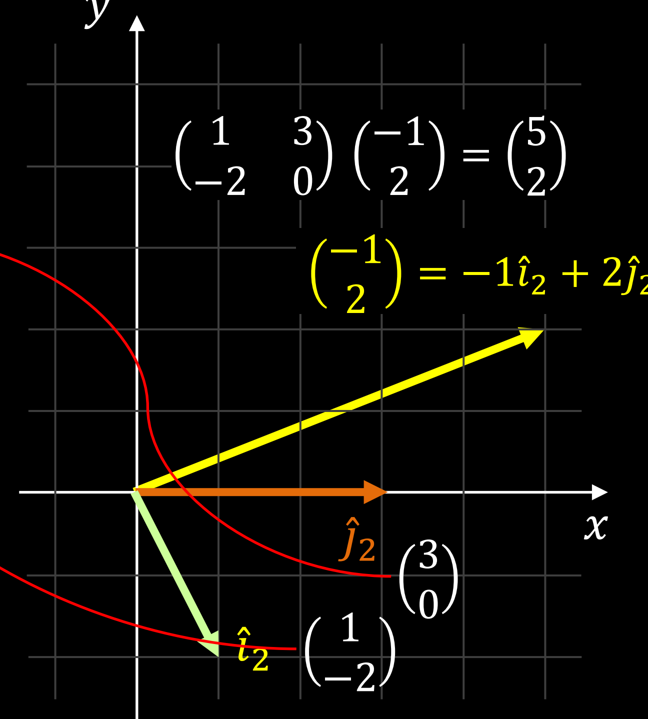
우리가 배운 선형대수를
이용하면 쉽게 해결됩니다 ^^.



$$Vector\ v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} 3 \\ 0 \end{matrix}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$$

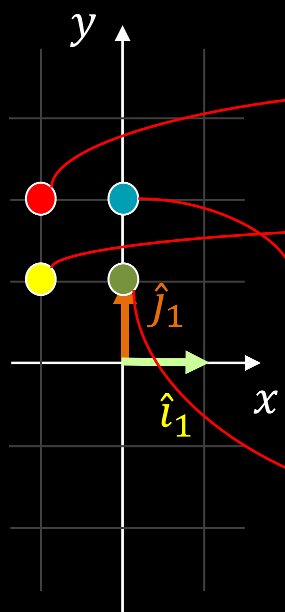


$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

차원 변환 - 다양한 데이터에 적용

$$Vector:\ v = \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$$

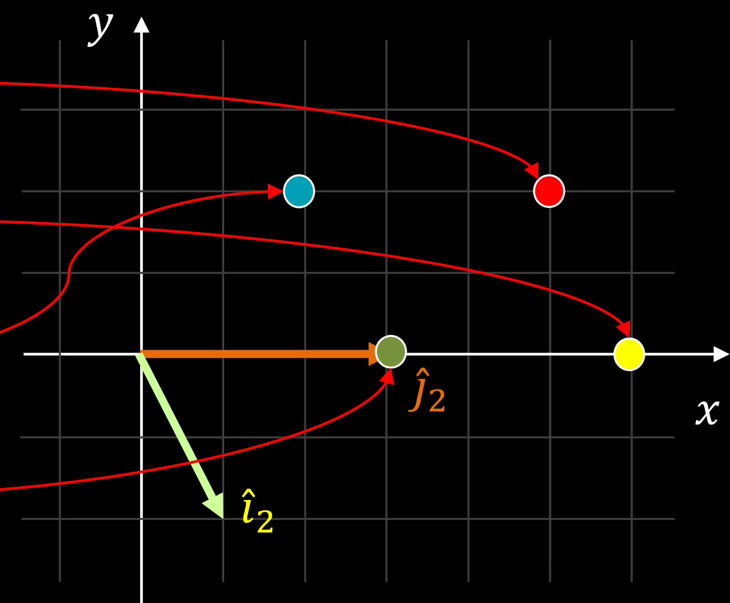


$$\begin{pmatrix}1 & 3\\-2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 3\\-2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 3\\-2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 3\\-2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$$

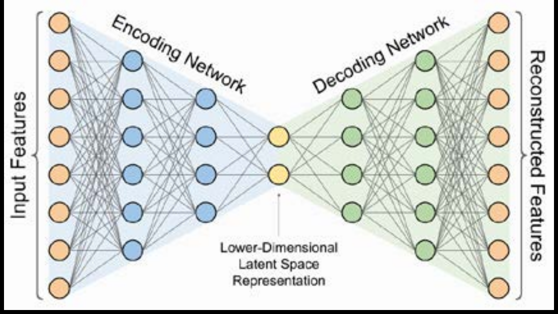


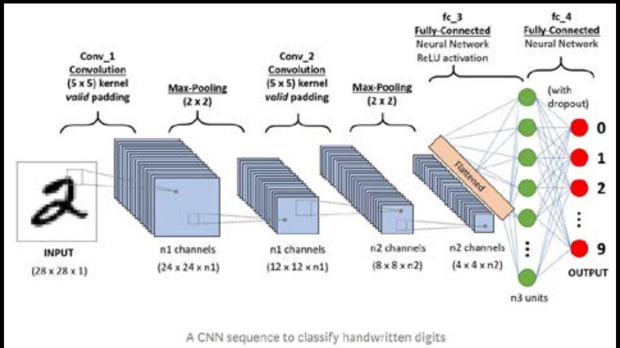
선형변환 함수(행렬) 설정에 따라
다양한 공간이동이 가능하다.

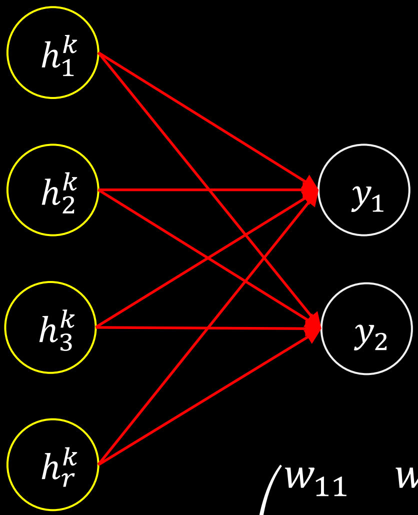
Information Compression (정보 압축)

차원 축소 (Demension Reduction)를 통해 수행

대부분의 딥러닝에서 나타나는 구조







$$W = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \\ w_{31} & w_{32} \\ w_{41} & w_{42} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{21} & w_{31} & w_{41} \\ w_{12} & w_{22} & w_{32} & w_{42} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1^k \\ h_2^k \\ h_3^k \\ h_4^k \end{pmatrix}$$

$$W^T = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{21} & w_{31} & w_{41} \\ w_{12} & w_{22} & w_{32} & w_{42} \end{pmatrix}$$

① 정보 압축을 통한 최종 예측

② 차원의 저주를 쉽게 극복

Information Expansion (정보 팽창)

새로운 기저(basis)의 좌표

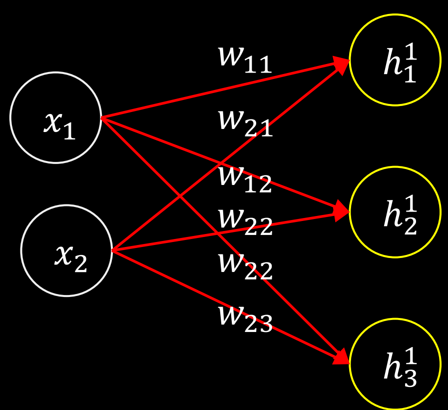
$$\text{새로운 공간의 차원}\left\{\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} a_{11} \\ \vdots \\ a\_i \\ \vdots \\ a_{m1} \end{matrix}} & \begin{matrix} \cdots \\ \ddots \\ \cdots \\ \ddots \\ \cdots \end{matrix} & \boxed{\begin{matrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{ij} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{matrix}} & \begin{matrix} \cdots \\ \vdots \\ \cdots \\ \vdots \\ \cdots \end{matrix} & \boxed{\begin{matrix} a_{1n} \\ \vdots \\ a_{in} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{matrix}} \end{pmatrix}\right.$$

그런데 왜 차원을 확대하나요?

탐색 공간만 넓어지는 거 아닌가요?

➔ 공간을 넓혀서 답을 찾는 방법을

배우기 위해서 입니다(예시 ➔ 다음 슬라이드)



2차원 벡터 $\xrightarrow{\text{선형변환}}$ 3차원 벡터

은닉층 계산

$$W = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

계산 불가 → W^T 적용

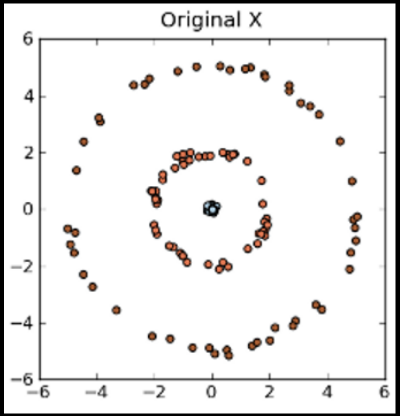
$$W^T = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{12} & w_{22} \\ w_{13} & w_{23} \end{pmatrix}$$

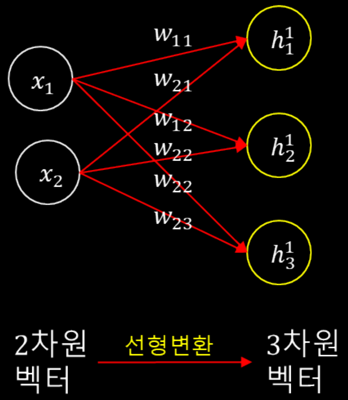
$$\begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{12} & w_{22} \\ w_{13} & w_{23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11}x_1 + w_{12}x_2 \\ w_{12}x_1 + w_{22}x_2 \\ w_{13}x_1 + w_{23}x_2 \end{pmatrix}$$

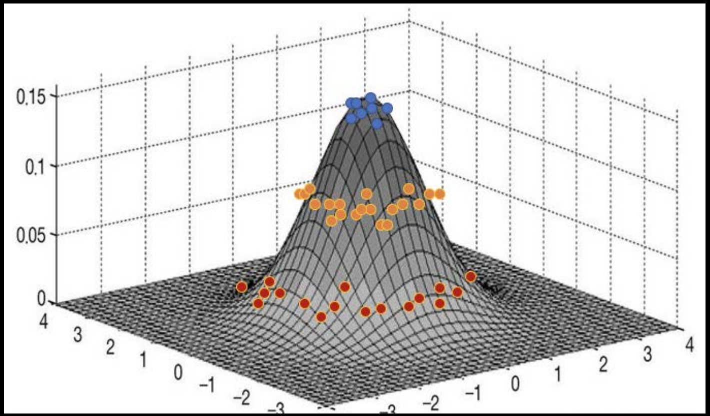
벡터 차원 확대: 그림으로 이해하기

저차원에서 구별되지 않는 것들을

고차원으로 확장하면 쉽게 구분되는 경우도 있습니다.



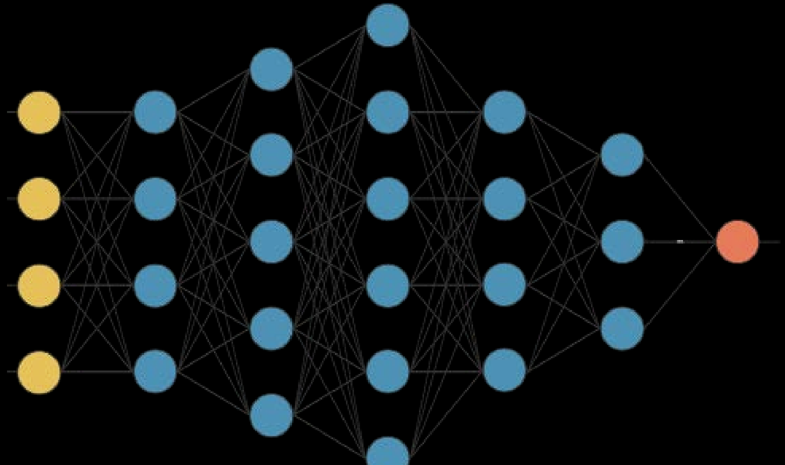




딥러닝 학습이 잘 안되는 dataset의 경우,

차원을 고차원 확장 후 축소하는 것도

가능한 아이디어입니다.



수고하셨습니다 ..^ ^..