Linear Algebra

Introduction, Definitions, Notations

소프트웨어 꼰대 강의

노기섭 교수

(kafa46@cju.ac.kr)

History

Matrix

- 이공계: 수 또는 다항식 등을 직사각형 모양으로 배열한 것
- 일반인: 직사각형 모양에 숫자를 모아 놓은 것
- 의미
  - 라틴어 mater(어머니), 영어(자궁, 모체, 기반, 행렬)
  - 성장, 발달 등의 기반…. 수학의 모체라는 의미?

Definition

- 환 R위의 $m \times n$ 행렬은 각 행 $i \in \{1, 2, \cdots, m\}$ 및 각 열 $j \in \{1, 2, \cdots, n\}$ 의 순서쌍 (i, j) 에

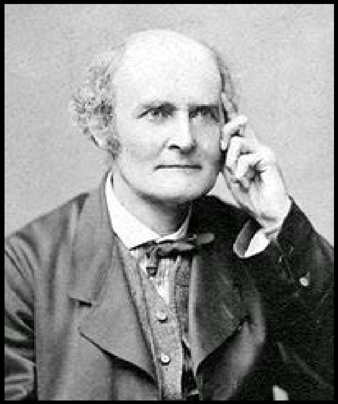
  환의 원소 $A_{ij} \in R$를 대응 시키는 함수 $A = \left(a_{ij}\right)_{i,j}$
- 엄밀한 정의에 의하면 순서쌍을 대응 시키는 함수
- 표현

$$A = \left(a_{ij}\right)_{i,j} \quad \text{또는} \quad (A)_{i\times j} \quad \text{또는} \quad A_{i,j} \quad \text{또는} \quad A_{i\times j}$$

Invention of Matrix

■ **왜 태어났니?**

- 연립 일차 방정식을 풀기 위한 방법으로 발명



Authur Cayley
(영국, 1821~1895)

William R. Hamilton
(아일랜드, 1805~1865)

$$-4x + 3y + 2z = 8$$

$$3x + 4y - 8z = 20$$

$$5x - 2y + 7z = -11$$

$x?$ $y?$ $z?$

- Matrix 라는 이름을 얻은 때: 1848년

James J. Sylvester
(영국, 1814~1897)

Representation of Matrix

행렬의 표시

- 알파벳 대문자로 표시
- 소괄호, 대괄호, 막대기, 그냥 쓰기도 함

모두 맞는 표현 ^^.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{matrix} \qquad \boxed{A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}$$

자주 쓰는 표현 ^^.

Representation of elements

Column (열)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Row (행)

$a_{3,3}$

성분(항, 원소, 요소 등으로 부름)

행렬 안에 있는 값

소문자 표시하고 아래 첨자로 위치 표현

Diagonal

Diagonal (주대각선)

행렬의 왼쪽 위에서 오른쪽 아래를 가로지르는 선

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Diagonal Entry (대각성분)

주대각선 위의 성분

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Diagonal Matrix (대각행렬)

대각성분이 아닌 모든 원소가 0 인 정사각행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Transpose Matrix

Transpose Matrix (전치 행렬): 행렬 이름 윗 첨자로 T 표시

(a_{ij})에 대하여 (a_{ji}) → 위치 인덱스를 바꾸어서 만든 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$a_{11} \rightarrow a_{11}$

$a_{22} \rightarrow a_{22}$

$a_{32} \rightarrow a_{23}$

$a_{12} \rightarrow a_{21}$

$a_{21} \rightarrow a_{12}$

$a_{31} \rightarrow a_{13}$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

A

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

주 대각선을 기준으로
대칭 이동

Types of Matrix

Zero (Null) Matrix (영행렬), 0 으로 표기

행렬의 모든 원소가 0 인 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Symmetric Matrix (대칭행렬)

$A = A^T$ 인 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Square Matrix (정사각행렬)

행과 열의 개수가 같은 행렬

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Identity Matrix (단위행렬), I_x 로 표기

모든 대각성분이 1, 나머지는 0 인 정사각행렬

행렬에서 항등원 역할

(곱하기의 1, 더하기의 0과 같은 역할)

$$AI = A \qquad IA = A$$

수고하셨습니다 ..^ ^..