Aufgabe 1: Elektrische Ladung

(a)

Coulombsche Gesetz:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{F}{m}$$

mit

$$F = \frac{C}{V}$$

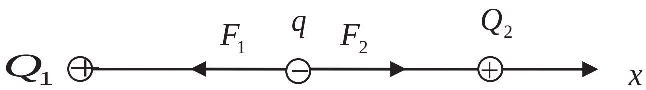
ε_r: Dielektrizitätszahl, Relative Permittivität z.B. Vakuum: $\varepsilon_r = 1$

$$F = \frac{10^{-6}C \cdot 10^{-6}C}{4\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{C}{Vm} \cdot 1 \cdot (100cm)^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}854} \cdot \frac{CV}{m} = 8{,}99 \cdot 10^{-3}\,\frac{CV}{m}$$

$$= 8{,}99 \cdot 10^{-3} N$$

(b)

(c)



$$F_1 - F_2 = 0$$

$$F_1 = \frac{q \cdot Q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_1^2}$$

$$F_2 = \frac{q \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r_2^2}$$

$$r_1 = r_2 \rightarrow x = 0$$

(d)

$$F = q \cdot E$$

$$0 = q \cdot E \wedge q \neq 0 \Rightarrow E = 0$$

(e)

$$U = 0$$

gleichgroße Ladungen

Aufgabe 2: Elektrisches Feld

1.

$$U = \int_A^B E\,ds$$

$$U_{AB} = 0$$

2.

$$U_{AD} = \int_0^l E\,ds = E \cdot s|_0^l = E \cdot l$$

3.

$$U_{AC} = U_{AD} + U_{DC} = E \cdot l + 0 = E \cdot l$$

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = 0 + E = E \cdot l$$

$$U_{AC} = \int_A^C \vec{E} d\vec{s} = \int_A^C \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \int_A^C E_x dx + E_y dy$$

Da

$$E_y = 0$$

$$\Rightarrow U_{AC} = \int_0^l E_x dx = E_x dx|_0^l = E \cdot l$$

4.

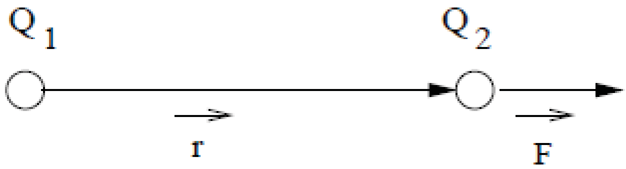
$$U_{AD} = \int_0^l E_0 ds = E_0 ds|_0^l =\cdot 30\frac{V}{m} \cdot 2m = 60V$$

5.
Richtig sind 2) 4) 5)

Aufgabe 3: Elektrostatik

(a)

$$\vec{F} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} \cdot \vec{e}_r$$



(b)

$$\vec{F}_1 = \frac{Q_1 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 25} \cdot \begin{pmatrix} 4/5 \\ 3/5 \end{pmatrix} = \frac{Q_1 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{Q_2 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 25} \cdot \begin{pmatrix} 4/5 \\ -3/5 \end{pmatrix} = \frac{Q_2 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{Q_3 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 25} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5/5 \end{pmatrix} = \frac{Q_3 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

(c)

$$\vec{F}_{ges} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$= \frac{Q_1 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{Q_2 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + \frac{Q_3 \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 125} \cdot \left[\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}\right]$$

$$= \frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4: **Magnetisches Feld**

a) Wie viele Elektronen fließen pro Sekunde durch L_1 wenn der Strom $I_1 = 2A$

$$e = -1{,}602 \cdot 10^{-19} C$$
$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e}{\Delta t}$$
$$\Leftrightarrow n = \frac{2A \cdot 1s}{1{,}602 \cdot 10^{-19} C} = 1{,}248 \cdot 10^{19}$$

Berechnen Sie die magnetischen Feldstärke $\overrightarrow{H_1}$ und $\overrightarrow{H_2}$ in einem beliebigen Punkt (x, y) für die jeweiligen Leiter L_1 und L_2. Hierfür muss die Formel von $\vec{H}_{Allg}$ so angepasst werden, dass der betrachtete Leiter in den Ursprung verschoben wird.

b) $\vec{H}_{Allg} = \frac{I}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{pmatrix} = \frac{I}{2\pi(x^2+y^2)} \cdot \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$

1. Berechnung der magnetischen Feldstärke $\overrightarrow{H_1}$ und $\overrightarrow{H_2}$ in einem Punkt (x, y) für die Leiter L_1 und L_2
   - Die magnetische Feldstärke kann jetzt für die einzelnen Leiter berechnet werden, indem für die x und y -Koordinate die Positionen des Punktes P eingesetzt werden
   - Verschiebung der Leiter in den Ursprung
     - Leiter1: x entspricht x-a
     - Leiter2: x entspricht x-a → x-(-a) = x+a

   Die y-Koordinate der beiden Leiter ist 0 -> Keine Verschiebung notwendig

$$\vec{H}_1 = \frac{I_1}{2\pi((x-a)^2+y^2)} \cdot \begin{pmatrix} -y \\ x-a \end{pmatrix}$$
$$\vec{H}_2 = \frac{I_2}{2\pi((x+a)^2+y^2)} \cdot \begin{pmatrix} -y \\ x+a \end{pmatrix}$$

2. Superposition der Feldstärken: $\vec{H}_{ges} = \overrightarrow{H_1} + \overrightarrow{H_2}$

$$\vec{H}_{ges} = \frac{I_1}{2\pi((x-a)^2+y^2)} \cdot \begin{pmatrix} -y \\ x-a \end{pmatrix} + \frac{I_2}{2\pi((x+a)^2+y^2)} \cdot \begin{pmatrix} -y \\ x+a \end{pmatrix}$$

c) P(5/2/0), a=3m

$$\vec{H}_{ges} = \frac{2A}{2\pi((5-3)^2+2^2)} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 5-3 \end{pmatrix} + \frac{2A}{2\pi((5+3)^2+2^2)} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 5+3 \end{pmatrix}$$
$$= \frac{1A}{8\pi} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1A}{68\pi} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -0{,}09 \\ 0{,}12 \end{pmatrix} \frac{A}{m}$$

$$\vec{H}_{ges} = \sqrt{(-0{,}09)^2 + (0{,}12)^2} \approx 0{,}148 \frac{A}{m}$$
$$B = \mu \cdot H$$
$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 0{,}148 \frac{A}{m} = 0{,}186\ \mu T \text{ oder } 0{,}186 \cdot 10^{-6} T$$

d) Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf für $\vec{H}$ für $\frac{I_1}{I_2} = -\frac{1}{2}$

- I_2 ist doppelt so groß wie I_1
- Die Ströme fließen in unterschiedliche Richtungen