Inhalt der Vorlesung Physik A2 / B2

3. Wärmelehre

Druck und Temperatur: Das ideale Gas
Wärmemenge, spezifische Wärme
Die Hauptsätze der Wärmelehre

4. Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

Die Ladung und elektrostatische Felder
- SEMESTERENDE -
Elektrischer Strom
Magnetische Felder und Magnetostatik
Zeitlich veränderliche Felder, Elektrodynamik
Wechselstromnetzwerke
Elektrodynamik in Materie
Elektromagnetische Wellen und Strahlung
Relativität der Felder – Relativitätstheorie

Zur Erinnerung: Wellengleichungen elektromagnetischer Wellen

$$\Delta\vec{E}(\vec{r},t)-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2}=0 \qquad \Delta\vec{B}(\vec{r},t)-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\vec{B}(\vec{r},t)}{\partial t^2}=0$$

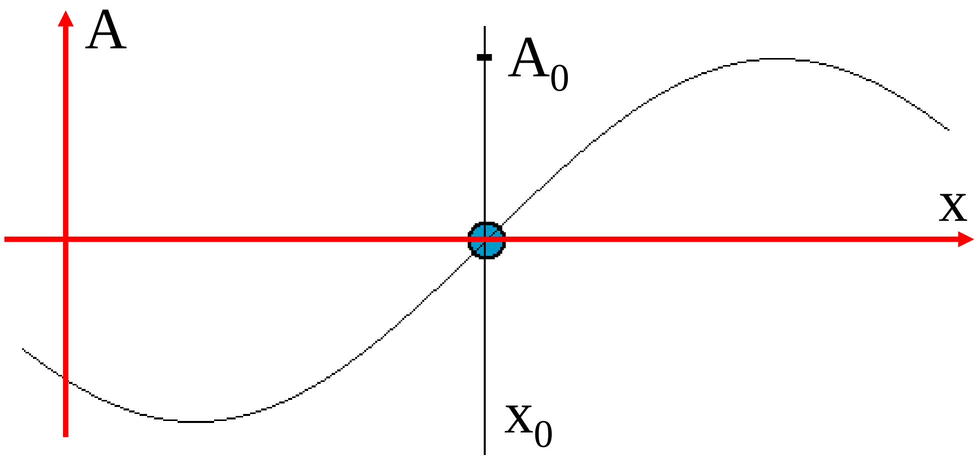
- Die elektromagnetischen Wellen sind Lösungen der 3-dim. Wellengleichungen für die Felder *E* und *B*
- Jede der DGL ist eine Vektorgleichung, die in drei skalare Wellengleichungen für jede der Raumkomponenten zerfällt.
- Über die Maxwellgleichungen sind die E- und B-Felder miteinander verbunden. Eine elektromagnetische Welle besitzt daher gleichermaßen E- und B-Felder.
- Die Phasengeschwindigkeit ist die Lichtgeschwindigkeit c und es gilt:

$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

Erinnerung: ***Mechanische Wellen***

Transversale Seilwelle mit Auslenkung

$$A = A(x,t)$$



Die Ausbreitung geschieht entlang x mit einer räumlichen Periode (Wellenlänge λ) und mit einer zeitlichen Periode (Perioden-dauer T) und es galt:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

k war die Wellenzahl und ω die Kreisfrequenz.
Die mathematische Beschreibung lautete z.B.:

$$A(x,t) = A_0 \sin(\underline{kx - \omega t})$$

Wellenphase φ

und ist Lösung der eindimensionalen Wellengleichung (DGL):

$$\boxed{\frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 A(x,t)}{\partial t^2} = 0}$$

v war die Ausbreitungs-(Phasen)-geschwindigkeit mit

$$v = \frac{\omega}{k}$$

Erinnerung: ***Die Wellengleichung in 3 Dimensionen***

Die physikalische Größe A hängt hier neben der Zeit von allen drei räumlichen Koordinaten ab:

$$A(x,t) \rightarrow A(x,y,z,t) = A(\vec{r},t)$$

An den Überlegungen des eindimensionalen Falles ändert sich nichts. Es folgt wieder eine partielle lineare DGL 2. Ordnung, die nun die zweiten räumlichen Ableitungen der Größe A enthält:

$$\frac{\partial^2 A(\vec{r},t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A(\vec{r},t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A(\vec{r},t)}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 A(\vec{r},t)}{\partial t^2} = 0$$

Die räumlichen Ableitungen fassen wir im so genannten ***„Laplace-Operator Δ“*** zusammen:

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta A(\vec{r},t) - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 A(\vec{r},t)}{\partial t^2} = 0}$$

Dies ist die Wellengleichung in 3 Dimensionen mit *v* als Betrag der Ausbreitungsgeschwindigkeit (= Phasengeschwindigkeit)

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} \cdot 8.854187\ldots \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}}} = 299792{,}458 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

exakt festgelegt

James Clerk Maxwell 1864:

"This velocity is so nearly that of light, that it seems we have strong reason to conclude that light itself (including radiant heat, and other radiation if any) is an electro-magnetic disturbance in the form of waves propagated through the electromagnetic field according to electromagnetic laws."

Ebene elektromagnetische Welle:

Die einfachste Lösung der 3-dim. Wellengleichung ist die ***ebene Welle im freien Raum*** (Vakuum). Wir wollen der Einfachkeit annehmen, dass die Ausbreitung in z-Richtung erfolgt und starten mit folgendem Ansatz in Analogie zur Mechanik:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin\left(kz - \omega t\right)$$

Wir wollen den Ansatz in die Wellengleichung

$$\Delta\vec{E}(\vec{r},t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}\left(\vec{r},t\right)}{\partial t^2} = 0$$

einsetzen. Dazu leiten wir den Ansatz zunächst zweimal nach der Zeit ab und erhalten

$$\frac{\partial^2 \vec{E}\left(\vec{r},t\right)}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{E}\left(\vec{r},t\right)$$

Der Laplace-Operator entspricht hier einer zweimaligen Ableitung nach z und wir erhalten:

$$\Delta\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{\partial^2 \vec{E}\left(\vec{r},t\right)}{\partial z^2} = -k^2 \vec{E}\left(\vec{r},t\right)$$

Beides in die Wellengleichung eingesetzt ergibt:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \left(-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\right)\vec{E} = 0$$

Daraus erhalten wir das schon aus der Mechanik bekannte Ergebnis:

$$c = \frac{\omega}{k}$$

Nun ist aber

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

und daher erhalten wir:

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda \cdot f$$

Wellenlänge λ und Frequenz f der Welle sind über die Lichtgeschwindigkeit c verknüpft.
Das gilt auch für die ebene Welle mit beliebiger Ausbreitungsrichtung. Die Lösung lautet hier:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t\right)$$

Der Wellenzahlvektor, der die Ausbreitungsrichtung angibt, hat dann drei Komponenten: $\vec{k} = \left(k_x, k_y, k_z\right)$

Wir wollen uns über die Richtung des elektrischen Feldvektors Gedanken machen. Dazu betrachten wir die Divergenz des elektrischen Feldes

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)\cdot\vec{E}_0 \sin\left(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t\right)$$

$$= \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right)$$

$$= \left(k_x E_{x0} + k_y E_{y0} + k_z E_{z0}\right)\cos\left(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t\right)$$

$$= \vec{k}\cdot\vec{E}_0 \cos\left(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t\right) = 0$$

Das ist aber nur dann möglich, wenn gilt

$$\vec{k}\cdot\vec{E}_0 = 0 \rightarrow \vec{E}_0 \perp \vec{k}$$

Der elektrische Feldvektor steht also immer senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung. Aus der Divergenzfreiheit des Magnetfeldes folgt analog

$$\vec{k} \cdot \vec{B}_0 = 0 \rightarrow \vec{B}_0 \perp \vec{k}$$

Und aus der 3. Maxwellgleichung

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

erhalten wir nach einer wegen des Kreuzproduktes längeren Rechnung schließlich noch

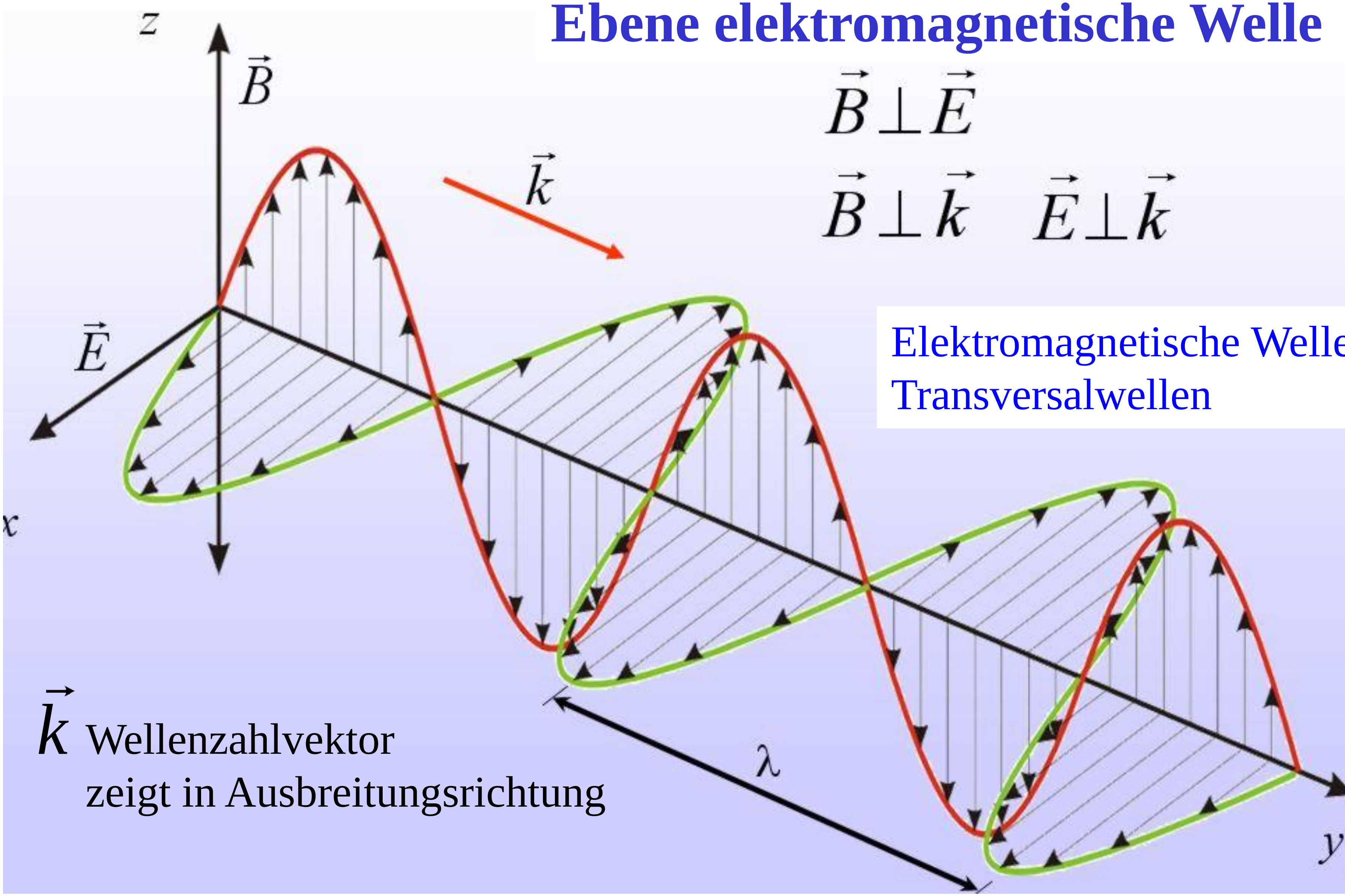
$$\vec{B}_0 \perp \vec{E}_0$$

Da das Induktionsgesetz E und B verknüpft, ist es auch nicht verwunderlich, dass wir zusätzlich etwas über das Verhältnis von elektrischer zu magnetischer Feldstärke aussagen können. Es gilt

$$E_0 = cB_0$$

Dies bedeutet auch, dass die in einer elektromagnetischen Welle gespeicherte und transportierte Energie gleichmäßig auf das elektrische und magnetische Feld verteilt ist.
Die elektrischen und magnetischen Felder sind zudem in Phase. Es gibt keine zeitliche Phasenverschiebung.

Ebene elektromagnetische Welle



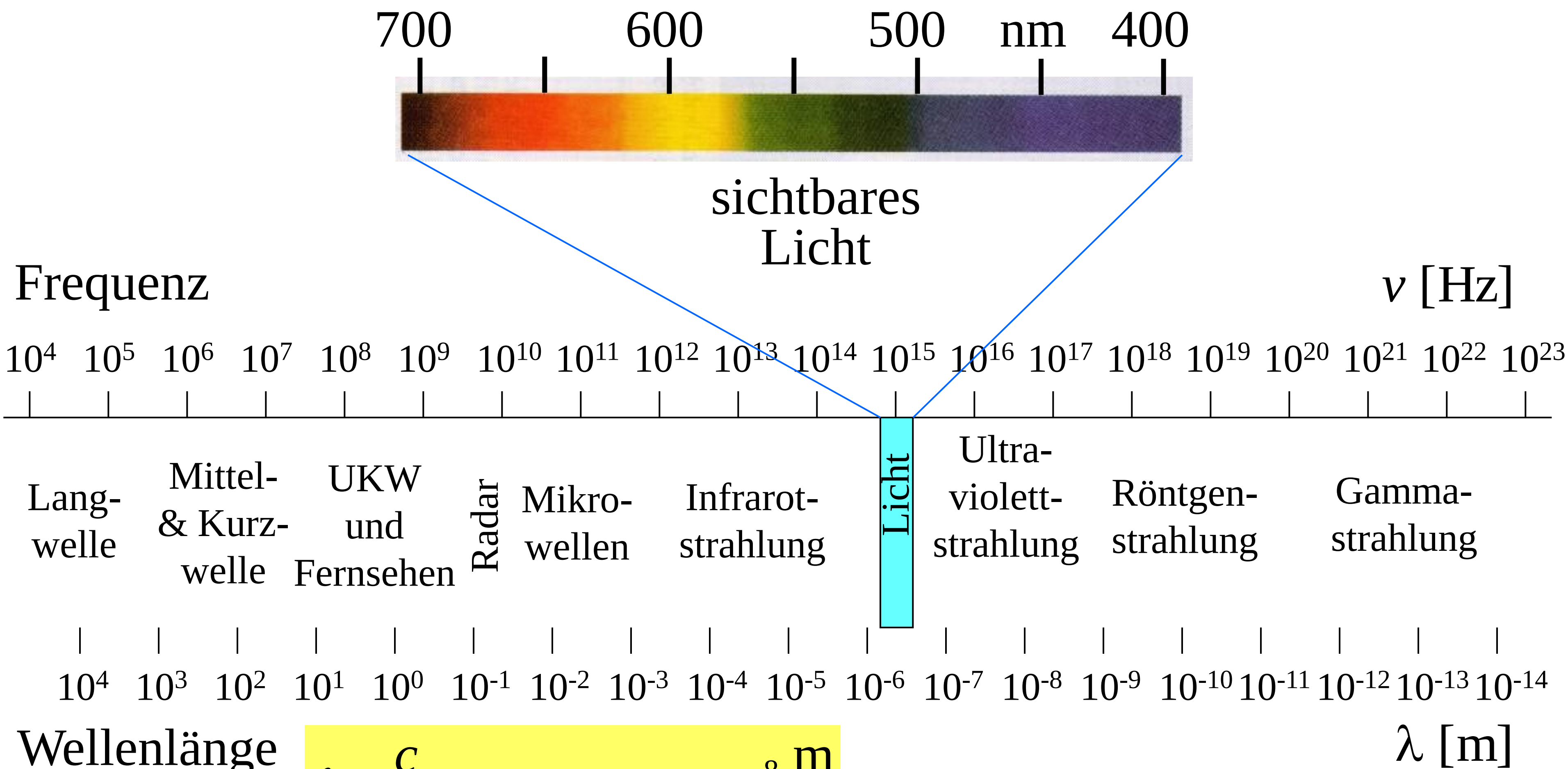
$$\vec{B} \perp \vec{E}$$

$$\vec{B} \perp \vec{k} \quad \vec{E} \perp \vec{k}$$

Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen

$\vec{k}$ Wellenzahlvektor
zeigt in Ausbreitungsrichtung

Das Spektrum der elektromagnetischen Strahlung

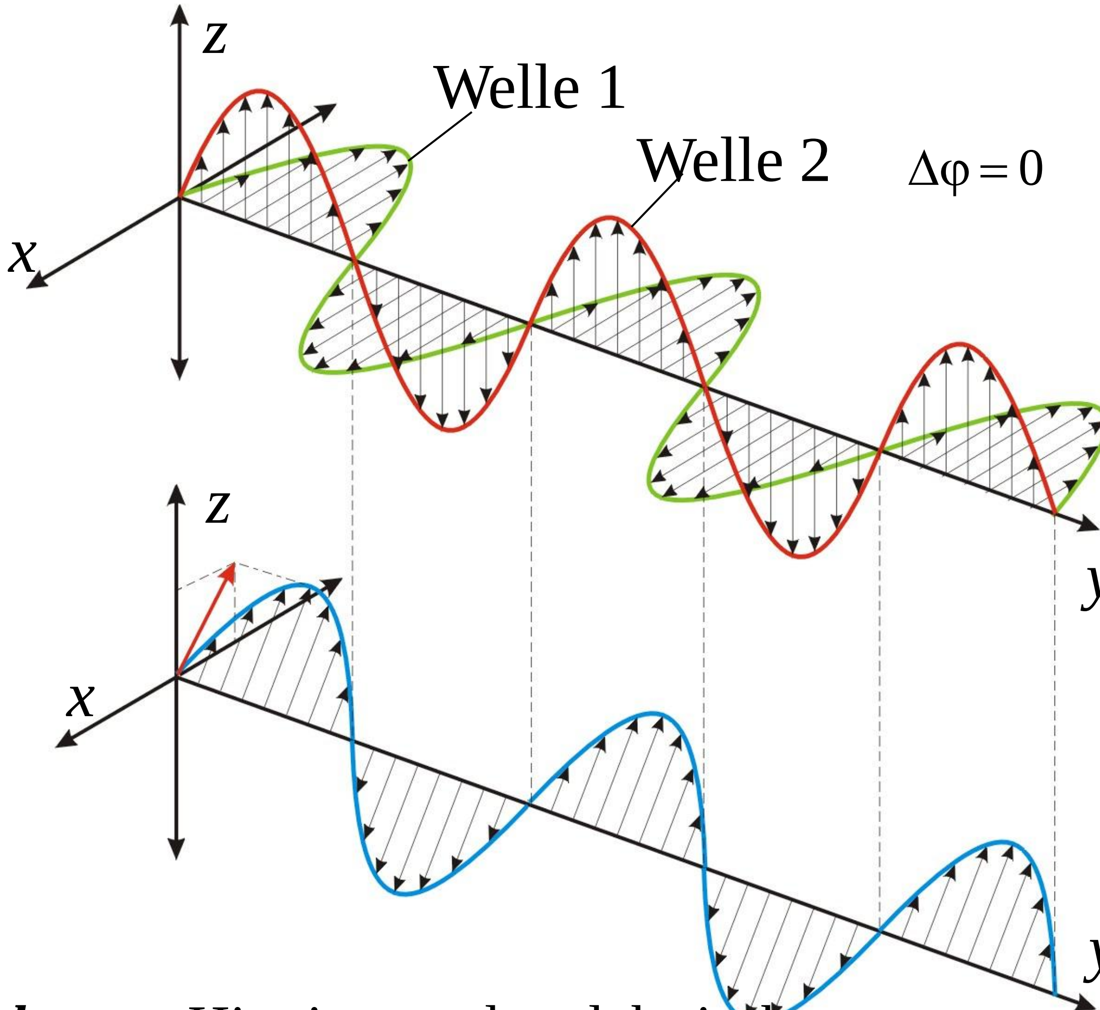


$$\lambda = \frac{c}{v} \quad \text{mit} \quad c = 3 \cdot 10^8 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Polarisation:

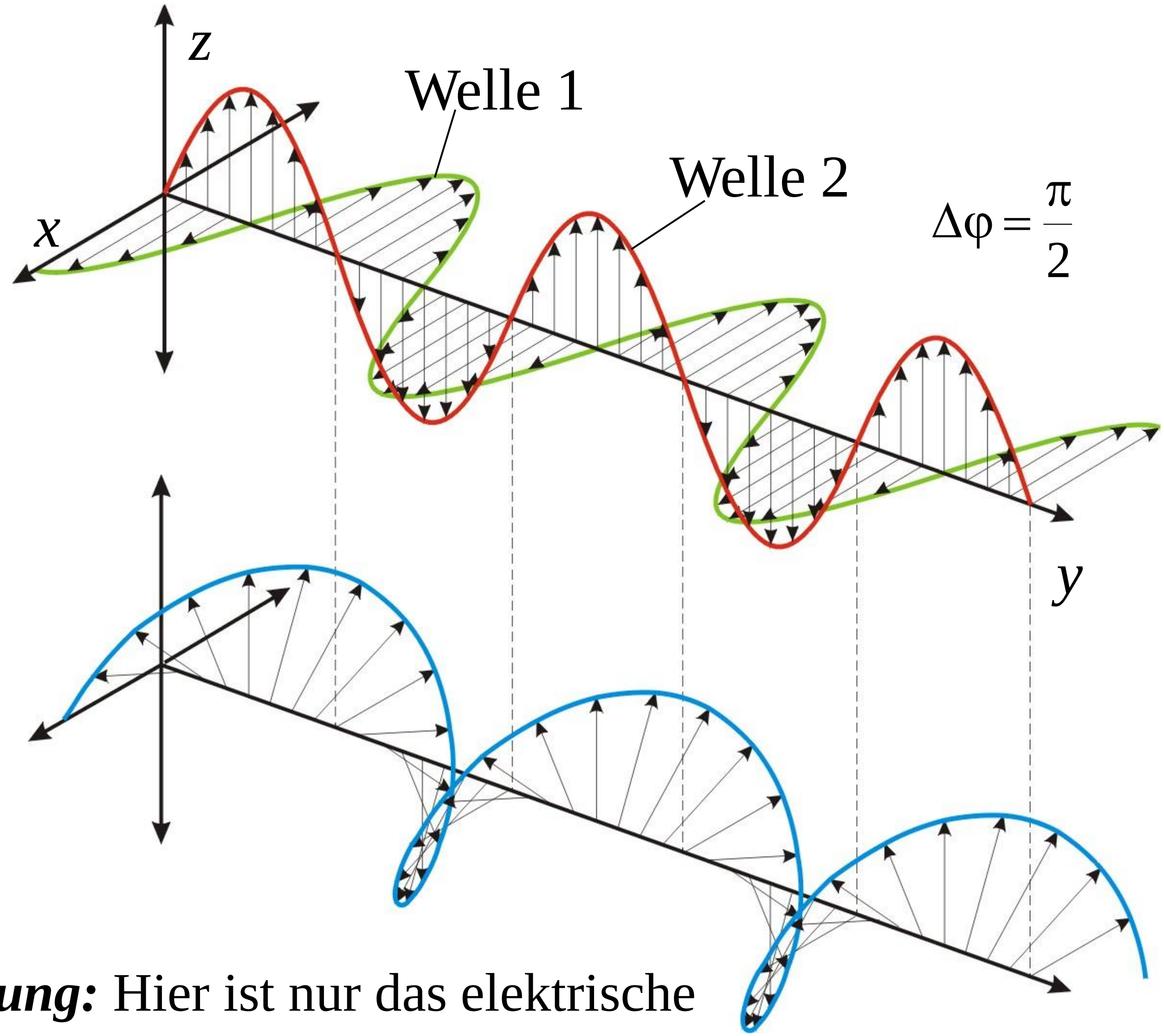
Der Amplitude der elektrischen Feldstärke ist üblicherweise ortsfest. ***Die Welle heißt dann linear polarisiert***.

Man kann zwei linear polarisierte Wellen (rot und grün) ohne zeitliche Phasenverschiebung aber unterschiedlicher Polarisations-richtung überlagern (addieren) und erhält wieder eine linear polarisierte Welle mit gedrehter Polarisationsrichtung (blau).



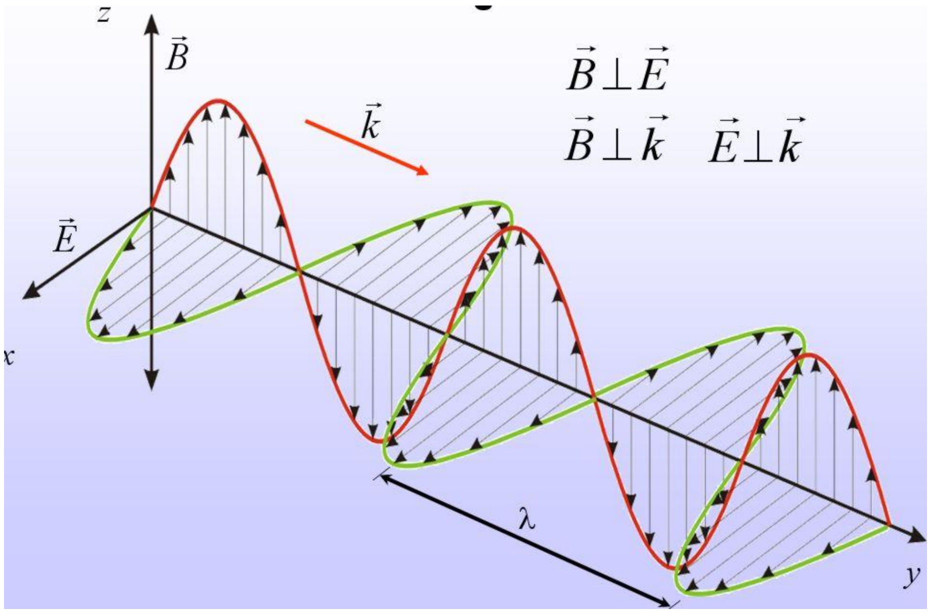
Achtung: Hier ist nur das elektrische Feld gezeigt.

Verschiebt man hingegen zwei linear polarisierten Wellen (rot und grün) zeitlich um 90° gegeneinander, so erhält man allgemein eine ***elliptisch polarisierte***, bzw. bei gleichem Amplituden eine ***zirkular polarisierte*** Welle.
Die Spitze des elektrischen Feldvektors durchläuft dann eine Ellipse bzw. einen Kreis, ist also nicht mehr ortsfest.



Achtung: Hier ist nur das elektrische Feld gezeigt.

Energietransport, Poynting-Vektor



Eine ebene elektromagnetische Welle transportiert Energie entlang der Ausbreitungsrichtung. Die in den Feldern enthaltene Energiedichte wird mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit = Lichtgeschwindigkeit transportiert.

Die flächenbezogene Strahlungsleistung S einer elektromagnetischen Welle ist definiert als die Energie, die pro Zeit und pro Fläche in Ausbreitungsrichtung transportiert wird und es gilt:

$$\boxed{S = w_{Welle} \cdot c}$$

w_{welle} ist die Feldenergiedichte der elektromagnetischen Welle, c die Lichtgeschwindigkeit. Das macht man sich an einem Beispiel schnell klar. Man betrachtet ein kleines Volumen ΔV und eine Ausbreitung in z-Richtung. Dann gilt

$$S = \frac{\Delta W_{welle}}{\Delta x \Delta y \Delta t} = \frac{w_{welle} \cdot \Delta x \Delta y \Delta z}{\Delta x \Delta y \Delta t}$$

$$= w_{welle} \frac{\Delta z}{\Delta t} = w_{welle} \cdot c$$

Die Felder sind zeitlich in Phase und es besteht eine Korrelation zwischen *E* und *B* an jedem Ort. Wir erhalten daher für die Energiedichte der Welle

$$w_{Welle} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Wegen $E = cB$ folgt sofort

$$w_{Welle} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0 c^2} E^2$$

$$= \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \varepsilon_0 E^2$$

Die Energiedichten sind also in der Tat gleich zwischen den Feldern verteilt.

Für die ***Strahlungsleistung*** folgt dann

$$S = w_{Welle} \cdot c = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E^2$$

Diese Aussage kann allgemeiner gefasst werden. Wir führen wieder die Feldstärke B ein und erhalten

$$S = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E \cdot cB = \frac{1}{\mu_0} E \cdot B$$

und wegen $B = \mu_0 H$ im Vakuum

$$S(\vec{r},t) = \frac{1}{\mu_0} E(\vec{r},t) \cdot B(\vec{r},t)$$
$$= E(\vec{r},t) \cdot H(\vec{r},t)$$

Aber es geht noch allgemeiner. Man kann den Zusammenhang auch vektoriell schreiben und erhält:

$$\vec{S}\left(\vec{r},t\right)=\vec{E}\left(\vec{r},t\right)\times\vec{H}\left(\vec{r},t\right)$$

S heißt ***Poyntingvektor***. Er steht senkrecht auf E und B und zeigt in Ausbreitungsrichtung. Da die Felder zeitlich in Phase sind, ist die Strahlungsleistung ein Funktion der Zeit mit einer Amplitude

$$S_0 = E_0 H_0$$

und der Zeitabhängigkeit

$$S(t) = E_0 H_0 \sin^2 \omega t$$

Die flächenbezogene Strahlungsleistung im zeitlichen Mittel ist dann

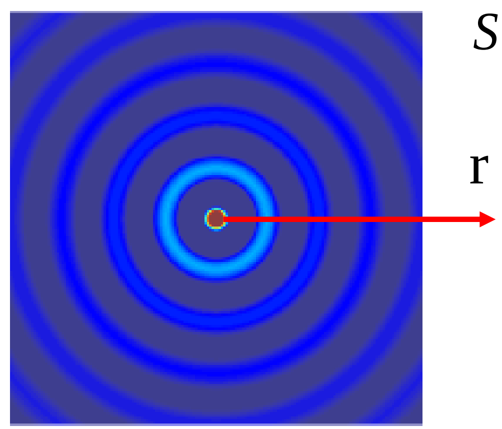
$$\left\langle S(t)\right\rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0 = \frac{1}{2} S_0$$

Bei einer ebenen Welle ist die Strahlungsleistung konstant.

Bei einer ***Kugelwelle***, die von einem punktförmigen Strahler ausgeht gilt aber

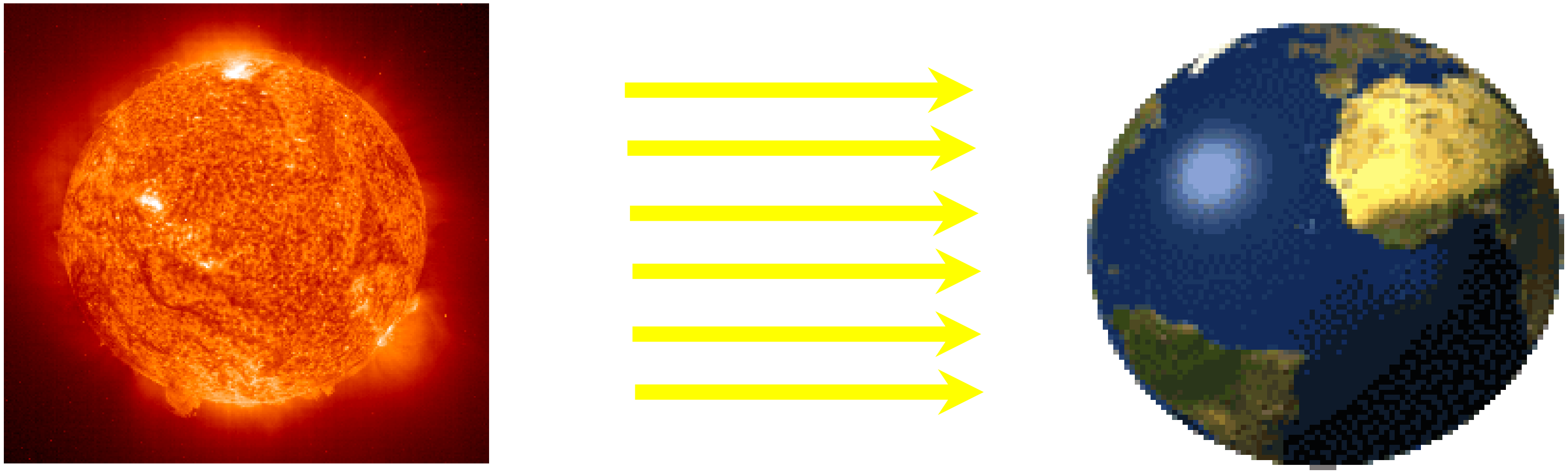
$$\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{r} E_0^* \sin\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{1}{r} \vec{B}_0^* \sin\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)$$



$$S(r,t) = \frac{1}{r^2} E_0^* H_0^* \sin^2 \omega t$$

Beispiel: ***Strahlungsleistung der Sonne auf der Erde***



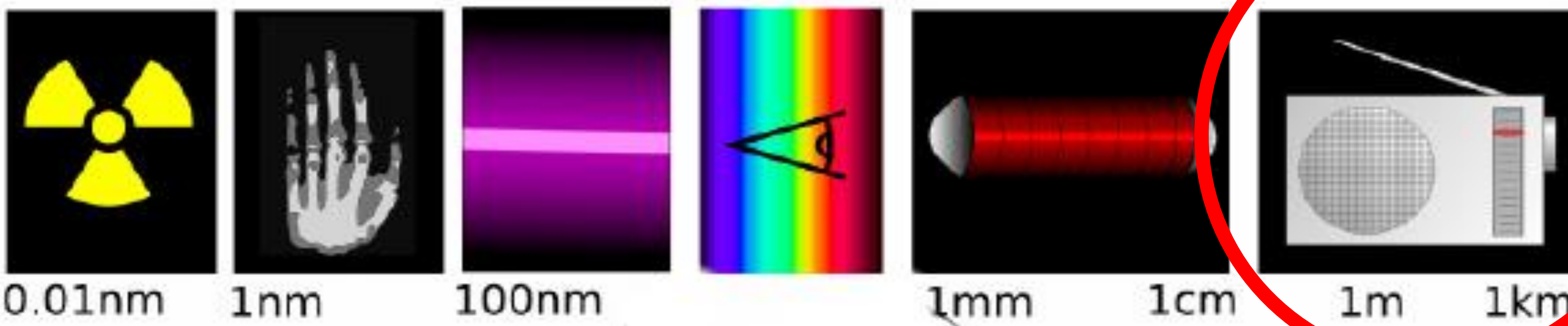
Die mittlere Intensität der Sonnenstrahlung auf der Erdoberfläche ist:

$$S \sim 1400 \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2}$$

Dieser Wert heißt ***Solarkonstante*** und gilt für den mittleren Abstand Erde – Sonne (150 Millionen Kilometer) und senkrechten Einfall der Strahlung und ohne Berücksichtigung der Atmosphäre.

Grundlage unserer Existenz

Elektromagnetische Wellen: Anwendungen



UKW: $f = 30 - 300\ MHz$

$\lambda = 10 - 1\ m$

Kurzwelle: $f = 3 - 30\ MHz$

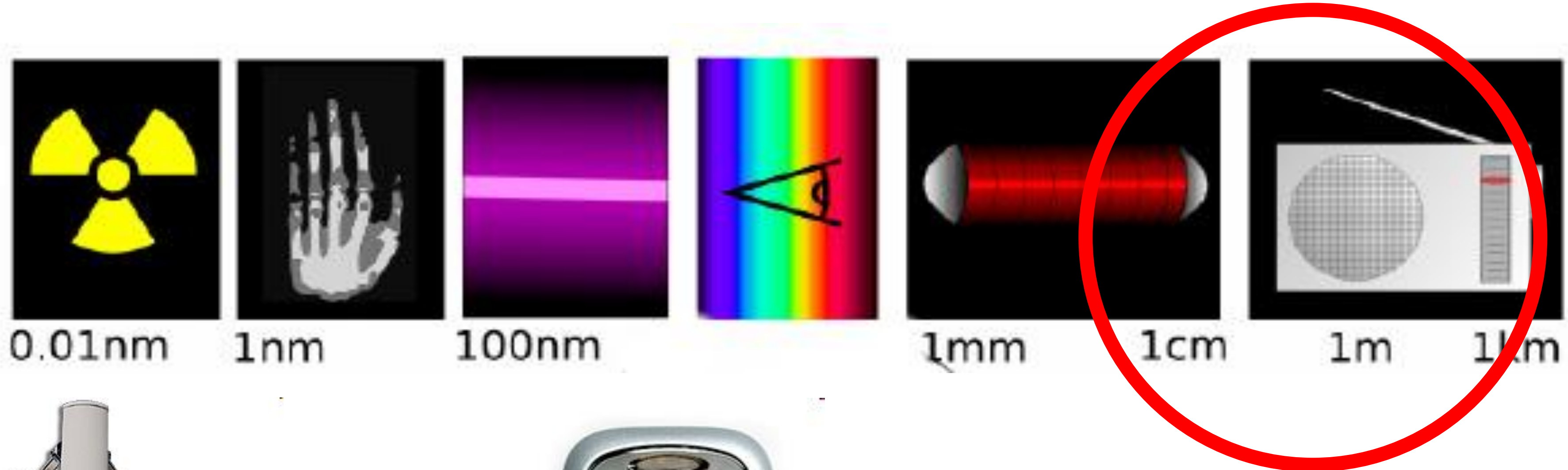
$\lambda = 100 - 10\ m$

Mittelwelle: $f = 300 - 3000\ kHz$

$\lambda = 1000 - 100\ m$

Langwelle: $f = 30 - 300\ kHz$

$\lambda = 10000 - 1000\ m$



TV: $f = 200 – 860\ MHz$

$\lambda = 1,5 – 0,35\ m$

D-Netz Mobilfunk

$f = 900\ MHz \quad \lambda \sim 0,33\ m$

E-Netz Mobilfunk

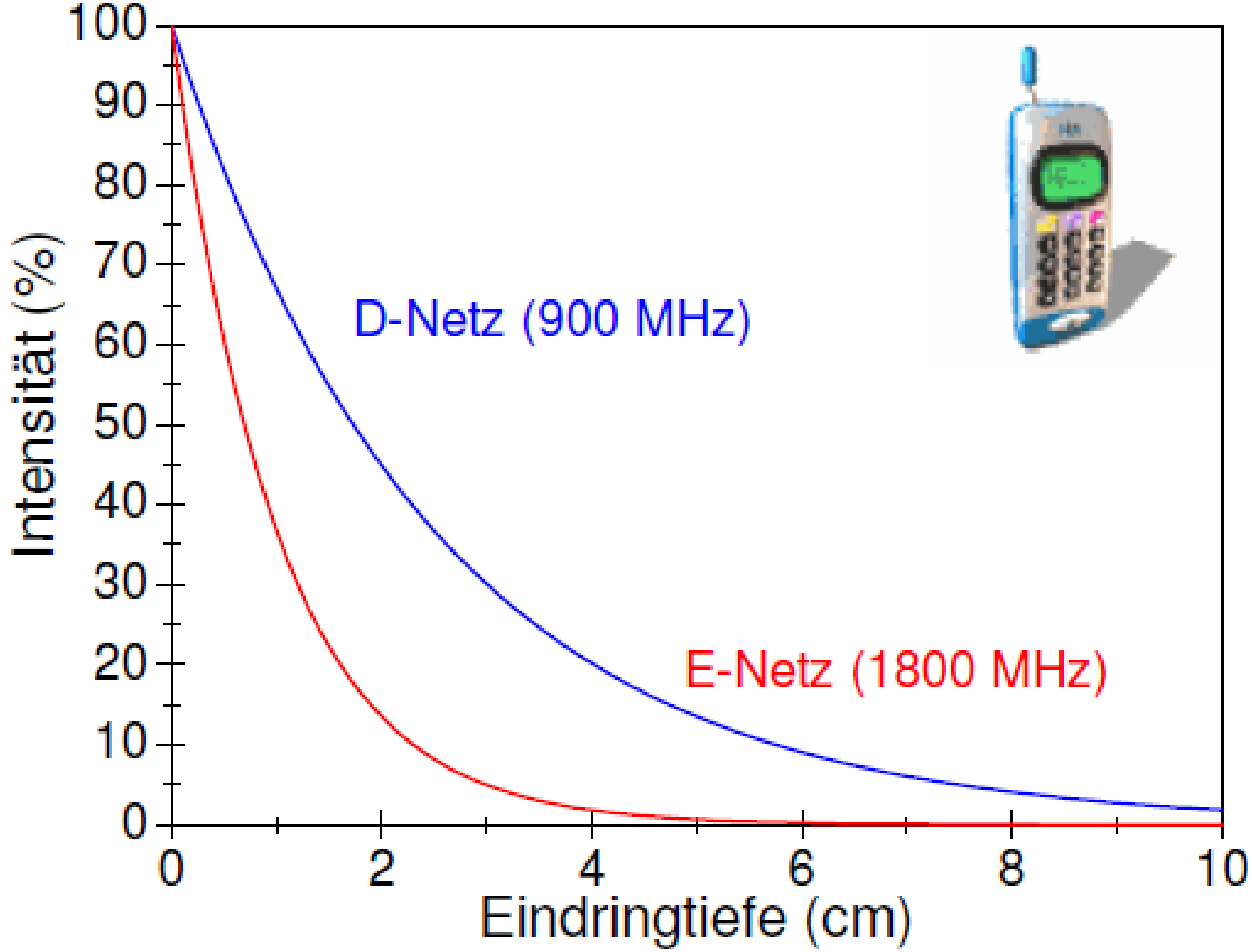
$f = 1800\ MHz \quad \lambda \sim 0,17\ m$

WLAN:

$f = 2,4 – 2,5\ GHz$

$f = 5,1 – 5,7\ GHz$

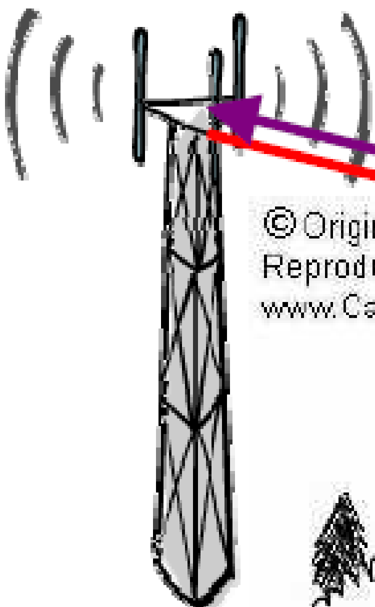
Eindringtiefe von Mobilfunkwellen in Gewebe



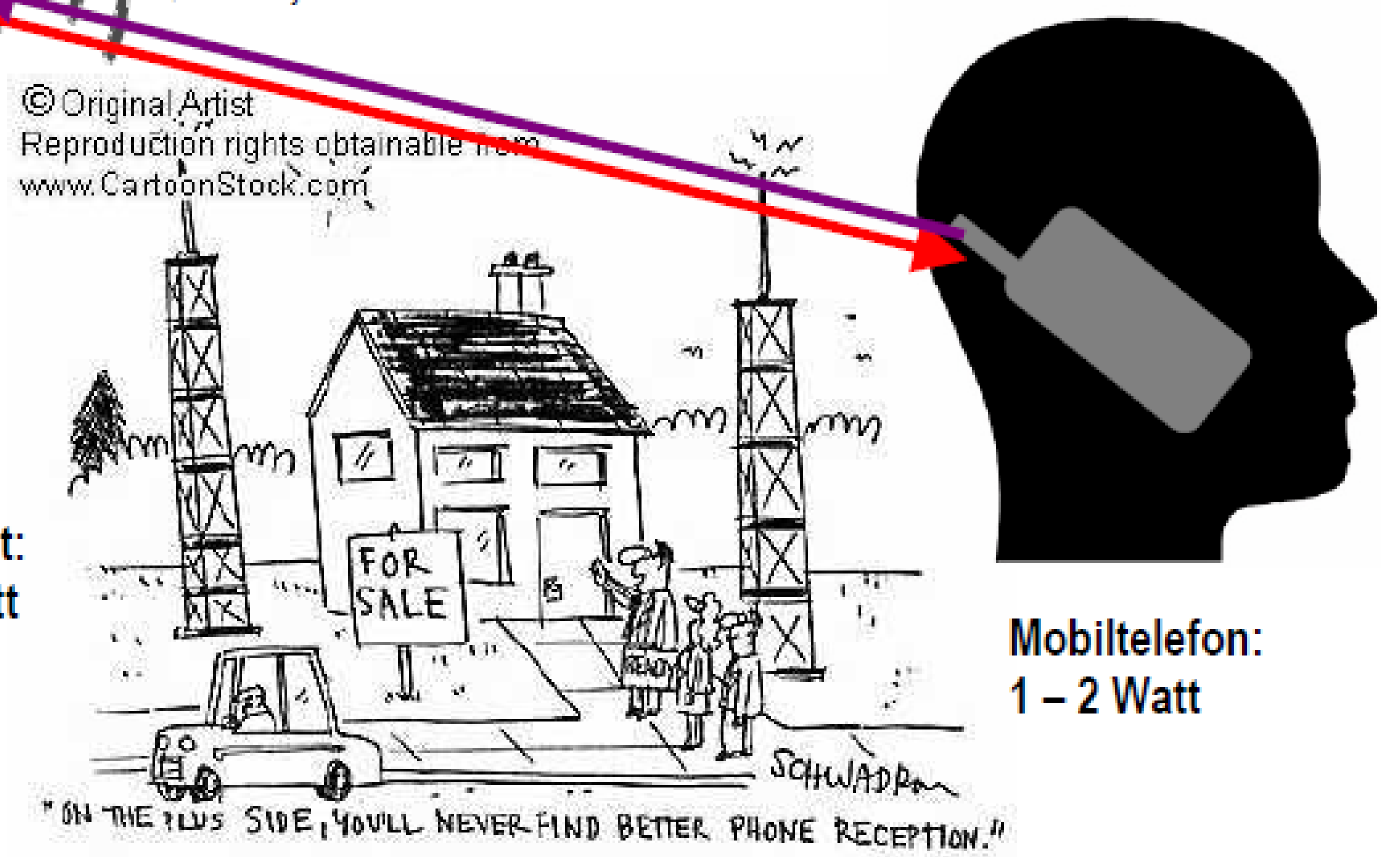
Leistung von Mobilfunkquellen

Bei einem Abstand von 100 m:
45 Min. Handy am Ohr deponiert = 1000 mal mehr Energie als 24 Stunden Strahlung von einem 20 Watt Handy-Masten !!!

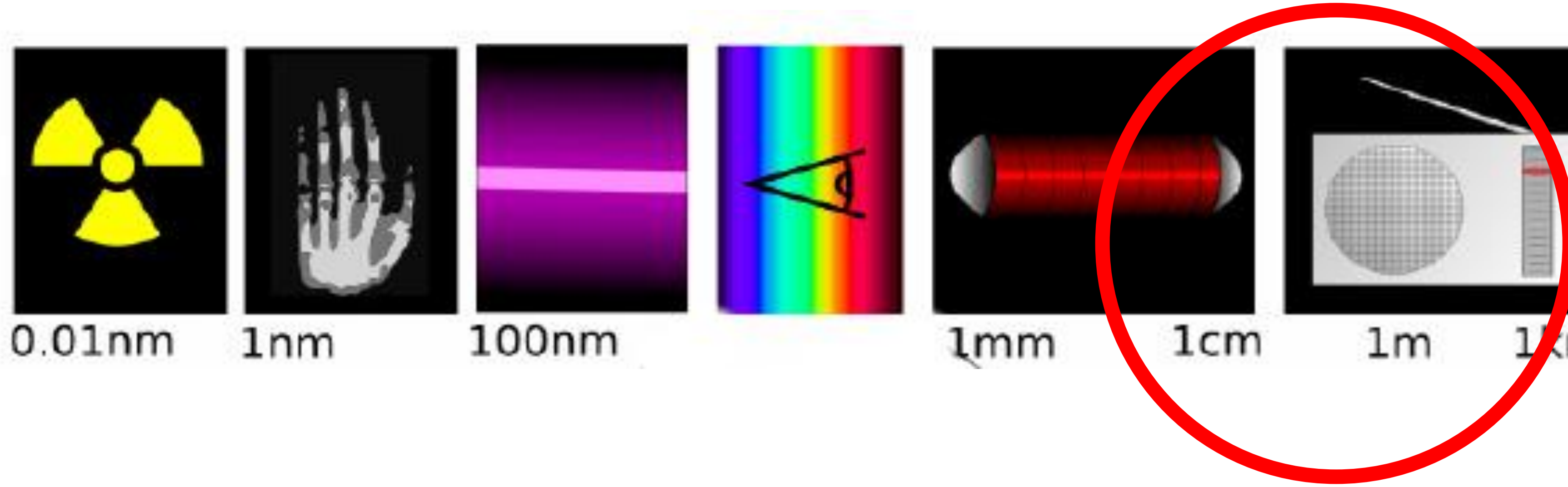
Quelle: Bayr. Landesamt für Umwelt



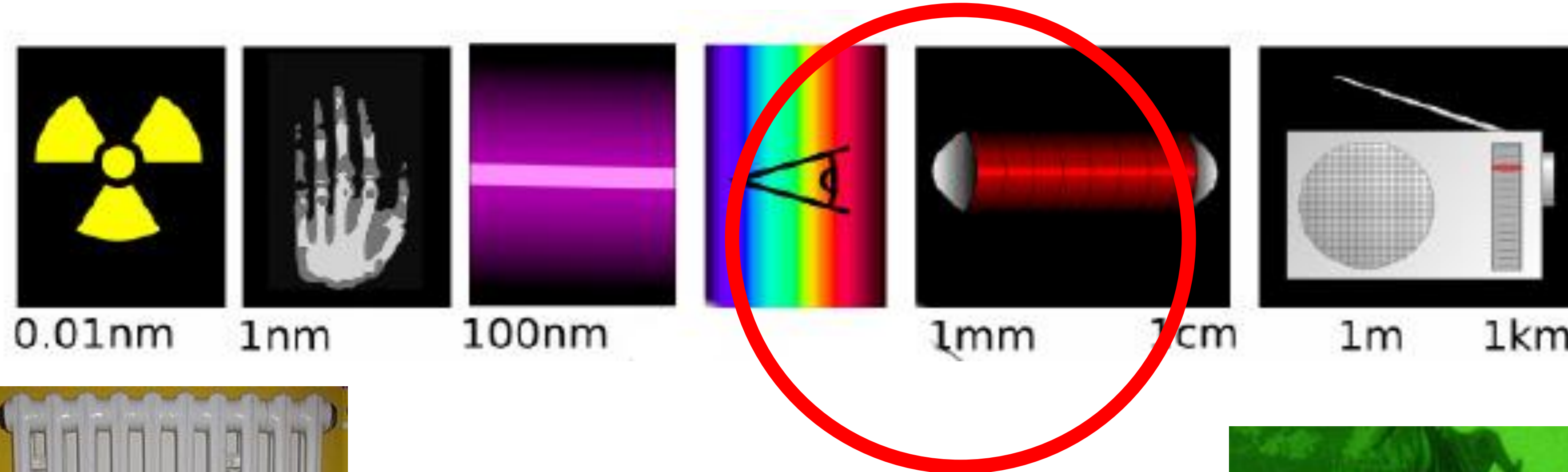
Handy-Mast:
20 – 60 Watt



Mobiltelefon:
1 – 2 Watt

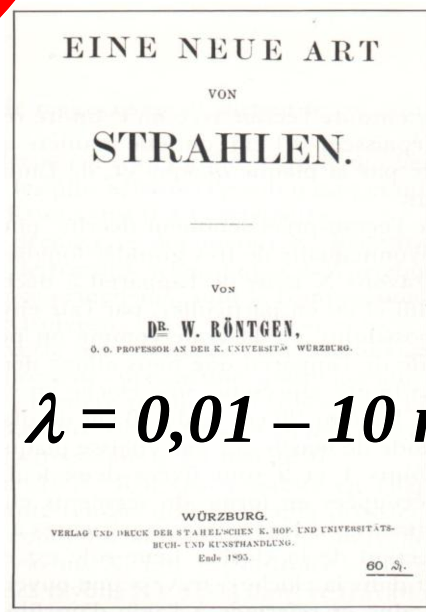


Mikrowellen: *f = 2440 MHz* λ *= 12 cm*
Bei dieser Frequenz besonders starke Absorption der Strahlungsleistung in Wasser



Infrarotstrahlung - Wärmestrahlung

Röntgenstrahlung


EINE NEUE ART VON STRAHLEN.

Von

DR. W. RÖNTGEN,

O. Ö. PROFESSOR AN DER K. UNIVERSITÄT WÜRZBURG.

WÜRZBURG.

VERLAG UND DRUCK DER STAHEL'SCHEN K. HOF- UND UNIVERSITÄTS-BUCH- UND KUNSTHANDLUNG.

Ende 1895.

60 ₰.

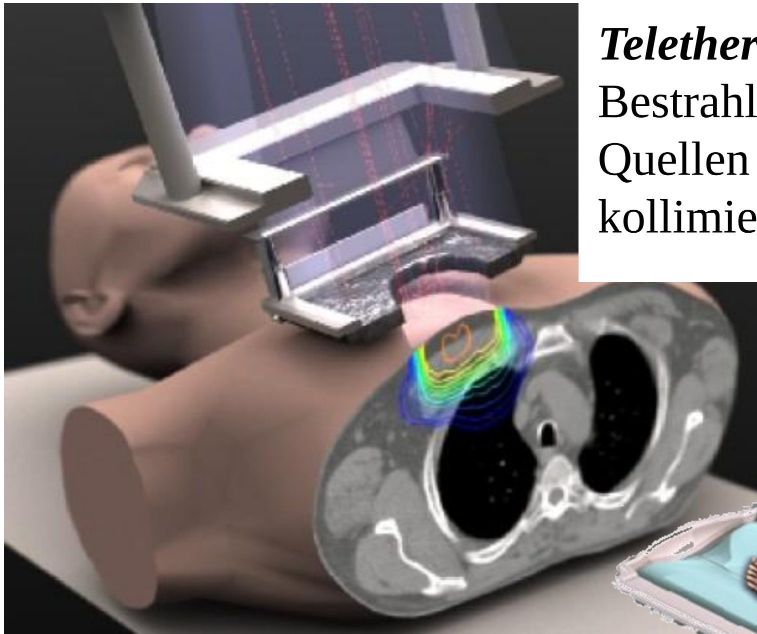
$\lambda = 0{,}01 - 10\ nm$

Wilhelm Conrad Röntgen 1845-1923

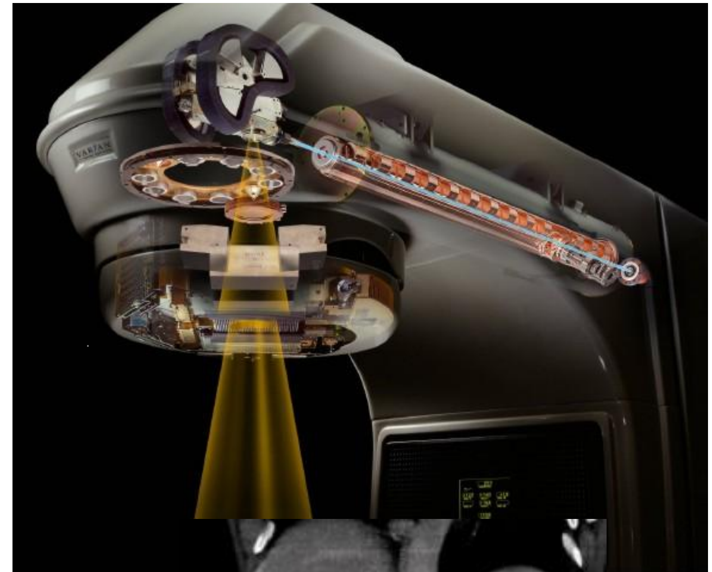
1895: Entdeckung der Röntgenstrahlung

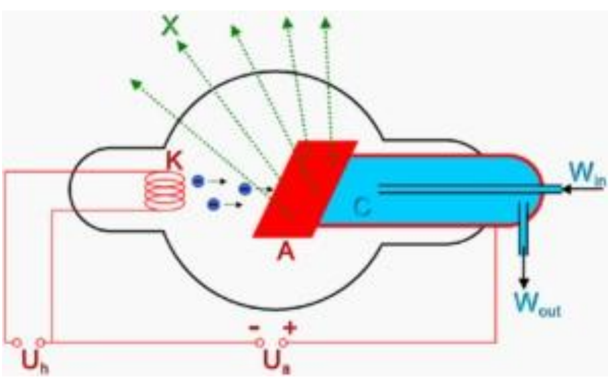
Grundlage der modernen Medizin

Moderner 20 MeV Elektronenbeschleuniger zur Erzeugung hochenergetischer Strahlung

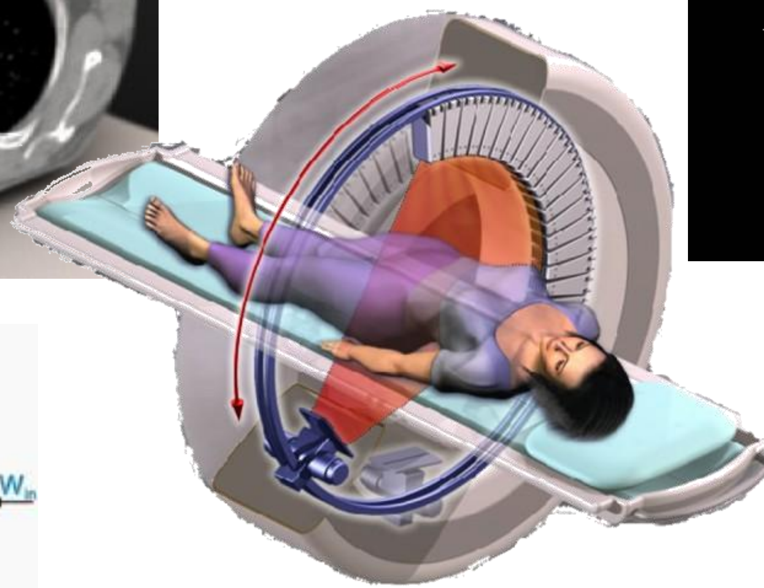


Teletherapie
Bestrahlung aus äußeren Quellen mit gerichtetem und kollimiertem Strahl





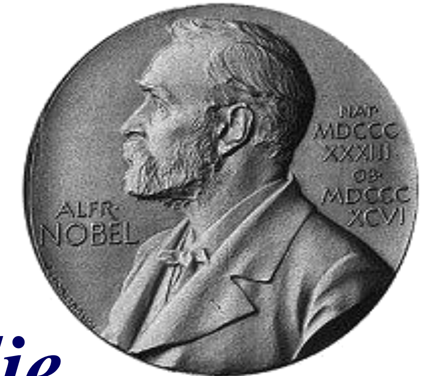
Röntgenröhre



Computer-Tomograph
CT zur Diagnostik

Bildgebung

Der Nobelpreis für Physik 1901



„In Anerkennung für die außerordentlichen Dienste durch die Entdeckung der bemerkenswerten Strahlen, die nach ihm benannt wurden.“

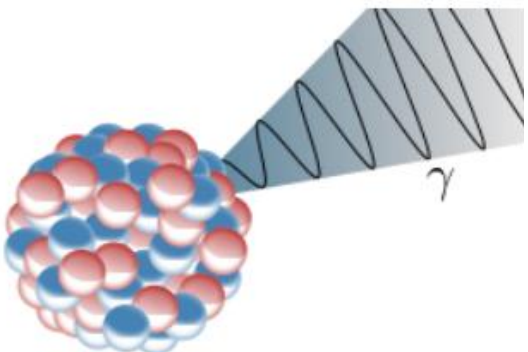
Wilhelm Conrad Röntgen
(1845 – 1923)

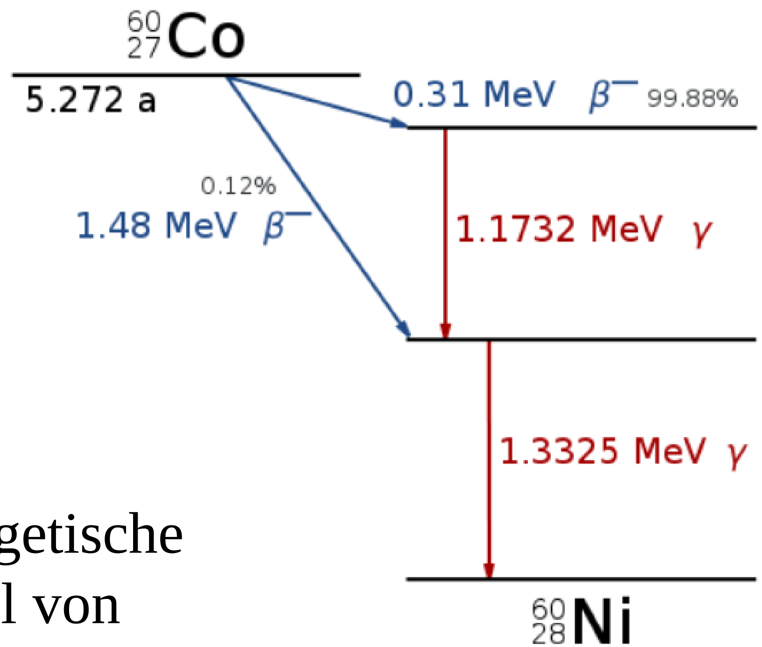
Der erste Physik-Nobelpreis überhaupt!

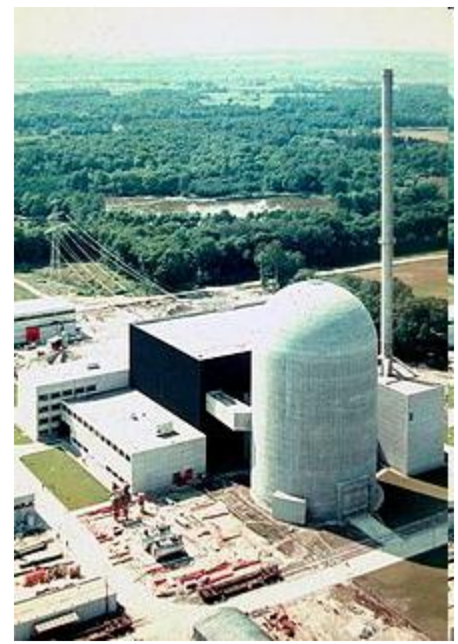
Nobelpreise für Forschung mit Röntgenstrahlung

1901 W.C. Röntgen in **Physik** für die **Entdeckung der Röntgenstrahlen**
1914 M. von Laue in **Physik** für **Röntgenbeugung an Kristallen**
1915 W.H. Bragg und W.L. Bragg in **Physik** für Bestimmung der **Kristallstruktur mit Röntgenbeugung**
1917 C.G. Barkla in **Physik** für die **charakteristische Strahlung der Elemente**
1924 K.M.G. Siegbahn in **Physik** für **Röntgenspektroskopie**
1927 A.H. Compton in **Physik** für **Streuung von Röntgenstrahlen durch Elektronen**
1936 P. Debye in **Chemie** für **Beugung von Röntgenstrahlen und Elektronen in Gasen**
1946 H.J. Muller in **Medizin** für die Entdeckung von **Mutationen durch Röntgenstrahlung**
1954 L. Pauling in **Chemie** für Entwicklungen in der **Strukturchemie**
1956 A.F. Cournand, W. Forssmann und D.W. Richards in **Medizin** für die **Entwicklung des Herzkatheters**
1962 J. Watson, M. Wilkins und F. Crick in **Medizin** für die **Strukturaufklärung des DNA-Moleküls**
1962 M. Perutz und J. Kendrew in **Chemie** für die **Strukturaufklärung von Hämoglobin**
1964 D.C. Hodgkin in **Chemie** für die **Röntgenstrukturanalyse von Penicillin**
1976 W.N. Lipscomb in **Chemie** für **Röntgenstrukturuntersuchungen an Boranen**
1979 A.M. Cormack und G.N. Hounsfield in **Medizin** für **Computertomographie**
1981 K.M. Siegbahn in **Physik** für **hochaufgelöste Elektronenspektroskopie**
1985 H.A. Hauptman und J. Karle in **Chemie** für die Entwicklungen zur **Bestimmung von Röntgenstrukturen**
1988 J. Deisenhofer, R. Huber und H. Michel in **Chemie** für die **Bestimmung der dreidimensionalen Struktur**
1997 P.D. Boyer, J.E. Walker und J.C. Skou in **Chemie** für **Aufklärung der Funktion des Enzyms ATP**
2002 R. Giacconi in **Physik** für die **Entwicklung der Röntgenastronomie**
2003 R. MacKinnon in **Chemie** für **Röntgenstrukturbestimmung von Ionenkanälen in Zellmembranen**

Gamma-Strahlung / Kernstrahlung

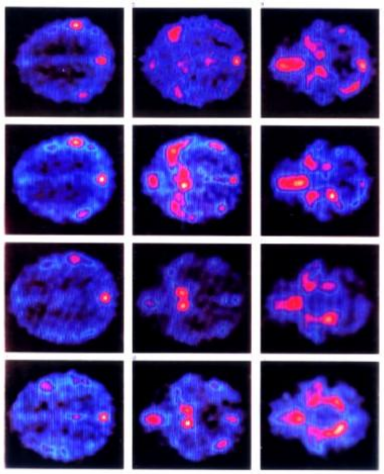


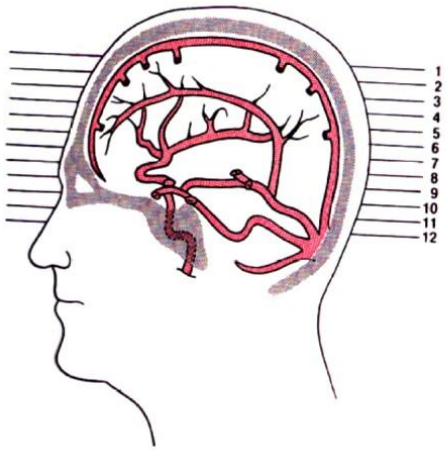




Auftretende hochenergetische Strahlung beim Zerfall von Atomkernen

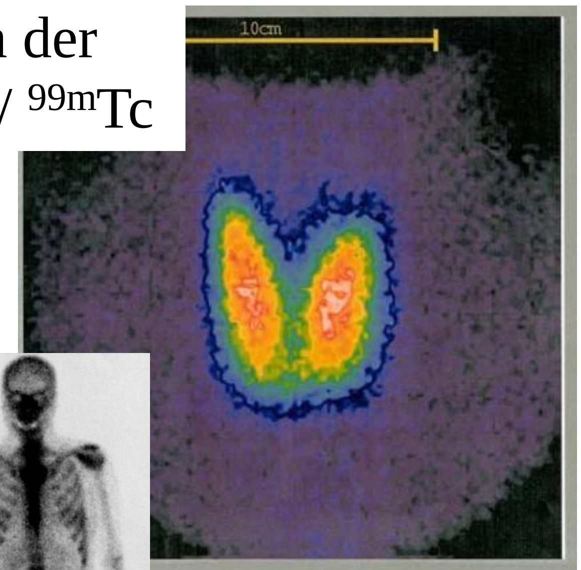
Gammastrahlung: *Anwendungen in Medizin und Materialwissenschaft*



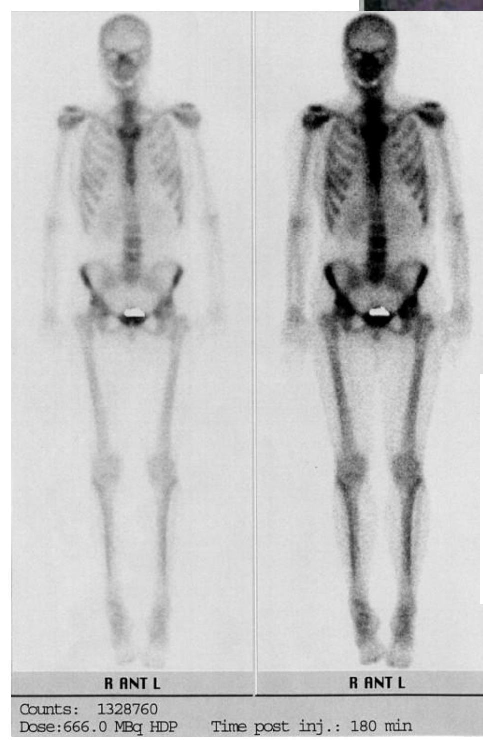


PET-Positronen-Emissions-Tomografie

Szintigramm der Schilddrüse / ^{99m}Tc



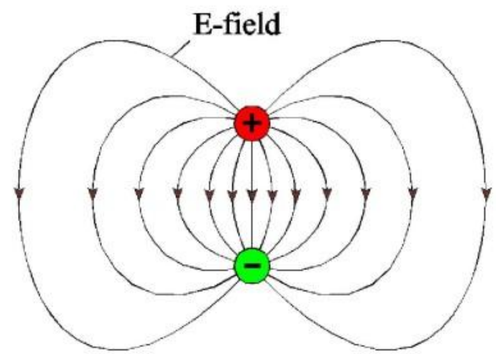
Gamma-Kamera
Beispiel: *Fa. Siemens*
2 großflächige Kameras rotieren um Patienten



Knochen-Szintigramm mit ^{99m}Tc

Was ist notwendig, um elektromagnetische Wellen zu erzeugen ? Was sind die Quellen ?

Wollen zunächst „aus dem Bauch heraus“ argumentieren.

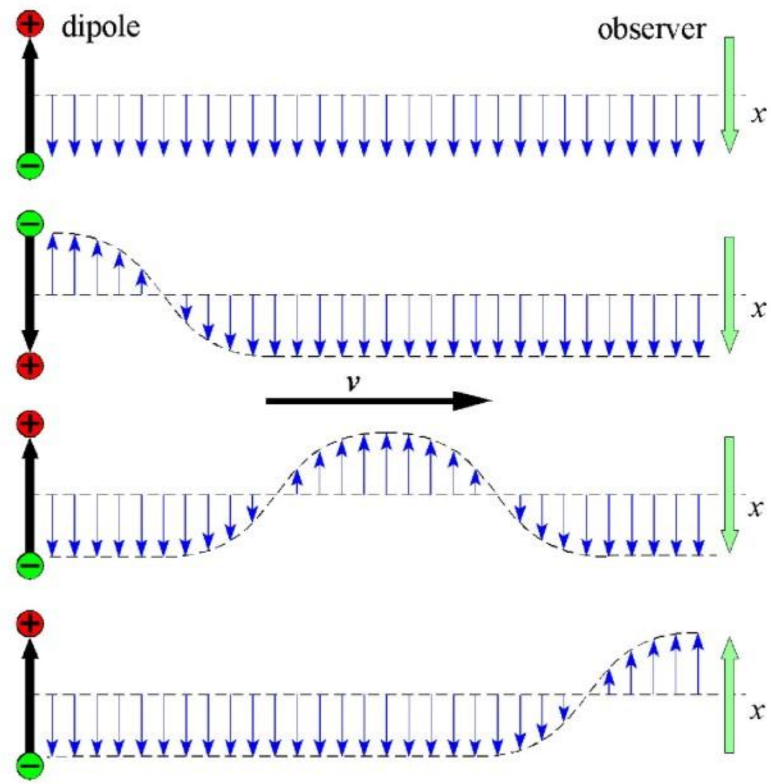


Beispiel: Rotierender elektrischer Dipol

Beim ruhenden Dipol sieht ein Beobachter in einer Entfernung *r* eine bestimmte Feldrichtung. Führt der Dipol schnell eine volle Umdrehung aus, merkt der Beobachter zunächst nichts davon. Die Information kommt verzögert („*retardiert*“) an, also nach der Zeit

$$t = \frac{r}{c}$$

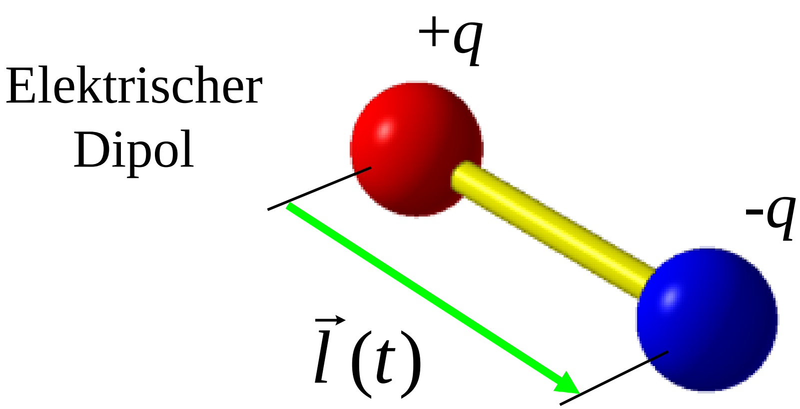
Durch die endliche Laufzeit entsteht eine „Wellenbewegung“



Hertzscher Dipol

Als Quelle der Strahlung wollen wir einen elektrischen Dipol betrachten. dessen *Dipolmoment p* sich zeitlich ändert. p ist wie folgt definiert:

$$\vec{p}(t) = q \cdot \vec{l}(t)$$

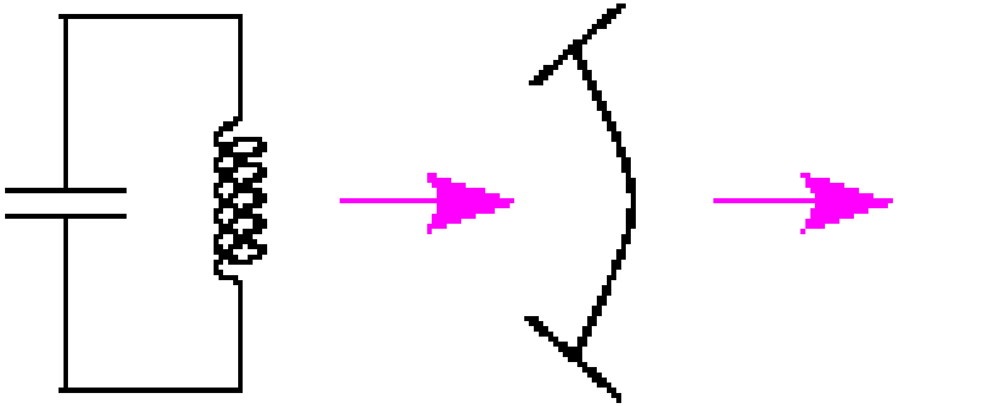


Wir wollen folgenden zeitlichen Verlauf annehmen:

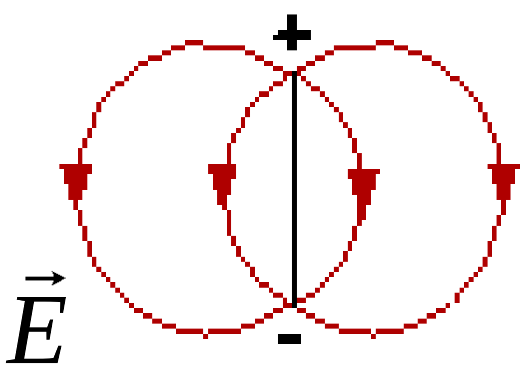
$$\vec{p}(t) = \vec{p}_0 \cos(\omega t)$$

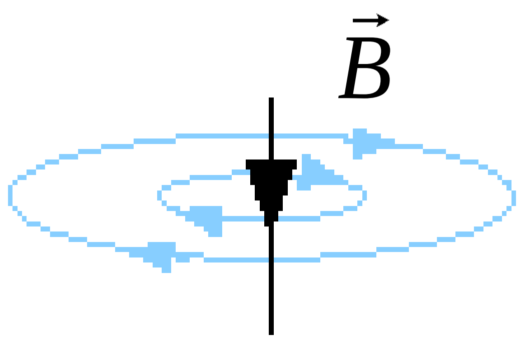
Eine zeitliche Veränderung des elektrischen Dipolmoments entsteht durch eine Verschiebung der Ladungen entlang der Dipolachse. Man erzeugt also auch Ströme und Stromdichten und damit Magnetfelder, die denen eines langen Drahtes ähneln.

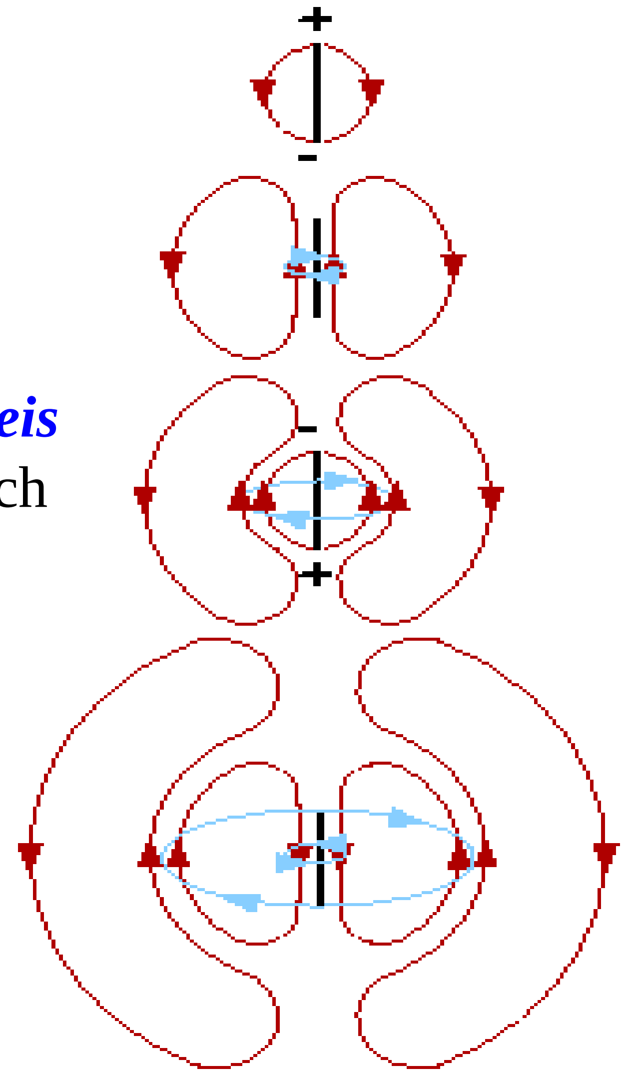
Das elektrische Dipolmoment erzeugt das typische elektrische Feld zweier entgegen gesetzter Ladungen im Abstand *l* (elektrisches Dipolfeld). Bei Austausch der Ladungen erzeugt der Strom *I* auf der Verbindung das konzentrische Magnetfeld eines geraden Drahtes



Man kann den ***Hertz-Dipol*** auch als ***LC-Schwingkreis*** betrachten. Die Kapazität wird im wesentlichen durch die Enden der Leitung, die Induktivität durch die Leitung selbst gebildet.



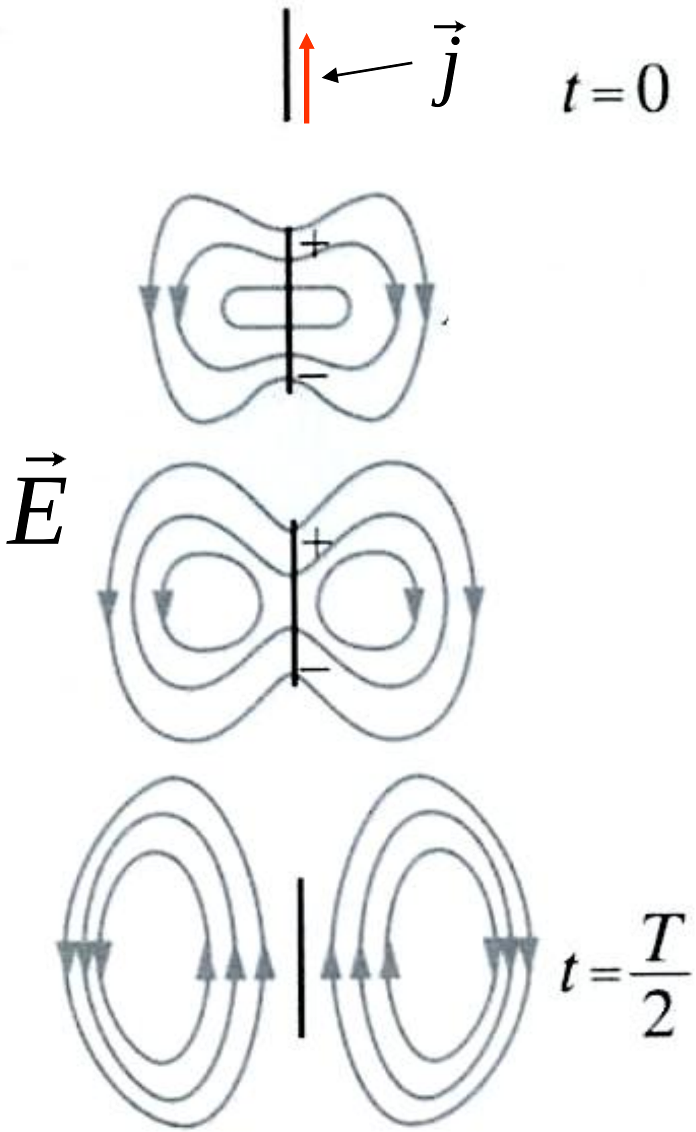


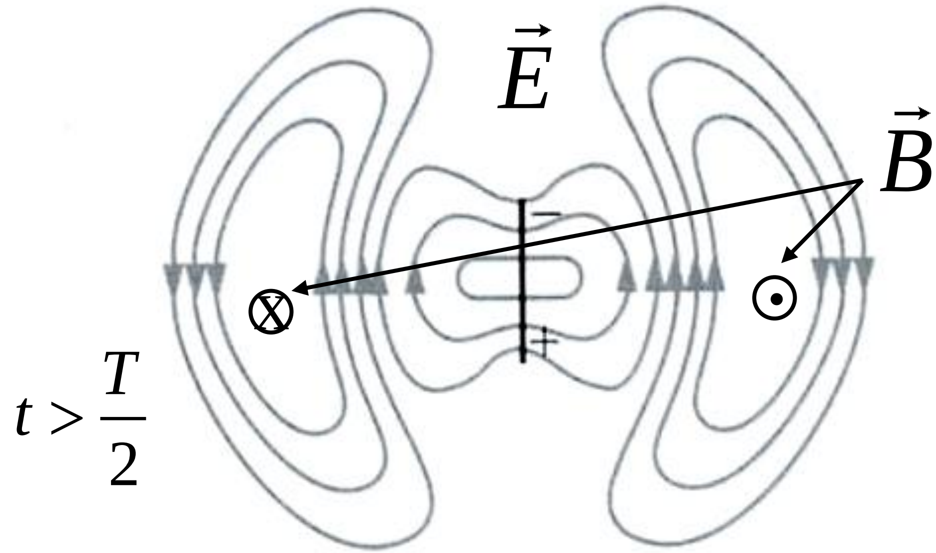


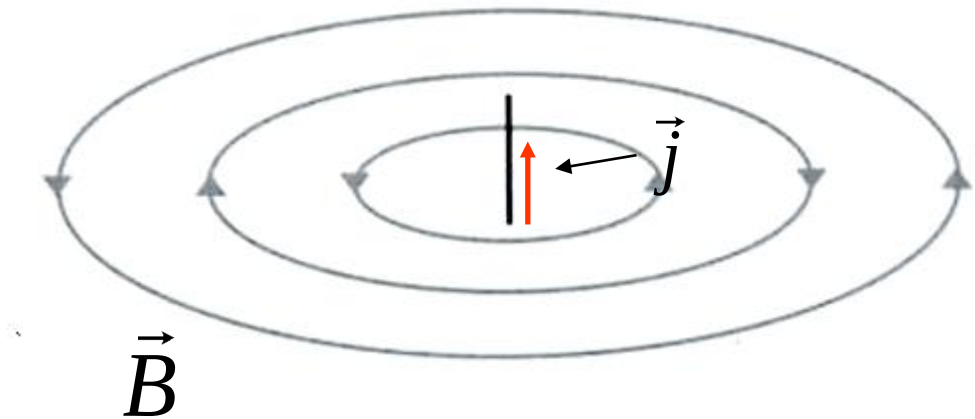
Ausbreitung des Nahfeldes

Nahfeld des Hertzschen Dipols

Phasenverschiebung von $\pi/2$ zwischen E und B



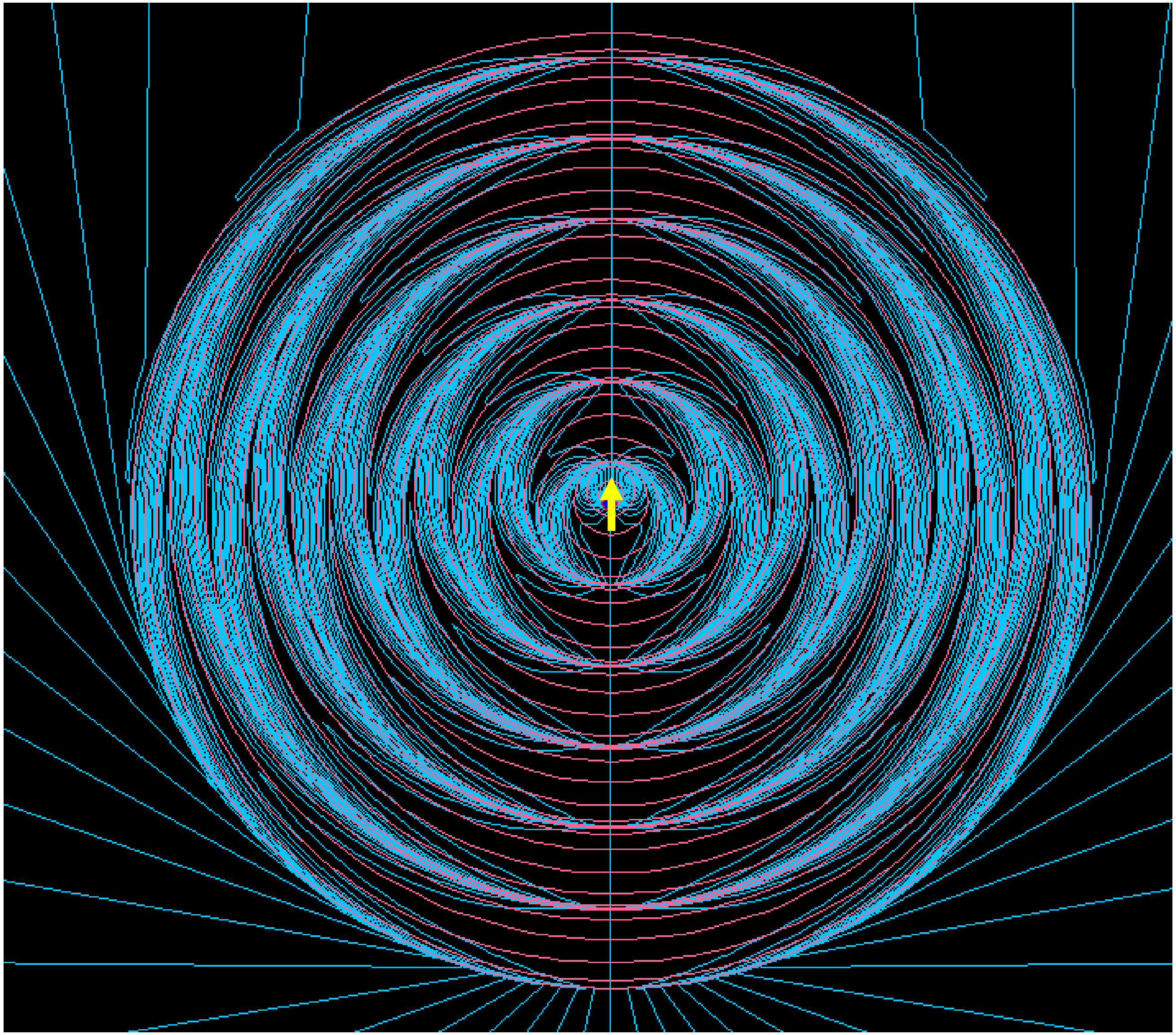




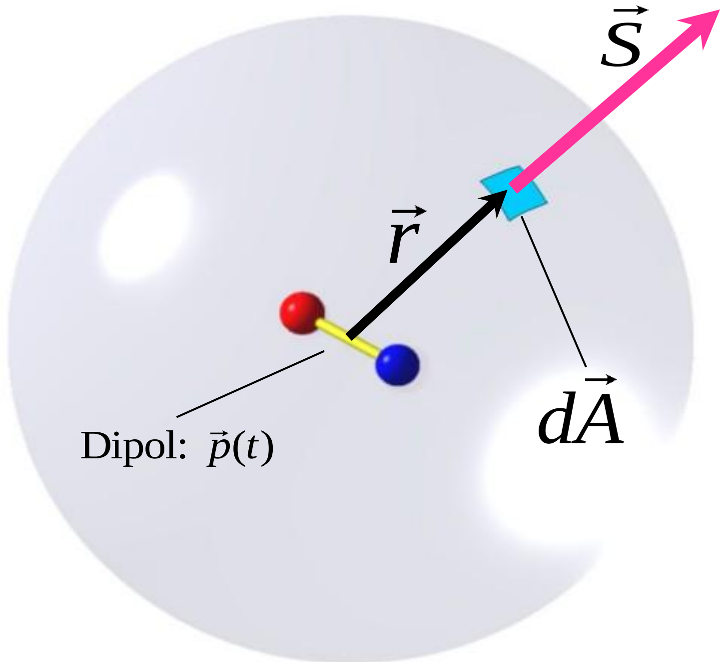
T = Periodendauer

Elektrisches Feld (blau) eines Hertz-Dipols:

Programm:
Radiation 2D
T. Shintake



Strahlungsleistung des Hertzschen Dipols



Bei der mathematisch sehr anspruchsvollen Ableitung der Strahlungsleistung muss die Retardierung explizit berücksichtigt werden. Die Felder an einem bestimmten Ort $\vec{r}$ zu einer bestimmten Zeit t hängen vom elektrischen Dipolmoment p zu einem Zeitpunkt t' ab, der in der Vergangenheit liegt und es gilt

$$t' = t - \frac{r}{c}$$

Für große Abstände $r >> l$ (Fernfeld) des Dipols lauten die Strahlungsfelder dann:

$$\vec{E}_{\text{Str}}(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^3}\left[\left(\ddot{\vec{p}}\cdot\vec{r}\right)\vec{r} - r^2\ddot{\vec{p}}\right]$$

$$\vec{B}_{\text{Str}}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi c}\ddot{\vec{p}}\times\frac{\vec{r}}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c^3 r^2}\ddot{\vec{p}}\times\vec{r}$$

mit $\vec{p} = \vec{p}(t')$

und $t' = t - r/c$

...und hier die komplette Lösung der Felder:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\underbrace{\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{e}_r)\vec{e}_r}{r^3} - \frac{\vec{p}}{r^3}}_{\text{statisches Dipolfeld}} + \underbrace{\frac{3(\dot{\vec{p}}\cdot\vec{e}_r)\vec{e}_r}{cr^2} - \frac{\dot{\vec{p}}}{cr^2}}_{\text{Terme mit}} + \underbrace{\frac{(\ddot{\vec{p}}\cdot\vec{e}_r)\vec{e}_r}{c^2 r} - \frac{\ddot{\vec{p}}}{c^2 r}}_{\text{Strahlungsterm}}\right]$$

Nahfeld ~ $1/r^3$ ~ $1/r^2$ ~ $1/r$ Fernfeld

$$\vec{B}(\vec{r},t) == \underbrace{\frac{\mu_0}{4\pi}\dot{\vec{p}}(t')\times\frac{\vec{r}}{r^3}}_{\text{statisches Magnetfeld}} + \underbrace{\frac{\mu_0}{4\pi c}\ddot{\vec{p}}(t')\times\frac{\vec{r}}{r^2}}_{\text{Strahlungsterm}}$$

Nahfeld Fernfeld

$$\propto \frac{1}{r^2} \qquad \propto \frac{1}{r}$$

auch hier muss die Retardierung berücksichtigt werden, und es gilt

$$\vec{p} = \vec{p}(t')$$

und

$$t' = t - r/c$$

Fernfelder des Hertz-Dipol

Die Nahfelder des Hertz-Dipol entsprechen im wesentlichen den statischen Lösungen für die Felder. Das E-Feld entspricht dem eines elektrischen Dipols, das B-Feld dem eines Drahtes.
Die zeitliche Phasenverschiebung ist 90°.
Obwohl die Felder senkrecht aufeinander stehen, verschwindet die Strahlungsleistung S wegen

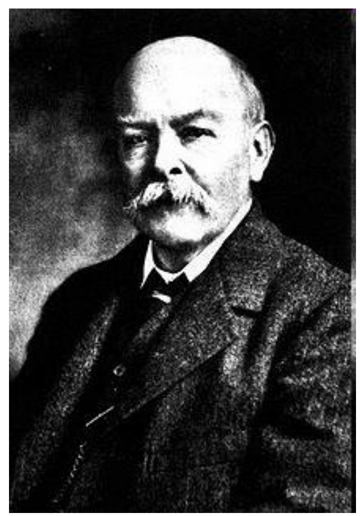
$$\vec{S}(\vec{r},t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}(\vec{r},t)\times\vec{B}(\vec{r},t)$$

$$\to S(\vec{r},t) \sim \cos\omega t\cdot\sin(\omega t)$$

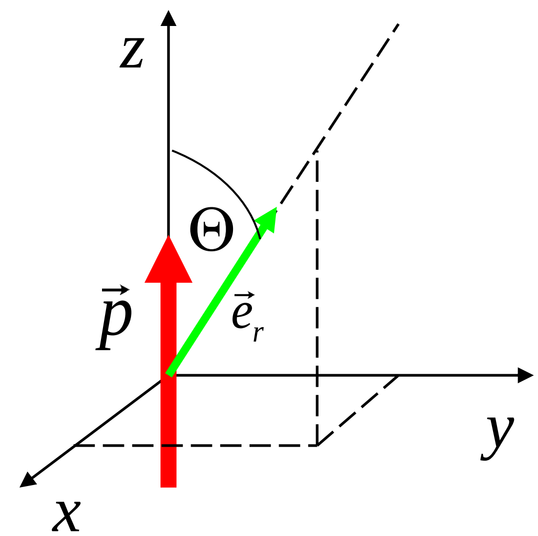
und $\langle S(\vec{r},t)\rangle = 0$

Anders beim Fernfeld.
Hier sind die Felder zeitlich in Phase und die Strahlungsleistung ergibt sich zu

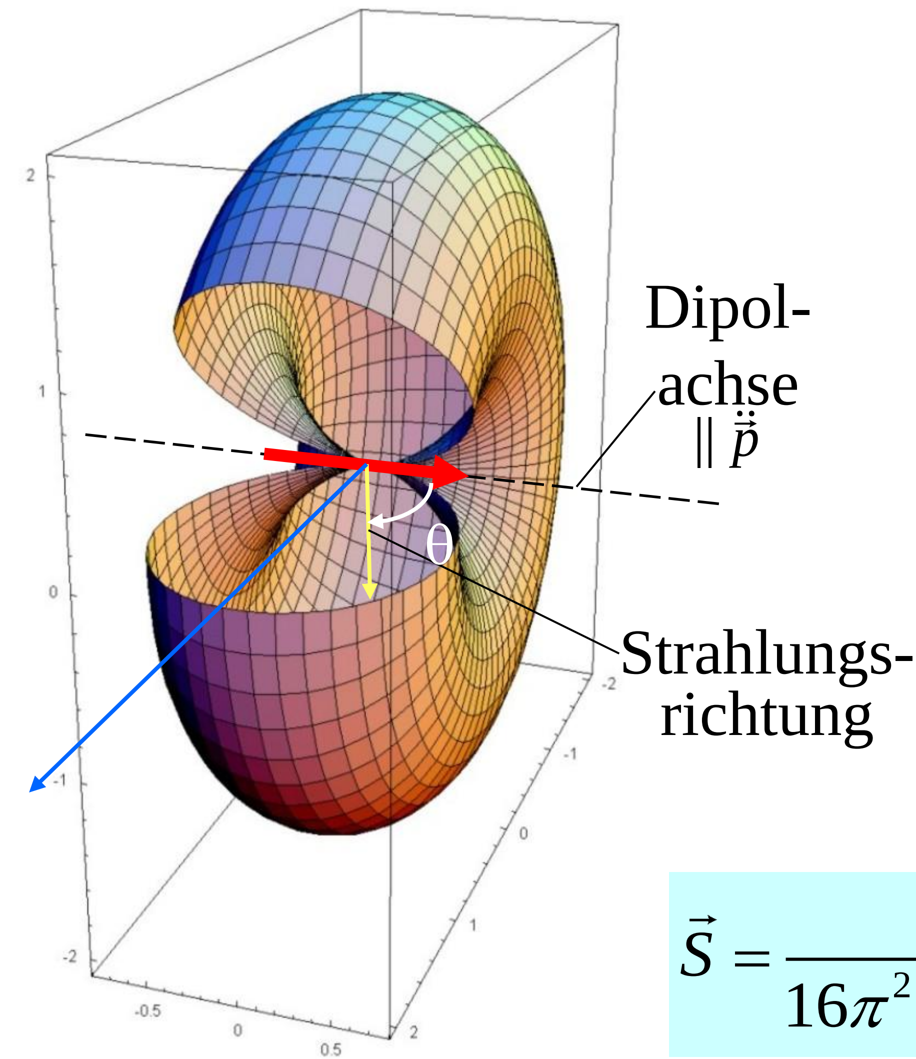
$$\vec{S} = \frac{1}{16\pi^2\varepsilon_0 c^3 r^2}\left|\ddot{\vec{p}}\right|^2 \sin^2\Theta\cdot\vec{e}_r$$



John Henry Poynting
1852 -1914



Strahlungscharakteristik eines Hertzschen Dipols



In Richtung der Dipolachse wird keine Strahlung emittiert, also

$$S = 0$$

wenn $\vec{e}_r \parallel \ddot{\vec{p}}$

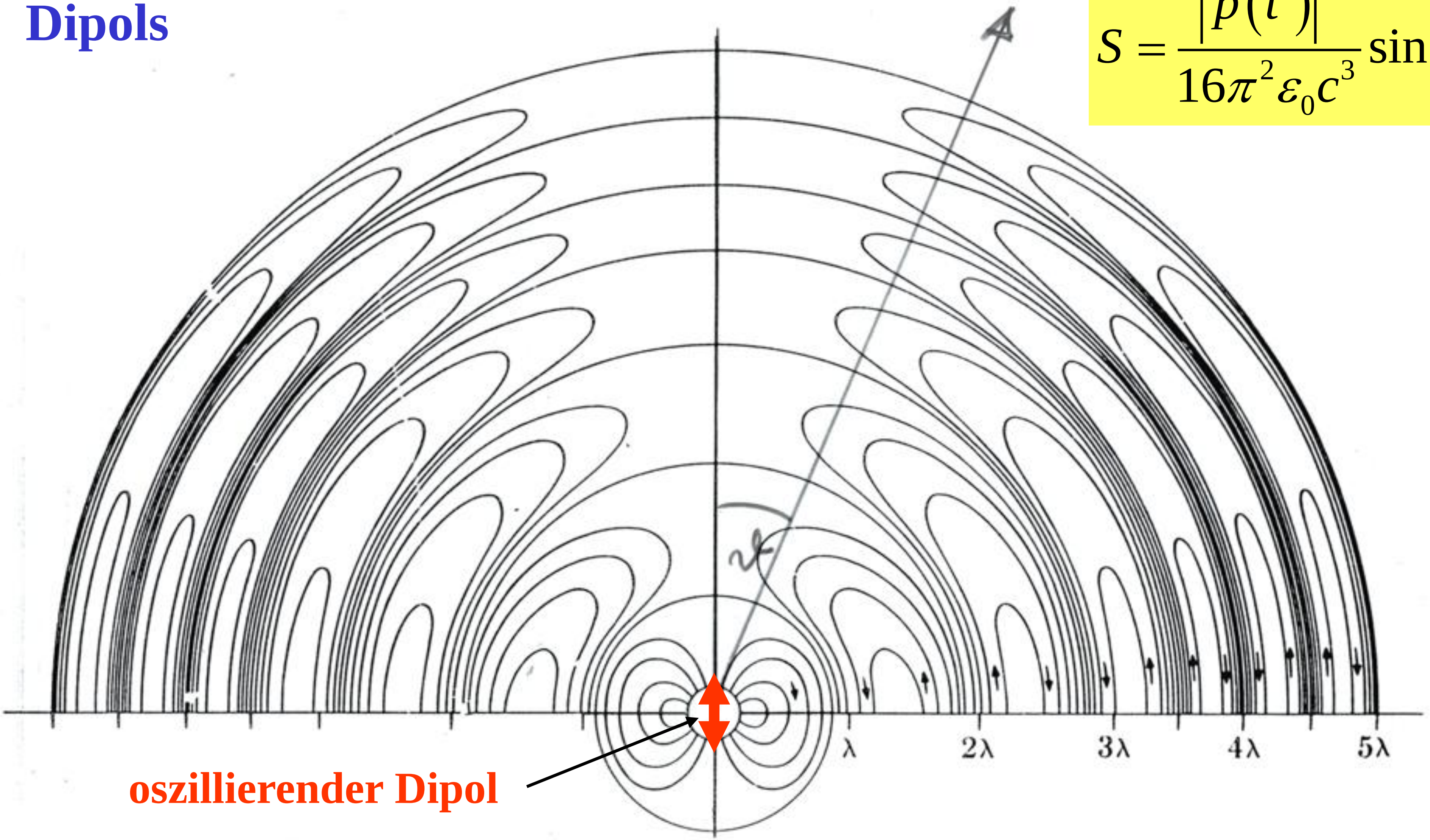
Die maximale Strahlungsleistung wird senkrecht zur Dipolachse abgestrahlt, d.h. wenn

$$\vec{e}_r \perp \ddot{\vec{p}}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 r^2} \left| \ddot{\vec{p}} \right|^2 \sin^2 \Theta \cdot \vec{e}_r$$

Strahlungscharakteristik eines Hertzschen Dipols

$$S = \frac{\left|\ddot{\vec{p}}\left(t'\right)\right|^2}{16\pi^2\varepsilon_0 c^3}\sin^2\Theta$$



oszillierender Dipol