
Inhalt der Vorlesung Physik A2 / B2

3. Wärmelehre

Druck und Temperatur: Das ideale Gas

Wärmemenge, spezifische Wärme

Die Hauptsätze der Wärmelehre

4. Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

Die Ladung und elektrostatische Felder

- SEMESTERENDE -

Elektrischer Strom

Magnetische Felder und Magnetostatik

Zeitlich veränderliche Felder, Elektrodynamik, Maxwellgleichungen

Wechselstromnetzwerke

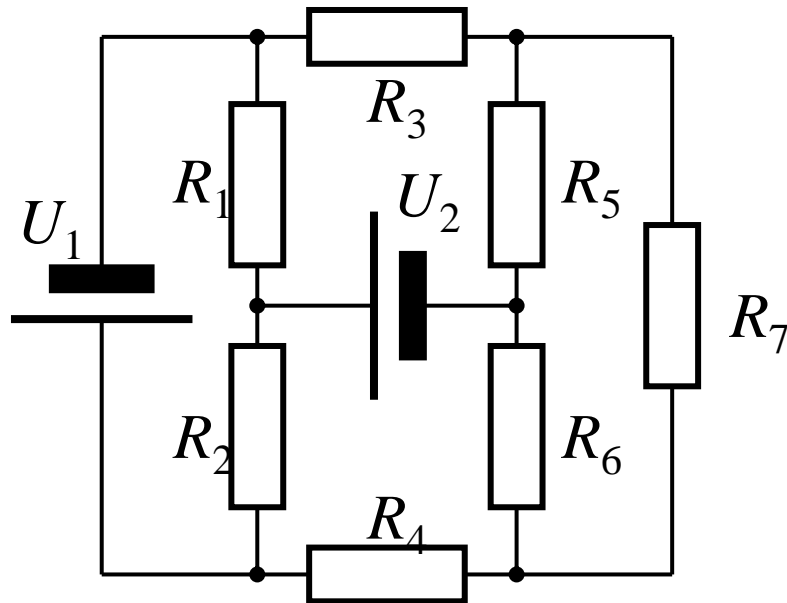
Elektrodynamik in Materie

Elektromagnetische Wellen und Strahlung

Relativität der Felder – Relativitätstheorie

Einschub:**Kirchhoffsche Regeln**

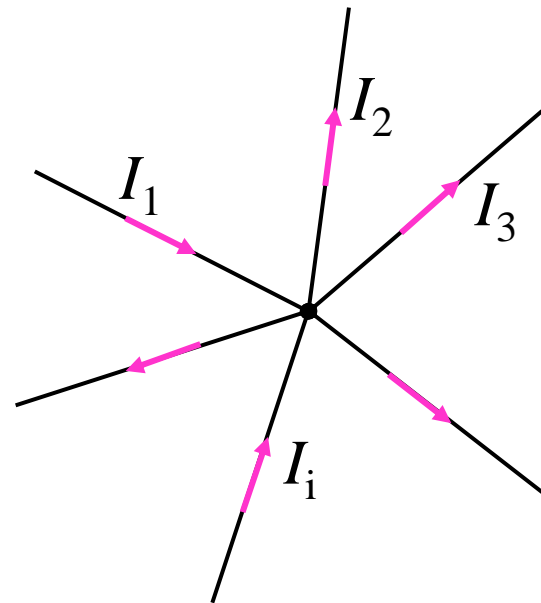
Bestimmung von Spannungen und Strömen in einem beliebig komplizierten **Netzwerk** ?

Beispiel:

Zur Lösung derartiger Probleme benutzt man die „**Kirchhoffschen Regeln**“

1. Die Knotenregel

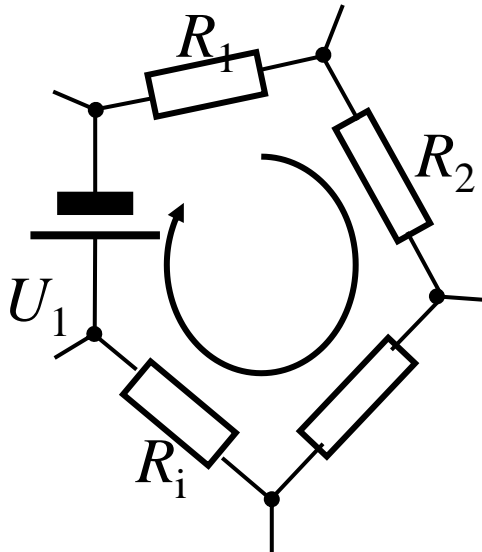
In jedem Knotenpunkt verschwindet die Summe aller Ströme:



$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

Dies ist Folge der Ladungserhaltung.
Keine Veränderung der Ladungsträgerdichte mit der Zeit.

2. Die Maschenregel



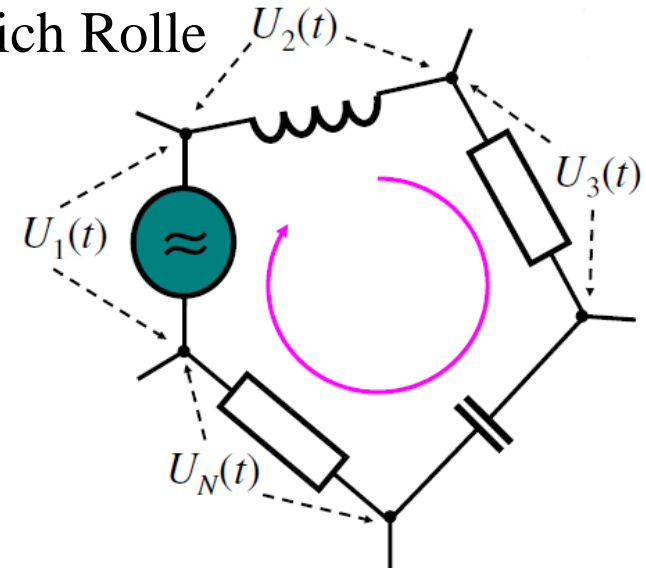
In jeder geschlossenen Masche verschwindet die Summe aller Spannungen

$$\sum_{i=1}^n U_i = 0$$

Dies folgt bei stationären Spannungen und Strömen aus der Wirbelfreiheit des elektrischen Feldes

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{oder} \quad \text{rot} \vec{E} = 0$$

Bei zeitabhängigen Ströme und Spannungen spielt die Induktion eine wesentlich Rolle



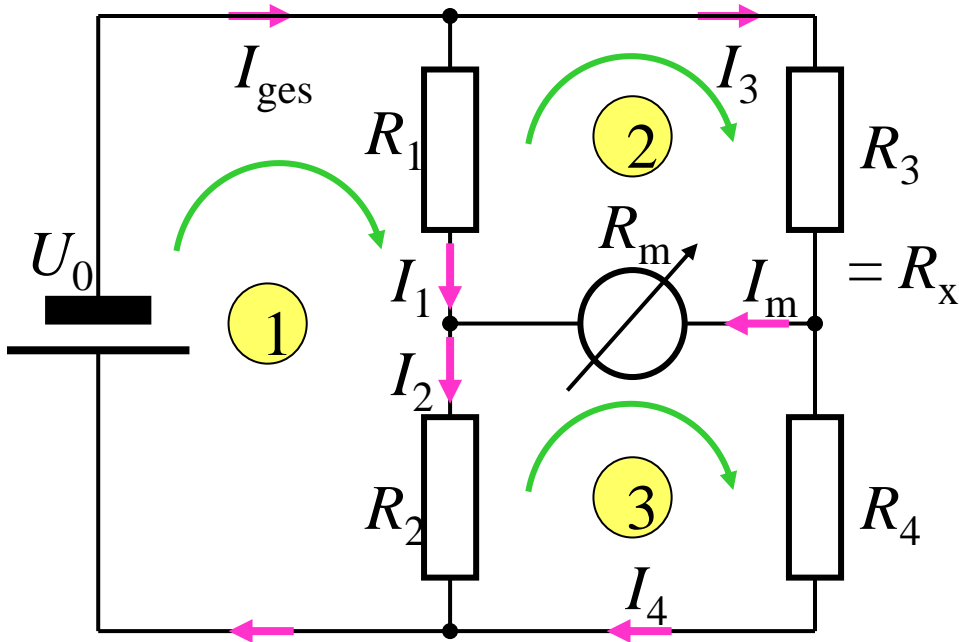
Aber auch hier gilt wegen

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -U_{ind} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} + U_{ind} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n U_i(t) = 0$$

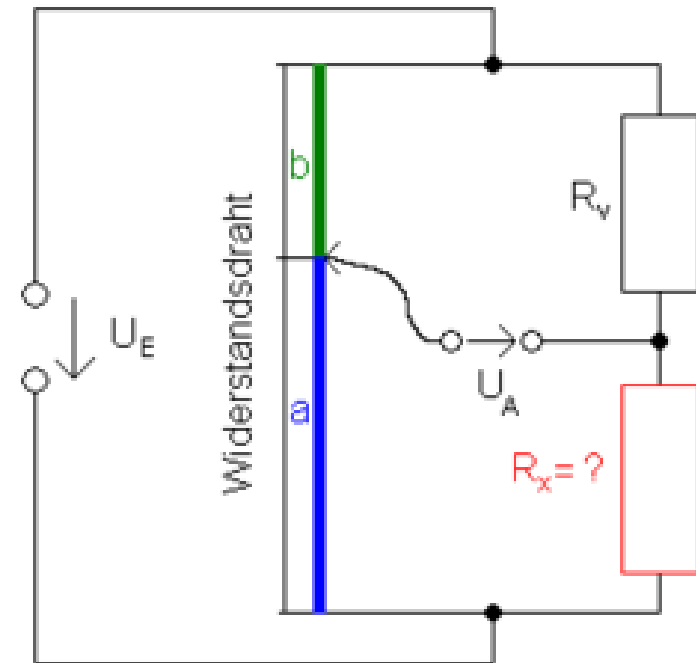
Beispiel: *Wheatstonsche Brücke*

Vermessung eines unbekannten Widerstandes



$R_3 = R_x$ sei unbekannt. Variiere Verhältnis R_1/R_2 so, dass $I_m = 0$ wird. (*Kompensations-Methode* zur Messung von Widerständen)

Praktische Ausführung: Die Widerstände R_1 und R_2 sind als Widerstandsdraht ausgeführt. Das Verhältnis der Teillängen a/b im Fall der Kompensation entspricht dann gerade dem Verhältnis der Widerstände



Masche ①: $-U_0 + R_1 I_1 + R_2 I_2 = 0$ (1)

Daraus folgt

Masche ②: $I_3 R_3 + I_m R_m - R_1 I_1 = 0$ (2)

$$(2) \Rightarrow I_3 R_x - I_1 R_1 = 0$$

Masche ③: $I_4 R_4 - I_2 R_2 - I_m R_m = 0$ (3)

$$(3) \Rightarrow I_3 R_4 - I_1 R_2 = 0$$

Knoten : $I_{\text{ges}} = I_1 + I_3 = I_2 + I_4$ (4)

und weiter

$$I_1 + I_m = I_2 \quad (5)$$

$$\frac{R_x}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$I_3 = I_m + I_4 \quad (6)$$

Auflösen nach R_x gibt dann

$$R_x = R_4 \frac{R_1}{R_2}$$

Mit diesen 6 Gleichungen lassen sich die Ströme $I_1 \dots I_4$, I_m und I_{ges} berechnen.

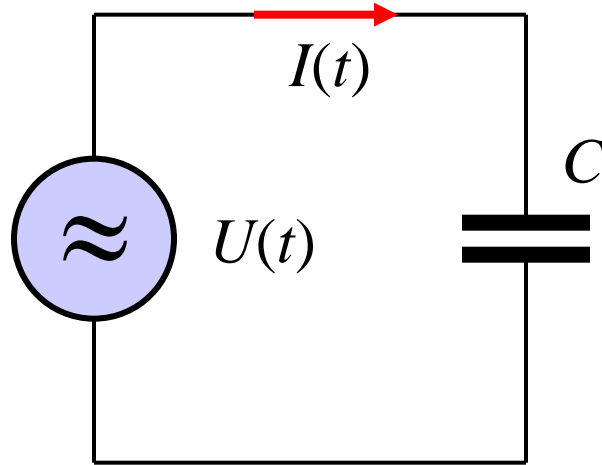
Für $I_m = 0$ gilt dann:

$$(5) \Rightarrow I_1 = I_2$$

$$(6) \Rightarrow I_3 = I_4$$

Der Widerstand R_4 ist als Kalibrierwiderstand hochgenau bekannt, die Widerstände R_1 , R_2 sind oft als Widerstandsdraht ausgeführt, da nur das Verhältnis der Widerstände wichtig ist.

Kondensator im Wechselstromkreis



Wir erinnern uns des Zusammenhangs zwischen Kapazität C , Spannung U und der Ladung Q auf den Kondensatorplatten

$$Q = CU$$

Eine Lade- bzw. Entladestrom I ändert die Ladung Q zeitlich. Wir erhalten also

$$\frac{dQ}{dt} = I(t) = C \frac{dU(t)}{dt}$$

Wegen $U(t) = U_0 \cos(\omega t)$

erhalten wir sofort

$$I(t) = -\omega C U_0 \sin(\omega t)$$

Nun gilt

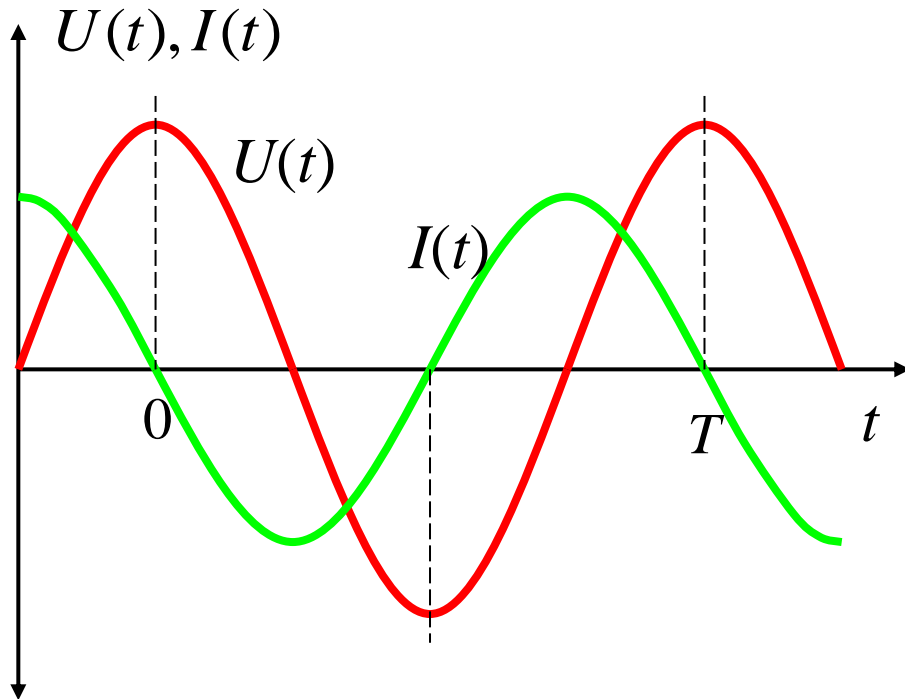
$$-\sin \alpha = \cos(\alpha + 90^\circ) = \cos(\alpha + \pi/2)$$

und damit

$$\begin{aligned} I(t) &= \omega C U_0 \cos(\omega t + \pi/2) \\ &= I_0 \cos(\omega t + \pi/2) \end{aligned}$$

Am Kondensator läuft daher der Strom der Spannung um 90° voraus.

Merkregel: Erst muss der Kondensator vom Strom aufgeladen werden, bevor eine Spannung messbar ist.



Beim ohmschen Widerstand R hatten wir

$$R = \frac{U_0}{I_0}$$

Auch beim Kondensator kann man einen Widerstand definieren.

$$Z_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C}$$

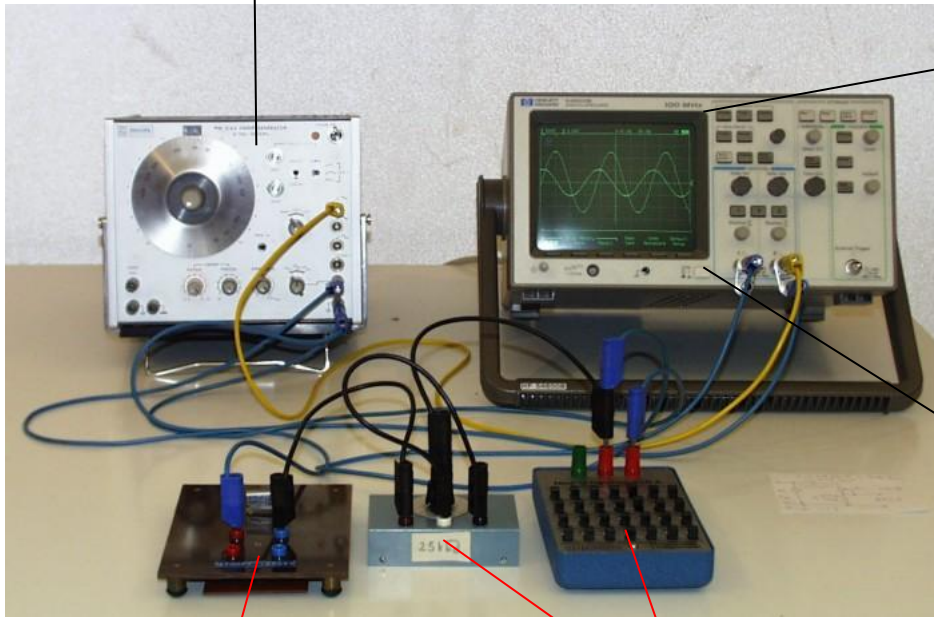
Dieser heißt **Blindwiderstand**. Im Gegensatz zum Wirkwiderstand R des Ohmschen Widerstandes wird keine elektrische Energie in Wärme umgesetzt, denn es gilt

$$\begin{aligned} \langle P(t) \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T I(t)U(t)dt = \\ &= \frac{U_0 I_0}{T} \int_0^T \cos(\omega t) \cos(\omega t + \pi/2) dt = 0 \end{aligned}$$

Ein idealer Kondensator wird im Gegensatz zum ohmschen Widerstand nicht erwärmt. Bei der Aufladung des Kondensators wird elektrische Arbeit vom Netzteil verrichtet. Bei der Entladung wird diese an das Netzteil zurückgeführt (später mehr).

Experiment: RC-Kreis

Sinusgenerator

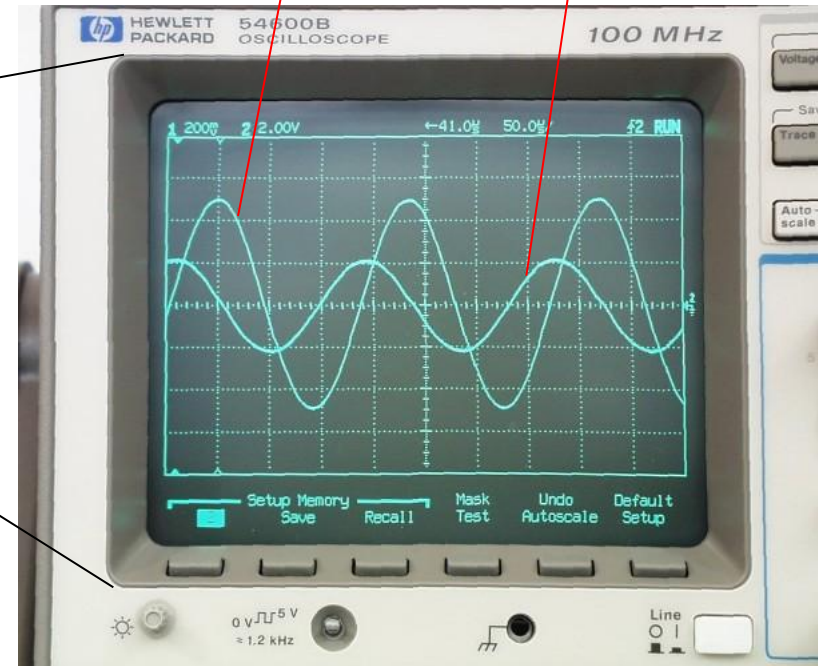


Kondensator

Widerstände

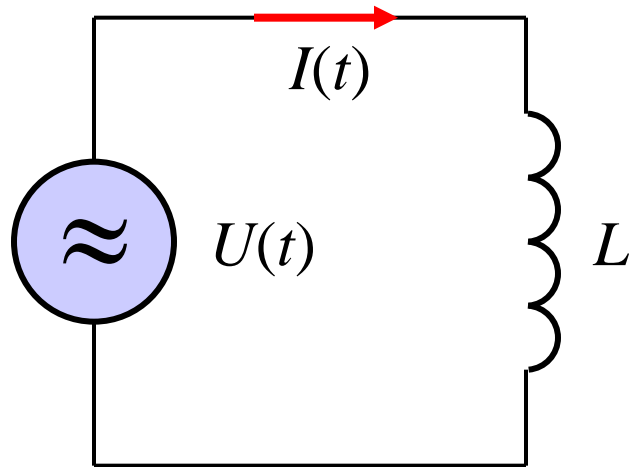
Spannung

Strom



Beim Kondensator läuft der Strom
der Spannung voraus

Induktivität L im Wechselstromkreis



Für die Summe aller Teilspannungen gilt zunächst

$$U(t) + U_{\text{ind}}(t) = U(t) - L \frac{dI(t)}{dt} = 0$$

Wegen $U(t) = U_0 \cos(\omega t)$

folgt sofort
$$I(t) = \frac{U_0}{\omega L} \sin(\omega t)$$

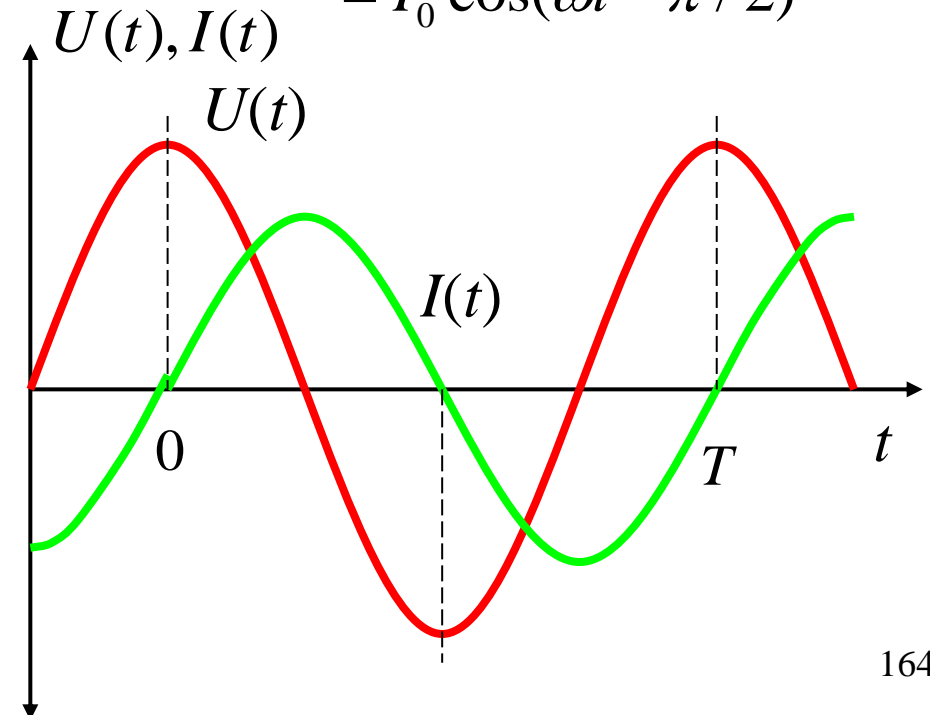
Dies zeigen Sie durch Einsetzen

In diesem Falle gilt

$$\sin \alpha = \cos(\alpha - 90^\circ) = \cos(\alpha - \pi/2)$$

und daher folgt

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{U_0}{\omega L} \cos(\omega t - \pi/2) \\ &= I_0 \cos(\omega t - \pi/2) \end{aligned}$$



Bei der Spule läuft der Strom der Spannung um 90° nach.

Wegen der 90° Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung gilt auch hier

$$\langle P(t) \rangle = 0$$

Eine ideale Spule (ohne ohmschen Widerstand R) besitzt also auch keinen Wirkwiderstand, aber wieder einen ***Blind-(Schein)widerstand***

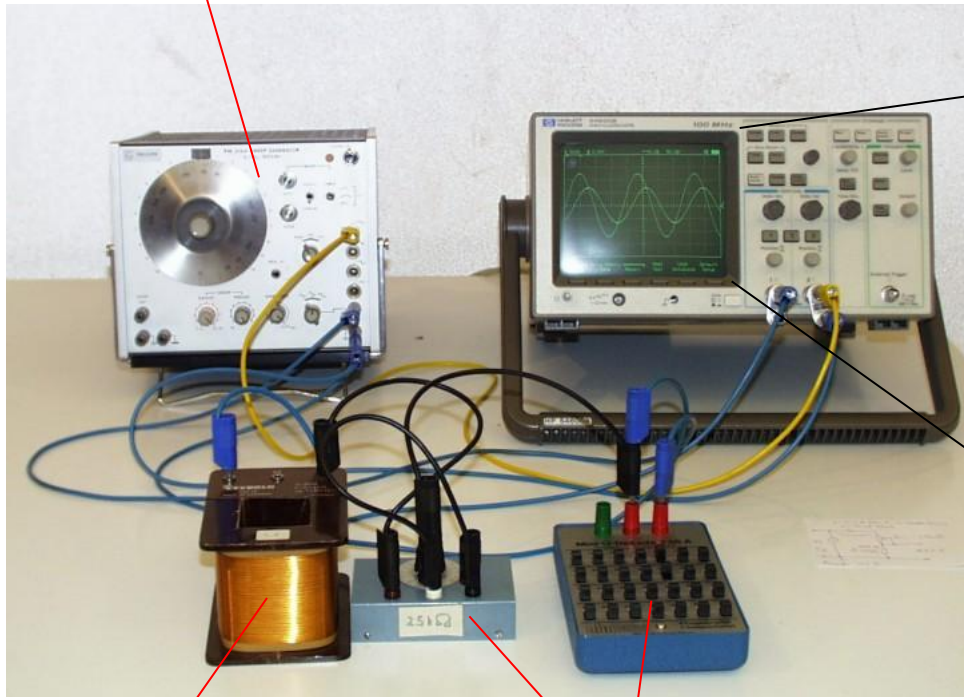
$$Z_L = \frac{U_0}{I_0} = \omega L$$

Blindwiderstände führen also nur zu einer ***Blind-(Schein)leistung***.

Bei Kondensator und Spule wird also in einer halben Periode dem Netzteil elektrische Leistung entnommen, um das elektrische Feld des Kondensators bzw. das Magnetfeld der Spule aufzubauen. Beim Abbau der Felder wird die Leistung dann an das Netzteil zurückgegeben.

Experiment: RL -Kreis

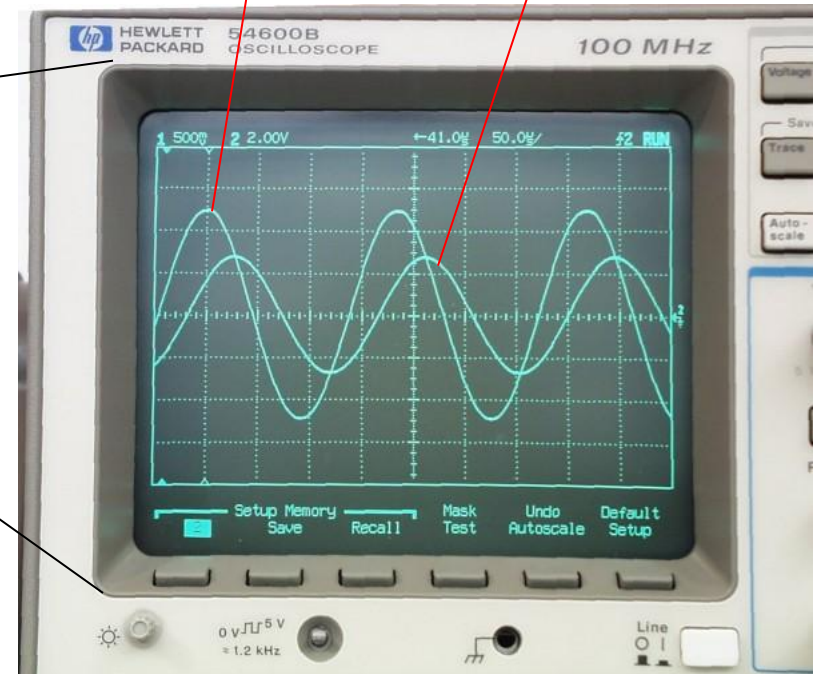
Sinusgenerator



Spule

Widerstände

Spannung Strom



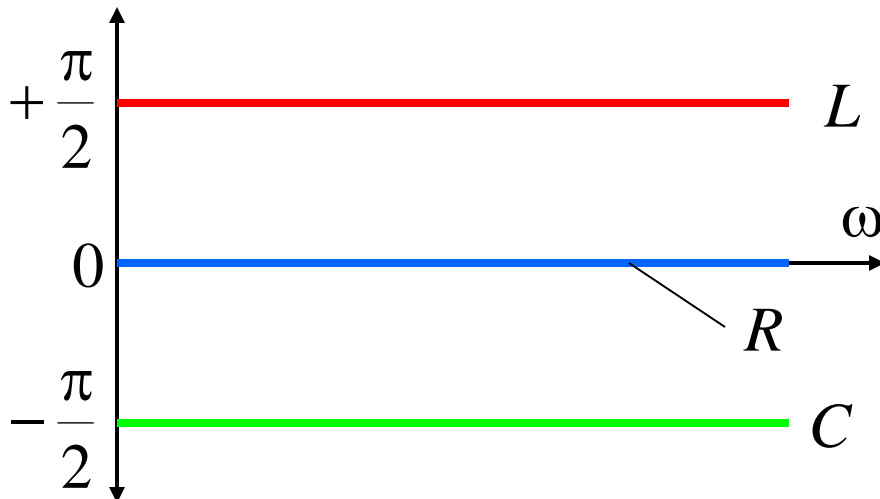
Bei der Spule läuft der Strom
der Spannung nach

Zusammenfassung:

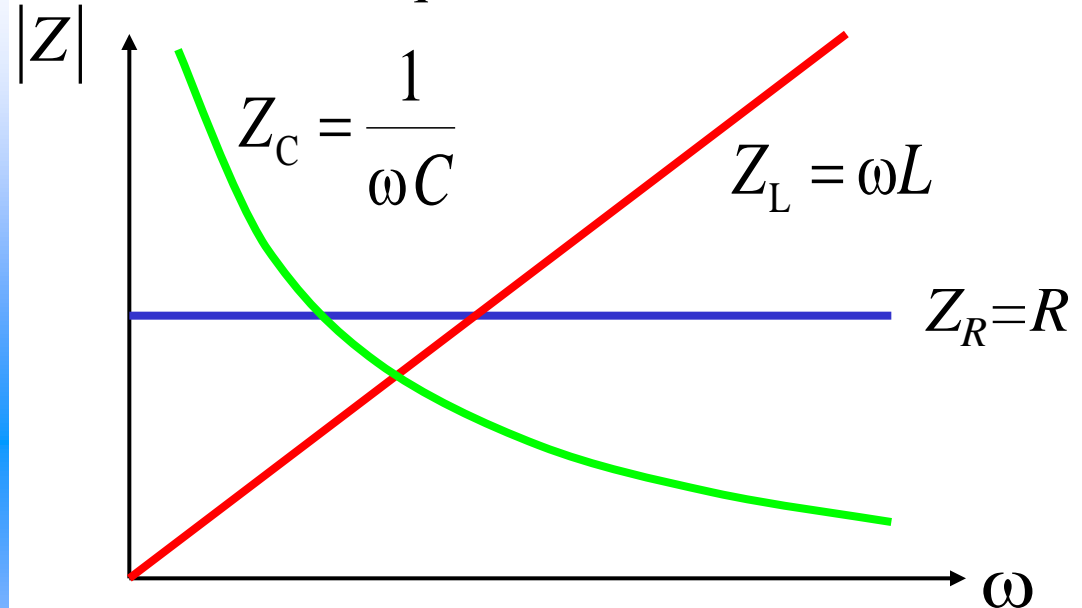
$$Z_R = \frac{U_0}{I_0} = R \quad \text{Wirkwiderstand}$$

$$Z_L = \frac{U_0}{I_0} = \omega L \quad \text{Blind-(Schein-)Widerstände}$$

$$Z_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C}$$

Phase zwischen U und I als Funktion der Kreisfrequenz

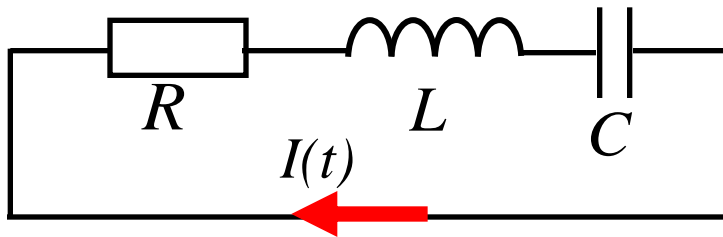
Betrag des Widerstandes als Funktion der Kreisfrequenz ω



Mit den drei Schaltelementen R , L , C lassen sich im Prinzip alle beliebig komplexen Schaltungen aufbauen.

Der elektrische RLC-Schwingkreis

Wir betrachten eine Reihenschaltung von Wechselspannungsquelle und R , L und C Bauelementen



Wie sehen Lösungen des Stromes I als Funktion der Zeit für eine solche Schaltung aus? Wir gehen von der Maschenregel aus und erhalten:

$$U_R - U_L + U_C = 0$$

Wir ersetzen die Spannungen durch die entsprechenden Ausdrücke und bekommen:

$$RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0$$

Wir differenzieren noch einmal nach der Zeit

$$R\dot{I}(t) + L\ddot{I}(t) + \frac{I(t)}{C} = 0$$

Wir formen um und erhalten

$$\ddot{I}(t) + \frac{R}{L} \dot{I}(t) + \frac{1}{LC} I(t) = 0$$

Dies ist die Differentialgleichung des RLC-Schwingkreises. Es ist eine lineare DGL, 2. Ordnung, homogen mit konstanten Koeffizienten

mit den Definitionen

$$2\gamma = R/L \quad \text{Dämpfungskonstante}$$

$$\omega_0^2 = 1/LC \quad \text{Eigenfrequenz}$$

schreiben wir die DGL um zu

$$\ddot{I}(t) + 2\gamma \dot{I}(t) + \omega_0^2 I(t) = 0$$

Die DGL ist identisch mit der des gedämpften harmonischen Oszillators aus der Mechanik

$$\ddot{x}(t) + 2\gamma \dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0$$

Wir können also die Lösung aus der Mechanik vollständig auf unseren elektrischen Schwingkreis übertragen

In der Mechanik hatten wir:

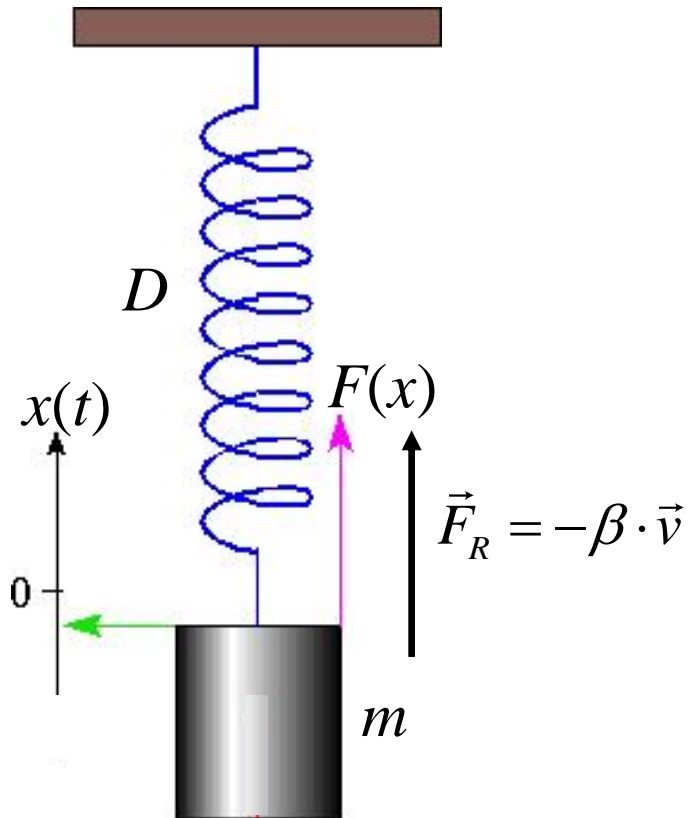
$$2\gamma = \beta/m \quad \text{Dämpfungskonstante}$$

$$\omega_0^2 = D/m \quad \text{Eigenfrequenz}$$

mit β als Konstante der geschwindigkeitsproportionalen Reibung, m als Masse und D als Federkonstante. Der Widerstand R entspricht also dem Reibungsfaktor β .

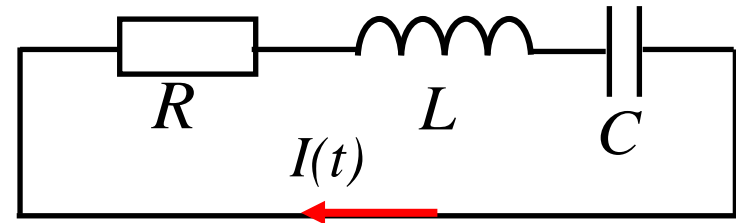
Der gedämpfte harmonische Oszillator

mechanisch



$$\ddot{x}(t) + 2\gamma\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0$$

elektrisch



$$\ddot{I}(t) + 2\gamma\dot{I}(t) + \omega_0^2 I(t) = 0$$

Die allgemeine Lösung für den Fall $R = 0$ (keine Dämpfung) lautet:

$$I(t) = I_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{\dot{I}_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$$

mit den Anfangsbedingungen:

$$I_0 = I(t = 0)$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}(t = 0)$$

Analog zum mechanischen Fall treten mit Dämpfung auch beim elektrischen Schwingkreis drei unterschiedliche Fälle auf:

a) Schwingfall

Hier gilt $\omega_0 > \gamma$. Einmal angestoßen schwingt der elektrische Schwingkreis mit einer gedämpften Schwingung aus und es gilt für diesen Fall

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} > \frac{R}{2L}$$

b) Kriechfall

Hier gilt $\omega_0 < \gamma$. Es tritt keine Schwingung auf. Einmal angestoßen

klingt der Strom exponentiell ab

$$\omega_0 < \gamma = \frac{R}{2L}$$

c) Aperiodischer Grenzfall

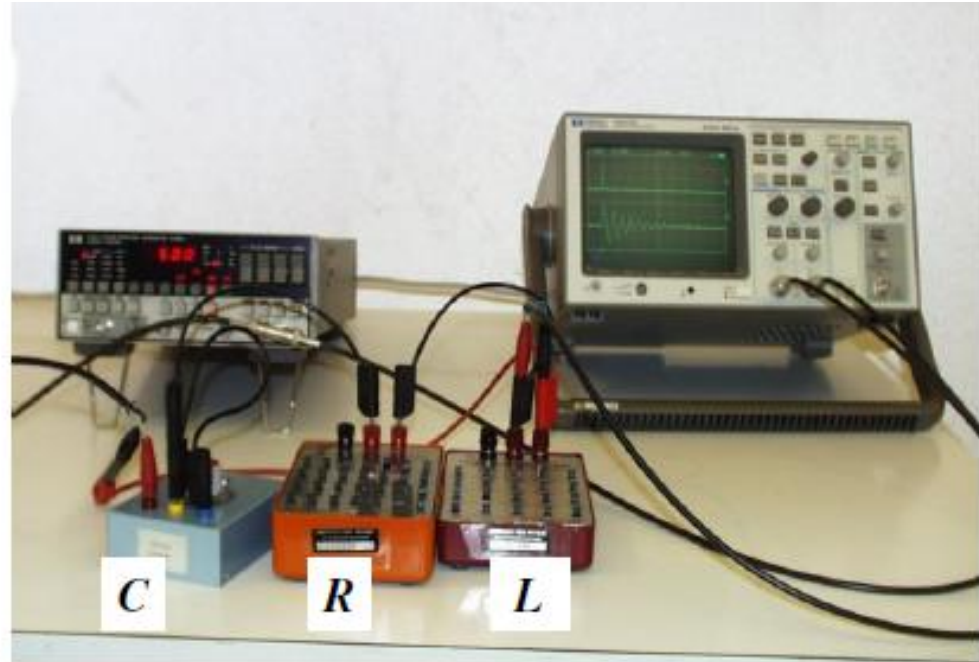
Hier gilt $\omega_0 = \gamma$. Es tritt keine Schwingung auf. Die Abnahme des Stromes ist wieder exponentiell. Der Strom geht in kürzest möglicher Zeit auf Null zurück.

$$\omega_0 = \gamma = \frac{R}{2L}$$

Experiment: LCR-Kreis

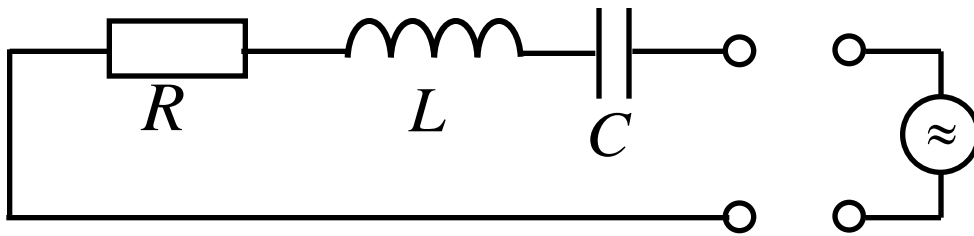
Der Schwingkreis wird durch einen kurzen Strompuls angestoßen und schwingt dann aus. Je nach Dämpfung ergeben sich die einzelnen Fälle.

Anregungspuls



Der elektrische RLC-Schwingkreis mit äußerer Anregung, Resonanz

Wir betrachten eine Reihenschaltung von Wechselspannungsquelle und R, L und C Bauelementen



Der Schwingkreis soll mit einer Wechselspannung der Frequenz ω_E angeregt werden.

$$U(t) = U_0 \sin(\omega_E t)$$

Die Differentialgleichung lautet dann:

$$RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = U_0 \sin(\omega_E t)$$

Wir leiten einmal nach der Zeit ab und stellen um

$$\ddot{I} + \frac{R}{L} \dot{I} + \frac{1}{LC} I = \frac{\omega_E U_0}{L} \cos(\omega_E t)$$

Dies ist die inhomogene DGL des getriebenen harmonischen Oszillators aus der Mechanik !

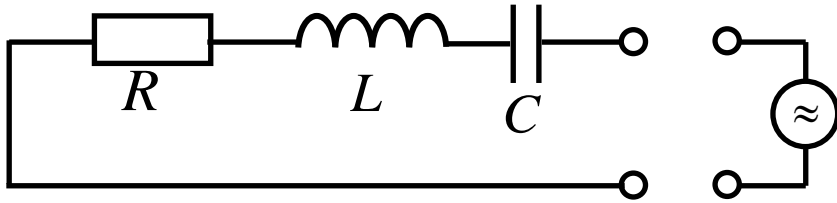
Wir ersetzen

$$2\gamma = R/L \quad \text{Dämpfungskonstante}$$

$$\omega_0^2 = 1/LC \quad \text{Eigenfrequenz}$$

und erhalten in Analogie zur Mechanik

$$\ddot{I} + 2\gamma \dot{I} + \omega_0^2 I = \frac{\omega_E U_0}{L} \cos(\omega_E t)$$

elektrisch

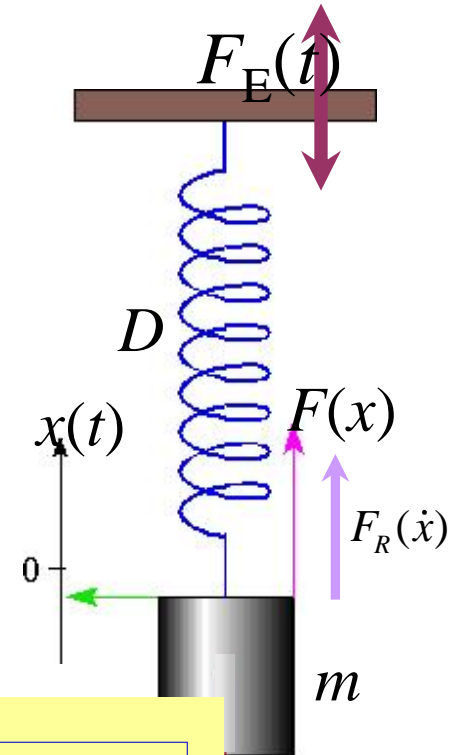
$$\ddot{I}(t) + 2\gamma \dot{I}(t) + \omega_0^2 I(t) = \frac{\omega_E U_0}{L} \cos(\omega_E t)$$

$$\ddot{x}(t) + 2\gamma \dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = \frac{F_0}{m} \cos(\omega_E t)$$

$$x(t) = \left(x_0 \cos(\omega t) + \frac{x_0 \gamma + v_0}{\omega} \sin(\omega t) \right) e^{-\gamma t} + A_0 \cos(\omega_E t + \delta)$$

Einschwingterm, er klingt wegen der Dämpfung mit der Zeit ab

Schwingung mit der Frequenz der Anregung

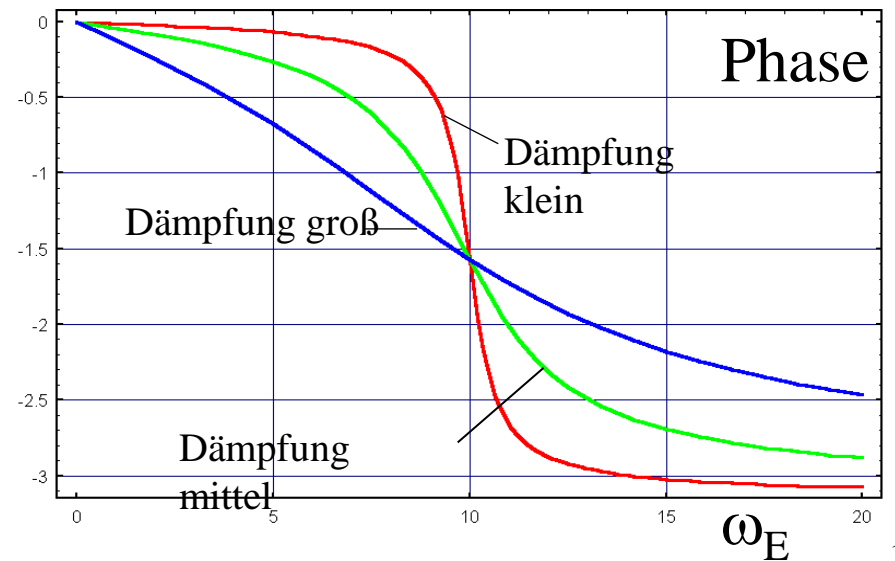
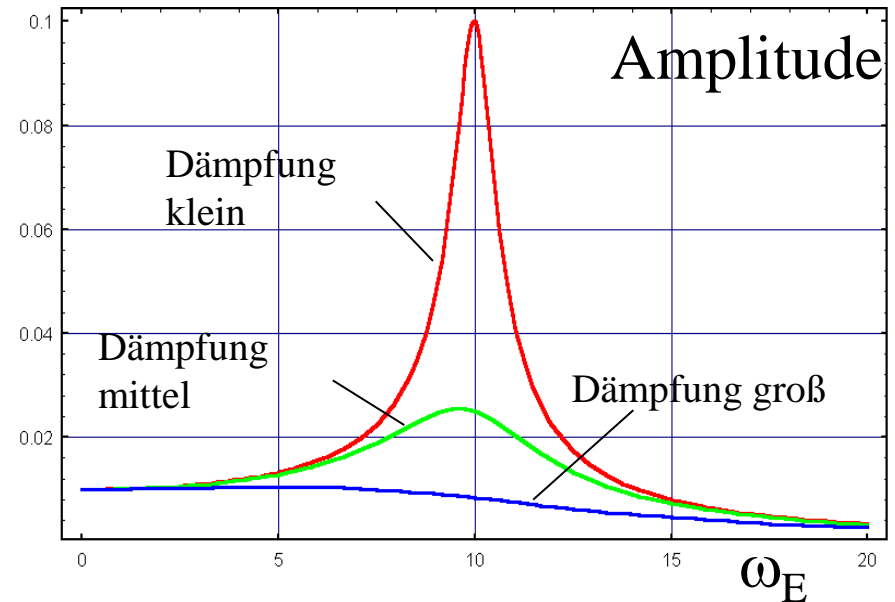
mechanisch

Die Lösung der DGL kennen wir und damit auch das Verhalten des Systems. Nach der Einschwingzeit sind die Lösungen der homogenen DGL abgeklungen und das System schwingt nur noch mit der Frequenz ω_E der von außen einwirkenden Wechselspannung.

Die Amplitude des Stroms I im RLC -Reihenkreis ist gegeben durch

$$|I| = \frac{\omega_E U_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_E^2)^2 + 4\gamma^2 \omega_E^2}}$$

Dies ist der Amplitudenverlauf des Stroms als Funktion der anregenden Frequenz



Die größte Stromamplitude wird im **Resonanzfall** erreicht mit der Frequenz

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{\omega_0^2}}$$

also bei kleiner Dämpfung in der Nähe der Eigenfrequenz des Systems. Die Phasenverschiebung zwischen anregender Spannung und Strom folgt zu:

$$\tan \delta = \frac{\omega_0^2 - \omega_E^2}{2\gamma\omega_E}$$

Die **Eigenfrequenz** des Systems bei kleiner Dämpfung ist also gegeben durch

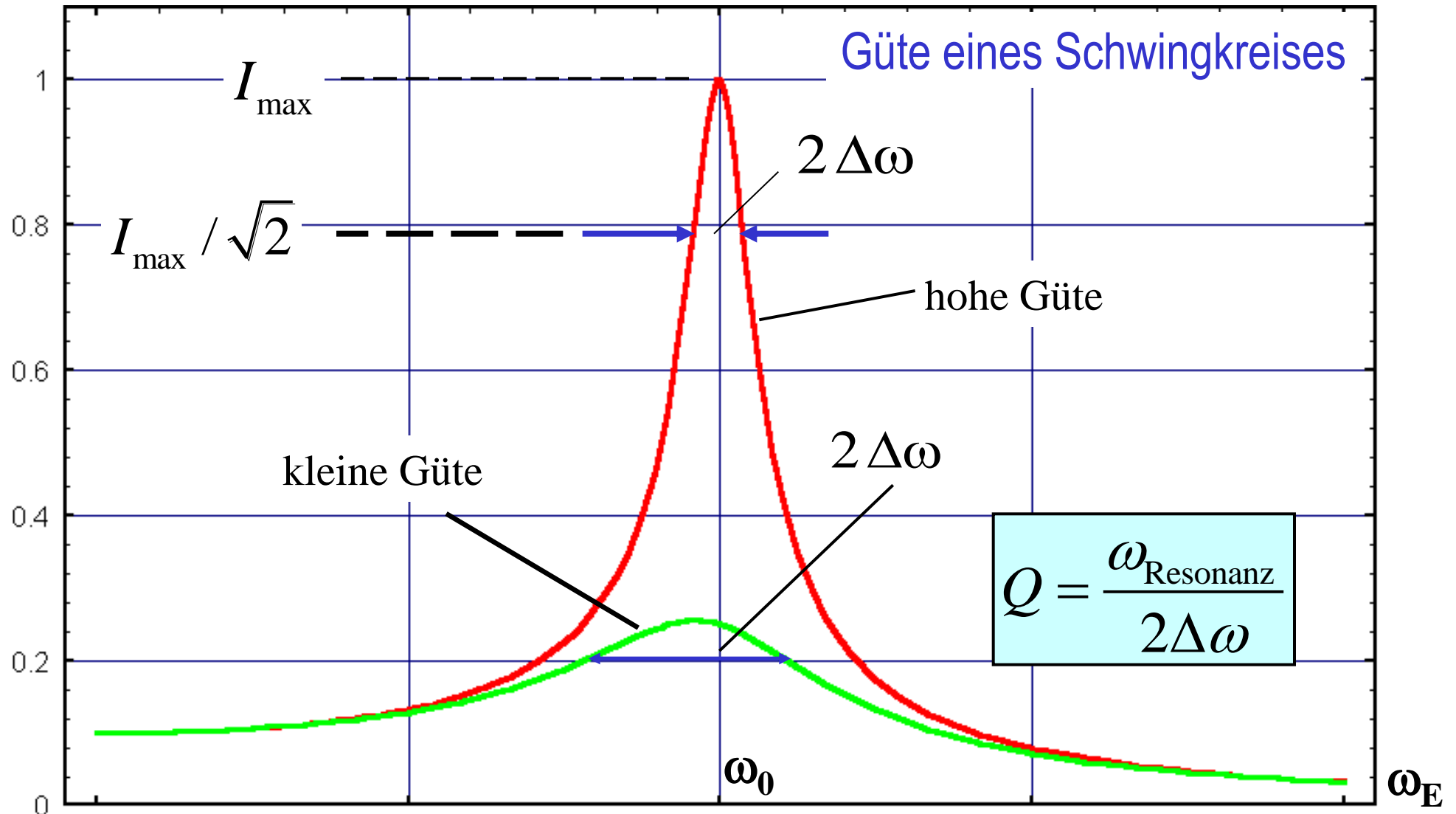
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

also durch die kapazitiven und induktiven Anteile der Blindwiderstände.

Beim *RLC-Kreis* pendelt die Energie des Systems in der Periodendauer T zwischen elektrischer Feldenergie im Kondensator C und magnetischer Feldenergie in der Spule L hin und her. L und C übernehmen damit die Rolle der Masse m als Träger der kinetischen Energie und der Federkonstante D als Träger der potentiellen Energie beim mechanischen Oszillator.

$$\omega_0 = \sqrt{D/m}$$

Der ohmsche Anteil R ist selbstverständlich für die Dämpfung verantwortlich.



Inhalt der Vorlesung Physik A2 / B2

3. Wärmelehre

Druck und Temperatur: Das ideale Gas

Wärmemenge, spezifische Wärme

Die Hauptsätze der Wärmelehre

4. Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

Die Ladung und elektrostatische Felder

- SEMESTERENDE -

Elektrischer Strom

Magnetische Felder und Magnetostatik

Zeitlich veränderliche Felder, Elektrodynamik, Maxwellgleichungen

Wechselstromnetzwerke

Elektrodynamik in Materie

Elektromagnetische Wellen und Strahlung

Relativität der Felder – Relativitätstheorie

Elektrodynamik in Anwesenheit von Materie

Bisher wurden aus der Ladungsdichte und der Stromdichte

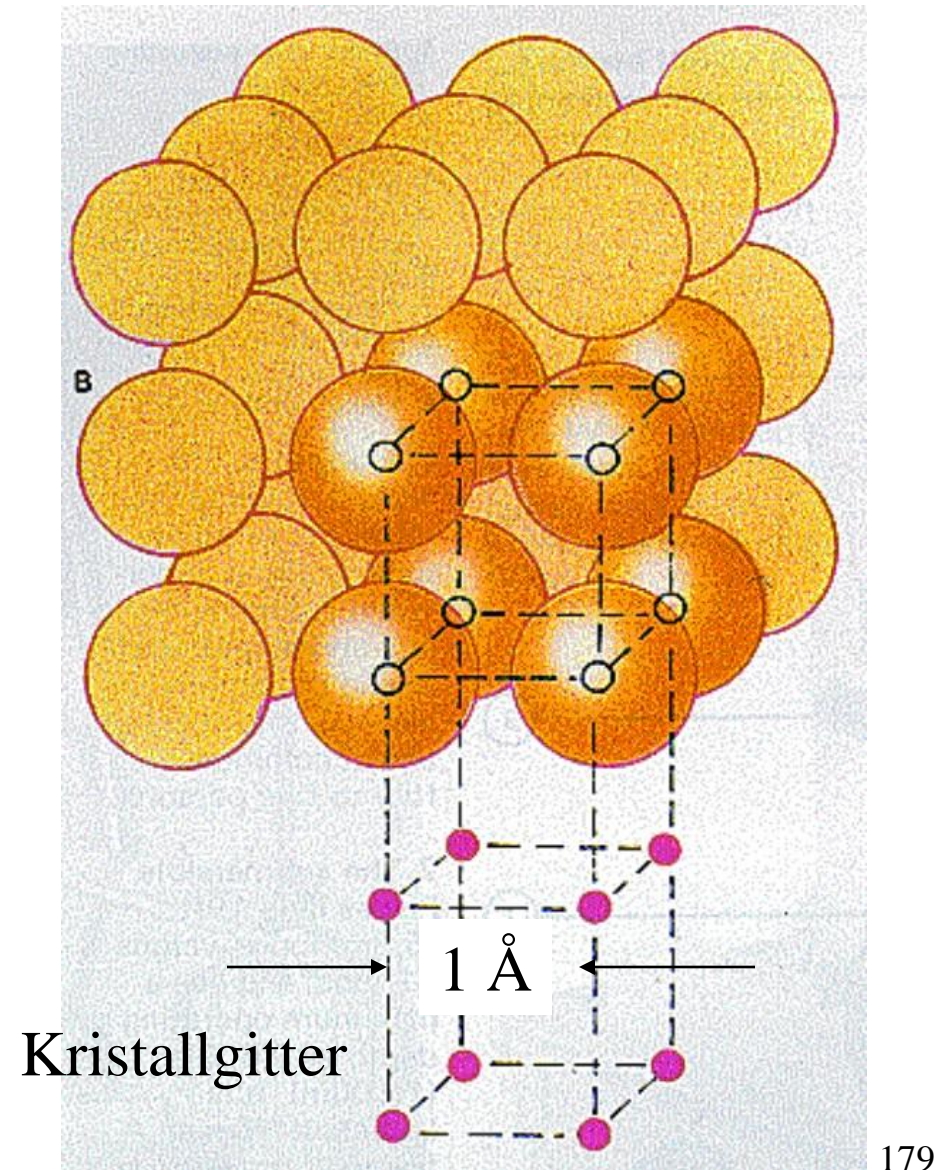
$$\rho(\vec{r}, t) \quad \text{und} \quad \vec{j}(\vec{r}, t)$$

die Felder

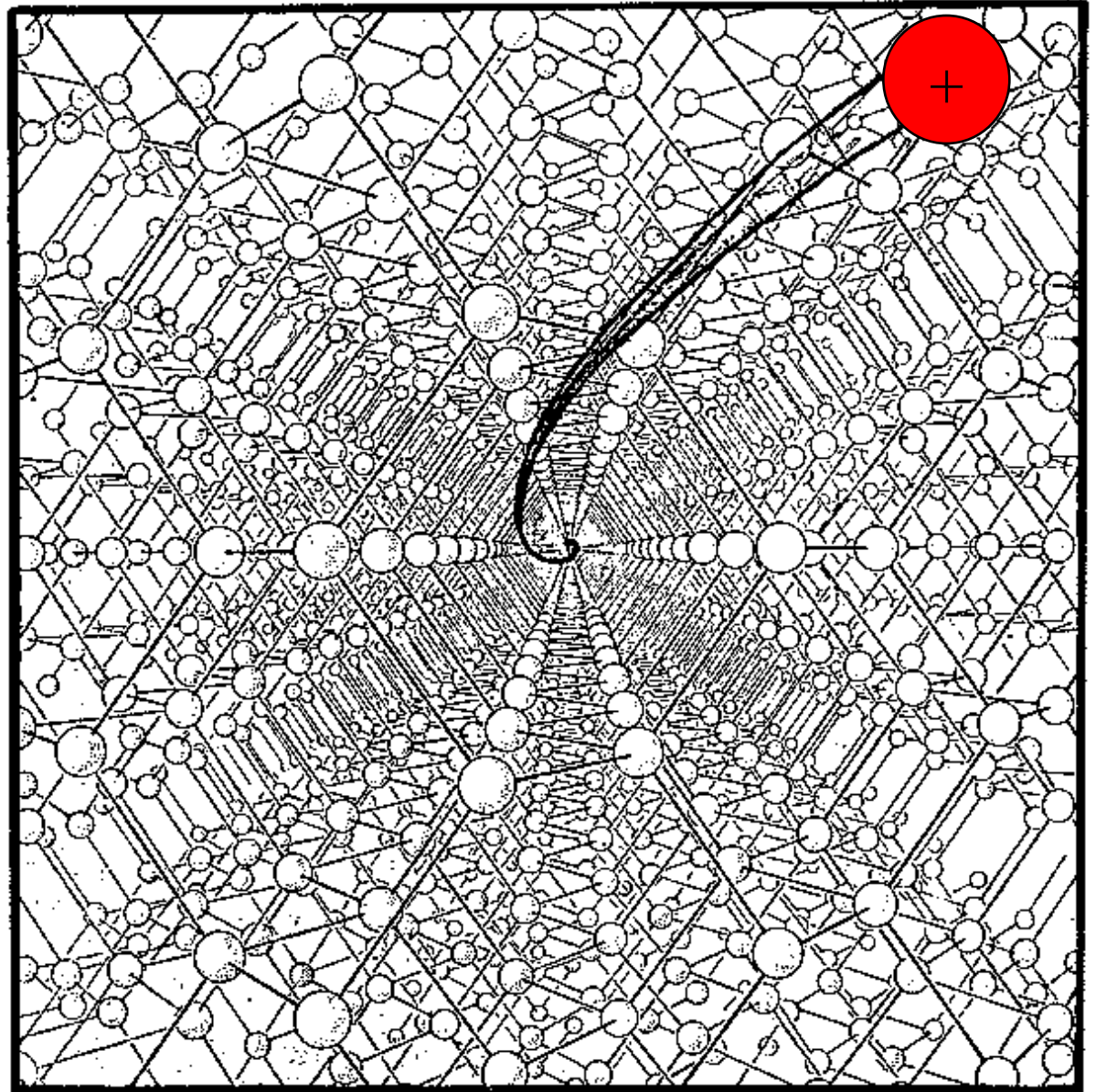
$$\vec{E}(\vec{r}, t) \quad \text{und} \quad \vec{B}(\vec{r}, t)$$

mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen berechnet. Diese gelten im Prinzip bis zum Atomdurchmesser, also

$$d_{\text{Atom}} \approx 10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ \AA}$$



Die in den atomaren Dimensionen stark variierenden lokalen Felder um die einzelnen Atome werden von einem durch den Kristall fliegenden geladenen Teilchen gesehen. Das Teilchen kann durch die Potentiale sogar stabil geführt werden („Channeling“)

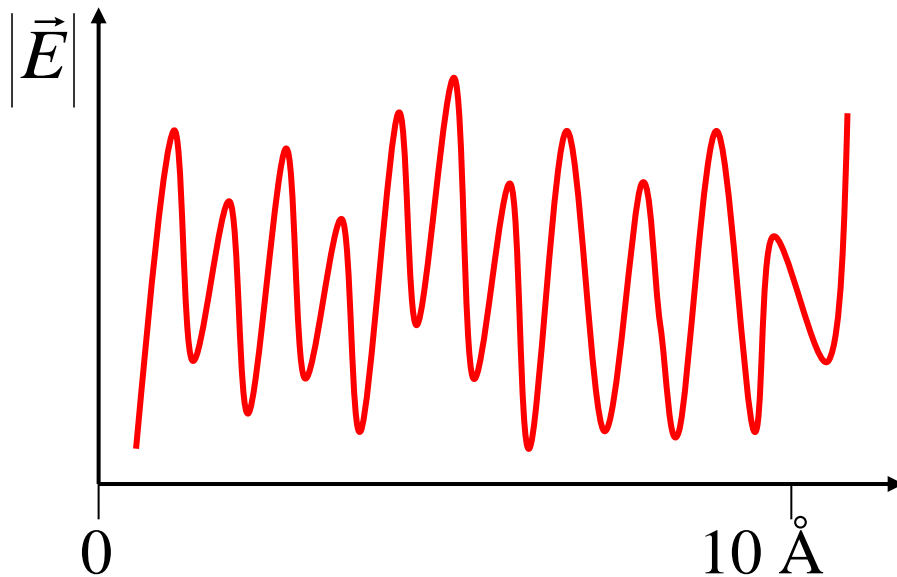


Die Ladungs- und Stromdichten sind in atomaren Dimensionen starken Schwankungen unterworfen, d.h.

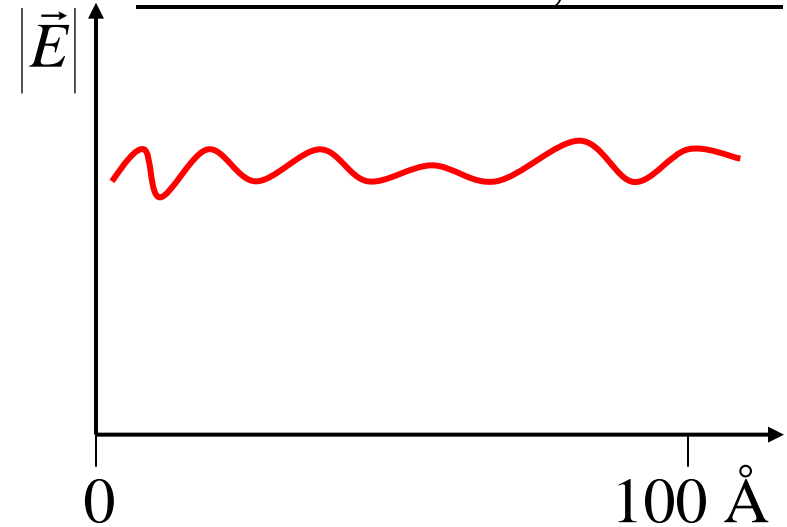
$$\rho_{Atom}(\vec{r}, t), \quad \vec{j}_{Atom}(\vec{r}, t)$$

ändern sich stark mit dem Ort

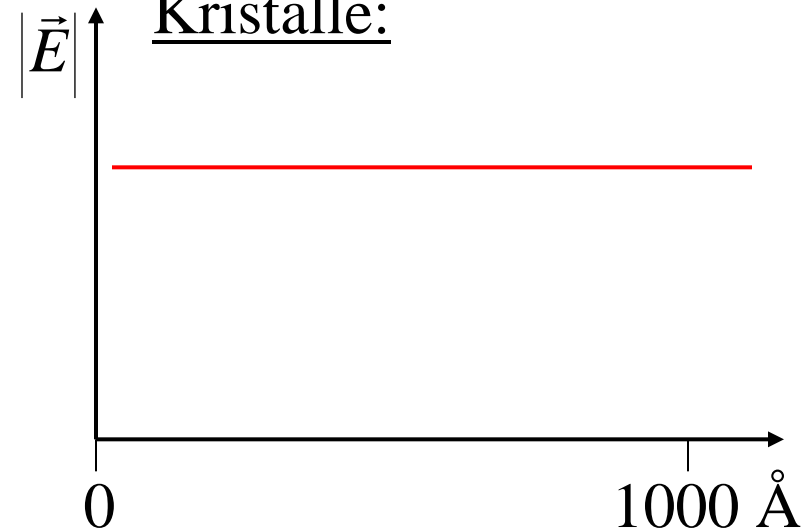
Atomare Struktur:



Riesenmoleküle, Cluster:



Kristalle:



Die **Maxwellgleichungen**

$$(1) \quad \operatorname{div} \vec{E} = \rho / \varepsilon_0$$

$$(2) \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$(3) \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$(4) \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

gelten natürlich für **alle** Felder, Ladungs- und Stromdichten unabhängig vom jeweiligen Ursprung. Es existieren in der Materie **mikroskopische innere** Ladungs- und Stromdichteverteilungen, aber auch von außen vorgegebene Ladungs- und Stromdichteverteilungen.

Aufgrund der sehr großen Teilchendichte ($\sim 10^{23}/\text{cm}^3$) erscheint eine exakte Feldberechnung an jedem Ort nicht sinnvoll. Man mittelt daher über die Felder und Ladungs- und Stromverteilungen. Das Vorgehen ähnelt dem in der Wärmelehre. Die Maxwellgleichungen lauten dann:

$$(1) \quad \operatorname{div} \langle \vec{E} \rangle = \langle \rho \rangle / \varepsilon_0$$

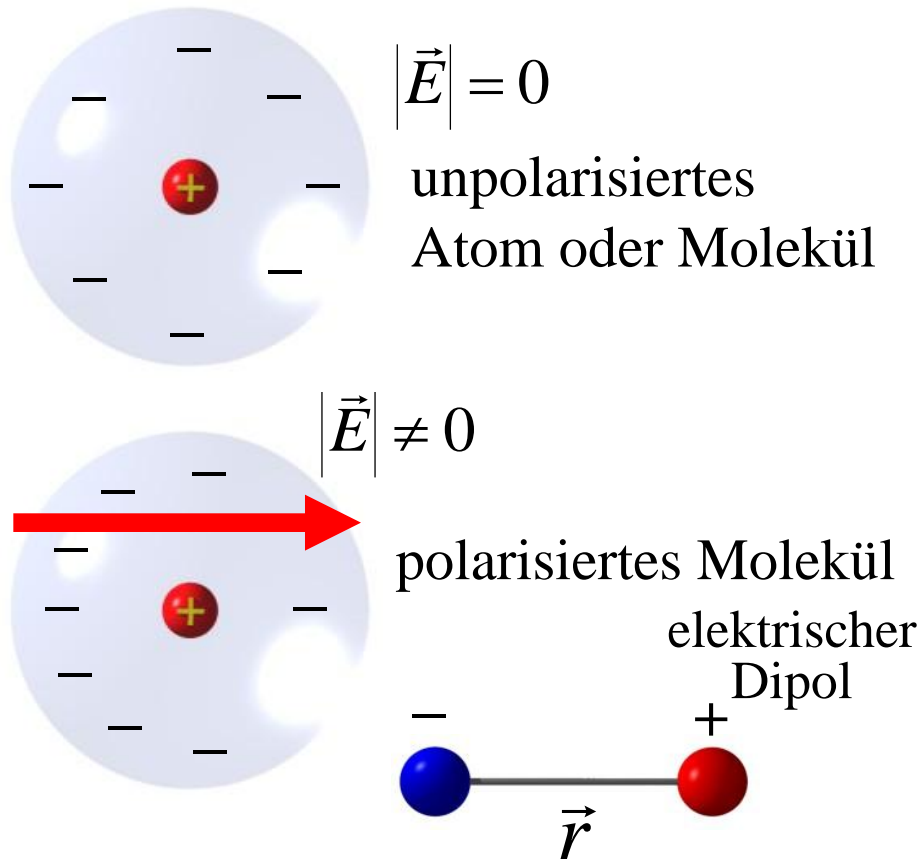
$$(2) \quad \operatorname{div} \langle \vec{B} \rangle = 0$$

$$(3) \quad \operatorname{rot} \langle \vec{E} \rangle = -\frac{\partial \langle \vec{B} \rangle}{\partial t}$$

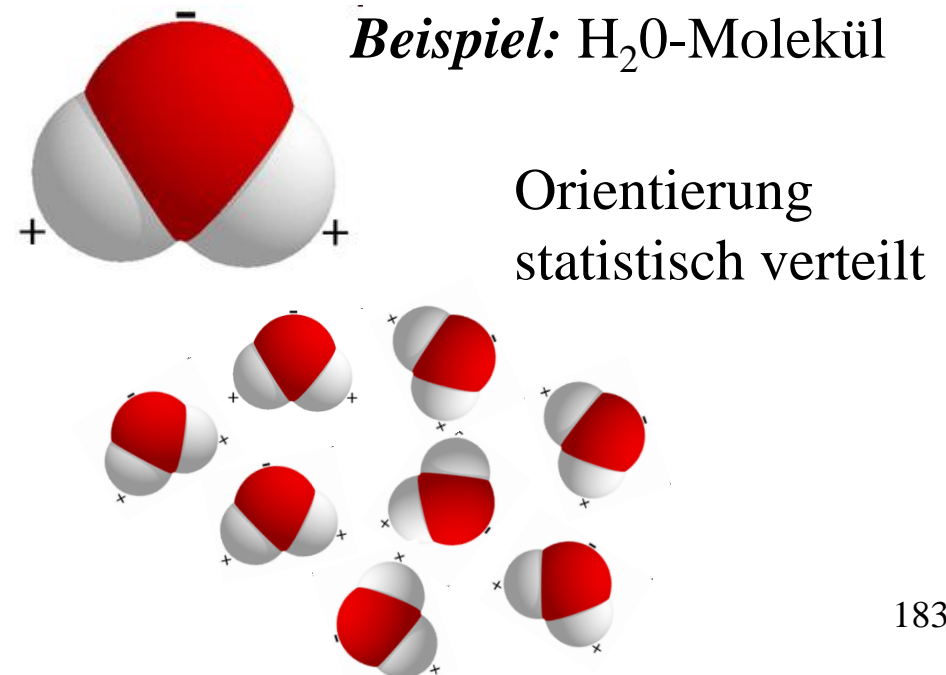
$$(4) \quad \operatorname{rot} \langle \vec{B} \rangle = \mu_0 \langle \vec{j} \rangle + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \langle \vec{E} \rangle}{\partial t}$$

Materie im elektrischen Feld

Im elektrischen Feld können neutrale Moleküle mit kugelsymmetrischer Ladungsverteilung polarisiert werden.



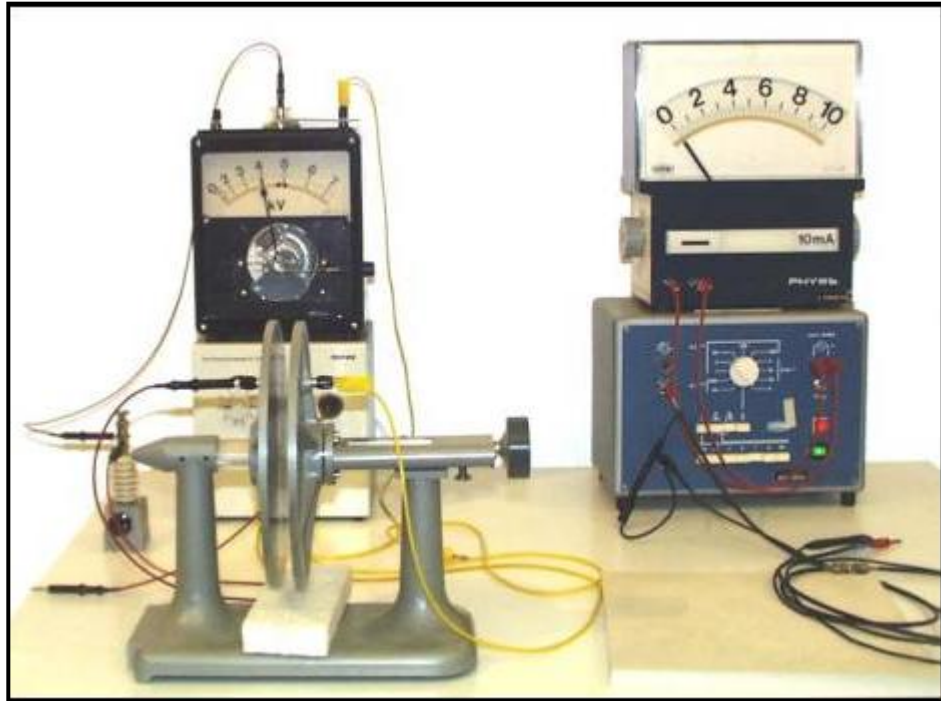
Es gibt aber auch Atome und Moleküle, die bereits ohne äußeres elektrisches Feld polarisiert sind, also einen elektrischen Dipol darstellen. Die Orientierung der einzelnen Dipole ist aber statistisch verteilt und die Polarisation ist nach außen unsichtbar.



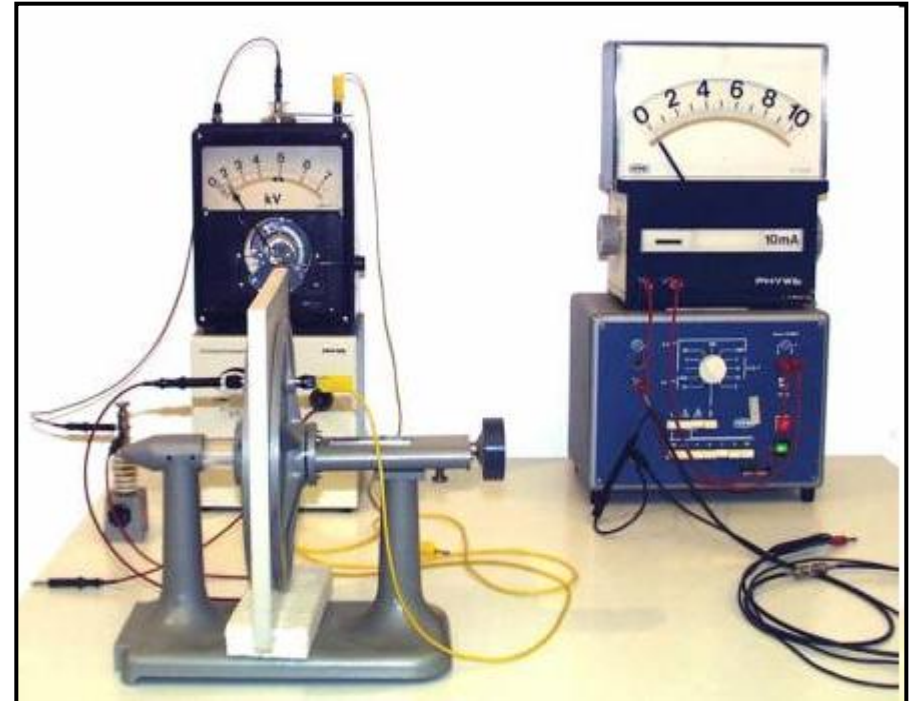
Materie im elektrischen Feld

Experiment: Dielektrikum im Plattenkondensator

Kapazität $C = Q / U$
 $= \epsilon_0 \epsilon_r A / d$



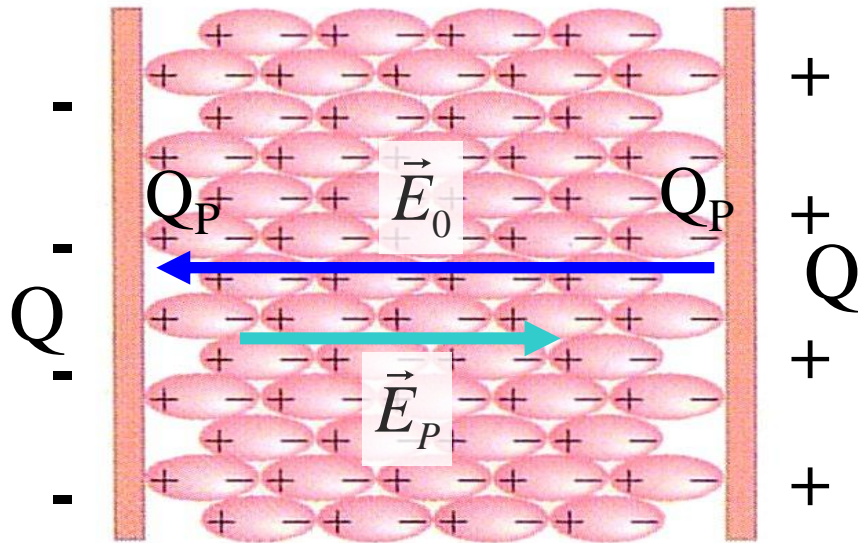
1. Aufladen eines Plattenkondensators auf $U = 4 \text{ kV}$
2. Entfernen der Spannungsquelle



3. Durch Einbringen eines Dielektrikums sinkt die Spannung auf $U = 2 \text{ kV}$

Durch ein äußeres elektrisches Feld können die Dipolmomente ausgerichtet werden. Auch hier wird die Materie elektrisch polarisiert.

Beispiel: Plattenkondensator mit Dielektrikum



Ein Dielektrikum wird im elektrischen Feld polarisiert. Es entsteht ein der Ursache entgegen gerichtetes Feld, das durch die Polarisationsladungen Q_P erzeugt wird.

$$E = E_0 - E_P = \frac{E_0}{\epsilon_r} < E_0$$

ϵ_r heißt **relative Dielektrizitätskonstante**.

Die Ursache des elektrischen Feldes E ist jetzt die wirksame Ladung Q_{ges} mit

$$Q_{ges} = Q - Q_P$$

und es gilt (Gaußscher Satz):

$$\oint_{\text{Elektrode}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{ges}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

Das elektrische Feld E wird also sowohl von **wahren Ladungen** Q , als auch von den **Polarisationsladungen** Q_P erzeugt. Wir wollen jetzt ein neues Feld definieren, dass nur die wahren Ladungen als Ursache hat. Dieses Feld heißt **dielektrische Verschiebung** D mit

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$$

Mit dem Gaußschen Satz erhalten wir

$$\begin{aligned} \oiint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} &= \oiint_A \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{ges}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \\ \rightarrow \oiint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} &= Q \end{aligned}$$

D hängt also tatsächlich nur von den wahren Ladungen ab. Wir können auch gleich die differentielle Form angeben

$$\oiint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q \Leftrightarrow \operatorname{div} \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

Die Felder E und D sind über das Feld der **Polarisation** P miteinander verknüpft.

Dies sehen wir wie folgt: Wir betrachten noch einmal die Verhältnisse im Kondensator mit Dielektrikum:

$$E = E_0 - E_P = \frac{E_0}{\varepsilon_r} < E_0$$

Wir stellen um und erhalten aus

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}_P = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r} < \vec{E}_0$$

$$\vec{E} + \vec{E}_P = \vec{E}_0$$

E_0 ist das elektrische Feld vor Einbringen des Dielektrikums. Es stammt daher nur von den wahren Ladungen Q und es gilt daher wegen

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} \rightarrow \vec{E}_0 = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0}$$

Das durch das äußere Feld hervorgerufene Feld E_P ersetzen wir durch das neue Feld der **Polarisation P** mit

$$\vec{E}_P = \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}$$

Wir setzen ein und erhalten:

$$\vec{E} + \vec{E}_P = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0}$$

Durch Multiplizieren mit der Feldkonstante erhalten wir schließlich

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Die Polarisation P ist oft proportional zu elektrischen Feld E

$$\vec{P} = \alpha \vec{E}$$

Wir setzen ein und erhalten

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \alpha \vec{E} = (\varepsilon_0 + \alpha) \vec{E}$$

Andererseits gilt

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} \quad \text{und damit folgt}$$

Dielektrizitätszahlen und Durchschlagsfestigkeiten einiger Stoffe

Material	Dielektrizitätszahl ϵ_r	Durchschlagsfestigkeit/kV · mm ⁻¹
Bakelit	4,9	24
Glas	5,6	14
Glimmer	5,4	10 – 100
Luft	1,00059	3
Neopren	6,9	12
Papier	3,7	16
Paraffin	2,1 – 2,5	10
Plexiglas	3,4	40
Polystyrol	2,55	24
Porzellan	7	5,7
Transformatorenöl	2,24	12
Wasser (20 °C)	80	

$$\epsilon_r = 1 + \chi_e$$

$$\varepsilon_0 + \alpha = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

$$\rightarrow \varepsilon_r = 1 + \frac{\alpha}{\varepsilon_0} = 1 + \chi_e$$

Die Dielektrizitätskonstante eines Mediums ist also mit seiner Polarisierbarkeit verknüpft. χ_e heißt *dielektrische Suszeptibilität*.

Damit wird

$$\alpha = \varepsilon_r \varepsilon_0 - \varepsilon_0 = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) = \varepsilon_0 \chi_e$$

und

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

Materie im magnetischen Feld

Wir gehen hier ähnlich vor. Im elektrischen Fall hatten wir wahre Ladungen Q und Polarisationsladungen Q_P .

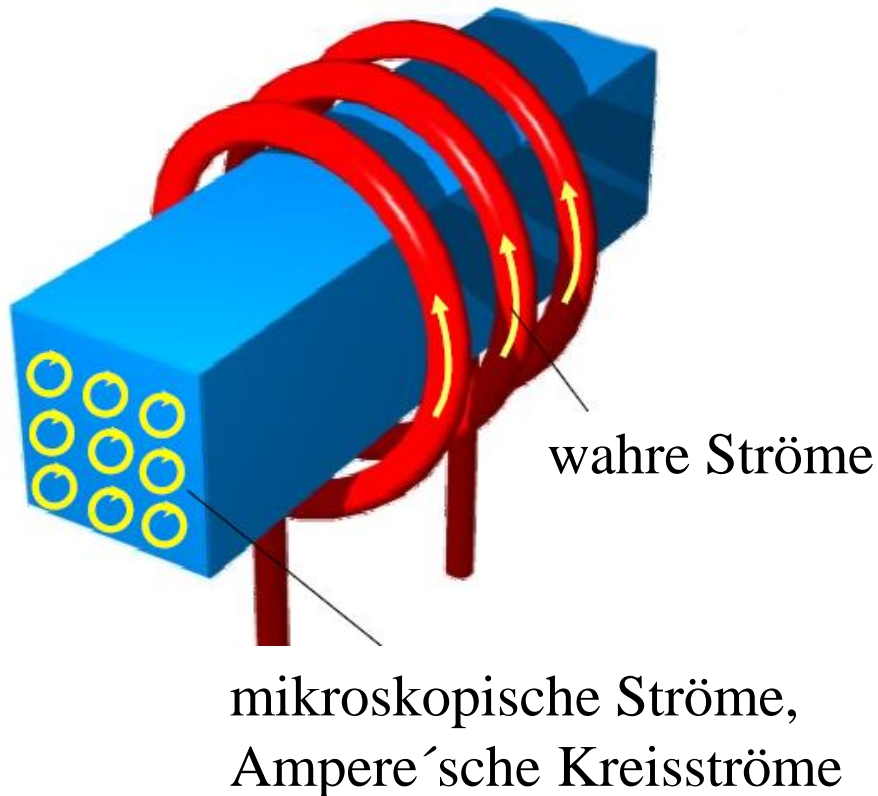
$$\oiint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{ges}}{\varepsilon_0} = \frac{Q + Q_P}{\varepsilon_0}$$

Im magnetischen Fall unterscheiden wir wahre Ströme I und mikroskopische Ströme I_M , die erst durch die Magnetisierung der Materie entstehen und es gilt

$$\oint_{C(A)} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \iint_A (\vec{j} + \vec{j}_M) \cdot d\vec{A}$$

oder

$$\text{rot}\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{j} + \vec{j}_M)$$



Wir führen zwei neue Felder ein:

Das ***H-Feld (magnetisches Feld H)*** und
das ***Feld der Magnetisierung M***

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \text{rot}\vec{H} = \vec{j}$$

Ähnlich wie das D -Feld nur von wahren Ladungen, wird H also ausschließlich durch wahre Ströme erzeugt

$$\vec{\nabla} \times \vec{M} = \text{rot}\vec{M} = \vec{j}_M$$

Die Magnetisierung M wiederum wird nur von den mikroskopischen Strömen erzeugt. Beides sind Wirbelfelder. Wir setzen in das Ampere'sche Gesetz ein

$$\text{rot}\vec{B} = \mu_0 (\vec{j} + \text{rot}\vec{M})$$

$$\rightarrow \text{rot} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \text{rot}\vec{H} = \vec{j}$$

Daraus folgt:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \rightarrow \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

M ist eine Funktion von H und oft ist auch M proportional zu H :

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

χ_m heißt *magnetische Suszeptibilität*

Wir setzen ein und erhalten

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

und damit

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

mit $\mu_r = 1 + \chi_m$

μ_r ist die **Permeabilität**

Dabei unterscheidet man

$\chi_m > 0$: paramagnetische Stoffe

$\chi_m < 0$: diamagnetische Stoffe

Material	$\chi_m \cdot 10^6$	μ_r
H ₂ O	-9	0.999991
Cu	-7.4	0.999993
Bi	-153	0.999847
Al	21.2	1.000021
Pt	264	1.000264
O ₂ (flüssig)	3620	1.003620