# Inhalt der Vorlesung Physik A2 / B2

#### 3. Wärmelehre

Druck und Temperatur: Das ideale Gas Wärmemenge, spezifische Wärme Die Hauptsätze der Wärmelehre

#### 4. Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

Die Ladung und elektrostatische Felder

- SEMESTERENDE -

Elektrischer Strom

Magnetische Felder und Magnetostatik

Zeitlich veränderliche Felder, Elektrodynamik

Wechselstromnetzwerke

Die Maxwellschen Gleichungen

Elektromagnetische Wellen und Strahlung

Relativität der Felder – Relativitätstheorie

#### Wirbelströme

In Leitern induzierte Ringspannungen erzeugen *Wirbelströme* (englisch: "eddy currents"), die wegen endlicher Leitfähigkeit des Materials zu ohmschen Verlusten führt.

Wirbelstromverluste stellen ein großes technisches und wirtschaftliches Problem dar.

Beispiel: Spule Eisenkern  $\vec{B}(t)$ 

Bei Wechselstrombetrieb einer Spule mit Eisenkern induziert das sich ändernde Magnetfeld Wirbelströme im Eisenkern.

Transformatorverluste sind volkswirtschaftlich außerordentlich bedeutend!

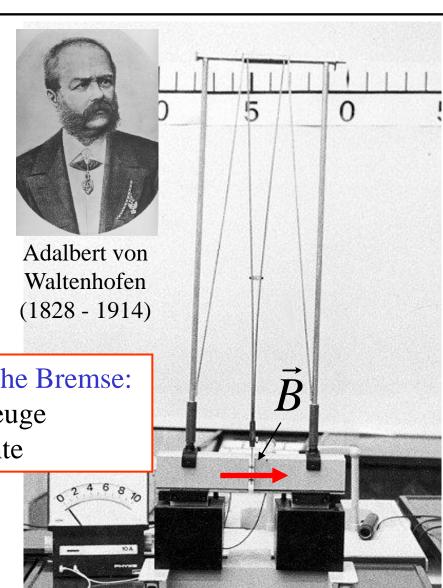
#### Abhilfe:

- Materialien mit guten magnetischen Eigenschaften, aber schlechter Leitfähigkeit (Ferrite)
- geschlitzte Materialien
- Materialen aus isolierten Blechen (Blechkerne)

# **Experiment:** Das Waltenhofen-Pendel

Ein Pendel, an dem ein Leiter befestigt ist, wird in einem Magnetfeld stark abgebremst. Der Grund dafür ist das durch Wirbelströme verursachte Magnetfeld im Leiter (⇒,,Wirbelstrombremse").

Die Bremskraft ist ~ v !!!



# elektrodynamische Bremse:

- Schienenfahrzeuge

- Messinstrumente



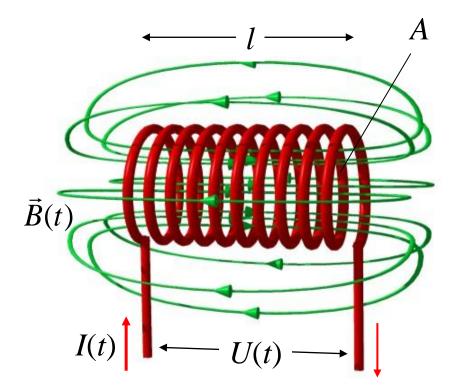
# **Experiment:** Fallversuche unter Wirbelstromdämpfung

#### Beobachtung:

- unmagnetische Fallkörper fallen ungehindert (freier Fall).
- magnetische Fallkörper unterliegen abhängig von der Leitfähigkeit des Rohrmaterials einer Wirbelstrom-"Hemmung".

Die "Hemmkraft" durch Wirbelströme ist proportional zur Geschwindigkeit v! Es stellt sich eine konstante Fallgeschwindigkeit ein.

#### **Beispiel:** Induktivität einer Spule



Für das *B*-Feld im Inneren einer langen Spule galt:  $B(t) = \mu_0 \frac{n \cdot I(t)}{I}$ 

Durch Einbringen von magnetisierbarem Material (etwa Eisen) kann das *B*-Feld

bei gleichem Strom I um den Faktor  $\mu_r$ , die dimensionslose relative Permeabilität, gesteigert werden, also

$$B(t) = \mu_0 \mu_r \frac{n \cdot I(t)}{l}$$

mit dem magnetischen Fluss

$$\Phi(t) = \mu_0 \mu_r A \frac{n \cdot I(t)}{l}$$

Hier ist A die Querschnittsfläche der Spule.

Da das Feld zeitlich veränderlich ist, entsteht eine Induktionsspannung

$$U_{ind}(t) = -n\dot{\Phi} = -\dot{\Phi}_{ind} = -L \cdot \dot{I}(t)$$

$$U_{ind}(t) = -\mu_0 \mu_r A \frac{n^2}{l} \cdot \dot{I}(t)$$

132

Für die *Induktivität* (genauer: die *Selbstinduktivität*) der Spule erhalten wir

$$L_{Spule} = \mu_0 \mu_r A \frac{n^2}{l}$$

## Beispiel:

Eine Luftspule habe die Länge l = 10 cm und den Durchmesser D = 5 cm. Sie hat n = 50 Windungen. Wie groß ist die Induktivität L?

Die Querschnittsfläche A ist dann:

$$A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = 1.963 \cdot 10^{-3} \,\mathrm{m}^2$$

Mit  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$  ergibt sich dann:

$$L = \frac{\mu_0 A N^2}{l} = 6.17 \cdot 10^{-5} \,\text{H} = 61.7 \,\mu\text{H}$$

1 Henry ist also eine recht große Einheit.

Joseph Henry (1766-1844)

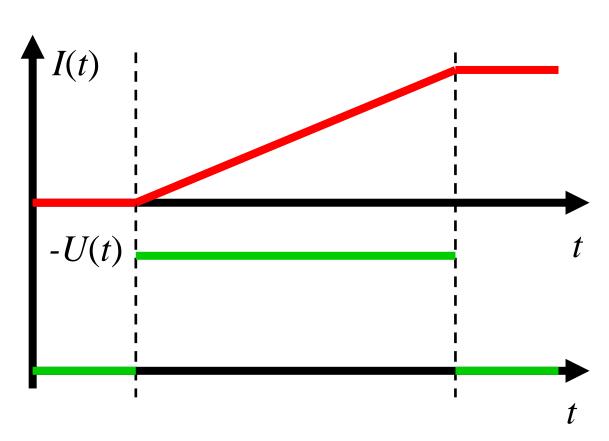


Der zeitlich variable Strom I(t) durch die Spule bewirkt über das Phänomen der *Selbstinduktion* eine Spannung U(t) zwischen den Anschlüssen der Spule:

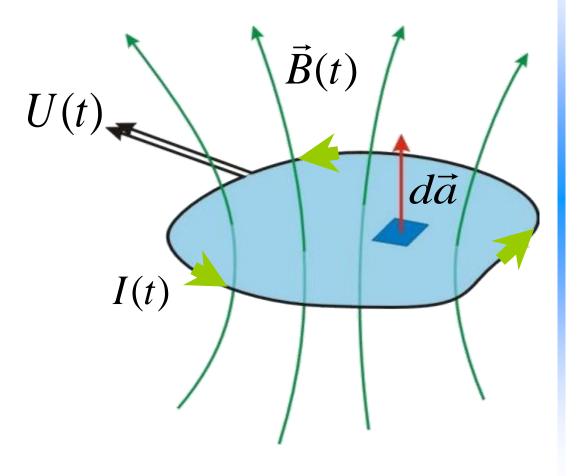
$$U(t) = -L\frac{dI}{dt}$$

## Beispiel:

Steigt der Strom I linear in der Zeit t an, so ist die induzierte Spannung U(t) konstant.



Der Begriff der *Selbstinduktion* lässt sich auch für eine beliebige Leiterschleife verallgemeinern.



Durch jeden Stromkreis greift ein Magnetfluss, der von seinem eigenen Magnetfeld herrührt. Da das Magnetfeld proportional zum Strom I(t) ist, gilt:

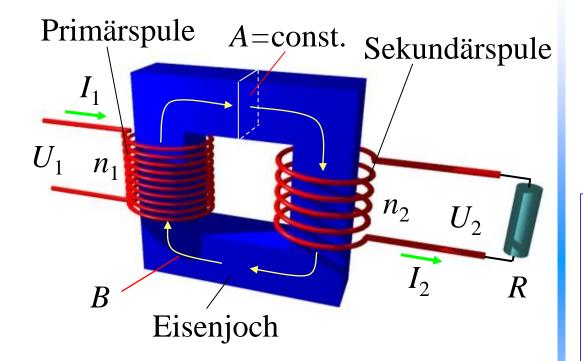
$$\Phi = \iint \vec{B}(t) \cdot d\vec{a} = \frac{L}{n} I(t)$$

Hierbei ist *L* die Selbstinduktion der Leiterschleife.

Es ergibt sich also wieder mit n als Anzahl der Windungen:

$$U_{ind}(t) = -n\dot{\Phi} =$$
$$= -\dot{\Phi}_{ind} = -L \cdot \dot{I}(t)$$

# **Transformator**



Ein Transformator besteht im wesentlichen aus drei Komponenten:

- der Primärspule
- dem Eisenjoch
- der Sekundärspule

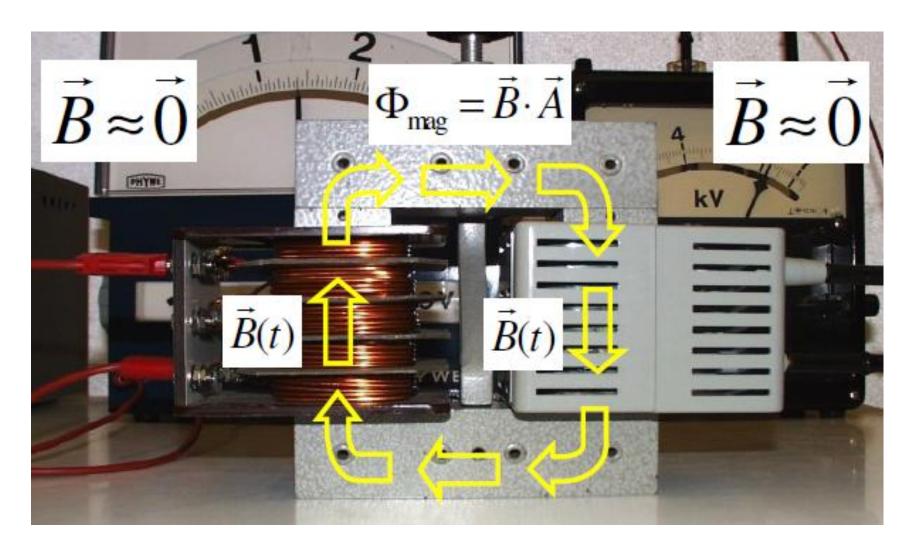
Magnetische Feldlinien bevorzugen Bereiche, in denen  $\mu_r$  sehr groß ist, d.h. in ferromagnetischen Materialien (Fe, Co, Ni). Damit kann der gesamte Magnetfluss innerhalb des Eisenjochs gehalten werden.

#### Idealer Transformator:

- Spulen haben  $R_i = 0$
- kein magnetischer Streufluss
- keine Wirbelstromverluste
- keine Ummagnetisierungsverluste (Hysterese-Verluste),
   d.h. die wechselnde Ausrichtung der Weißschen Bezirke geschieht verlustfrei

136

# Prinzipieller Aufbau des Transformators



Wegen  $R_i = 0$  ist die Spannung auf der Primärseite  $U_1$  gegeben durch

$$|U_1| = n_1 \dot{\Phi}_1 = n_1 \dot{\Phi}$$

Mit  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$  folgt dann für die Sekundärseite im Leerlauf-Fall

$$R \rightarrow \infty$$
  $I_2 = 0$ 

$$|U_2| = n_2 \dot{\Phi}$$

und damit die *Leerlauf-Spannungs-über-bzw. untersetzung* 

$$\frac{\left|U_{2}\right|}{\left|U_{1}\right|} = \frac{n_{2}}{n_{1}}$$

Bei dieser Annahme wird der Fluss  $\Phi$  nur durch den Strom  $I_1$  erzeugt.

Im Belastungsfall (I<sub>2</sub> verschieden von Null) erzeugt I<sub>2</sub> Zusatzfluss, der auch die Primärspule durchsetzt. Primär- und Sekundärseite "reden" über den Fluss miteinander. In erster Näherung folgt aber schon aus Gründen der Energieerhaltung die *Stromüber- bzw. Stromuntersetzung* 

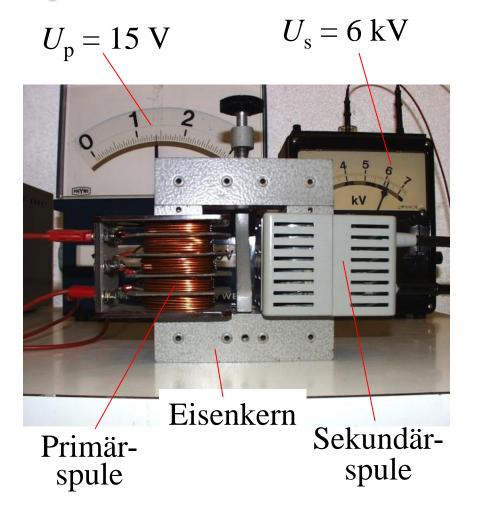
$$\frac{\left|I_{2}\right|}{\left|I_{1}\right|} \approx \frac{n_{1}}{n_{2}}$$

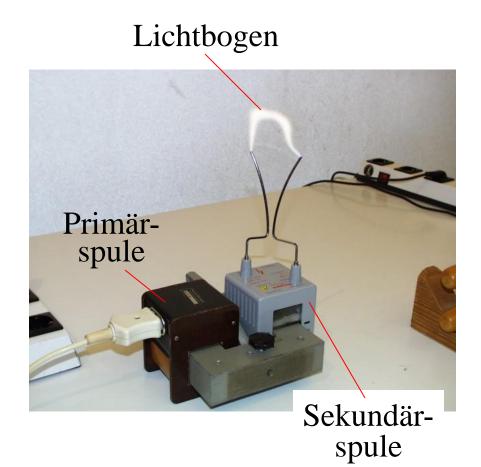
#### **Anwendungen:**

Spannungs- und Stromtransformation Widerstands-(Impedanz)-Anpassung Galvanische Entkopplung von Stromkreisen

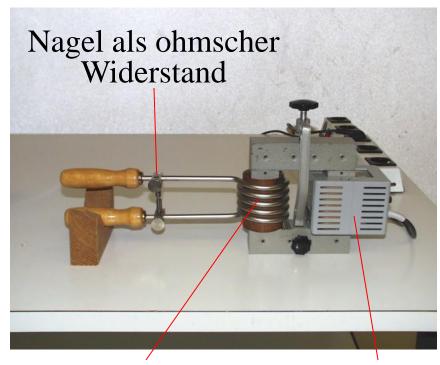
138

# Experiment: Erzeugung hoher Spannung durch einen Transformator



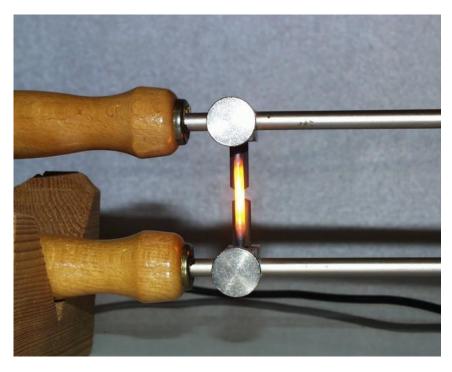


# Experiment: Erzeugung hoher Ströme durch einen Transformator



Sekundärspule

Primärspule



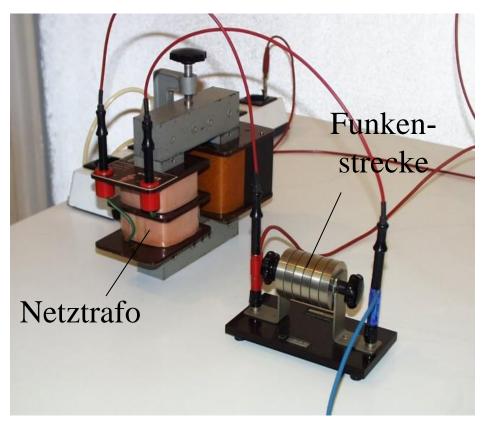
Durch den hohen Strom beginnt der Nagel zu glühen bis er durchbrennt:

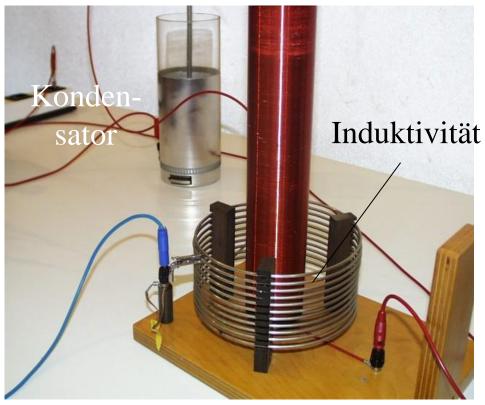
Prinzip der Schmelzsicherung

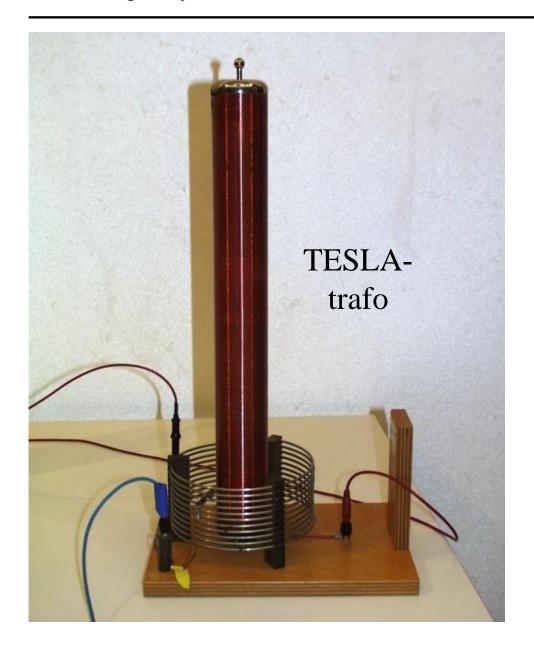
# Experiment: Transformator kombiniert mit einem Resonanzkreis Ein LC-Schwingkreis bestehend aus der Kapazität (2 nF) und der Primärspule des Tesla-Transformators (40 µH) wird durch die hohen Frequenzanteile einer Funkenstrecke getrieben. Die Resonanzfrequenz beträgt ca. 600 kHz. Die hohen induzierten Spannungen werden durch den Teslan = 2500**Transformator** weiter erhöht. Leidener Flasche **Netztrafo** C = 2 nF $U_{prim} = 230 \text{ V} \sim$ $U_{sek} = 10,58 \text{ kV} \sim$ n = 23000n = 500n = 10 $L = 40 \mu H$ unterteilte

**Funkenstrecke** 

# Die Einzelkomponenten des TELSA-Transformators









# Zeitlich veränderliche Felder / Elektrodynamik



#### elektrisches Feld E:

$$div\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$$

$$\iint_{a(V)} \vec{E}d\vec{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint_{V(a)} \rho(\vec{r}) dV$$

$$rot\vec{E}(\vec{r}) = 0 + ?????$$

$$\oint_{S} \vec{E}d\vec{s} = 0 + ?????$$

Es gibt ein elektrisches Wirbelfeld. Ursache ist *die magnetische Induktion* 

#### magnetisches Feld B:

$$div\vec{B}(\vec{r}) = 0$$

$$\iint_{a(V)} \vec{B}d\vec{a} = 0$$

$$rot\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{j}(\vec{r}) + ?????$$

$$\oint \vec{B}d\vec{s} = \mu_0 I = \mu_0 \iint_{a(S)} \vec{j}(\vec{r})d\vec{a} + ??????$$

Es gibt eine weitere Ursache für Magnetfelder : der elektrische Verschiebungsstrom

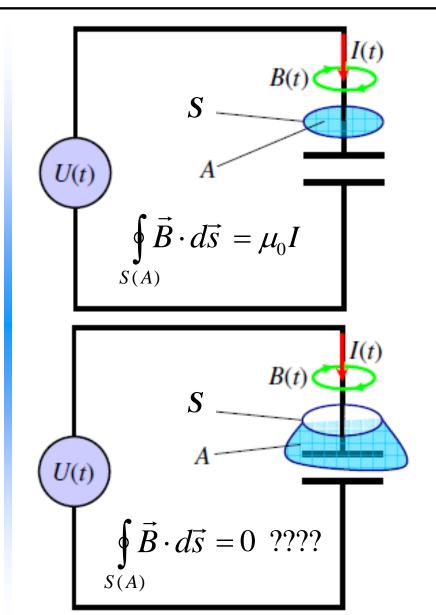
# Verschiebungsstrom, endgültige Form der Maxwellgleichungen

Wir betrachten noch einmal das Amperesche Gesetz:

$$\oint_{S(A)} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \iint_{A(S)} \vec{j} \cdot d\vec{A} = \mu_0 I$$

Die Fläche A kann bei bestehendem Rand der Fläche S(A) prinzipiell beliebig gewählt werden.

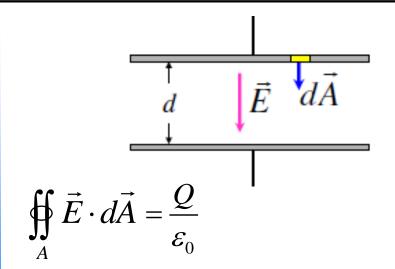
Im rechten Bild erkennt man, dass dann der Leitungsstrom I zwar die obere Fläche durchsetzt, nicht aber die Fläche im unteren Bild. Der Integralausdruck (Linienintegral über S) ist aber definitiv nicht Null.



# Betrachtung des Kondensators:

Der Leitungsstrom *I*, der in den Zuleitungen zum Kondensator frei fließen kann, wird durch den Kondensator unterbrochen, da die durch den Strom bewegten Ladungen *Q* auf den Platten des Kondensators verbleiben (bei Aufladung) bzw. Abfließen (bei Entladung).

Zwischen der Änderung von Q auf den Platten und dem Leitungsstrom I besteht aber ein eindeutiger Zusammenhang. Dazu betrachten den Kondensator näher: Wir benutzen dazu den Zusammenhang zwischen Ladung Q und E-Feld:



im Fall des Plattenkondensator gilt dann einfach:  $Q = \varepsilon_0 E \cdot A$ 

Die zeitliche Ableitung der gesamten Ladung Q des Kondensators als Funktion der Zeit ist gerade gleich dem Leitungsstrom I und es folgt

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = I$$

Diese Aussage kann verallgemeinert werden. Die zeitliche Änderung eines elektrischen Flusses ist einem Stromfluss  $I_{\nu}$  äquivalent:

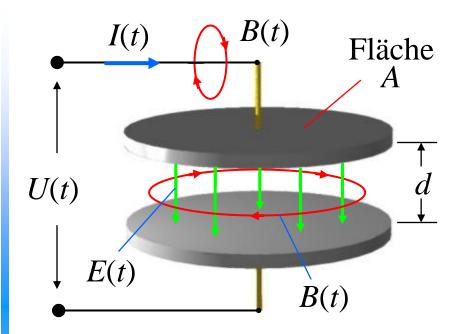
$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = I_V$$

#### I, heißt Verschiebungsstrom

Magnetfelder werden können also neben Strömen auch von Verschiebungsströmen, d.h. zeitlich sich ändernden elektrischen Flüssen erzeugt werden:

$$\oint_{S(A)} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left( I + I_V \right)$$

Innerhalb des Kondensators existiert also auch ein Magnetfeld *B*.



Wir setzen ein und erhalten endgültig

$$\oint_{S(A)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \iint_{A(S)} \vec{j} \cdot d\vec{A} 
+ \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint_{A(S)} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

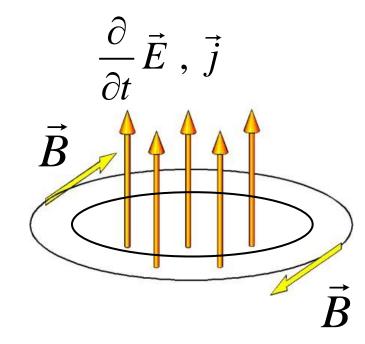
Die integrale Maxwellgleichung kann wieder in die differentielle bzw. lokale Maxwellgleichung überführt werden. Dazu benutzen wird den Satz von Stokes und erhalten:

$$\oint_{S(A)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_{A(S)} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{A} = \iint_{A(S)} rot \vec{B} \cdot d\vec{A} = \iint_{A(S)} \left( \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} \right) \cdot d\vec{A}$$

S ist hier wieder die Randkurve der Fläche A. Die Fläche A ist beliebig wählbar, ebenso S, daher müssen auch die Integranden die Gleichung erfüllen:

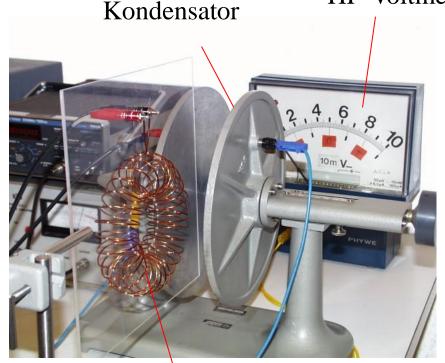
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}$$

Dies ist die gesuchte Maxwellsche Gleichung in differentieller Form.



## **Experiment:** Magnetfeld eines Verschiebungsstroms

HF-Voltmeter



Toroidspule zur Vermessung der kreisförmigen Magnetfelder Der Kondensator wird durch hochfrequenten Wechselstrom geladen



Messanordnung

# Übersicht über die Maxwellgleichungen im Vakuum inklusive der offiziellen Nummerierung

# Integrale Form



# Differentielle Form

(1) 
$$\oint_{A(V)} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint_{V(A)} \rho \, dV$$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

(2) 
$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\iff \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = div\vec{B} = 0$$

(3) 
$$\oint_{S(A)} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{A(S)} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(4) 
$$\oint_{S(A)} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \iint_{A(S)} \left( \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} \right) \cdot d\vec{A} \iff \vec{\nabla} \times \vec{B} = rot \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} \right)$$

# Inhalt der Vorlesung Physik A2 / B2

#### 3. Wärmelehre

Druck und Temperatur: Das ideale Gas Wärmemenge, spezifische Wärme Die Hauptsätze der Wärmelehre

#### 4. Elektrizitätslehre, Elektrodynamik

Die Ladung und elektrostatische Felder

#### - SEMESTERENDE -

Elektrischer Strom

Magnetische Felder und Magnetostatik

Zeitlich veränderliche Felder, Elektrodynamik

#### Wechselstromnetzwerke

Die Maxwellschen Gleichungen

Elektromagnetische Wellen und Strahlung

Relativität der Felder – Relativitätstheorie

#### Wechselstromnetzwerke

Wechselspannungen und Wechselströme haben die Form

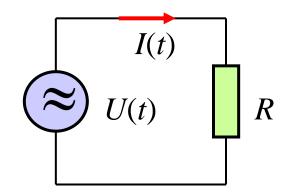
$$U(t) = U_0 \cos(\omega t + \psi),$$
  
$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Dabei sind  $\psi$  und  $\varphi$  Startphasen bezüglich t = 0.  $\omega = 2\pi f$  ist die Kreisfrequenz der Wechselgröße, f seine Frequenz.

Wechselspannungen haben gegenüber Gleichspannungen erhebliche Vorteile. Zunächst entstehen sie quasi automatisch bei der Erzeugung durch Generatoren (Induktion). Über Transformatoren kann man Wechselspannungen und –ströme herauf- und herunter transformieren.

Wir wollen zunächst die Verhältnisse beim Ohmschen Widerstand R betrachten.

#### **Ohmscher Widerstand R**



Strom und Spannung sind in Phase.

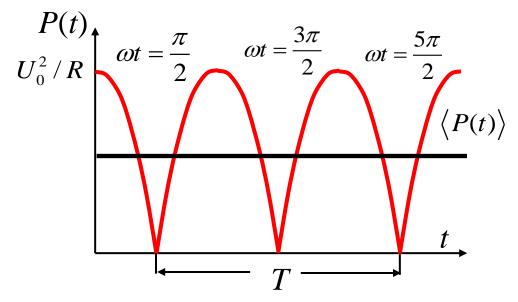
Aus 
$$U(t) = U_0 \cos(\omega t)$$
 folgt sofort

$$I(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \cos(\omega t)$$
$$I(t) = I_0 \cos(\omega t)$$

152

Wir können auf einfache Weise sofort die in Wärme umgesetzte elektrische Leistung *P* angeben

$$P(t) = U(t)I(t) = \frac{U_0^2}{R}\cos^2(\omega t)$$



Die Leistung P(t) ist also zeitabhängig. Wir berechnen daher den zeitlichen Mittelwert durch Integration über die Periodendauer T

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} P(t)dt = \frac{U_{0}^{2}}{TR} \int_{0}^{T} \cos^{2} \omega t dt$$

$$=\frac{4U_0^2}{TR}\int_0^{T/4}\cos^2\omega tdt$$

Wir erhalten schließlich (Übungsaufgabe):

gabe): 
$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{2} \frac{U_0^2}{R} = \frac{1}{2} P_{\text{max}}$$

Im zeitlichen Mittel wird wirkt also nur die Hälfte der maximalen Verlustleistung. Das zeitliche Mittel wird deshalb auch als *Wirkleistung* bezeichnet.

Im Fall der Gleichspannung gilt natürlich  $U_0^2$ 

153

Für die *Wirkleistung* gilt also:

$$\langle P(t) \rangle_{=} = \frac{U_0^2}{R} \qquad \langle P(t) \rangle_{\approx} = \frac{1}{2} \frac{U_0^2}{R}$$

Man definiert daher eine "effektive Spannung" und "effektiven Strom", die an einem ohmschen Widerstand dieselbe mittlere Leistung bewirken wie eine gleichgroße Gleichspannung.

$$U_{\it eff} = rac{U_0}{\sqrt{2}}, \qquad I_{\it eff} = rac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Man rechnet dann formal wie bei der Gleichspannung und erhält

$$\langle P(t) \rangle_{\approx} = U_{eff} \cdot I_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{U_0^2}{2R}$$

**Beispiel:** Unsere Haushaltsversorgung hat eine Effektivspannung von  $U_{eff}$  = 230 V. Die Spitzenspannung ist gegeben durch

$$U_0 = \sqrt{2} U_{\text{eff}} = \sqrt{2} \cdot 230 \text{ V} = 325 \text{ V} (!)$$

