GTI Uebungsblatt 1

Max Springenberg, 177792

1.1

1.1.1 Wie wandelt man einen NFA mit ϵ-Ubergangen in einen aquivalenten NFA ohne solche Ubergange um?

In der Vorlesung wurde die ϵ-closure Funktion vorgestellt, die fuer einem Zustand die Menge aller Zustaende die mit ϵ von diesem aus erreichbar sind zuordnet.
Unter der Verwendung dieser Fuinktion lassen sich mehrere Zustaende zu einem zusammenfassen. Dabei werden die transitionen aller Zustaende, die zusammen gefasst wurden aufrecht erhalten.

1.1.2 Sei L eine regulare Sprache uber einem Alphabet Σ, und sei $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ ein NFA, der diese Sprache entscheidet. Wir definieren die Prafix-Sprache $prep(L)$ wie folgt:

$$pre(L) = \{v \in \Sigma^* | \exists x \in L : vx \in L\}$$

(a) Konstruieren Sie einen NFA $A_p = (Q, \Sigma, \delta, s, F_p)$ fuer die Sprache $pre(L)$, indem Sie die Menge F_p der akzeptierenden Zustaende von A_p bestimmen.

Der Automat akzeptiert fuer aller Woerter, die Praefix eines Wortes in L sind.
Fuer alle Woerter in L gilt, dass die Eingabe ihrer Zeichen in einem akzeptierendem Zustand endet. Ferner gilt das fuer jeden ihrer Prefixe ein Lauf zu diesem Wort existiert.
Die akzeptierenden Zustaende F_p umfassen also alle zustande, von denen aus ein Lauf zu einem akzeptierenden Zustand moeglich ist.

$$F_p = \{q \in Q | \exists q_f \in F, w \in \Sigma^* : \delta^*(q, w) = q_f\}$$

(b) Seien nun L, L' zwei regulaere Sorachen ueber einem Alphabet Σ.
Seien fernder fuer diese Sprachen die jeweiligen NFAs $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F), A = (Q', \Sigma', \delta', s', F')$ mit $Q \cap Q' = \emptyset$ gegeben.
Wir definieren die Praefix-Konkatenation $precon(L, L')$ wie folgt

$$precon(L, L') = \{vw | vw \in \Sigma^* \wedge \exists x, y \in \Sigma^* : vx \in L \wedge wy \in L'\}$$

Konstruieren Sie einen ϵ-NFA $A_C = (Q \cup Q', \Sigma, \delta_C, s_C, F_C)$ fuer die Sprache $precon(L, L')$, indem Sie die Transitionsrelation δ_C, den Startzustand s_C, sowie die Menge F_C der akzeptierenden Zustaende von A_C bestimmen.

Die Praefix-Konkatenation beinhaltet konkatinationen Woertern aus pre(L) und pre(L').
Deshalb definieren wir vorab die Akzeptierenden Zustaende dieser Sprachen mit:
$F_{pre} = \{q \in Q | \exists q_f \in F, w \in \Sigma^* : \delta^*(q, w) = q_f\}$
$F'_{pre} = \{q \in Q' | \exists q_f \in F', w \in \Sigma^* : \delta'^*(q, w) = q_f\}$
A_C besteht aus einen Konkatenation der beiden Automaten A, A', damit uebernimmt A_C alle transitionen. Ferner gilt, dass fuer alle akzeptierenden Zustaende aus A kann ein Wort aus A' folgen. Das bedeutet, dass δ_C fuer alle Akzeptierende aus A eine ϵ-Transition zum Startzustand von A' hat. daraus ergibt sich

$$\delta_C = \delta \cup \delta' \cup \{(q_f, \epsilon, s') | \forall q_f \in F_{pre}\}$$

Durch δ_C kann man nun auch die Menge der Akzeptierenden zustaende angeben, mit

$$F_C = \{q_f \in F_{pre} | \exists q'_f \in F'_{pre}, w \in \Sigma^* : \delta_C(q_f, w) = q'_f\}$$

Da alle Woerter der Form vw mit $v \in pre(L)$ anfangen, muss auch fuer den Startzustand von A_C gelten $s_C = s$.

1.2

1.2.1 Es sei $A = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ ein DFA. Wie verhaelt sich die Transitionsfunktion δ zur erweiterten Transitionsfunktion δ^*? Wann wird in diesem Kontext ein Wort w ueber Σ von A akzeptiert?

Die Transitionsfunktion δ kann nur je einen Zustand und ein einzelnes Zeichen abbilden auf einen Folgezustand abbilden. Die erweiterte Transitionsfunktion δ^* kann einen Zustand q und ein Wort w ueber Σ auf einen Folgezustand p, nach der Eingabe vom Wort w im Zustand q abbilden.
Dies geschieht durch rekursives aufrufen der Transitionsfunktion δ, bis einschliesslich nur noch das leere Symbol ϵ uebrug bleibt.

1.2.2 Fuehren sie ie folgenden Umwandlungen durch

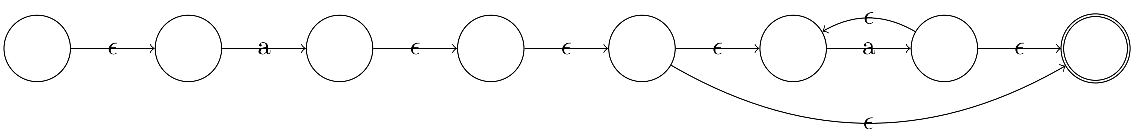
(a) $RE \rightsquigarrow NFA$
Konstruieren Sei einen $\epsilon - NFAA_1$ mit $L(A_1) = L((aa^* + b)^*)$.
Gehen Sie dabei genau nach dem in der Beweisskizze zu Proposition 2.2 vorgestellten Baukastenprinzip vor. Fuegen Sie insbesondere alle ϵ Transitionen ein. Markieren Sie ausserdem, welche Komponenten des $\epsilon - NFA$ welchen Teilausdruck entsprechen.

moechten die Teilausdruecke:

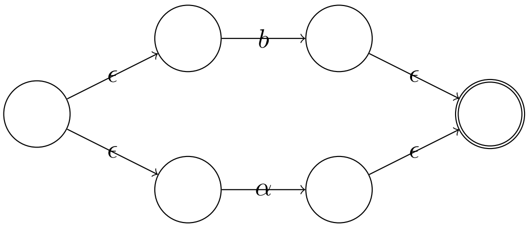
1. $\alpha = aa^*$
2. $\beta = \alpha + b$
3. $\gamma = \beta^*$

nacheinander konstruieren.

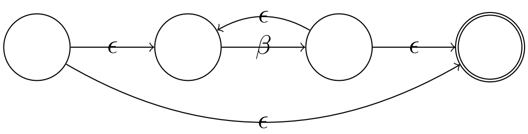
α



β



γ



1.3