GTI Übungsblatt 6
Tutor: Marko Schmellenkamp
ID: MS1
Übung: Mi 16-18

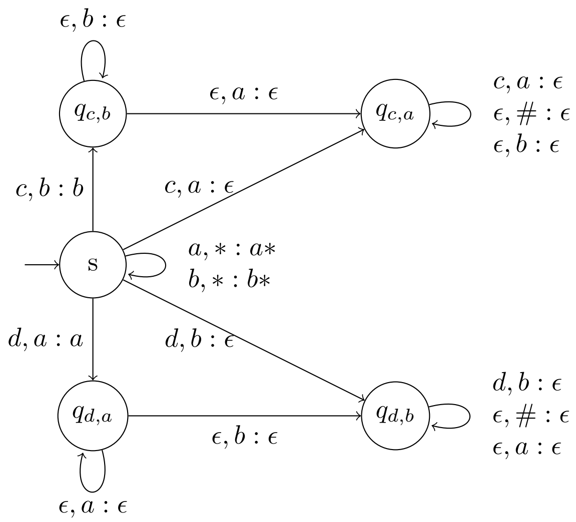
Max Springenberg, 177792

6.1

Mit $p, q \in Q, \sigma \in \Sigma, \tau \in \Gamma, w \in \Gamma^*$:
In deterministischen Kellerautomaten darf es fur jede Kombination von p, σ, τ nur eine Transition (p, σ, τ, q, w) in δ geben.
Bei einem deterministischen Kellerautomaten, der mit leerem Keller akzeptiert gibt es keine akzeptierenden Zustände und wenn für p, σ, τ kein (p, σ, τ, q, w) in δ existiert wird abgelehnt.

Eine Idee für einen Kellerautomaten, der die Sprache entscheidet ist:
Jedes $\sigma \in \{a, b\}$, das eingelesen wird eben dieses σ auf den Keller zu legen. Wenn dann ein c eingelesen wird, wird abgeglichen, ob genau so viele c hintereinander eingelesen werden, wie zuvor a auf den Keller gelegt wurden. Wenn statt dem c ein d eingelesen wird, wird abgeglichen, ob genau so viele d hintereinander eingelesen werden, wie zuvor b auf den Keller gelegt wurden.

Ein Kellerautomat, der Diese Idee umsetzt, deterministisch ist und mit leerem Keller akzeptiert ist:



Im Startzustand werden a, b auf den Keller gelegt, nachdem d oder c gelesen werden, wird in Zustände gewechselt, die den Keller leeren können.
Dabei muss vor dem Erreichen der Zustände mit ϵ-Transitionen die Kellersymbole a, b löschen sichergestellt werden, dass zuvor auch ein c für das löschen aller b's und ein d für das löschen aller a's eingelesen wurde, dies wird durch die Transitionen von s zu den Zuständen $q_{c,\sigma}, q_{d,\sigma}, \sigma \in \{a, b\}$ umgesetzt.
Da gegebenen falls beim einlesen des ersten c oder d ein unerwünschtes Kellersymbol, das nicht durch einlesen von c oder d gelöscht werden kann, muss je ein Zwischenzustand gegeben sein, der die unerwünschten und das erste gewünschte Kellersymbol löscht. Dies wird durch die Zustände $q_{c,a}, q_{c,b}$ und deren Transitionen für c, sowie $q_{d,a}, q_{d,b}$ und deren Transition für d umgesetzt.

6.2

6.2.1

Gegeben ist eine ausgewertetes Tableau des CYK-Algorithmus für das Wort *baabc*.
Die Wörter

(i) $w_1 = baabc$,

(ii) $w_2 = baab$,

(iii) $w_3 = aabc$

enthält *baabc* als Teilwörter an den Indices 1 bis 5 für (i), 1 bis 4 für (ii) und 2 bis 5 für (iii). Dies sind die einzigen Vorkommnisse der Teilwörter in *baabc*, da ihr ihre Position unter anderem durch die zwei aufeinander folgenden a festgelegt ist.

Im Tableau für ein Wort w enthalten die Felder (i,j), mit $i, j \in \mathbb{N}_0, i \leq |w|, j \leq |w|$ die Variablen, die das Teilwort von w, das am Index i beginnt und j aufhört abgeleiten können.

Aus der Tabelle lässt sich für die jeweiligen Indices der Teilwörter ablesen, dass:

(i) die Variable S nicht im Feld (1,5) des Tableau eingetragen ist und ferner das Wort nicht in der Sprache ist, da es nicht aus der Startvariablen abgeleitet werden kann.

(ii) die Variable S im Feld (1,4) des Tableau eingetragen ist und ferner das Wort in der Sprache ist, da es aus der Startvariablen abgeleitet werden kann.

(iii) die Variable S im Feld (2,5) des Tableau eingetragen ist und ferner das Wort in der Sprache ist, da es aus der Startvariablen abgeleitet werden kann.

6.3

6.3.1

Für LL(1) Grammtiken muss gelten:
$\forall X \in V, X \to \alpha, X \to \beta, \alpha \neq \beta :$
$(i) FIRST(\alpha) \cap FIRST(\beta) = \emptyset$
$(ii) \alpha \Rightarrow^* \epsilon$, dann$FOLLOW(X) \cap FIRST(\beta) = \emptyset$

G_1

Die $FIRST$- Mengen ergeben sich wie folgt:

$FIRST(S) = \{a, e, f\}$
$FIRST(A) = \{e, d, b\}$
$FIRST(B) = \{\epsilon, b\}$
$FIRST(C) = \{\epsilon, d\}$
Da kein element mehrfach entdeckt wurde gilt (i)

Die FOLLOW Mengane ist nur für $\alpha \Rightarrow^* \epsilon$ interessant, ferner ist das in G_1 A, B, C

betrachte:
$A \Rightarrow ea|CB$
$CB \Rightarrow^* \epsilon$

$e \in FIRST(ea), e \in FIRST(S)$
$S \Rightarrow eAS$, damit$e \in FOLLOW(A)$

$FIRST(ea) \cap FOLLOW(A) \neq \emptyset$↯
Damit wurde die Bedingung (ii) verletzt.

G_2

Die $FIRST$- und $FOLLOW$- Mengen ergeben sich wie folgt:
$FIRST(S) = \{a, c, b\}$
$FIRST(B) = \{\epsilon, b\}$
$FIRST(C) = \{a\}$
Da kein element mehrfach entdeckt wurde gilt (i)

$FOLLOW(S) = \emptyset FOLLOW(B) = \emptyset FOLLOW(C) = \emptyset$ Da jede rechte Regelseite, die nicht ϵ ist, mit genau einer Variablen endet, nur eine Variable enthält, und einem Terminalsymbol anfängt sind alle $FOLLOW$-Mengen leer.
Ferner gilt damit dann auch (ii)
Damit ist G_2 eine LL(1) Grammtik.

G_3

Die $FIRST$- Mengen ergeben sich wie folgt:

$FIRST(S) = \{a, b, c, d\}$
$FIRST(A) = \{a, b\}$
$FIRST(B) = \{\epsilon, c\}$

$FIRST(C) = \{\epsilon, d\}$
Da kein element mehrfach entdeckt wurde gilt (i)

Die FOLLOW Mengen ist nur für $\alpha \Rightarrow^* \epsilon$ interessant, ferner ist das in G_3 B, C

betrachte:
$B \to \epsilon | cS$
$FIRST(cS) = \{c\}$

$FOLLOW(B) = (FIRST(C) \cup FIRST(A)) - \{\epsilon\}$
$c \notin (FIRST(C) \cup FIRST(A)) - \{\epsilon\}$
damit ist (ii) für B erfüllt

$C \to \epsilon | dC$
$FIRST(dC) = \{d\}$
$FOLLOW(C) = FIRST(A)$
$d \notin FIRST(A)$
damit ist (ii) für C erfüllt

Da alle relevanten Fälle abgedeckt wurden ist (ii) erfüllt und G_3 eine LL(1) Grammtik.

6.3.2

Es muss für alle Satzformen α, β, γ und Variablen $X \in V$ der gegebenen Grammtik G_4 mit $\sigma \in \Sigma$ gelten:

(i) $(S \Rightarrow_r^* \alpha X \sigma x \Rightarrow_r \alpha\beta\sigma x \wedge \gamma \Rightarrow \alpha\beta\sigma y) \Rightarrow$ (γ ist nicht aus S ableitbar), mit $x, y \in \Sigma^*, \gamma \neq \alpha X \sigma x$.

(ii) $(S \Rightarrow_r^* \alpha X \Rightarrow_r \alpha\beta \wedge \gamma \Rightarrow \alpha\beta) \Rightarrow$ (γ ist nicht aus S ableitbar), mit $\gamma \neq \alpha X$.

Nun hat G_4 die folgenden Rechtsableitungen:
(1)
$S \Rightarrow_r aA \Rightarrow_r abCa \Rightarrow_r abcca$

(2)
$S \Rightarrow_r abBE \Rightarrow_r abBab \Rightarrow_r abCab \Rightarrow_r abccab$

Annahme G sei LR(1) Grammtik

wähle $\alpha = ab, X = C, \sigma = a, x = \epsilon, \beta = cc, \gamma = abCab, y = b$

$\alpha X \sigma x = abCa \Rightarrow_r abcca = \alpha\beta\sigma x$
$\gamma = abCab \Rightarrow_r abccab = \alpha\beta\sigma y$

aus (2) geht hervor, dass γ aus S ableitbar ist $\lightning$.
Damit ist G_4 nach Widerspruch keine LR(1) Grammtik.