technische universität dortmund

THOMAS SCHWENTICK

GAETANO GECK, LUTZ OETTERSHAGEN,
CHRISTOPHER SPINRATH, MARCO WILHELM

Lehrstuhl 1
Logik in der Informatik

SOSE 2018 | **ÜBUNGSBLATT 6** | **22.05.2018**

Abgabe bis spätestens am Dienstag, 29.05.2018,

- (vor der Vorlesung) im HG II, HS 3, oder
- in die Briefkästen im Durchgangsflur, der die 1. Etage der OH 12 mit dem Erdgeschoss der OH 14 verbindet.

Beachten Sie die Schließzeiten der Gebäude!

Ansonsten gelten die Hinweise von Blatt 1.

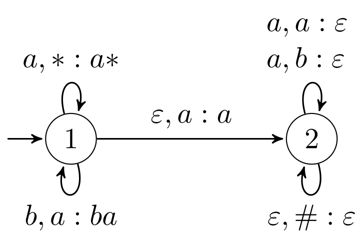
Aufgabe 6.1 [Verbindung zwischen PDAs und kontextfreien Grammatiken] — 7 Punkte

a) Es sei die kontextfreie Grammatik G durch die folgenden Regeln gegeben.

$$
\begin{aligned}
S &\to A \\
A &\to aAB \mid bA \mid cA \mid \varepsilon \\
B &\to a
\end{aligned}
$$

Bestimmen Sie einen zu G äquivalenten PDA (Kellerautomaten), der bei leerem Keller akzeptiert. Begründen Sie die Äquivalenz, indem Sie die von G erzeugte Sprache angeben und argumentieren, warum der von Ihnen konstruierte PDA diese Sprache entscheidet. **(2 Punkte)**

b) Es sei der PDA $\mathcal{A}$, der bei leerem Keller akzeptiert, wie folgt gegeben.



(5 Punkte)

(i) Entscheiden Sie für die folgenden Wörter w_i, $i = 1, 2, 3$, ob sie von $\mathcal{A}$ akzeptiert werden. Falls Sie der Meinung sind, dass $\mathcal{A}$ ein Wort w_i akzeptiert, so geben Sie eine akzeptierende Berechnung von $\mathcal{A}$ bei Eingabe von w_i an. Andernfalls begründen Sie kurz, warum das Wort nicht akzeptiert wird.

$$
\begin{aligned}
w_1 &= ab \\
w_2 &= abaa \\
w_3 &= abaaaa
\end{aligned}
$$

[3 Punkte]

(ii) Bestimmen Sie eine zu $\mathcal{A}$ äquivalente kontextfreie Grammatik. Folgen Sie dabei der Konstruktion aus der Beweisidee zu Satz 9.3 aus der Vorlesung. **[2 Punkte]**

Hinweis

Die Transitionen $(1, a, \gamma, 1, a\gamma)$ für $\gamma \in \{\#, a, b\}$ führen zu den Regeln

$$\begin{aligned}
X_{1,\#,1} &\to aX_{1,a,1}X_{1,\#,1} \mid aX_{1,a,2}X_{2,\#,1} \\
X_{1,\#,2} &\to aX_{1,a,1}X_{1,\#,2} \mid aX_{1,a,2}X_{2,\#,2} \\
X_{1,a,1} &\to aX_{1,a,1}X_{1,a,1} \mid aX_{1,a,2}X_{2,a,1} \\
X_{1,a,2} &\to aX_{1,a,1}X_{1,a,2} \mid aX_{1,a,2}X_{2,a,2} \\
X_{1,b,1} &\to aX_{1,a,1}X_{1,b,1} \mid aX_{1,a,2}X_{2,b,1} \\
X_{1,b,2} &\to aX_{1,a,1}X_{1,b,2} \mid aX_{1,a,2}X_{2,b,2}
\end{aligned}$$

Diese Regeln sind Teil der gesuchten kontextfreien Grammatik und müssen nicht erneut angegeben werden.

Aufgabe 6.2 [PDA modellieren] 3 Punkte

Tina lebt in einer wahrlich eindimensionalen Welt. Sie kann lediglich nach Norden oder nach Süden gehen, dafür aber jeweils beliebig weit. Zu jedem Zeitpunkt entscheidet sie sich auf's Neue, ob sie

- einen Schritt Richtung Norden macht oder
- einen (gleich langen) Schritt Richtung Süden macht oder
- einen Sprung Richtung Norden (entspricht der Länge von zwei Schritten Richtung Norden) macht oder
- einen (gleich langen) Sprung Richtung Süden macht.

Geben Sie einen PDA an, der genau die Spaziergänge (= Folgen von Schritten und Sprüngen) von Tina akzeptiert, die sie zu ihrem Ausgangspunkt zurückführen. Verwenden Sie dabei das Eingabealphabet $\Sigma = \{N_1, N_2, S_1, S_2\}$ mit den Bedeutungen

- N_1 : ein Schritt Richtung Norden,
- N_2 : ein Sprung Richtung Norden,
- S_1 : ein Schritt Richtung Süden,
- S_2 : ein Sprung Richtung Süden.

Das Kelleralphabet sollen Sie selbst passend wählen. Argumentieren Sie, warum ihr PDA sinnvoll gewählt ist.

Hinweis

Auch eine leere Folge von Schritten und Sprüngen soll als Spaziergang gelten. Beachten Sie zudem, dass PDAs auch ε-Transitionen beinhalten dürfen.

Aufgabe 6.3 [Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen] 5 Punkte

Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind.

a) $L_1 = \{a^\ell b^m c^p d^q \mid \ell, m, p, q \in \mathbb{N}_0, \ell < p \text{ und } q < m\}$ **(2,5 Punkte)**

b) $L_2 = \{ww^Rw \mid w \in \{a, b\}^*\}$, wobei w^R, wie aus den Übungen bekannt, für das Spiegelwort von w steht. **(2,5 Punkte)**

Hinweis

Wählen Sie in Teilaufgabe b) für den Nachweis mit dem Pumping-Lemma das Wort $z = ba^nbba^nbba^nb \in L_2$ mit $n \in \mathbb{N}$ beliebig. Sie können ohne Beweis verwenden, dass L_2 nur solche Wörter der Form $ba^hbba^ibba^jb$ enthält, die $h = i = j$ erfüllen.