# Tutorium 10

Max Springenberg

## 10.1

### 10.1.1

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* | \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w)\}$$

Wir verwenden das Korrolar zum Pumpinglemma.

$z$ sei gewählt durch:
$z \stackrel{\text{def}}{=} a^n b^n c^n$

Wir betrachten Zerlegungen der Form $z = uvwxy$, mit:
$(i) vx \neq \epsilon$
$(ii) |vwx| \leq n$

Wir betrachten im folgenden die Fälle:
(1) $vwx$ enthält mindestens ein $a$, aber kein $c$, da zwischen $a, c$ $n$ $b$'s liegen
(2) $vwx$ enthält mindestens ein $b$ und entweder $a$'s oder $c$'s, da zwischen $a, c$ $n$ $b$'s liegen
(3) $vwx$ enthält mindestens ein $c$, aber kein $a$, da zwischen $a, c$ $n$ $b$'s liegen

(1)
wähle k=0:
Nun wurde mindestens ein $a$ abgepumpt, aber kein $c$, damit gilt

$$\#_a(z) < \#_c(z)$$

Ferner ist das abgepumpte Wort damit nicht in der Sprache.

(2)
analog

(3)
analog

Nach dem Pumping Lemma ist damit die Sprache $L$ nicht kontextfrei.

### 10.1.2

$$L = \{a^k b^l c^m | k, l, m \in \mathbb{N} \wedge k < l < m\}$$

Wir verwenden das Korrolar zum Pumpinglemma.

$z$ sei gewählt durch:
$z \stackrel{\text{def}}{=} a^n b^{n+1} c^{n+2}$
Wir betrachten Zerlegungen der Form $z = uvwxy$, mit:
$(i) vx \neq \epsilon$
$(ii) |vwx| \leq n$

Wir betrachten im folgenden die Fälle:
(1) $vwx$ enthält mindestens ein $a$, aber kein $c$, da zwischen $a, c$ $n+1$ $b$'s liegen
(2) $vwx$ enthält mindestens ein $b$ und entweder $a$'s oder $c$'s, da zwischen $a, c$ $n+1$ $b$'s liegen
(3) $vwx$ enthält mindestens ein $c$, aber kein $a$, da zwischen $a, c$ $n+1$ $b$'s liegen

(1)
wähle k=2:
1. nur $b$'s
$z' \stackrel{\text{def}}{=} uv^k wx^k y = a^m b^{n+1} c^{n+1}, m \geq n+1 \lightning$
1. mindestens ein $a$ in $vx$
Entweder illegale Folge von $a$'s auf $b$'s auf $a$'s auf $b$'s auf $c$'s, oder
$z' \stackrel{\text{def}}{=} uv^k wx^k y = a^m b^{m+1} c^{n+1}, m \geq n+1 \lightning$

(2)
wähle k=0
analog

(2)
wähle k=0
analog

Nach dem Pumping Lemma ist damit die Sprache $L$ nicht kontextfrei.

**10.1.3**

$$L = \{a^k ba^k ba^k | k \in \mathbb{N}\}$$

Wir verwenden das Korrolar zum Pumpinglemma.

$z$ sei gewählt durch:
$z \stackrel{\text{def}}{=} a^n ba^n ba^n$
Wir betrachten Zerlegungen der Form $z = uvwxy$, mit:
$(i) vx \neq \epsilon$
$(ii) |vwx| \leq n$

Wir betrachten im folgenden die Fälle:
(1) $vwx$ enthält genau ein $b$, da zwischen $b$' $n$ $a$'s liegen
(2) $vwx$ enthält nur $a$'s

(1)
wähle k=0
Insbesondere enthält jedes Wort aus $L$ genau zwei $b$'s, da nun ein $b$ abgepumpt wurde, ist nur noch eines im abgepumpten Wort und das Wort damit auch nicht in der Sprache.

(2)

wähle k=0
$a$'s sind durch $b$'s getrennt und, damit sind drei möglichen abgepumpten Wörter

$$z_1' = a^{k-1}ba^kba^k, z_2' = a^kba^{k-1}ba^k, z_3' = a^kba^kba^{k-1}, k \in \mathbb{N}$$

nicht in der Sprache.

Nach dem Pumping Lemma ist damit die Sprache $L$ nicht kontextfrei.

## 10.2

### 10.2.1