Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 11
Prof. Dr. Petra Mutzel
Dipl.-Inf. Andre Droschinsky

Übungen zur Vorlesung
Effiziente Algorithmen
Sommersemester 2018

Übungsblatt 10
Besprechungszeit:
25.–28.06.2018

Aufgabe 10.1 – Wiederholung (2 Punkte)

- Welche Algorithmen zu Maxcut haben Sie in der Vorlesung kennen gelernt und welche Laufzeiten und Gütegarantien wurden für diese Algorithmen gezeigt?

Aufgabe 10.2 – Greedy-Algorithmus für Maxcut (6 Punkte)

Wie in der Vorlesung definieren wir für einen ungerichteten Graphen $G = (V,E)$ mit Kantengewichten $w : E \to \mathbb{N}$ für Teilmengen $V_1, V_2 \subseteq V$, $V_1 \cap V_2 = \emptyset$, den Wert des Schnitts zwischen V_1 und V_2 als $w(V_1,V_2) := \sum_{e \in E : |e \cap V_1| = |e \cap V_2| = 1} w(e)$. Für das Maxcut-Problem sei der folgende deterministische Greedy-Algorithmus gegeben:

1. $V_1 := \emptyset, V_2 := \emptyset$
2. Für $i = 1, \dots, n$:
   Falls $w(V_1 \cup \{i\}, V_2) \geq w(V_1, V_2 \cup \{i\})$ setze $V_1 := V_1 \cup i$ sonst $V_2 := V_2 \cup i$
3. Gib V_1, V_2 als Schnitt aus

Beweisen Sie, dass der Algorithmus eine Approximationsgüte von 2 hat.

Aufgabe 10.3 – 4-Färbung: randomisiert und maximal (6 Punkte)

Gegeben sei ein ungerichteter Graph $G = (V,E)$, eine Menge an Farben $F = \{\text{grün, blau, schwarz, weiß}\}$ und eine Funktion $f : V \to F$, welche jedem Knoten eine der vier Farben zuordnet. Als zusätzliche Einschränkung gilt, dass Knoten, welche durch eine Kante miteinander verbunden sind, nicht die gleiche Farbe erhalten dürfen:

$$\forall e = (v,w) \in E : f(v) \neq f(w) \tag{1}$$

Wenn eine Funktion f für einen Graphen G existiert, so dass (1) erfüllt wurde, dann ist G 4-färbbar. Das Entscheidungsproblem, ob ein Graph 4-färbbar ist, ist NP-vollständig.

Betrachten Sie das dazugehörige Optimierungsproblem: maximiere die Kardinalität der Kantenmenge, welche die Ungleichung (1) erfüllt. Entwerfen Sie einen randomisierten Approximationsalgorithmus für das Optimierungsproblem und analysieren Sie die Laufzeit und die Güte.