Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 11
Prof. Dr. Petra Mutzel
Dipl.-Inf. Andre Droschinsky

Übungen zur Vorlesung

Effiziente Algorithmen

Sommersemester 2018

Übungsblatt 11

Besprechungszeit:
2.-5.07.2018

Die (freiwilligen) schriftlichen Lösungen können Sie einfach in Ihrer Übungsgruppe abgeben (gerne auch als Gruppenabgaben).

Aufgabe 11.1 – Wiederholung (6 Punkte)

- Welche randomisierten Algorithmen zu Mincut haben Sie in der Vorlesung kennen gelernt und welche Laufzeiten und Gütegarantien wurden für diese Algorithmen gezeigt?
- Was versteht man unter dem Begriff *Probability Amplification*?
- Was sind die Unterschiede zwischen einem Hamiltonkreis und einem Eulerkreis?
- Welche Algorithmen zum Lösen des metrischen Traveling Salesman Problems haben Sie in der Vorlesung kennen gelernt und welche Güten besitzen diese?
- Welche Laufzeiten besitzen die oben genannten Algorithmen und durch welchen Teil des jeweiligen Algorithmus wird die Laufzeit dominiert?

Aufgabe 11.2 – Randomisierte Kontraktion - gewichtete Kantenwahl (8 Punkte)

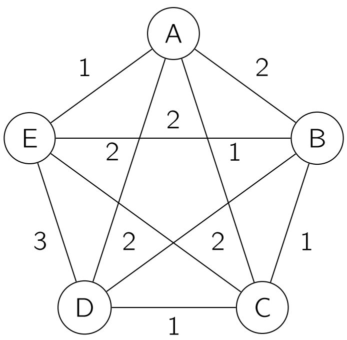
Der Algorithmus *randomisierte Kontraktion* zum Lösen des Mincut-Problems ist für eine Gesamtlaufzeit von $\mathcal{O}(|V|^2)$ darauf angewiesen, dass ein einzelnes Zufallsexperiment (Wahl einer Kante e mit Wahrscheinlichkeit $P = \frac{w(e)}{\sum_{e' \in E}(w(e'))}$) in $\mathcal{O}(|V|)$ durchgeführt werden kann. In der Vorlesung wurde jedoch nicht angegeben, wie dies möglich ist. Geben Sie einen Algorithmus oder eine Datenstruktur für die gewichtete Kantenwahl an, der/die die erforderlichen Eigenschaften in Bezug auf den Algorithmus *randomisierte Kontraktion* mitbringt.

Hinweis: Es ist erlaubt, ein quadratisches Preprocessing durchzuführen.

Aufgabe 11.3 – Algorithmen für das Metrische TSP (8 Punkte)

Wenden Sie die zwei in der Vorlesung vorgestellten Approximationsalgorithmen für das metrische Traveling Salesman Problem jeweils auf folgenden Graphen an.

Die Kanten $\{A,E\}, \{A,C\}, \{B,C\}, \{C,D\}$ haben Gewicht 1, die Kante $\{D,E\}$ hat Gewicht 3, alle anderen Kanten haben Gewicht 2.



Protokollieren Sie die einzelnen Schritte und geben Sie die gefundenen Touren an. Ist eine der Lösungen optimal?

Aufgabe 11.4 – Metrisches TSP (8 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen, welche sich auf Instanzen des metrischen Traveling Salesman Problems beziehen:

(a) Wenn der minimale Spannbaum ein Pfad ist, dann berechnet der Algorithmus von Christofides stets eine optimale Tour.

(b) Das kostenminimale Matching, das der Algorithmus von Christofides berechnet, besteht nur aus Kanten einer optimalen Tour.

(c) Sind in einer Instanz nur Kantengewichte 5, 6 und 7 vorhanden, berechnet auch der einfache Algorithmus mit Approximationsgüte 2 auf dieser Instanz eine Lösung mit Güte 3/2.

(d) Es seien die Kosten einer optimalen Tour π_0 auf n Städten gleich c_0 und die Kosten einer zweitbesten Tour $\pi_1 \neq \pi_0$ gleich c_1 (es gilt $\pi_0 \neq \pi_1$, aber $c_0 = c_1$ möglich). Zeigen Sie, dass $\frac{c_1 - c_0}{c_0} \leq \frac{2}{n}$ gilt.