GTI Übungsblatt 2
Tutor: Marko Schmellenkamp
ID: MS1
Übung: Mi 16-18

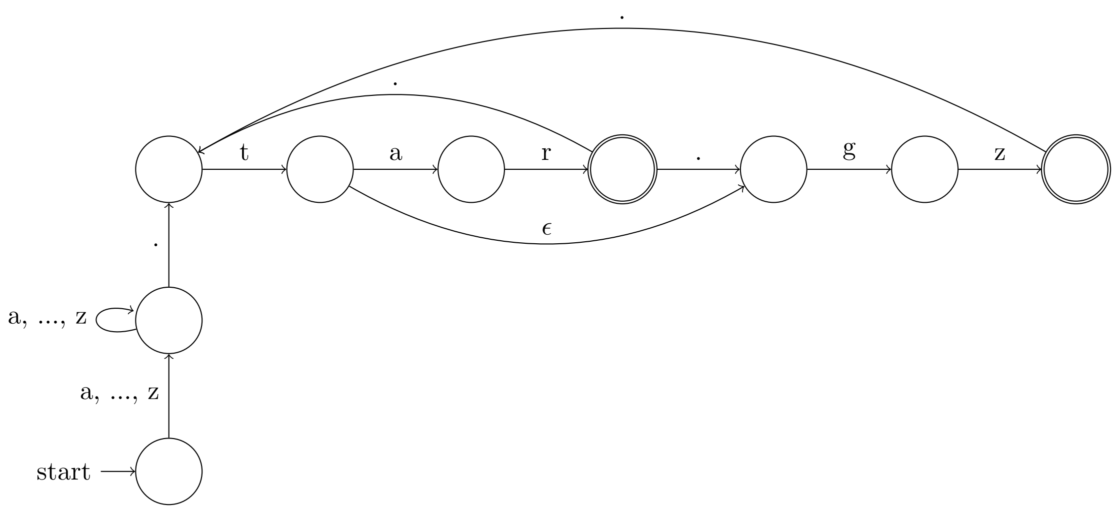
Max Springenberg, 177792

2.1

2.1.1 Hannah arbeitet seit einiger Zeit an einem Webportal. Dieses soll nun so erweitert werden, dass Lehrmaterialien in Form komprimierter oder unkomprimierter Archivdateien hochgeladen werden können. Erlaubt sind TAR-Archive, eventuell mit GZIP komprimiert. Gültig sind demnach die Dateiendungen .tar, .tar.gz, .tgz. Der Einfachheit halber sei vorausgesetzt, dass alle Dateinamen ausschließlich Kleinbuchstaben und Punkte beinhalten.
Konstruieren Sie einen $\epsilon - NFA$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, \ldots, z\}$ mit moglichst wenigen Zuständen, der genau die Dateinamen mit gültigen Dateiendungen akzeptiert.

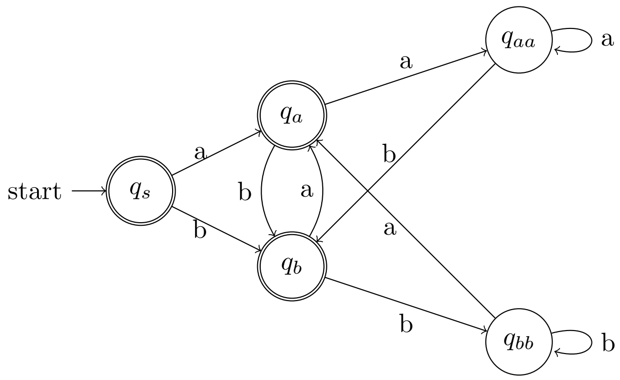
(i) Für alle Wörter der durch den Automaten entschiedenen Sprache L gilt, dass sie vor der Dateiendung nicht das Zeichen '.' enthalten, aber beliebige Teilwörter aus $\{a, \ldots, z\}^* - \{\epsilon\}$.
Es wurde nichts zu einer Datei gesagt, die als einziges Teilwort vor der Dateiendung das leere Wort enthält, aber auf Unix-System sind versteckte Dateien durch das Zeichen '.' am Anfang gekennzeichnet. So könnte '.tar' auch eine versteckte Datei mit Namen 'tar' ohne Dateiendung sein.
(ii) Ferner muss auf mindestens eine Dateiendung aus der Menge $\{.tar, .tar.gz, .tgz\}$ geendet werden. Es dürfen keine anderen Dateiendungen (wie z.B. .zip) als Teilstrings vorkommen, aber wir nehmen an, dass gueltige Dateiendungen aufeinander folgen dürfen, da mehrfaches vepacken möglich wäre.

Konvention:
Hinsichtlich der Übersichtlichkeit werden Transitionen, wie auch in der Vorlesung, die in den senkenden Zustand führen weggelassen. Falls von einem Zustand aus also die Eingabe eines Zeichens nicht berücksichtigt wird, ist das gleichbedeutend mit einer Transition in den senkenden Zustand.



2.1.2

Die Aufgabe ist es einen DFA zu konstruieren, der Wörter, die nicht auf aa oder bb enden akzeptiert. Teilwörter dürfen jedoch auf aa, bb enden, wenn sie nicht das letzte Teilwort sind.
Zudem soll der Automat nicht mehr als sieben Zustände besitzen.
Der Automat A mit:

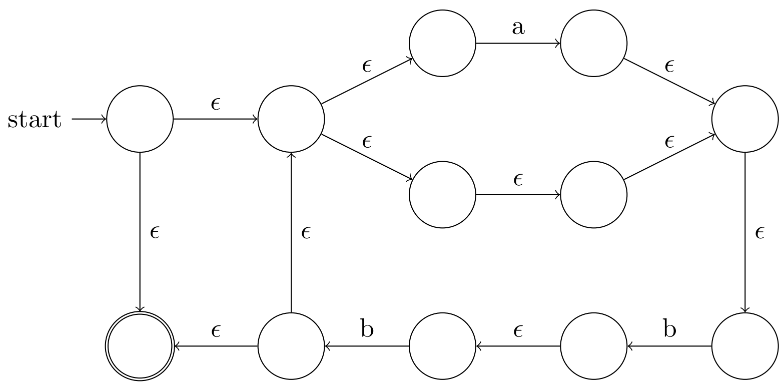


ist eine Mögliche Lösung, da er nur fünf Zustände besitzt und es gilt:

Beim einlesens eines Zeichens $\sigma \in \Sigma$ nach einem zu σ unterschiedlichem Zeichen wird in den akzeptierenden Zustand q_σ gewechselt. Wird ein Zeichen direkt wieder eingelesen, so wird in den nicht akzeptierenden Zustand $q_{\sigma\sigma}$ gewechselt.
Ferner wird im Startzustand akzeptiert, da dass leere Wort in der Sprache enthalten ist.
In Konsequenz wird nur dann nicht akzeptiert, wenn ein Wort auf mindestens zweimal dem gleichem Zeichen endet.

2.2

2.2.1

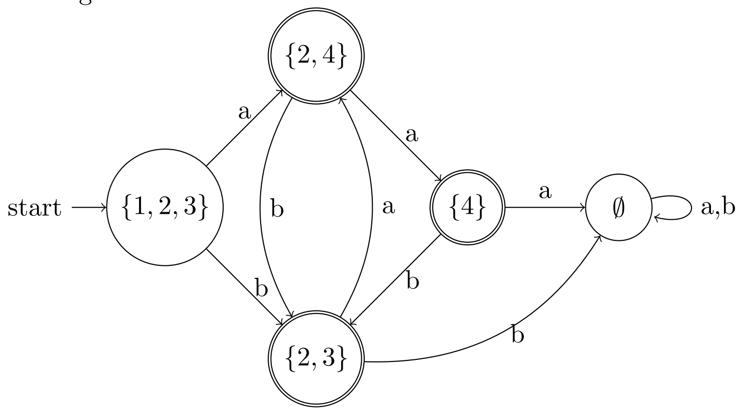


Die Markierten Bereiche entsprechen den jeweiligen Teilwörtern und entsprechen dem Baukastenprinzip aus der Vorlesung, damit ist dann auch der Automat entsprechend dem Baukastenprinzip der Vorlesung aufgebaut.

2.2.2

Die ϵ-closures aller Knoten erbegen sich zu:
ϵ-clousre$(1) = \{3, 2\}$, mit $1 \rightarrow^{\epsilon} 3 \rightarrow^{\epsilon} 2$
ϵ-clousre$(2) = \emptyset$, mit $\nexists q \in Q : 2 \rightarrow^{\epsilon} q$
ϵ-clousre$(3) = \{2\}$, mit $3 \rightarrow^{\epsilon} 2$
ϵ-clousre$(4) = \emptyset$, mit $\nexists q \in Q : 4 \rightarrow^{\epsilon} q$

Der folgende Automat A:



ist eine mögliche Lösung.

Der Startzustand umfasst die Menge $\{1, 2, 3\}$, da dies der ϵ-closure vom Startzustand 1 entspricht.
Jeder akzeptierender Zustand ist genau dann ein solcher, wenn er in seiner Menge mindestens einen akzeptierenden Zustand (2 oder 4) enthält.
Die Transitionen von einem Zustand q bei Eingabe des Zeichens σ ergeben sich über die Konkatenation von $P_1, \dots, P_n$ mit $q_k \rightarrow^{\sigma} P_k, 1 \leq k \leq n$ für alle $q_1, \dots, q_n \in q$, wobei P_k die jeweilige Menge von Zuständen die durch Eingabe von σ erreicht werden können, bzw. closure ist.
Ferner gilt, dass dabei auch alle Zustände in der jeweiligen Menge eines Zustands mit den jeweiligen ϵ-closures konkateniert wurden und damit auch alle ϵ-closures berücksichtigt wurden.

2.2.3

Uns interessieren nur die Ausdrücke $\alpha^2_{2,2}, \alpha^2_{1,2}$, da 2 der einzige Akzeptierende Zustand ist.
wir alhalten $\alpha_{acc} = \alpha^2_{2,2} + \alpha^2_{1,2}$ mit:

$\alpha^0_{1,1} = a + c$
$\alpha^0_{2,2} = a + b$
$\alpha^0_{1,2} = b$
$\alpha^0_{2,1} = c$

$\alpha^1_{1,1} = \alpha^0_{1,1} + \alpha^0_{1,1}(\alpha^0_{1,1})^*\alpha^0_{1,1} \equiv (a + c) + (a + c)(a + c)^*(a + c) \equiv (a + c)(a + c)^*$
$\alpha^1_{2,2} = \alpha^0_{2,2} + \alpha^0_{2,1}(\alpha^0_{1,1})^*\alpha^0_{1,2} \equiv (a + b) + c(a + c)^*b$
$\alpha^1_{1,2} = \alpha^0_{1,2} + \alpha^0_{1,1}(\alpha^0_{1,1})^*\alpha^0_{1,2} \equiv b + (a + c)(a + c)^*b \equiv (a + c)^*b$
$\alpha^1_{2,1} = \alpha^0_{2,1} + \alpha^0_{2,1}(\alpha^0_{1,1})^*\alpha^0_{1,1} \equiv c + c(a + c)^*(a + c) \equiv c(a + c)^*$

$\alpha^2_{1,2} = \alpha^1_{1,2} + \alpha^1_{1,2}(\alpha^1_{2,2})^*\alpha^1_{2,2}$
$\equiv ((a+c)^*b) + ((a+c)^*b)((a+b) + c(a+c)^*b)^*((a+b) + c(a+c)^*b)$
$\equiv (a+c)^*b((a+b) + c(a+c)^*b)^*$

$\alpha^2_{2,2} = \alpha^1_{2,2} + \alpha^1_{2,2}(\alpha^1_{2,2})^*\alpha^1_{2,2}$
$\equiv ((a+b) + c(a+c)^*b) + ((a+b) + c(a+c)^*b)((a+b) + c(a+c)^*b)^*((a+b) + c(a+c)^*b)$
$\equiv (a+b) + c(a+c)^*b((a+b) + c(a+c)^*b)^*$

zu:
$\alpha_{acc} = (a+c)^*b((a+b) + c(a+c)^*b)^* + (a+b) + c(a+c)^*b((a+b) + c(a+c)^*b)^*$
$\equiv (a+b) + c^*(a+c)^*b((a+b) + c(a+c)^*b)^*$

2.3

Die Sprachen:
$W_0 = \{w \in \{a,b\}^* | \ |w| \text{ gerade}\}$
$W_1 = \{w \in \{a,b\}^* | \ |w| \text{ ungerade}\}$
$W_2 = \{w \in \Sigma^* | \#_c(w) > 0\}$

Sind korrekt, da:
Eingaben aus $\{a,b\}^*$ die Zustände 0 und 1 abwechselnd durchlaufen. Dabei wird im Zustand 0 gestartet und die erste Transition nach Eingabe $\sigma \in \{a,b\}$ führt in 1. In Konsequenz sind Wörter aus 0 und 1 über $\{a,b\}$ und alle Wörter in 1 ungerade und in 0 gerade.
Nach einlesem des erstem c wird in den Zustand 2 gewchselt und dort für alle Eingaben geblieben. Damit enthalten alle Wörter in 2 mindestens ein c, sind sonst aber beliebig

Ferner gilt $L(A) = (W_0 - W_1) - W_2$
Offensichtlich gilt $(W_0 - W_1) = W_0$ und damit $L(A) = W_0 - W_2$. $L(A) = W_0 - W_2$ ergibt sich zu:

$$L(A) = \{w \in \{a,b\}^* | \ |w| \text{ gerade}\} - \{w \in \Sigma^* | \#_c(w) > 0\} = \{w \in \Sigma^* | \ |w| \text{ gerade} \wedge \#_c(w) = 0\} = L$$