Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 11
Prof. Dr. Petra Mutzel
Dipl.-Inf. Andre Droschinsky

Übungen zur Vorlesung

Effiziente Algorithmen

Sommersemester 2018

Übungsblatt 4

Besprechungszeit:
14.-17.05.2018

Bitte beachten Sie die Hinweise zu den Übungen und der Übungsgruppenverteilung auf der Homepage der Übung.

Die (freiwilligen) schriftlichen Lösungen können Sie einfach in Ihrer Übungsgruppe abgeben (gerne auch als Gruppenabgaben).

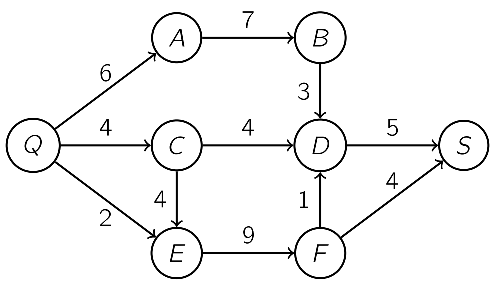
Hinweis: Die Übungsgruppe am Donnerstag, den 24.05., fällt wegen des gesetzlichen Feiertages aus. Als Ausweichtermine können die Übungen am Montag, Dienstag oder Mittwoch besucht werden.

Aufgabe 4.1 – Wiederholung: Dinic und Malhotra et. al. (5 Punkte)

1) Wie ist das Niveaunetzwerk definiert? In welchen Algorithmen wird es wofür benötigt?
2) Was ist ein Sperrfluss? Wie ist dieser definiert?
3) Wie ist das Potenzial eines Knoten definiert? Wofür wird dieses im Algorithmus von Malhotra et. al. benötigt?
4) Welche Laufzeiten besitzen die Algorithmen von Dinic und Malhotra et. al.? Wie setzen sich diese zusammen?

Aufgabe 4.2 – Algorithmus von Dinic (5 Punkte)

Führen Sie auf dem unten dargestellten Netzwerk den Algorithmus von Dinic durch. Zeichnen Sie in jeder Iteration den jeweiligen Restgraphen und das Niveaunetzwerk. Geben Sie außerdem den berechneten Sperrfluss und den aktuellen Fluss an.



Aufgabe 4.3 – Malhotra et. al. (5 Punkte)

Führen Sie auf dem gleichen Netzwerk den Algorithmus von Malhotra et. al. durch. Zeichnen Sie in jeder Iteration das jeweilige Niveaunetzwerk und geben Sie den berechneten Sperrfluss an.

Aufgabe 4.4 – Minimaler Q-S-Schnitt (5 Punkte)

In dieser Aufgabe soll ein minimaler Q-S-Schnitt auf dem oben dargestellten Netzwerk berechnet werden. Sie dürfen dabei die Ergebnisse aus den vorherigen Aufgaben dieses Blattes verwenden.

a) Geben Sie einen Algorithmus zur Lösung des Problems in Pseudocode an.

b) Welchen Schnitt hat Ihr Algorithmus berechnet und welchen Wert hat dieser?

c) Welche Laufzeit hat Ihr Algorithmus? Begründen Sie Ihre Antwort.

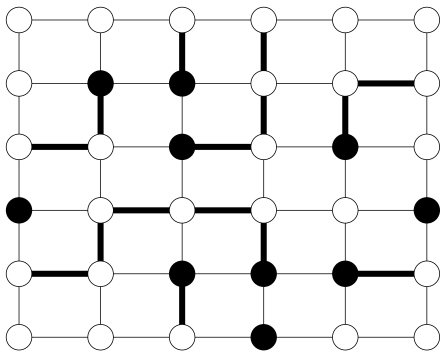
d) Begründen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus.

Aufgabe 4.5 – Varianten des Flussproblems

a) Gegeben sei ein Netzwerk $G = (V, E, c, k)$, in dem zusätzlich zu den Kanten auch den Knoten Kapazitäten zugeordnet sind, gegeben durch die Funktion $k : V \to \mathbb{N}_0$. In einem zulässigen Fluss Φ muss zusätzlich zu den Bedingungen der Kantenkapazitäten für alle Knoten $v \in V$ gelten: $\sum\limits_{e=(v,\cdot)} \Phi(e) \leq k(v)$ und $\sum\limits_{e=(\cdot,v)} \Phi(e) \leq k(v)$. Zeigen Sie, wie dieses erweiterte Flussproblem auf das normale Flussproblem reduziert werden kann.

b) Bei der klassischen Variante des Flussproblems ist eine Quelle und eine Senke gegeben. Betrachten Sie nun ein Netzwerk $G = (V, E, c)$, in dem anstatt einer ausgezeichneten Quelle und einer ausgezeichneten Senke mehrere Quellen $Q \subset V$ und mehrere Senken $S \subset V$ gegeben sind. Der Wert eines Flusses Φ ist dann definiert als $\sum\limits_{q \in Q} \sum\limits_{e=(q,\cdot)} \Phi(e)$ und das Ziel ist weiterhin, so viel Fluss wie möglich durch das Netzwerk zu schicken, wobei die Kapazitätsbeschränkung und die Kirchhoff-Regel weiterhin eingehalten werden müssen. Zeigen Sie, wie dieses erweiterte Flussproblem mit Hilfe der klassischen Variante gelöst werden kann.

c) Gegeben sei ein $n \times n$-Gitter, d. h. ein ungerichteter Graph mit n Zeilen und n Spalten, der Kanten zwischen je zwei horizontal oder vertikal benachbarten Knoten enthält. Beim sogenannten Fluchtwegeproblem sind $m \leq n^2$ Knoten des Gitters als Startpunkte ausgezeichnet und gesucht sind m knotendisjunkte Wege von den Startpunkten zu Randpunkten des Gitters. Im folgenden Beispiel – die Startpunkte sind schwarz ausgefüllt – ist eine Lösung durch fett eingezeichnete Fluchtwege dargestellt.



Zeigen Sie, wie man mit Hilfe des Flussproblems entscheiden kann, ob es eine Lösung für eine Eingabe des Fluchtwegeproblems gibt.