

Abgabe bis spätestens am Dienstag, 12.06.2018,

- (vor der Vorlesung) im HG II, HS 3, oder
- in die Briefkästen im Durchgangsfur, der die 1. Etage der OH 12 mit dem Erdgeschoss der OH 14 verbindet.

Beachten Sie die Schließzeiten der Gebäude!

Ansonsten gelten die Hinweise von Blatt 1.

Aufgabe 8.1 [WHILE- und GOTO-Programme]

6 Punkte

a) Sei P das folgende WHILE-Programm und $f_P : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ die von P berechnete partielle Funktion.

```
1       $x_2 := 1;$ 
2       $x_4 := 2;$ 
3      WHILE  $x_1 \neq 0$  DO
4           $x_3 := x_2;$ 
5          WHILE  $x_3 \neq 0$  DO
6               $x_3 := x_3 \div 1;$ 
7               $x_2 := x_2 + 1$ 
8          END;
9           $x_1 := x_1 \div 1;$ 
10          $x_4 := x_4 \div 1$ 
11     END;
12     WHILE  $x_4 \neq 0$  DO
13          $x_4 := x_4 + 1$ 
14     END;
15      $x_1 := x_2$ 
```

(3 Punkte)

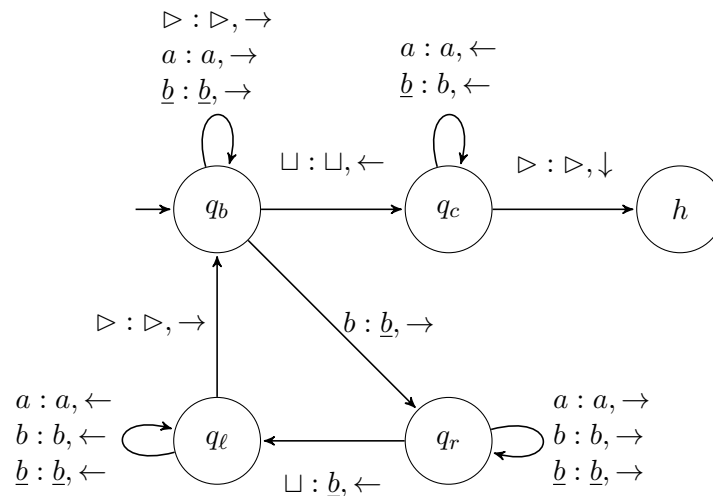
(i) Bestimmen Sie die Funktionswerte $f_P(1)$ und $f_P(2)$, falls diese definiert sind, oder begründen Sie andernfalls, warum sie nicht definiert sind. [1 Punkt]

(ii) Geben Sie die Funktion f_P formal an. Bestimmen Sie außerdem den Definitionsbereich $D(f_P)$ sowie den Wertebereich $W(f_P)$ von f_P . [2 Punkte]

b) Begründen Sie, dass die Funktion $\max : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit der üblichen Semantik GOTO-berechenbar ist. Geben Sie dazu ein GOTO-Programm an und begründen Sie stichhaltig, dass Ihr Programm die Funktion \max berechnet. (3 Punkte)

Aufgabe 8.2 [Turingmaschinen: Interpretation]**4 Punkte**

Gegeben sei die folgende Turingmaschine M mit dem Arbeitsalphabet $\{a, b, \underline{b}, \sqcup, \triangleright\}$.



- a) Geben Sie die ersten zehn Konfigurationen sowie, falls existent, die erste Konfiguration mit aktuellem Zustand q_c und die Haltekonfiguration der Berechnung von M auf der Eingabe bab an. **(1 Punkt)**
- b) Beschreiben Sie die Arbeitsweise der Turingmaschine M für beliebige Eingaben über dem Eingabealphabet $\{a, b\}$. Gehen Sie dabei insbesondere auf die Bedeutung der einzelnen Zustände ein. Geben Sie außerdem die von M berechnete Funktion $f_M : \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$ formal an. **(3 Punkte)**

Aufgabe 8.3 [Turingmaschinen: Modellierung]**5 Punkte**

- a) Die Distanz zweier Wörter $u, v \in \{a, b\}^*$ mit $|u| = |v|$ sei wie folgt definiert:

$$\text{dist}(u, v) = |\{i \in \{1, \dots, |u|\} \mid u[i] \neq v[i]\}|.$$

Die Distanz von u und v ist also die Anzahl der Stellen an denen sich u und v unterscheiden.

Entwerfen Sie eine Turingmaschine, welche die Funktion

$$f : \{a, b, \$\}^* \rightarrow \{a, b, \$\}^* \text{ mit } f(u\$v\$) = u\$v\$a^{\text{dist}(u,v)}$$

für alle $u, v \in \{a, b\}^*$ mit $|u| = |v|$ berechnet. Die Turingmaschine soll also für ein Eingabewort der Form $u\$v\$$ mit $|u| = |v|$ die Anzahl der Stellen zählen an denen sich u und v unterscheiden und entsprechend oft das Zeichen a an das Eingabewort anfügen. Für Wörter über dem Eingabealphabet $\{a, b, \$\}$, die nicht die beschriebene Form haben, soll die Funktion f nicht definiert sein.

Geben Sie die Turingmaschine formal, *ohne* die Transitionsfunktion zu spezifizieren, *und* als Diagramm an. Beschreiben Sie die Arbeitsweise Ihrer Turingmaschine und erläutern Sie die Bedeutung der einzelnen Zustände. **(4 Punkte)**

Hinweis

Nutzen Sie zusätzliche Symbole, um die Zeichen des Eingabewortes zu markieren, die bereits abgehandelt wurden. Ob die Eingabe die beschriebene Form hat, kann „on-the-fly“ überprüft werden.

- b) Beschreiben Sie, wie Ihre Turingmaschine aus Aufgabenteil a) abgewandelt werden müsste, sodass die entstehende Turingmaschine genau die Wörter, die in der Sprache

$$L = \{w\$w\$ \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

sind, *akzeptiert*.

(1 Punkt)