

Abgabe bis spätestens am Dienstag, 22.05.2018,

- (vor der Vorlesung) im HG II, HS 3, oder
- in die Briefkästen im Durchgangsfur, der die 1. Etage der OH 12 mit dem Erdgeschoss der OH 14 verbindet.

Beachten Sie die Schließzeiten der Gebäude!

Ansonsten gelten die Hinweise von Blatt 1.

Aufgabe 5.1 [Kontextfreie Grammatiken konstruieren]

5 Punkte

In dieser Aufgabe sollen Sie kontextfreie Grammatiken konstruieren.

- a) Gesucht ist eine kontextfreie Grammatik G für die Sprache L , welche genau die Wörter enthält, die mit einer (möglicherweise leeren) Folge von a beginnen, gefolgt von doppelt oder genau halb so vielen b wie a . Zum Beispiel enthält L die Wörter $aabbbb$ und $aaaaaabb$. (2 Punkte)
- b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für das JSON (JavaScript Object Notation) Datenaustauschformat an. Sie finden unter <https://json.org> die Spezifikation des Formats. Wir beschränken uns auf eine Abstraktion, so dass wir Zeichenketten (Strings) durch das Symbol `str` und Zahlen durch das Symbol `num` darstellen.

Somit lautet unser Alphabet

$$\Sigma = \{[,], \{, \}, ,, :, \text{str}, \text{num}, \text{true}, \text{false}, \text{null}\}.$$

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, welche genau die gültigen JSON *values* beschreibt. (3 Punkte)

Aufgabe 5.2 [Chomsky-Normalform]

7 Punkte

In dieser Aufgabe soll der Algorithmus, der eine kontextfreie Grammatik in die Chomsky-Normalform bringt, angewendet werden. Dabei soll in den folgenden Teilaufgaben einzelne Teilschritte des Algorithmus (CNF1–CNF5) mit der jeweils angegebenen Grammatik durchgeführt werden.

- a) **CNF1:** Gegeben sei die kontextfreie Grammatik G_0 mit den folgenden Regeln:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & Bb \mid Da \mid E \\ A & \rightarrow & aAB \mid aA \mid C \\ B & \rightarrow & bBD \mid Bb \mid C \\ C & \rightarrow & c \mid D \mid B \\ D & \rightarrow & a \\ E & \rightarrow & Ed \end{array}$$

Geben Sie die Grammatik nach Entfernen der nicht erzeugenden und nicht erreichbaren Variablen an. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen, die Zwischenschritte und geben Sie die Menge V_e und den Erreichbarkeitsgraphen an. (2 Punkte)

- b) **CNF2/CNF3:** Gegeben sei die kontextfreie Grammatik G_1 mit den folgenden Regeln:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & BBb \mid bc \\ A & \rightarrow & B \mid Aa \mid c \\ B & \rightarrow & BABa \mid Bb \mid C \\ C & \rightarrow & c \mid A \mid B \end{array}$$

Geben Sie die Grammatiken nach Trennen der Variablen und Terminalsymbole (CNF2) an und verkürzen Sie dann die rechten Seiten (CNF3). Beschreiben Sie Ihr Vorgehen und geben Sie die Zwischenschritte an. **(2 Punkte)**

c) **CNF4/CNF5:** Gegeben sei die kontextfreie Grammatik G_3 mit den folgenden Regeln:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & W_b A \mid B W_c \\ A & \rightarrow & B \mid A W_a \mid W_c \\ B & \rightarrow & B W_a \mid B W_b \mid C \\ C & \rightarrow & W_c \mid A \mid B \mid \varepsilon \\ W_a & \rightarrow & a \\ W_b & \rightarrow & b \\ W_c & \rightarrow & c \end{array}$$

Geben Sie die Menge V' an und entfernen Sie die ε -Regeln (CNF4). Entfernen Sie anschließend die Einheits-Regeln (CNF5). Geben Sie die Zwischenschritte und die Menge U an. **(3 Punkte)**

Aufgabe 5.3 [Sprachen und kontextfreie Grammatiken]

3 Punkte

Sei G die kontextfreie Grammatik mit den Produktionen

$$S \rightarrow aSbb \mid abb$$

und $L = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N} \text{ und } m \geq 2n\}$ gegeben.

- Zeigen Sie, dass $L(G) \subseteq L$ gilt. Zeigen Sie dazu für ein beliebiges Wort $w \in L(G)$, dass w von der Form $a^n b^m$ mit $m, n \in \mathbb{N}$ und $m \geq 2n$ ist. Nutzen Sie dafür vollständige Induktion über die Länge k einer Ableitung von w . **(2 Punkte)**
- Gilt $L(G) \supseteq L$? **(1 Punkt)**