

Max Springenberg, 177792

1.1

1.1.1 Welche Sprache wird durch den erweiterten regulären Ausdruck $(ab^+)^+$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ beschrieben? Wie lautet ein äquivalenter regulärer Ausdruck ohne die in der Vorlesung eingeführte erweiterte Syntax?

Der Ausdruck $(ab^+)^+$ beschreibt die Sprache $L((ab^+)^+)$

Die durch den regulären Ausdruck beschriebenen Regeln für L sind:

1. jedes Wort fängt mit einem a an
2. auf jedes a folgt mindestens ein b
3. es muss mindestens ein a und ein b aufeinander folgend vorkommen

Ein äquivalenter Ausdruck für $(ab^+)^+$ ohne die in der Vorlesung vorgestellte erweiterte Syntax wäre $abb^*(abb)^*$, da:

$$(abb^* \equiv ab^+) \wedge (v^+ \equiv vv^*, \text{ mit } v = abb^*)$$

1.1.2

(a) Konstruieren Sie einen regulären Ausdruck für die Menge L aller Wörter aus $\{0, 1\}$, die ihr erstes Zeichen genau zwei weitere Male, also insgesamt dreimal, enthalten.

Beispiel: $000 \in L, 0010 \in L, 0111010 \in L, 0010011 \in L, \epsilon \in L$.

Offensichtlich sind mögliche erste Zeichen 0 und 1 oder gar kein Zeichen.

Damit entspricht der reguläre Ausdruck a , der die Sprache entscheidet, der Form $a = (1v + 0u)^*$, mit:

$v \in \{0, 1\}$ als beliebiges Wort, das mindestens zwei Einsen und $u \in \{0, 1\}$ als beliebiges Wort, das mindestens zwei Nullen enthält.

Nun bleibt die Form der regulären Ausdrücke v und u zu klären.

Dem Beschriebenen kann entnommen werden, dass eine Analogie im Aufbau der regulären Ausdrücke, die u und v beschreiben existiert.

v kann mit 0 und 1 anfangen und vor der ersten 1 darf beliebig oft 0 vorkommen. Daraus folgt $v = 0^*1v'$, wobei v' wie auch v mit 0 und 1 anfangen kann und vor der ersten 1 darf beliebig oft 0 vorkommen. Ferner kann v mit einer beliebigen Folge aus $\{0, 1\}$ enden. Daraus folgt $v' = 0^*1(0^*1)^*$ und $v = 0^*1v' = 0^*10^*1(0^*1)^*$.

Da v und u analog aufgebaut sind kann u mit $u = 1^*0u' = 1^*01^*0(1^*0)^*$ gebildet werden.

Der reguläre Ausdruck a hat damit also die Form:

$$a = (1v + 0u)^* = (10^*10^*1(0^*1)^* + 01^*01^*0(1^*0)^*)^*$$

und es gilt $L = L(a)$

1.1.3

- (b) Passwort p ueber $\Sigma = \{a, \dots, z, A, \dots, Z, 1, \dots, 9\}$ mit Bedingungen:
- (i) Auf keinen Kleinbuchstaben folgt direkt ein Grobuchstabe.
 - (ii) Auf keinen Grobuchstaben folgt direkt ein Kleinbuchstabe.
 - (iii) Es ist mindestens eine Ziffer enthalten.
 - (iv) Das erste Zeichen ist keine Ziffer.

Konvention: Zeichen aus Σ seien in drei Gruppen eingeteilt, sodass:

$$\Sigma \equiv KL \cup GR \cup NUM$$

, mit $KL = \{a, \dots, z\}, GR = \{A, \dots, Z\}, NUM = \{1, \dots, 9\}$

1. Sprache aller richtigen Passwoerter:

Aus (i) und (ii) folgt der Ausdruck $a = (k^+n^+g^+ + g^+k^+n^+ + n^+)^*$, mit $k \in KL, g \in GR, n \in NUM$

Aus (iii) und (iv) folgt der Ausdruck $b = (g^+ + k^+)nw$, mit $k \in KL, g \in GR, n \in NUM$ und w als regularen Ausdruck, der (i) und (ii) erfuehlt

Somit kann ein legitimes Passwort p durch den regulaeren Ausdruck:

$$p = ba = (g^+ + k^+)n(k^+n^+g^+ + g^+k^+n^+ + n^+)^*$$

formuliert werden.

2. Sprache aller falschen Passwoerter:

1.2