GTI Übungsblatt 5
Tutor: Marko Schmellenkamp
ID: MS1
Übung: Mi 16-18

Max Springenberg, 177792

5.1

5.1.1

$S \to \epsilon|S'$
$S' \to D|H$
$D \to aD'bb$
$D' \to aD'bb|\epsilon$
$H \to aaH'b$
$H' \to aaH'b|\epsilon$

5.1.2

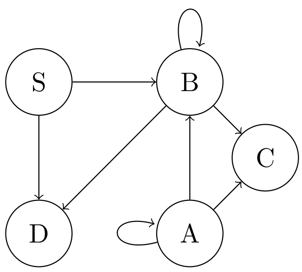
$S \to \epsilon|V$
$V \to str|num|true|false|null|A|O$
$O \to \{\}|\{V_o\}$
$V_o \to str : V|V_o, V_o$
$A \to []|[V_a]$
$V_a \to V|V_a, V_a$

5.2

5.2.1

Die Menge V_e ergibt sich zu:
$V_e = \{C, D, S, A, , B\}$
Nicht erzeugende Variablen sind: E
E und Alle Regeln, die E enthalten werden aus der Grammatik G_0 entfernt.

Der Erreichbarkeitsgraph, der erzeugenden Variablen ergibt sich zu:



nicht erreichbare Variablen sind: A

Daraus ergibt sich die Grammatik G_0' mit:
$S \to Bb|Da$
$B \to bBD|Bb|C$
$C \to c|D|B$
$D \to a$

5.2.2

CNF 2:
$S \to BBW_b|W_bW_c$
$A \to B|AW_a|W_c$
$B \to BABAW_a|BW_b|C$
$C \to W_c|A|B$

CNF 3:
$S \to BS_1|W_bW_c$
$S_1 \to BW_b$
$A \to B|AW_a|W_c$
$B \to BB_1|BW_b|C$
$B_1 \to AB_2$
$B_2 \to BB_3$
$B_3 \to AW_a$
$C \to W_c|A|B$
$W_a \to a$
$W_b \to b$
$W_c \to c$

5.2.3

CNF4: $V' = \{C, B, A\}$

$S \to W_bA|W_b|BW_c|W_c$
$A \to B|AW_a|W_a|W_c$
$B \to BW_a|W_a|BW_b|W_b|C$
$C \to W_c|A|B$
$W_a \to a$
$W_b \to b$
$W_c \to c$

CNF5:
$U = \{(A, B), (A, W_a), (A, W_c), (A, W_b), (A, C)$
$, (B, W_a), (B, W_b), (B, C), (B, W_c), (B, A)$
$, (C, W_c), (C, A), (C, W_a), (C, B), (C, W_b)\}$

$S \to W_bA|b|BW_c|c$
$A \to BW_a|a|BW_b|b|c|A|AW_a$
$B \to BW_a|a|BW_b|b|c|AW_a$
$W_a \to a$
$W_b \to b$
$W_c \to c$

5.3

5.3.1

gegeben:
Grammatik G mit:
$S \to aSbb|abb$

Sprache L mit:
$L = \{a^n b^m | n, m \in \mathbb{N} \wedge m \geq 2n\}$

z.z.: $\forall w \in L(G) : w = a^n b^m, n, m \in \mathbb{N}, m \geq 2n)$

Wir führen eine Induktion über die Wortlänge $n = |w|$
mit der Menge der Wortlängen von $L(G)$:

$$N_L = \{3n | n \in \mathbb{N}\}$$

Aussage:

$$\forall k \in N_L : w = a^n b^m, w \in L(G), |w| = n :, (n, m \in \mathbb{N}, m \geq 2n)$$

I.A.

$k = 3$, da abb kleinstes Element der Sprache L(G) ist

$\nexists w \in L(G) : w \not\equiv abb \wedge |w| = 3$, da $S \Rightarrow^G abb$ die Einzige Ableitung für Wörter der Länge 3 ist.

Für $w = abb$:
$\#_a(w) = 1, \#_b(w) = 2$
$2 = 2 * 1$
damit gilt auch $2 \geq 2 * 1$

Dadurch wurde gezeigt, dass die Aussage für k=3 gilt.

I.V.
Die Aussage gelte für $k' \in N_L$ beliebig, aber fest.

I.S.
$k = k' + 3$

definiert seien:
w_k, mit: $|w| = k, w_k \in L(G)$
$w_{k'}$, mit: $|w| = k', w_{k'} \in L(G)$

nach der Ableitungsregel von S gilt:
$w_k = aw_{k'}bb$

nach der I.V. gilt:
$\#_b(w_{k'}) \geq 2 * \#_a(w_{k'})$

Daraus folgt:
$\#_a(w_k) = 1 + \#_a(w_{k'}) \leq 2 * (1 + \#_a(w_{k'})) = 2 + 2 * \#_a(w_{k'}) \overset{I.V.}{\leq} 2 + \#_b(w_{k'}) = \#_b(w_k)$

Damit wurde die Aussage für beliebige $k \in N_L$ gezeigt.

5.3.2

Annahme $L \subseteq L(G)$:

Daraus würde folgen:
$\forall w \in L : w \in L(G)$

$w \overset{\text{def}}{=} abbb$
$w \in L, w \notin L(G) \lightning$

w ist nicht in $L(G)$, da $L(G)$ keine Wörter der Länge 4 enthält.

Damit gilt die Aussage nicht.