Max Springenberg, 177792

1.1

1.1.1 Welche Sprache wird durch den erweiterten regularen Ausdruck $(ab^+)^+$ uber dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$beschrieben? Wie lautet ein aquivalenter regularer Ausdruck ohne die in der Vorlesung einge- fuhrte erweiterte Syntax?

der ausdruck $(ab^+)^+$ beschreibt die Sprache $L((ab^+)^+)$
Die durch den Regulaeren Ausdruck beschriebenen Regeln fuer L sind:

1. jedes Wort faengt mit einem a an
2. auf jedes a folgt mindestens ein b
3. es muss mindestens ein a und ein b aufeinander folgend vorkommen

ein aequivalenter Ausdruck fuer $(ab^+)^+$ ohne die in der Vorlesung vorgestellte erweiterte Syntax waere $abb^*(abb)^*$, da:
$(abb^* \equiv ab^+) \wedge (v^+ \equiv vv^*$, mit v = $abb^*)$

1.1.2

(a) Konstruieren Sie einen regularen Ausdruck fur die Menge L aller Worter aus $\{0, 1\}$, die ihr erstes Zeichen genau zwei weitere Male, also insgesamt dreimal, enthalten.
Beispiel: $000 \in L, 0010 \in L, 0111010 \in L, 0010011 \in L$,$\epsilon$$\in L$**.**

Offensichtlich sind moegliche erste Zeichen 0 und 1 oder garkein Zeichen.
damit entspricht der Regulaere Ausdruck a, der die Sprache entscheidet, der Form $a = (1v + 0u)*$, mit:
$v \in \{0, 1\}$ als bliebiges Wort, dass mindestens zwei Einsen und $u \in \{0, 1\}$ als beliebiges Wort, dass mindestens zwei Nullen enthaelt.
Nun bleibt die Form der regulaeren Ausdruecke v und u zu klaeren.
Dem Beschriebenem kann entnommen werden, dass eine Analogie im Aufbau der regulaeren Ausdruecke, die u und v beschreiben existiert.
v kann mit 0 und 1 anfangen und vor der ersten 1 darf beliebig oft 0 vorkommen. Daraus folgt $v = 0^*1v'$, wobei v' wie auch v mit 0 und 1 anfangen kann und vor der ersten 1 darf beliebig oft 0 vorkommen. Ferner kann v mit einer beliebigen Folge aus $\{0, 1\}$ enden. Daraus folgt $v' = 0^*1(0^*1*)^*$ und $v = 0^*1v' = 0^*10^*1(0^*1^*)^*$.
Da v und u Analog aufgebaut sind kann u mit $u = 1^*0u' = 1^*01^*0(1^*0^*)^*$ gebildet werden.
Der regulaere Ausdruck a hat damit also die Form:

$$a = (1v + 0u)^* = (10^*10^*1(0^*1^*)^* + 01^*01^*0(1^*0^*)^*)^*$$

und es gilt $L = L(a)$

1.1.3

(b) Passwort p ueber $\Sigma = \{a, \ldots, z, A, \ldots, Z, 1, \ldots, 9\}$ mit Bedingungen:
(i) Auf keinen Kleinbuchstaben folgt direkt ein Grobuchstabe.
(ii) Auf keinen Grobuchstaben folgt direkt ein Kleinbuchstabe.
(iii) Es ist mindestens eine Ziffer enthalten.
(iv) Das erste Zeichen ist keine Ziffer.

Konvention: Zeichen aus Σ seien in drei Gruppen eingeteilt, sodass:

$\Sigma \equiv KL \cup GR \cup NUM$
, mit $KL = \{a, \ldots, z\}, GR = \{A, \ldots, Z\}, NUM = \{1, \ldots, 9\}$

1. Sprache aller richtigen Passwoerter:
Aus (i) und (ii) folgt der Ausdruck $a = (k^+n^+g^+ + g^+k^+n^+ + n^*)^*$, mit $k \in KL, g \in GR, n \in NUM$

Aus (iii) und (iv) folgt der Ausdruck $b = (g^+ + k^+)nw$, mit $k \in KL, g \in GR, n \in NUM$ und w als regularen Ausdruck, der (i) und (ii) erfuellt

Somit kann ein legitimes Passwort p durch den regulaeren Ausdruck:

$$p = ba = (g^+ + k^+)n(k^+n^+g^+ + g^+k^+n^+ + n^*)^*$$

formuliert werden.

2. Sprache aller falschen Passwoerter:
Fuer die Sprache aller falschen Passwoerter muessen wir alle Aussagen negieren und verodern, da bereits eine Regelverletzung zu einem unsicherem Passwort fuehrt.
(i) es existiert ein Kleinbuchstaben, auf den direkt ein Grobuchstabe folgt.
(ii) es existiert ein Grobuchstabe, auf den direkt ein Kleinbuchstabe folgt.
(iii) Es ist keine Ziffer enthalten.
(iv) Das erste Zeichen ist eine Ziffer.
Aus (i) folgt der Ausdruck $a_f = \Sigma^*g^+k^+\Sigma^*$, mit $k \in KL, g \in GR, n \in NUM$
Aus (ii) folgt der Ausdruck $b_f = \Sigma^*k^+g^+\Sigma^*$, mit $k \in KL, g \in GR, n \in NUM$
Aus (iii) folgt der Ausdruck $c_f = (g^*k^*)^*$, mit $k \in KL, g \in GR$
Aus (iv) folgt der Ausdruck $d_f = n\Sigma^*$, mit $n \in NUM$

daraus folgt der Ausdruck:

$$p_f = a_f + b_f + c_f + d_f = \Sigma^*g^+k^+\Sigma^* + \Sigma^*k^+g^+\Sigma^* + (g^*k^*)^* + n\Sigma^*$$

1.2