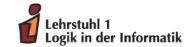
ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG GRUNDBEGRIFFE DER THEORETISCHEN INFORMATIK



THOMAS SCHWENTICK

GAETANO GECK, LUTZ OETTERSHAGEN, CHRISTOPHER SPINRATH, MARCO WILHELM



SOSE 2018 ÜBUNGSBLATT 10 19.06.2018

Abgabe bis spätestens am Dienstag, 26.06.2018,

- (vor der Vorlesung) im HG II, HS 3, oder
- in die Briefkästen im Durchgangsflur, der die 1. Etage der OH 12 mit dem Erdgeschoss der OH 14 verbindet.

Beachten Sie die Schließzeiten der Gebäude!

Ansonsten gelten die Hinweise von Blatt 1.

Aufgabe 10.1 [Kodierung einer Turingmaschine]

2 Punkte

Die Turingmaschine $M=(\{s,p\},\{\triangleright,\sqcup,0,1\},\delta,s)$ über dem Alphabet $\Sigma=\{0,1\}$ ist ein binärer Dekrementierer: Die Binärzahl w^R wird um 1 dekrementiert, falls $\operatorname{Str2N}(w^R)>0$ gilt. Die Transitionen (q,σ,q',σ',d) aus δ sind dabei wie folgt definiert:

q	σ	q'	σ'	d
\overline{s}	\triangleright	s	\triangleright	\rightarrow
s	0	s	0	\rightarrow
s	1	p	0	←
s	Ш	h	Ш	\downarrow
p	0	p	1	\leftarrow
p	\triangleright	h	\triangleright	\downarrow

a) Wie werden die Symbole und Zustände von M gemäß den im Abschnitt "Universelle Turingmaschinen" von Kapitel 16 genannten Konventionen kodiert, wenn M Eingabe für eine universelle Turingmaschine ist? Verwenden Sie die folgende Nummerierung der Zustände, Richtungen und Zeichen und ergänzen Sie die Tabellen:

x	$\operatorname{num}(x)$	$\mathrm{enc}(x)$
s	1	
h	4	
p	5	
←	1	
\downarrow	2	
\rightarrow	3	

<i>x</i>		$\mathrm{enc}(x)$
\triangleright	1	
Ш	2	
0	3	
1	4	

(1 Punkt)

b) Geben Sie die Kodierungen $\operatorname{enc}(s,1)$ und $\operatorname{enc}(p,0)$ an.

(1 Punkt)

Übungsblatt 10 Übungen zur GTI Seite 2

Aufgabe 10.2 [Abschlusseigenschaften]

4 Punkte

Es seien L_1 und L_2 Sprachen über einem Alphabet Σ und M_1 bzw. M_2 Turingmaschinen für die $L_1 = L(M_1)$ und $L_2 = L(M_2)$ gilt. Beschreiben Sie anschaulich, wie sich Turingmaschinen M_a und M_b für die folgende Sprachen L_a und L_b konstruieren lassen, so dass jeweils $L_x = L(M_x)$ gilt. Bedenken Sie, dass M_x die Sprache L_x nicht entscheiden muss. Es ist also möglich, dass sie für einige Eingaben nicht terminiert.

a)
$$L_a = L_1 \cup L_2$$
 (2 Punkte)

b)
$$L_b = L_1 \circ L_2$$
 (2 Punkte)

Hinweis

 M_1 und M_2 können als 1-String-Turingmaschinen angenommen werden. Für M_a und M_b dürfen Sie Mehrstring-Turingmaschinen verwenden. Sie müssen die (Mehrstring-)Turingmaschinen M_a und M_b weder formal aufschreiben, noch als Diagramm angeben. Beschreiben Sie jedoch die Arbeitsweise hinreichend verständlich und nutzen Sie dafür die Tatsache, dass Turingmaschinen beliebige andere Turingmaschinen simulieren können.

Aufgabe 10.3 [Entscheidbarkeit, Semi-Entscheidbarkeit, Unentscheidbarkeit]

7 Punkte

Geben Sie für die folgenden Probleme an, ob sie jeweils

- entscheidbar,
- nicht entscheidbar aber semi-entscheidbar oder
- unentscheidbar

sind. Beweisen Sie Ihre Behauptungen. Gehen Sie davon aus, dass jede Turingmaschine die Zeichen 0 und 1 im Eingabe- und im Arbeitsalphabet enthält.

a) Problem: A

Gegeben: Turingmaschine M und $k \in \mathbb{N}_0$

Frage: Erzeugt M bei der Eingabe 0^k die Ausgabe 1? (3 Punkte)

b) Problem: B

Gegeben: Turingmaschine M

Frage: Erzeugt M bei keiner Eingabe die Ausgabe 1? (4 Punkte)

Hinweis

Laut den Konventionen im Abschnitt "Universelle Turingmaschinen" von Kapitel 16 ist die Kodierung der Zeichen 0 und 1 eindeutig gegeben durch num(0) = 3 und num(1) = 4.

Aufgabe 10.4 [Primitiv Rekursive Funktionen]

2 Punkte

Zeigen Sie: Die Funktion even $(x): \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ mit

$$even(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ ist gerade} \\ 0, & x \text{ ist ungerade} \end{cases}$$

ist primitiv rekursiv.