GTI Übungsblatt 6
Tutor: Marko Schmellenkamp
ID: MS1
Übung: Mi 16-18

Max Springenberg, 177792

6.1

6.1.1

gegeben:

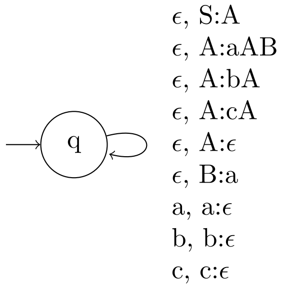
$$\text{Grammatik } G \text{ mit: } \begin{array}{lcllll} S & \rightarrow & A & & & \\ A & \rightarrow & aAB & |bA & |cA & |\epsilon \\ B & \rightarrow & a & & & \end{array}$$

gesucht:
Kellerautomat, der die Sprache

$$L(G) = \{u(av_ia)^k | miti \in \{1, \ldots n\}, v_i, u \in \{b, c\}^*, k \in \mathbb{N}_0\}$$

entscheidet

Eine mögliche Lösung ist der PDA A mit:



A wurde nach dem Vorgehen der Vorlesung konstruiert.

A Kann über seine ϵ-Regeln die alle Regeln zu den jeweiligen Variablen aufbauen und damit auch sämtliche Ableitungen von G.
Die jeweilige gewählte rechte Regelseite wird auf den Keller gelegt.
Nach einlesen eines Terminalsymbols $\sigma \in \Sigma$ wird dieses vom Keller gelöscht, wenn nun eine Variable oben auf dem Keller liegt kann diese wieder abgeleitet werden.
Insbesondere werden hierbei solange Terminalsymbole aus $\{b, c\}$ auf den Keller gelegt und nach Einlesen gelöscht, bis ein a auf den Keller gelegt und nach Einlesen gelöscht wird. Dann können wieder Terminalsymbole aus $\{b, c\}$ auf den Keller gelegt werden und nach Einlsen gelöscht werden, aber es wird insbesondere ein a am Ende auf den Keller gelegt und nach Einlsen gelöscht. Damit gilt, dass A Wörter der Form $L(G) = \{u(av_ia)^k | miti \in \{1, \ldots n\}, v_i, u \in \{b, c\}^*, k \in \mathbb{N}_0$ mit leerem Keller akzeptiert und ferner $L(G)$ entscheidet.

6.1.2

gegeben:
$w_1 = ab, w_2 = abaa, w_3 = abaaaa$

w_1:

A akzeptiert w_1 nicht, da nach dem Einlsen des letzten Zeichen b ein b oben auf dem Keller liegt und eine Transition zum Keller-leerenden Zustand 2 nicht mehr möglich ist.

w_2:
A akzeptiert w_2 mit leerem Keller:

$$\begin{array}{ll}
(1, abaa, \#) & (1, baa, a\#) \\
 & (1, aa, ba\#) \\
 & (1, a, aba\#) \\
 & (1, \epsilon, aaba\#) \\
 & (2, \epsilon, aaba\#) \\
 & (2, \epsilon, aba\#) \\
 & (2, \epsilon, ba\#) \\
 & (2, \epsilon, a\#) \\
 & (2, \epsilon, \#) \\
 & (2, \epsilon, \epsilon)
\end{array}$$

w_3:
A akzeptiert w_3 mit leerem Keller:

$$\begin{array}{ll}
(1, abaaaa, \#) & (1, baaaa, a\#) \\
 & (1, aaaa, ba\#) \\
 & (1, aaa, aba\#) \\
 & (1, aa, aaba\#) \\
 & (1, a, aaaba\#) \\
 & (1, \epsilon, aaaaba\#) \\
 & (2, \epsilon, aaaaba\#) \\
 & (2, \epsilon, aaaba\#) \\
 & (2, \epsilon, aaba\#) \\
 & (2, \epsilon, aba\#) \\
 & (2, \epsilon, ba\#) \\
 & (2, \epsilon, a\#) \\
 & (2, \epsilon, \#) \\
 & (2, \epsilon, \epsilon)
\end{array}$$

6.1.3

Regeln für die Variablen $X_{1,\tau,1}$ und $X_{1,\tau,2}$, mit $\tau \in \Gamma$ waren bereits gegeben.
Für die Variablen $X_{2,\tau,1}$, mit $\tau \in \Gamma$ gilt, dass sie nicht erzeugend sind, da von 2 aus keine Transition zu 1 existiert.
Es würden sich ausschließlich Regeln, der Form:$X_{2,\tau,1} \rightarrow X_{2,\tau',2}X_{2,\tau,1}$, mit $\tau, \tau' \in \Gamma$ ergeben, die keine endliche Ableitung besitzen.
Deshalb können diese nicht erzeugenden Variablen und Regeln, die sie enthalten gestrichen werden.

Die Regeln der Form $X_{2,\tau,2}$, mit $\tau \in \Gamma$ ergeben sich zu:

$$\begin{array}{lcl}
X_{2,\#,2} & \rightarrow & \epsilon \\
X_{2,a,2} & \rightarrow & a \\
X_{2,b,2} & \rightarrow & a
\end{array}$$

Nachdem wir nun alle notwendigen Regeln aufgestellt haben wählen wir das Startsymbol gemäß der Vorlesung mit:

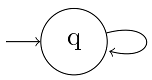
$$S \rightarrow X_{1,\#,1} \quad |X_{1,\#,2}$$

6.2

gegeben:
$\Sigma = \{N_1, N_2, S_1, S_2\}$

wir wählen:
$\tau_0 = \#, \Gamma = \{\#, n, s\}$

Eine mögliche Lösung unter dem gewählten Kelleralphabet ist:



ϵ, # : ϵ
N_1, * : n*
N_1, s : ϵ
S_1, * : s*
S_1, n : ϵ
N_2, * : nn*
N_2, s : n
N_2, ss : ϵ
S_2, * : ss*
S_2, n : s
S_2, nn : ϵ

6.3

6.3.1 $L = \{a^l b^m c^p d^q | l, m, p, q \in \mathbb{N}_0, l < p \land q < m\}$

wir wählen:

$$z \stackrel{\text{def}}{=} a^n b^{n+1} c^{n+1} dn$$

wir betrachten Zerlegungen der Form $z = uvwxy$, mit:
$vx \neq \epsilon$
$|vwx| \leq n$

Fortan werden 4 Fälle betrachtet:
(i) mind. 1 a in vx, aber kein c, da zwischen a und c $n+1$ b's liegen.

(ii) mind. 1 b in vx, aber kein d, da zwischen b und d $n+1$ c's liegen.

(iii) mind. 1 c in vx, aber kein a, da zwischen a und c $n+1$ b's liegen.

(iv) mind. 1 d in vx, aber kein b, da zwischen a und c $n+1$ b's liegen.

(i)

(ii)

(iii)

(iv)

6.3.2 $L = \{ww^R w | w \in \{a, b\}^*\}$

wir wählen:

$$z \stackrel{\text{def}}{=} ba^n bba^n bba^n b$$

Wir betrachten Zerlegungen der Form $z = uvwxy$, mit:
$vx \neq \epsilon$
$|vwx| \leq n$

Fortan werden 2 Fälle betrachtet:
(i) mind. 1 b in vx
(ii) nur a's in vx

(i)

(ii)