

GTI Übungsblatt 4
Tutor: Marko Schmellenkamp
ID: MS1
Übung: Mi 16-18

Max Springenberg, 177792

4.1 Pumping Lemma

4.1.1 $L_1 = \{cucv \mid u, v \in \{a, b\}^*, |u| = |v|\}$

Insbesondere gilt für alle Wörter aus L_2 , dass sie genau 2 c enthalten.

Es gelte:

$$\begin{aligned} w &= xyz, \text{ mit } w \in L_1 \text{ beliebig} \\ |w| &= 2n, \text{ mit } |cu| = |cv| = n \\ (i) y &\neq \epsilon \\ (ii) |xv| &\leq n \end{aligned}$$

Aus (i), (ii) folgt, dass y mindestens ein Zeichen von cu enthält.

wähle $k = 0$:

1. Fall y enthält nur das erste c :

$$xy^0z = xz \stackrel{\#_c(wz) \neq 2}{\notin} L_1$$

2. Fall mindestens ein Zeichen von u in y :

$$xy^0z = xz \stackrel{|u| \leq |v|}{\notin} L_1$$

Da dies für eine beliebiges n gilt, ist L_1 nicht regulär.

4.1.2 $L_2 = \{ua^i \mid u \in \{a, b, c\}^*, i \in \mathbb{N}_0, \#_a(u) = i\}$

Es gelte:

$$\begin{aligned} w &= xyz, \text{ mit } w = ua^n, u = a^n \\ |w| &= 2n \\ (i) y &\neq \epsilon \\ (ii) |xv| &\leq n \end{aligned}$$

Aus (i), (ii) folgt für y , dass y nur Zeichen von u enthält.

wähle $k = 0$:

$$xy^0z = xz$$

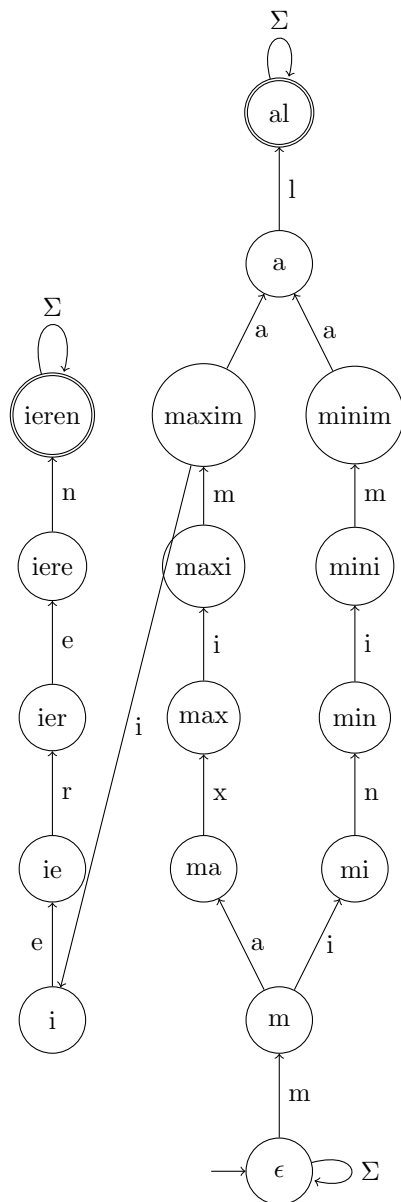
Da nun xz eine ungerade Anzahl an a enthält, gibt es auch keine Aufteilung von $xz = u'a^i$, sodass gelten würde $\#_a(u') = a^i$.

Daraus folgt: $wz \notin L_2$

Da dies für beliebige n gilt, ist L_2 nicht regulär.

4.2

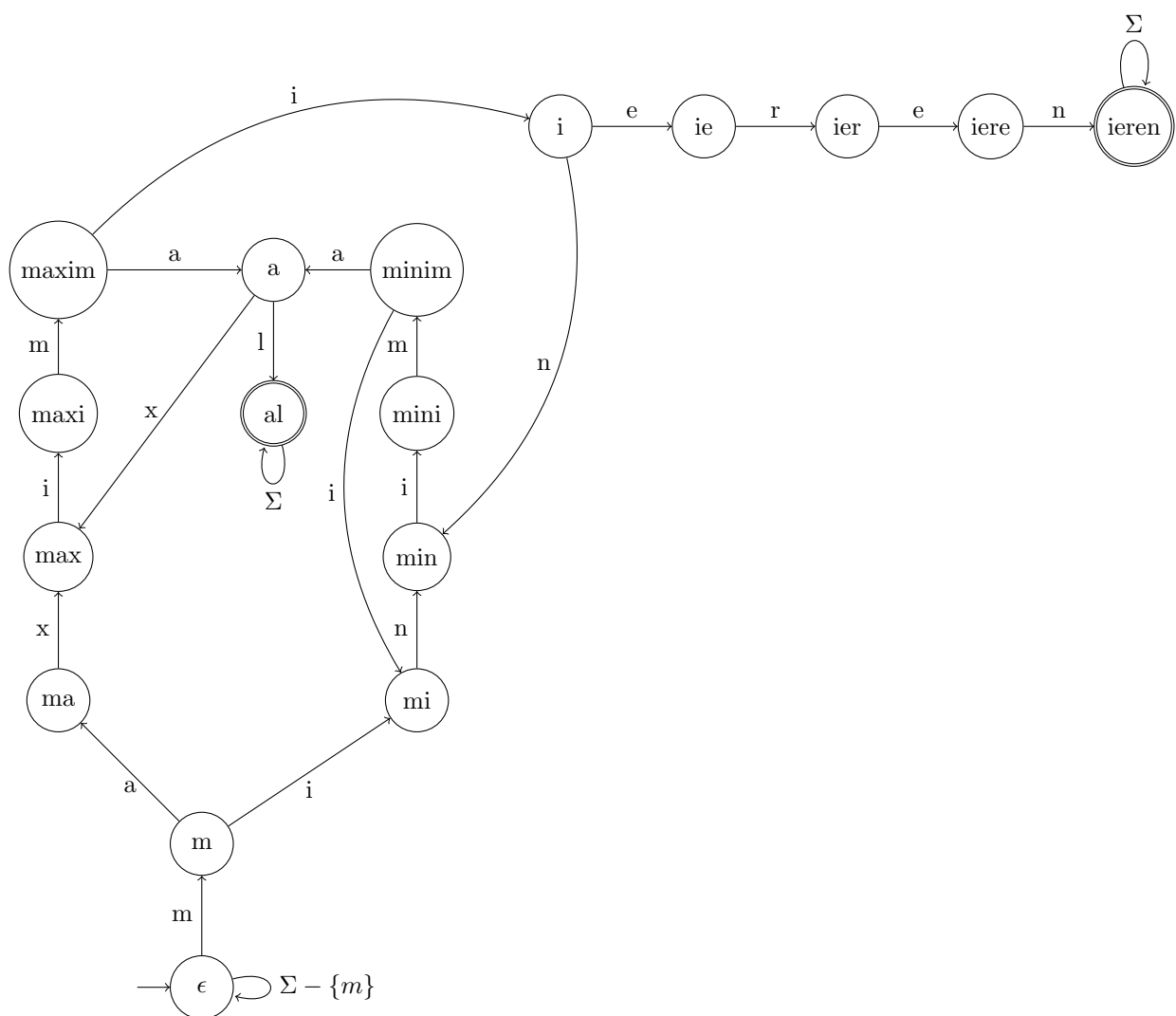
4.2.1



4.2.2

Konvention:

Alle fehlenden Transitionen führen in den Startzustand ϵ und werden für die Übersichtlichkeit nicht gezeichnet.



4.3

4.3.1

Eine informelle Beschreibung der Sprache $L(G)$ kann wie folgt geführt werden.

Die Sprache $L(G)$ umfasst nur Wörter deren Zeichen von einem a und einem a oder einem b und einem b oder einem c und einem a oder einem c und einem b eingeklammert werden, Bestandteil der Klammerung oder c 's, die inmitten aller Klammerungen stehen sind.

Diese informelle Beschreibung umfasst die Regeln:

D :

Durch die mittigen c 's und dem möglichen Fall das alle Zeichen Teil einer Klammerung sind und kein Zeichen innerhalb der innersten Klammerung steht.

B :

Durch die Klammerung von a und a , sowie b und b und der Beschreibung zu D

C :

Durch die Klammerung von c und a , sowie c und b und der Beschreibung zu D

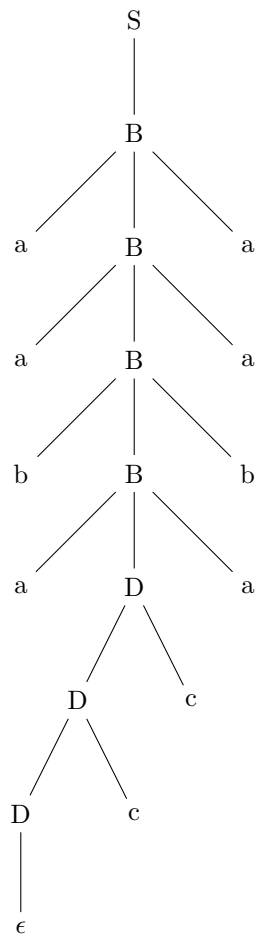
S :

Durch die Beschreibung von B und C .

Damit ist die Grammatik G informell beschrieben worden.

4.3.2

Nach Aufgabenstellung soll ein Ableitungsbaum ohne Begründung angegeben werden. Ein möglicher Ableitungsbaum ist:



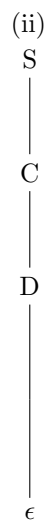
mit dem Blätterstring $aabaccabaa = w$

4.3.3

Annahme: G ist eindeutig.

Dann existiert nach der Eigenschaft von eindeutigen Grammatiken kein Wort $w \in L(G)$, mit zwei verschiedenen Ableitungsbäumen.

Wir betrachten das Wort $w = \epsilon$, mit den Ableitungsbäumen:



⚡ Da die Ableitungsbäume verschieden sind, ist die Eigenschaft für die Eindeutigkeit von Grammatiken verletzt.

Damit ist die Grammatik G mehrdeutig.