

GTI Uebungsblatt 1

Max Springenberg, 177792

1.1

1.1.1 Seien $\beta = (ab)^*$ und $\alpha_1, \dots, \alpha_8$ die folgenden erweiterten regulären Ausdrücke. Beurteilen Sie für alle $i \in \{3, \dots, 8\}$, ob $L(\alpha_i) \subseteq L(\beta)$ gilt. Vervollständigen Sie dazu die folgende Tabelle analog zu den Beispiel-Ausdrücken α_1, α_2 : Falls $L(\alpha_i) \not\subseteq L(\beta)$ gilt, geben Sie ein Wort $w_i \in L(\alpha_i) - L(\beta)$ an.

RE	$L(\alpha_i) \subseteq L(\beta)$	Gegenbeispiel
$\alpha_1 = (ab)^*(ab)^*$	✓	
$\alpha_2 = (ba)^*$	✗	ba
$\alpha_3 = (a * b^*)$	✗	aa
$\alpha_4 = (b?a^*)^*$	✗	aa
$\alpha_5 = (a + \epsilon)(b + \epsilon)(a * b^*)^*$	✗	aa
$\alpha_6 = (ab * ab^*)^*$	✓	
$\alpha_7 = (abab)^*$	✓	
$\alpha_8 = a(ba)^+b$	✓	

1.1.2 Das Verhalten eines Netzwerk-Controllers soll anhand protokollierter Ausgaben analysiert werden. Der Controller schreibt, abhängig von der Eingabe, beliebig lange Bitfolgen. Eine Bitfolge wird als Wort über dem Alphabet $\{0, 1\}$ repräsentiert. Die Menge der gültigen Ausgaben wird im Handbuch des Controllers formal als Sprache $L = \{0, 1\}^* - L(\gamma)$ für den erweiterten regulären Ausdruck

$$\gamma = (0 + 1)^*(000 + 111)(0 + 1)^* + (10)^*1? + (01)^*0$$

spezifiziert. Beschreiben Sie L natürlichsprachlich kurz in einem Satz.

In γ enthaltene Wörter haben mindestens eine der folgenden Eigenschaften:

- Das Wort enthält drei aufeinanderfolgende Nullen oder Einsen
- Das Wort beginnt mit 10 gefolgt von einer 1 oder ϵ und endet
- Das Wort beginnt mit 01 gefolgt von einer 0 oder ϵ und endet

, L enthält nur Wörter über $\{0, 1\}$, für die das nicht der Fall ist, also Wörter die alle der folgenden Eigenschaften gelten:

- Das Wort enthält keine drei aufeinanderfolgende Nullen oder Einsen
- Das Wort beginnt nicht mit 10 gefolgt von einer 1 oder ϵ und endet
- Das Wort beginnt nicht mit 01 gefolgt von einer 0 oder ϵ und endet

1.2 Geben Sie im Folgenden reguläre Ausdrücke bzw. erweiterte reguläre Ausdrücke an. Beschreiben Sie für jede Konstruktion kurz, warum Ihr Ausdruck die Sprache beschreibt (warum er alle Wörter der Sprache erzeugt und warum er kein Wort außerhalb der Sprache erzeugt).

1.2.1 Sei $\Sigma = \{0, \dots, 9, \oplus, \ominus, ., ^\circ, C\}$.

Konstruieren Sie einen erweiterten regulären Ausdruck α über Σ , der genau die gültigen Temperaturangaben mit zwei Nachkommastellen in Grad Celsius beschreibt.

Eine Solche Temperaturangabe ist gültig, wenn sie :

- genau zwei Nachkommastellen besitzt
- keine überflüssigen führenden Nullen im ganzzahligen Anteil aufweist
- den Minimalwert von $-273.15^\circ C$ nicht unterschreitet
- mit dem Zusatz $^\circ C$ endet

Positive Temperaturangaben beginnen mit \oplus oder keinem Vorzeichen, negative Temperaturangaben mit \ominus .

Der ganzzahlige Bereich darf keine führenden Nullen aufweisen, wenn dieser nicht genau 0 ist. Ausserdem darf der Ganzzahlige Bereich nicht leer sein.

Der reguläre Ausdruck

$$u = 0 + (1 - 9)^+(0 - 9)^*$$

erfüllt genau diese Kriterien.

Nachkommastellen können beliebige Ziffern sein, aber es müssen genau zwei vorkommen. Nachkommastellen erfolgen unmittelbar nach dem Zeichen ‘.’.

Der reguläre Ausdruck

$$v = .(0 - 9)^2$$

erfüllt genau diese Kriterien.

Während Temperaturangaben unendlich gross werden dürfen wird eine untere Grenze $-273.15^\circ C$ angegeben. Das bedeutet, dass im negativen Bereich sichergestellt werden muss, dass keine Zahl kleiner ist.

Der reguläre Ausdruck

$$n = \ominus(0v + (1 - 9)((1 - 9)?)v + 1(0 - 9)^2v + 2(1 - 6)(0 - 9)v + 27(1 - 2)v + 273.(0 + 1)(0 - 5))$$

erfüllt die Kriterien für den numerischen Anteil von Temperaturangaben im negativen Bereich.

Der Suffix der Temperaturangabe muss genau $^\circ C$ sein.

Der reguläre Ausdruck

$$c = ^\circ C$$

erfuellt genau dieses Kriterium.

Aus dieser Regel und den oben angegebenen Teilausdruecken ergibt sich α mit

$$\alpha = (\oplus ?uv + \ominus n)c$$

**1.2.2 Seien $\Sigma = \{a, b\}$, $L_1 = \{\sigma\sigma u | \sigma \in \Sigma u \in \Sigma^*\}$, $L_2 = \{\tau w \tau | \tau \in \Sigma w \in \Sigma^*\}$
Geben Sie regulaere Ausdruecke $\alpha_1, \alpha_2, \alpha$ an, mit $L_1 = L(\alpha_1)$, $L_2 = L(\alpha_2)$, $L = L_1 \cap L_2$
an.**

L_1

In L_1 enthaltene Woerter besitzen mindest zwei beliebigen Zeichen aus Σ beginnen und koennen mit darauf folgend mit beliebig vielen Zeichen aus Σ konkatinert werden.

Der entsprechende regulaere Ausdruck lautet:

$$\alpha_1 = (a + b)^2(a + b)^*$$

L_2

In L_2 enthaltene Woerter fangen mit einem beliebigem Zeichen aus Σ an und enden mit einem beliebigem Zeichen aus Σ . Zwischen diesen Zeichen koennen beliebige Zeichen aus Sigma vorkommen.

Der entsprechende regulaere Ausdruck lautet:

$$\alpha_2 = (a + b)(a + b)^*(a + b)$$

L

Im folgendem wird die Aequivalenz zwischen α_1 und α_2 und ferner die Aequivalenz von L_1 und L_2 , sowie dann auch L bewiesen.

$$\alpha_1 = (a + b)^2(a + b)^* \equiv (a + b)(a + b)(a + b)^* \equiv^{(\beta\beta^* \equiv \beta^*\beta)} (a + b)(a + b)^*(a + b) \equiv \alpha_2$$

Fuer den regulaeren Ausdruck α muss gelten, dass er nur Woerter beschreibt, die auch α_1, α_2 beschreiben. Durch die Aequivalenz von α_1, α_2 muss damit dann auch gelten

$$\alpha \equiv \alpha_1 \equiv \alpha_2$$

Dies ist etwa mit $\alpha = \alpha_1$ gegeben.

Damit gilt

$$L(\alpha) = L(\alpha_1); L(\alpha_1) \equiv L(\alpha_2); L(\alpha) = L(\alpha) \cap L(\alpha) = L(\alpha_1) \cap L(\alpha_1) \equiv L(\alpha_1) \cap L(\alpha_2)$$

1.2.3 Nach dem Standard ISO 8601 wird ein Datum in der Form JJJJ-MM-TT notiert. Beispielsweise wird der Geburtstag Alan Turings, der 23. Juni 1912, durch 1912-06-23 repräsentiert. Konstruieren Sie einen erweiterten regulären Ausdruck über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1, \dots, 9, \ominus\}$, der alle gültigen Daten des Jahres 2018 beschreibt.

Es sind folgende Regeln zu beachten:

(i) Das Jahr ist 2018 und wird von einem \ominus gefolgt

Der reguläre Ausdruck

$$\beta = 2018\ominus$$

erfüllt genau diese Regel.

(ii) Ein Monat besteht aus genau zwei Ziffern und darf nicht kleiner als 01 oder grösser als 12 sein. Der Februar hat nur 28 Tage, die Monate $\{01, 04, 06, 08, 10, 12\}$ können bis zu 31 und die Monate $\{03, 05, 07, 09, 11\}$ können bis zu 30 Tage haben. Monate und Tage sind mit einem \ominus konkateniert. Tage bestehen aus zwei Ziffern und können nicht kleiner als 01 sein.

$m_{31} = (01 + 04 + 06 + 08 + 10 + 12)$, $m_{30} = (03 + 05 + 07 + 09 + 11)$, $m_{28} = 02$ seien die regulären Ausdrücke für Monate mit 31, 30 oder 28 Tagen.

Darüber ergibt sich für die Tage und Monate der reguläre Ausdruck

$$\begin{aligned} \gamma = & m_{31} \ominus (0(1-9) + (1+2)(0-9) + 3(0+1)) \\ & + m_{30} \ominus (0(1-9) + (1+2)(0-9) + 30)) \\ & + m_{28} \ominus (0(1-9) + 1(0-9) + 2(0-8)) \end{aligned}$$

Der aus den Regeln resultierende reguläre Ausdruck ist

$$\alpha = \beta(\gamma)$$