Abgabe bis spätestens am Dienstag, 06.06.2017, 10:00 Uhr

- **in die Briefkästen im Durchgangsflur, der die 1. Etage der OH 12 mit dem Erdgeschoss der OH 14 verbindet.**

Ansonsten gelten die Hinweise von Blatt 1.

Aufgabe 6.1 [Chomsky-Normalform] — 5 Punkte

Kurzaufgabe (1 Punkt)

Im ersten Schritt des Algorithmus zur Bestimmung der Chomsky-Normalform werden alle Variablen entfernt, die nicht nützlich sind. Dazu werden zunächst die nicht erzeugenden Variablen entfernt und dann die nicht erreichbaren Variablen entfernt.
Warum ist es wichtig, beide Teilschritte in dieser Reihenfolge auszuführen? Wie wird die Menge der erzeugenden, wie die Menge der erreichbaren Variablen algorithmisch bestimmt?

Hauptaufgabe (4 Punkte)

Gegeben sei folgende Grammatik G über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c, d, f, g\}$:

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow aAa \mid bDbE \mid BcFdH \mid IG \\
G &\rightarrow \varepsilon \mid aA \\
A &\rightarrow c \mid aD \mid bH \\
B &\rightarrow FB \mid C \\
H &\rightarrow gf \mid AB \\
C &\rightarrow F \mid B \\
E &\rightarrow bI \mid AD \\
D &\rightarrow aa \mid Eb \\
F &\rightarrow B \\
I &\rightarrow \varepsilon
\end{aligned}
$$

Konstruieren Sie daraus mit dem Verfahren zu Satz 8.1 aus der Vorlesung eine äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform. Geben Sie die jeweiligen Zwischenschritte des Algorithmus an und begründen Sie sie kurz.

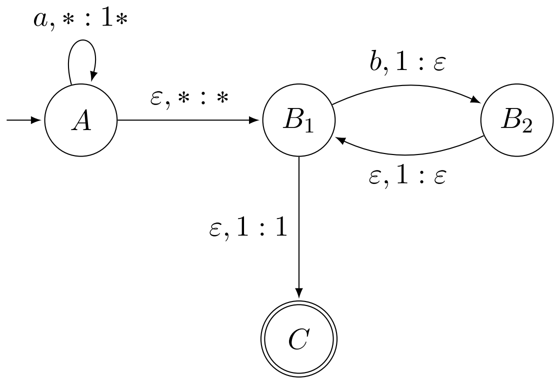
Aufgabe 6.2 [Interpretation von Kellerautomaten] — 5 Punkte

Kurzaufgabe (1 Punkt)

Beschreiben Sie, wie ein Kellerautomat mit akzeptierenden Zuständen in einen äquivalenten Kellerautomaten, der mit leerem Keller akzeptiert, umgeformt werden kann.

Hauptaufgabe (4 Punkte)

Gegeben sei der Kellerautomat $\mathcal{A}$:



a) Geben Sie eine Berechnung von $\mathcal{A}$ an, die von der Startkonfiguration für das Eingabewort *aaaab* in eine Konfiguration mit akzeptierendem Zustand führt. **(1 Punkt)**

b) Beschreiben Sie die Arbeitsweise von $\mathcal{A}$ und geben Sie die von ihm entschiedene Sprache $L(\mathcal{A})$ informell und in Mengennotation an. **(2 Punkte)**

c) Welche Sprache entscheidet der Automat, wenn für jedes Kellersymbol τ

- die Transition $(A, a, \tau, A, 1\tau)$ durch $(A, a, \tau, A, 11\tau)$ und
- die Transition $(A, \varepsilon, \tau, B_1, \tau)$ durch $(A, \varepsilon, \tau, B_1, 1\tau)$

ersetzt wird? **(1 Punkt)**

Aufgabe 6.3 [Konstruktion von Kellerautomaten] **5 Punkte**

Kurzaufgabe (1 Punkt)

Geben Sie gemäß dem in der Beweisidee zu Satz 9.2 vorgestellten Prinzip einen Kellerautomaten mit einem Zustand an, der die Sprache entscheidet, die von folgender Grammatik erzeugt wird.

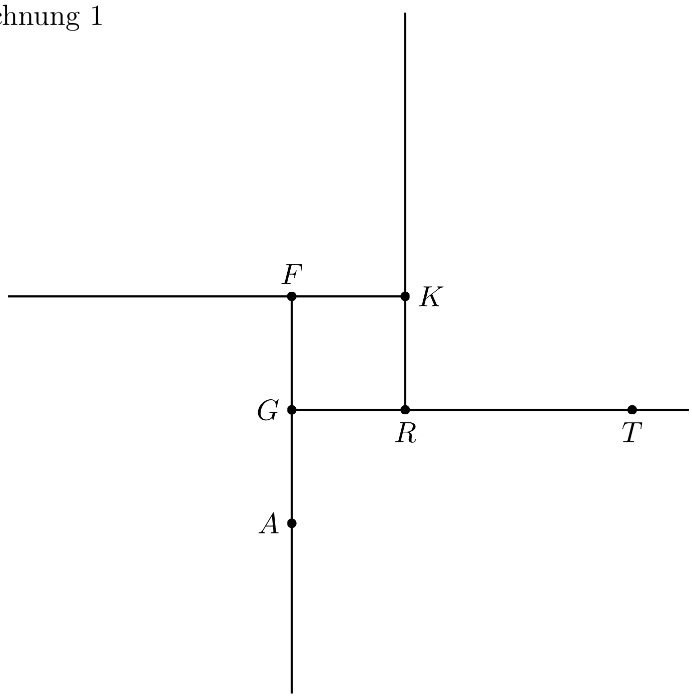
$$\begin{aligned} S &\rightarrow aS \mid a \mid bT \\ T &\rightarrow c \mid bS \end{aligned}$$

Hauptaufgabe (4 Punkte)

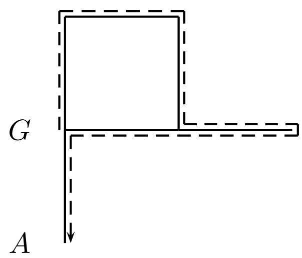
a) Im Windmühlendorf ist im Nordosten die Kirche, im Südosten das Rathaus, im Südwesten das Gasthaus und im Nordwesten der Friedhof. Die Kirche liegt genau zwanzig Schritte nördlich des Rathauses, das Rathaus liegt genau zwanzig Schritte östlich des Gasthauses, das Gasthaus liegt genau zwanzig Schritte südlich des Friedhofs und der Friedhof liegt genau zwanzig Schritte westlich der Kirche. Es gibt jeweils einen Weg zwischen Kirche und Rathaus, zwischen

Rathaus und Gasthaus, zwischen Gasthaus und Friedhof sowie zwischen Friedhof und Kirche. Von der Kirche führt ein Weg nach Norden aus dem Dorf heraus, vom Rathaus führt ein Weg nach Osten aus dem Dorf heraus, vom Gasthaus führt ein Weg nach Süden aus dem Dorf heraus und vom Friedhof führt ein Weg nach Westen aus dem Dorf heraus. Anna wohnt zwanzig Schritte südlich des Gasthauses. Der kleine Tim wohnt vierzig Schritte östlich des Rathauses. In Zeichnung 1 ist das Windmühlendorf abgebildet. Wie bei Landkarten sei Norden oben. In der Zeichnung sind Kirche, Rathaus, Gasthaus und Friedhof sowie die Häuser von Anna und Tim mit K, R, G, F, A und T markiert. Aus Tims Sicht sind die vier aus dem Dorf führenden Straßen unbegrenzt lang.

Zeichnung 1



Zeichnung 2

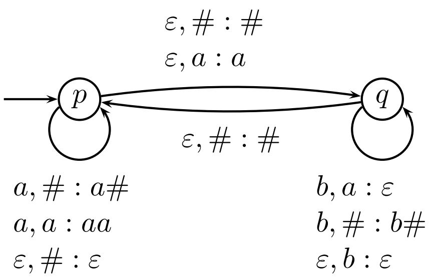


Tim wohnt erst seit kurzem im Windmühlendorf. Gerne würde er einen (möglicherweise längeren) Spaziergang zu Annas Haus machen. Allerdings hat er Angst, den Weg nicht zu finden, da er sich noch nicht so gut auskennt. Er hat allerdings ein Spielzeug — eine *Roboterschildkröte*.

Tim kann die Schildkröte mit Strings über dem Alphabet $\{N, O, S, W\}$ füttern. Sie trägt ihn dann auf dem durch den String beschriebenen Weg durch das Windmühlendorf. Dabei steht der Buchstabe N für zwanzig Schritte nach Norden, S für zwanzig Schritte nach Süden, O für zwanzig Schritte nach Osten und W für zwanzig Schritte nach Westen. Wenn die Schildkröte beispielsweise am Gasthaus steht und mit dem String $NOSOWWS$ gefüttert wird, läuft sie den in Zeichnung 2 angedeuteten Weg ab (und erreicht am Ende das Haus von Anna). Um die möglichen Spazierwege zu beschränken, kann Tim der Schildkröte einen PDA mit Eingabealphabet $\{N, O, S, W\}$ auf den Rückenpanzer zeichnen. Sie frisst dann nur noch solche Strings, die vom PDA auf ihrem Panzer akzeptiert werden. Um auf der Schildkröte sicher zu Anna zu gelangen, möchte Tim der Schildkröte einen PDA auf den Panzer zeichnen, der genau die Strings akzeptiert, welche Wege von T nach A entlang der Wege des Windmühlendorfs beschreiben. Hierbei sollen beliebige Umwege erlaubt sein (sofern die Schildkröte dabei auf den Wegen bleibt). So beschreiben beispielsweise die Wörter $OWWWWNWSS$ oder $WWWNOSWSSN$ solche Wege, nicht jedoch WWW oder $WWNNNNNN$ (weil sie nicht zu Annas Haus führen) sowie $SWWW$ (weil die Wege des Windmühlendorfes verlassen werden).

Helfen Sie Tim, indem Sie zunächst die Arbeitsweise eines passenden PDA $\mathcal{A}$ beschreiben und diesen anschließend angeben. **(3 Punkte)**

b) Wandeln Sie den folgenden Kellerautomaten $\mathcal{B}$ mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren in eine Grammatik $G_{\mathcal{B}}$ um, sodass $L(G_{\mathcal{B}}) = L(\mathcal{B})$ gilt.



(1 Punkt)

Testfragen

1. Es sei L eine kontextfreie Sprache. Wie viele Zustände hat ein minimaler PDA, der L entscheidet?
2. Warum gibt es zu jedem PDA $\mathcal{A}$ einen äquivalenten PDA $\mathcal{A}'$, der in jedem Schritt maximal zwei Zeichen auf den Keller legt (vgl. Annahme zu Satz 9.3)?
3. Sei $k \in \mathbb{N}_0$ fest. Gibt es eine nicht-reguläre Sprache L, die von einem PDA entschieden wird, der für jedes Eingabewort maximal k Zeichen auf dem Keller speichert?