

**Abgabe bis spätestens am Dienstag, 20.06.2017, 10:00 Uhr**

- in die Briefkästen im Durchgangsfur, der die 1. Etage der OH 12 mit dem Erdgeschoss der OH 14 verbindet.

**Ansonsten gelten die Hinweise von Blatt 1.**

## Aufgabe 8.1 [CYK-Algorithmus]

**5 Punkte**

### Kurzaufgabe (1 Punkt)

In der Vorlesung wurde der CYK-Algorithmus vorgestellt, welcher das Wortproblem für kontextfreie Grammatiken, die in CNF gegeben sind, in Zeit  $\mathcal{O}(|G||w|^3)$  entscheidet.

Der Algorithmus kann so modifiziert werden, dass er neben Regeln der Form  $A \rightarrow \sigma$  und  $A \rightarrow BC$  auch Regeln der Form  $A \rightarrow BCD$  verarbeitet. Beschreiben Sie kurz, welcher Teil des Algorithmus angepasst werden muss und geben Sie dann eine möglichst gute asymptotische Laufzeitschranke für den modifizierten Algorithmus an.

### Hauptaufgabe (4 Punkte)

Betrachten Sie die folgende kontextfreie Grammatik  $G$  in Chomsky-Normalform:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid AC \\ A &\rightarrow BA \mid a \mid b \\ B &\rightarrow AC \mid b \\ C &\rightarrow BA \mid c \end{aligned}$$

- Zeigen Sie, dass das Wort  $w = acbabca$  in  $L(G)$  enthalten ist, indem Sie den erweiterten CYK-Algorithmus anwenden und das vollständige Tableau angeben. Das Tableau soll also jeweils *alle* gültigen  $X^k$  enthalten. Erläutern Sie insbesondere, wie aus dem Tableau abzulesen ist, dass das Wort  $w$  in der Sprache  $L(G)$  enthalten ist. **(3 Punkte)**
- Geben Sie anschließend, basierend auf dem Tableau, einen Ableitungsbaum an. Beschreiben Sie dabei grob, wie sich der Ableitungsbaum aus dem Tableau ablesen lässt. **(1 Punkt)**

**Aufgabe 8.2 [LL( $k$ )-Grammatiken und LR( $k$ )-Grammatiken]****5 Punkte****Kurzaufgabe (1 Punkt)**

Gibt es eine inhärent mehrdeutige Sprache  $L$ , die von einer LL(3)-Grammatik, nicht jedoch von einer LL(2)-Grammatik erzeugt wird?

**Hauptaufgabe (4 Punkte)**

- a) Beurteilen Sie für jede der folgenden drei Grammatiken, ob es sich um eine LL(1)-Grammatik handelt, und begründen Sie Ihr Urteil.

**Grammatik  $G_1$ :**

$$S \rightarrow 1A \mid BC$$

$$A \rightarrow 3$$

$$B \rightarrow \varepsilon \mid 2S$$

$$C \rightarrow \varepsilon \mid 1C$$

**Grammatik  $G_2$ :**

$$S \rightarrow 1A \mid BB$$

$$A \rightarrow 3$$

$$B \rightarrow \varepsilon \mid 2S$$

**Grammatik  $G_3$ :**

$$S \rightarrow 1B \mid 2C$$

$$B \rightarrow \varepsilon \mid 2C$$

$$C \rightarrow \varepsilon \mid 1B$$

**(2 Punkte)**

- b) Ist die folgende Grammatik  $G_4$  eine LR(1)-Grammatik? Begründen Sie Ihr Urteil.

$$S \rightarrow \varepsilon \mid (A) \mid ((B))$$

$$A \rightarrow 0 \mid SS$$

$$B \rightarrow 1 \mid A$$

**(1 Punkt)**

- c) In Kapitel 11 der Vorlesung wird die folgende Grammatik  $G'$  vorgestellt.

$$S \rightarrow Cc \mid Dd$$

$$C \rightarrow Ca \mid \varepsilon$$

$$D \rightarrow Da \mid \varepsilon$$

Dort wird argumentiert, dass  $G'$  keine LR( $k$ )-Grammatik ist – egal, welches  $k \in \mathbb{N}_0$  gewählt wird. Zeigen Sie, dass die Sprache  $L(G') = \{a^n c \mid n \in \mathbb{N}_0\} \cup \{a^n d \mid n \in \mathbb{N}_0\}$  dennoch durch eine LR( $k$ )-Grammatik, für ein geeignetes  $k \in \mathbb{N}_0$ , beschrieben werden kann. **(1 Punkt)**

**Aufgabe 8.3 [Klassifizierung von Sprachen]****5 Punkte****Kurzaufgabe (1 Punkt)**

Anders als bei deterministischen endlichen Automaten für reguläre Sprachen sind  $\varepsilon$ -Transitionen auch für deterministische Kellerautomaten unter Einschränkungen erlaubt. Nutzen Sie  $\varepsilon$ -Transitionen, um einen deterministischen Kellerautomaten zu konstruieren, der die folgende Sprache über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$  entscheidet:

$$\{a^n b^m c a^n \mid m, n \in \mathbb{N}\} \cup \{a^n b^m d b^m \mid m, n \in \mathbb{N}\}.$$

**Hauptaufgabe (4 Punkte)**

Gegeben seien die folgenden Sprachen über dem Alphabet  $\{a, b, c\}$ :

- $L_1 = \{w = uc^n u^R \mid n \in \mathbb{N}, u \in \{a, b\}^*, |w| = 3n\}$ .
- $L_2 = \{w = uc^n u^R \mid n \in \mathbb{N}, n \text{ ist teilbar durch } 3\}$ .

Ordnen Sie jede der beiden Sprachen in eine der folgenden Kategorien ein:

- Regulär.
- Kontextfrei, aber nicht regulär.
- Nicht kontextfrei.

Beweisen Sie Ihre Behauptungen.

**Beachten Sie:** Erfolgt ein Beweis durch Angabe eines Automaten, so ist eine klare Beschreibung der Funktionsweise des Automaten und der Bedeutung der Zustände erforderlich. Erfolgt der Beweis durch Angabe eines regulären Ausdrucks, so ist eine informelle Begründung für die Korrektheit des Ausdrucks erforderlich. Wird der Beweis durch die Angabe einer Grammatik geführt, so ist die Bedeutung der Variablen zu erläutern.

**Testfragen**

1. Gegeben sei eine Grammatik  $G$  in CNF mit Startsymbol  $S$  und dazu das Tableau des erweiterten CYK-Algorithmus für ein Wort  $w$  der Länge  $n$ . Ist  $G$  mehrdeutig, falls es zwei Indizes  $i \neq j$  mit  $S^i \in V_{1,n}$  und  $S^j \in V_{1,n}$  gibt?
2. Ist eine Grammatik mehrdeutig, falls es zwei verschiedene Rechtsableitungen für dasselbe Wort gibt?
3. Wie kann  $\text{FIRST}(\alpha)$  für jede rechte Regelseite  $\alpha$  einer kontextfreien Grammatik effizient berechnet werden?