

Übungen zur Vorlesung Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik

Übungsblatt 5

Aufgabe 15: Diskrete Dichte und Verteilungsfunktion

Ein Würfel habe 6 Seiten mit den Zahlen 1, 3, 3, 4, 4 und 6. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel beim Würfeln auf eine bestimmte Seite fällt, sei jeweils $1/6$.

- a) Bestimmen Sie die Zähldichte der Zufallsvariablen X , die das Ergebnis bezeichnet.
- b) Bestimmen und skizzieren Sie die Verteilungsfunktion von X .
- c) Bestimmen Sie folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$P(X > 3), \quad P(X \geq 3), \quad P(3 \cdot X + 1 < 9), \quad P(13/7 \leq X \leq 31/7).$$

Aufgabe 16: Stetige Dichte und Verteilungsfunktion

Die Verteilung einer Zufallsvariablen X mit Werten in dem Intervall $[0, 1]$, mit $c > 0, c \in \mathbb{R}$ habe die folgende Dichte:

$$f(x) = c(x + x^2).$$

- a) Bestimmen Sie die Konstante c . Zeigen Sie, dass f tatsächlich eine Dichte ist.
- b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von X .
- c) Wie groß sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten?

$$P(X \leq 1/3), \quad P(X > 1/2), \quad P(X = 1/2), \quad P(1/3 < X \leq 1/2), \quad P(X > 1).$$

Aufgabe 17: Bivariate Verteilungsfunktion

Bei einem Zufallsexperiment werden zwei faire Würfel geworfen, die jeweils 4 Seiten haben und bei denen die Werte 0, 1, 2, und 3 jeweils mit Wahrscheinlichkeit $1/4$ erzielt werden. Es werden die Summe und die absolute Differenz der beiden gewürfelten Augenzahlen bestimmt. Dabei bezeichne die Zufallsvariable X die Summe und die Zufallsvariable Y die absolute Differenz der beiden gewürfelten Augenzahlen.

- a) Bestimmen Sie die Zähldichte und die Verteilungsfunktion jeweils von X und von Y .
- b) Bestimmen Sie die bivariate Zähldichte und die bivariate Verteilungsfunktion von (X, Y) .
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeiten dass der erste Wurf mindestens größer als 0 ist?
Wie groß sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten?

$$P(1 \leq Y < 3), \quad P(X \leq 3, Y \leq 3), \quad P(X < 2, Y \geq 2).$$

Besprechung der Aufgaben: Donnerstag, 14.12.2017, 18:05 Uhr in EF 50, Hörsaal 1.