

Der Linearzeit MST Algorithmus

Ein randomisierter Ansatz für bessere Performanz

Max Springenberg

Proseminar: Randomisierte Algorithmen, TU Dortmund

Table of contents

1. MST in gewichteten Graphen
2. Bäume vs. Wälder
3. Borůvka Phasen
4. F-schwere/ -leichte Kanten
5. Randomisierte Stichproblem
6. Erkenntnis

MST in gewichteten Graphen

Definition MST

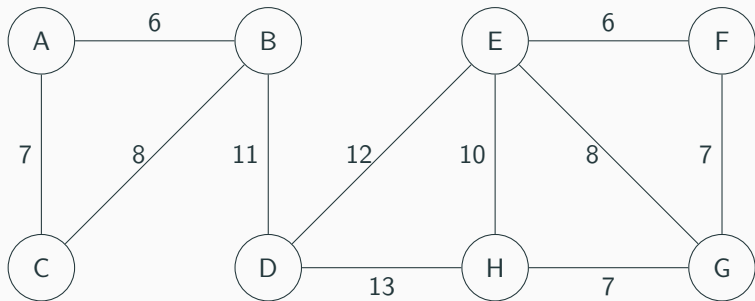
Ein Teilgraph T ist genau dann ein minimaler Spannbaum von G , wenn er ein Spannbaum in G ist und die Summe seiner Kantengewichte

$\sum_{e \in E_T} w(e)$ minimal ist.

Definition MST

Ein Teilgraph T ist genau dann ein minimaler Spannbaum von G , wenn er ein Spannbaum in G ist und die Summe seiner Kantengewichte

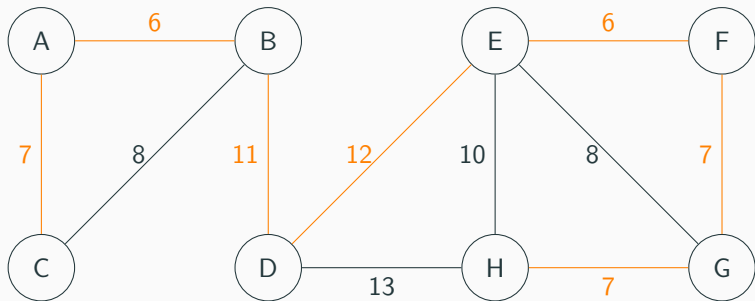
$\sum_{e \in E_T} w(e)$ minimal ist.



Definition MST

Ein Teilgraph T ist genau dann ein **minimaler Spannbaum** von G , wenn er ein Spannbaum in G ist und die Summe seiner Kantengewichte

$\sum_{e \in E_T} w(e)$ **minimal** ist.



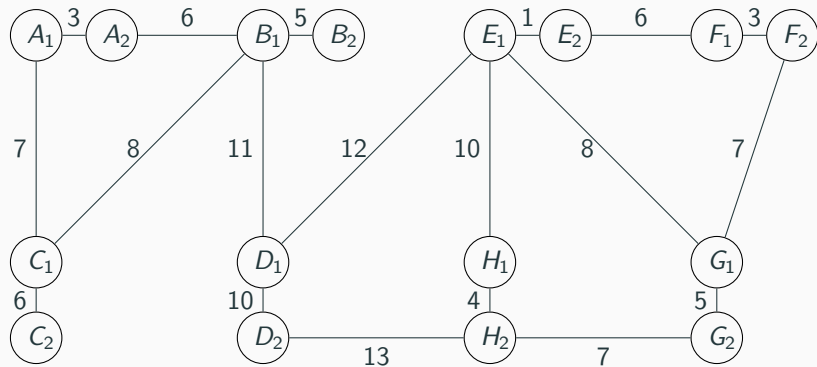
Bäume vs. Wälder

Borůvka Phasen

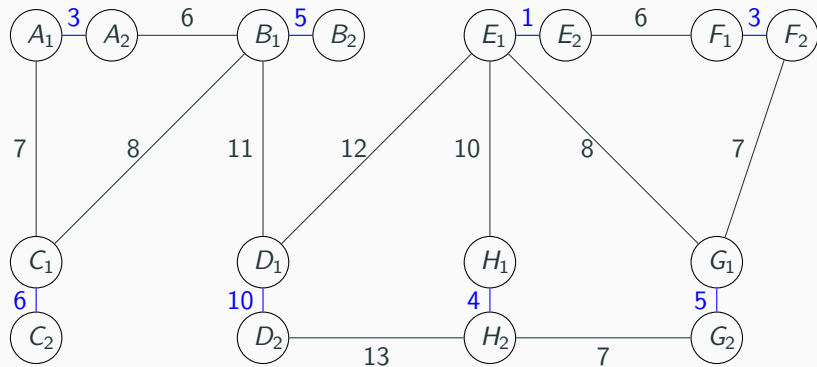
1. Kontraktierende Kanten markieren
2. Verbundene Komponente bestimmen
3. Verbundene Komponenten durch einzelnen Knoten ersetzen
4. Selbstschleifen entfernen

⇒ **Knoten werden auf maximal $n/2$, $n = |V|$ reduziert!**

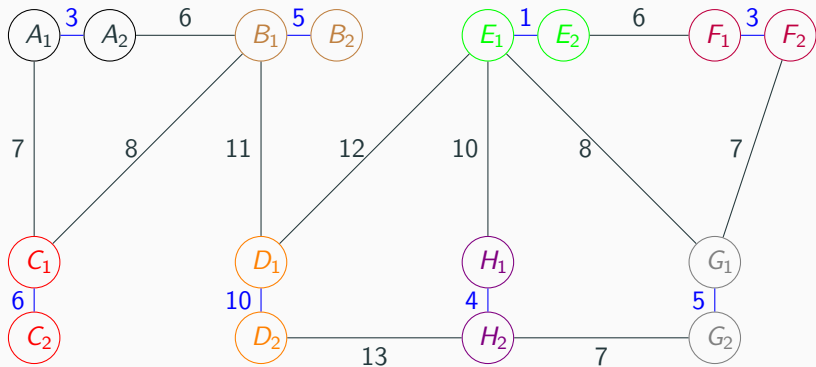
Kontraktierende Kanten markieren



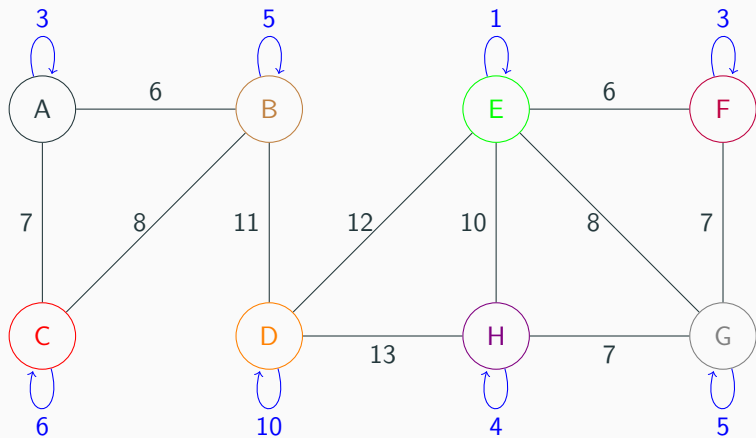
1. Kontraktierende Kanten markieren



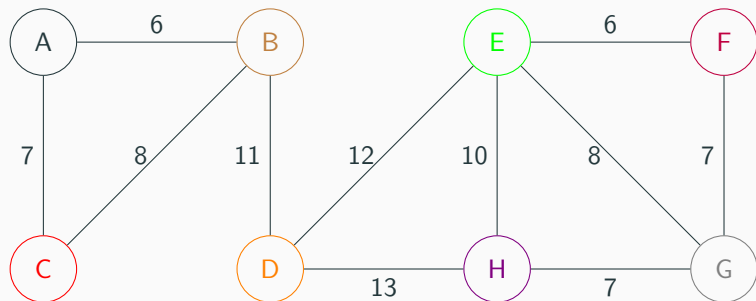
2. Verbundene Komponente bestimmen



3. Verbundene Komponenten durch einzelnen Knoten ersetzen



4. Selbstschleifen entfernen



F-schwere/ -leichte Kanten

Randomisierte Stichproblem

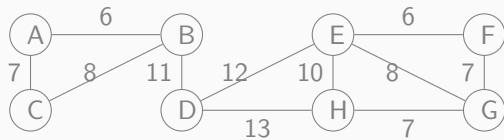
Wirf eine Münze!



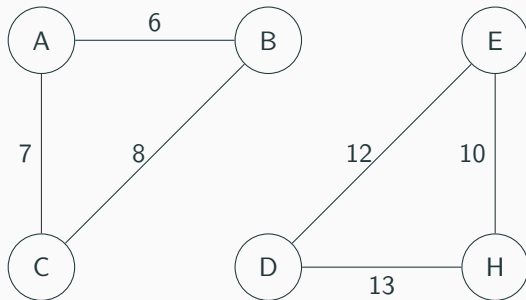
Quelle: <https://melbournechapter.net/explore/coin-flip-clipart/>

Kanten 'würfeln'

G :



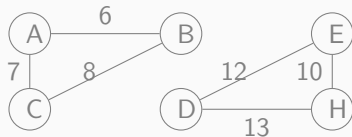
$G(p = 0,5)$:



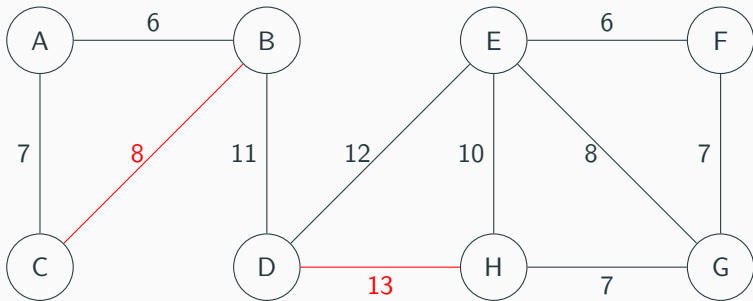
Erkenntnis

Eleminierung von unnützen Kanten

$G(p = 0,5)$:



G :



Aber wie fassen wir das in einen Algorithmus?

... doch:

- Wie erreicht man dadurch eine erwartete lineare Laufzeit?
- Wie kann ein vernünftiger Spannbaum trotz eliminierung von Kanten erwartet werden?

Diese Antworten erhaltet ihr in meiner finalen Präsentation.