

# Der Linearzeit MST Algorithmus

Ein randomisierter Ansatz für bessere Performanz

---

Max Springenberg

Proseminar: Randomisierte Algorithmen, TU Dortmund

# Table of contents

1. MST in gewichteten Graphen
2. Bäume vs. Wälder
3. Boruvka Phasen
4. F-schwere/ -leichte Kanten
5. Randomisierte Stichproblem
6. Erkenntnis

# MST in gewichteten Graphen

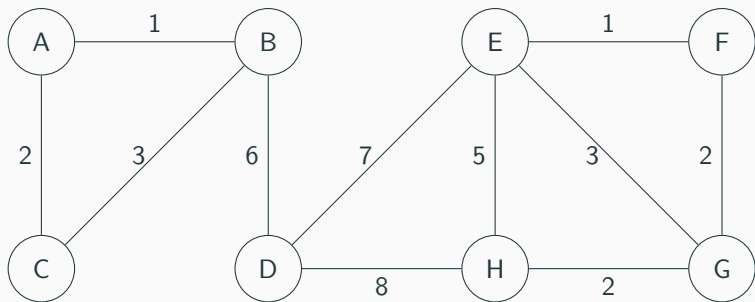
---

# Definition MST

Ein Teilgraph  $T$  ist genau dann ein minimaler Spannbaum von  $G$ , wenn er alle Knoten verbindet und die Summe seiner Kantengewichte  $\sum_{e \in E_T} w(e)$  minimal ist.

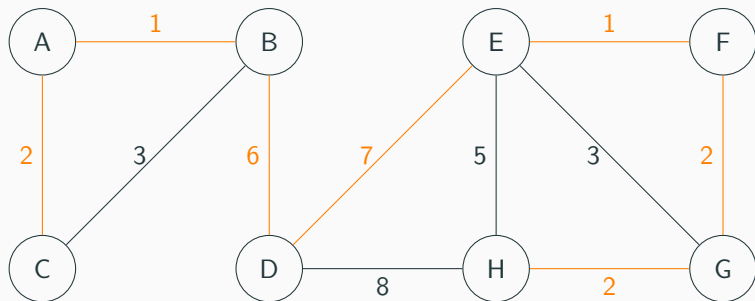
# Definition MST

Ein Teilgraph  $T$  ist genau dann ein minimaler Spannbaum von  $G$ , wenn er alle Knoten verbindet und die Summe seiner Kantengewichte  $\sum_{e \in E_T} w(e)$  minimal ist.



# Definition MST

Ein Teilgraph  $T$  ist genau dann ein **minimaler Spannbaum** von  $G$ , wenn er alle Knoten verbindet und die Summe seiner Kantengewichte  $\sum_{e \in E_T} w(e)$  **minimal** ist.



# Bäume vs. Wälder

---

# Boruvka Phasen

---





1. Kontraktierende Kanten markieren
2. Verbundene Komponente bestimmen
3. Verbundene Komponenten durch einzelnen Knoten ersetzen
4. Selbstschleifen entfernen

**F-schwere/ -leichte Kanten**

---

# Randomisierte Stichproblem

---

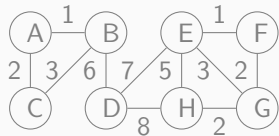
Wirf eine Münze!



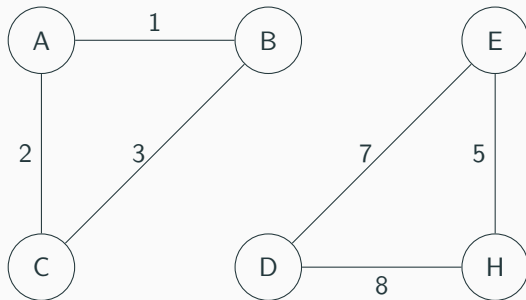
Quelle: <https://melbournechapter.net/explore/coin-flip-clipart/>

# Kanten 'würfeln'

G:



$G(p = 0, 5)$  :

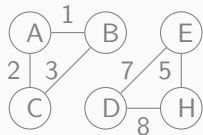


# Erkenntnis

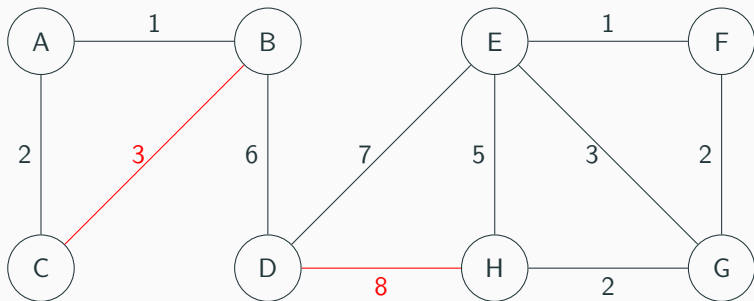
---

# Eleminierung von unnützen Kanten

$G(p = 0, 5)$  :



$G$  :





# Aber wie fassen wir das in einen Algorithmus?

... doch:

- Wie erreicht man dadurch eine erwartete lineare Laufzeit?
- Wie kann ein vernünftiger Spannbaum trotz eliminierung von Kanten erwartet werden?

Diese Antworten erhaltet ihr in meiner finalen Präsentation.