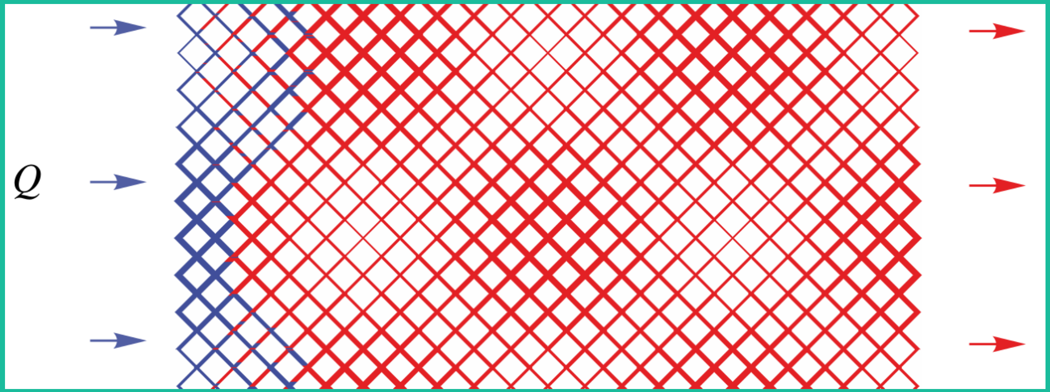


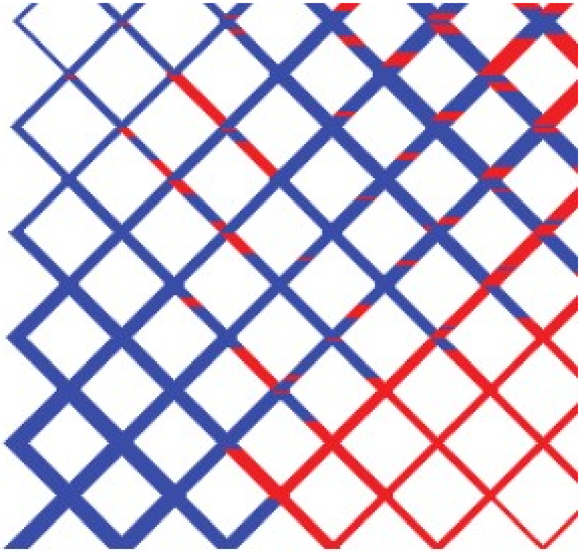
Моделирование процессов вытеснения в пористых средах с периодической неоднородностью

<u>К. Шаббир</u>, О. Извеков, А. Конюхов
Московский физико-технический институт
ФАКТ - Секция нефтяного инжиниринга
ГК-211, 11:00, 04.04.2025

67 ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ МФТИ

1. Мотивация и цель

Наша задача - моделирование эффектов капиллярной неравновесности двухфазных течений в пористой среде на основе неоднородной сетевой модели



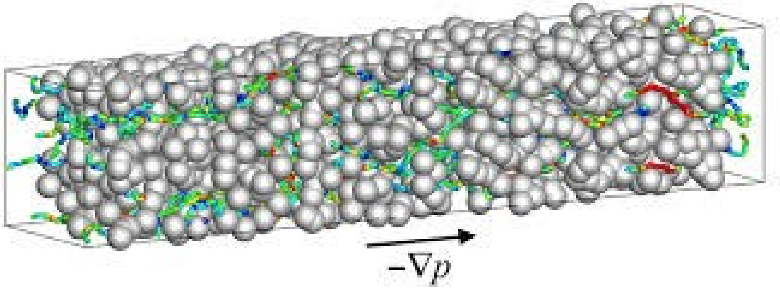
2. Классический подход (Дарси)

- Поток происходит в состоянии равновесия.
- Достаточно времени для перераспределения жидкости в капиллярах.
- Перестает работать в средах с неоднородностями, когда время установления равновесия велико.

$$Q = -\frac{K}{\mu}\nabla P,$$

$$S_k = \frac{V_k}{V_{\text{void}}}$$

$$K = K(S)$$

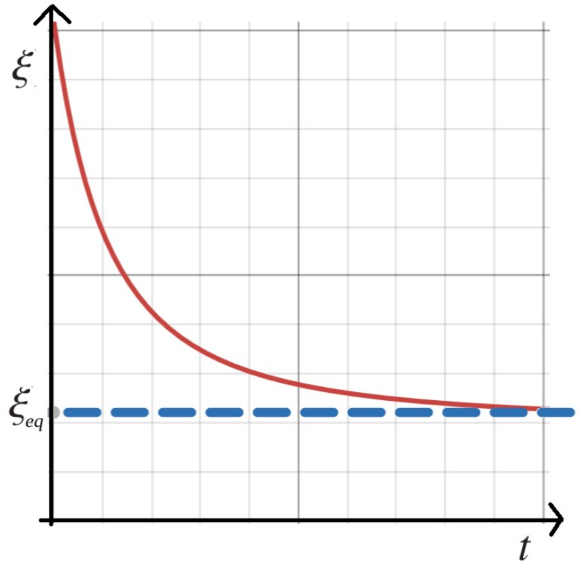


3. Усложненные модели

$$K = K\left(S,\ \frac{\partial S}{\partial t}\right).$$

Barenblatt G. et al. The mathematical model of nonequilibrium effects in water – oil displacement // 2003.

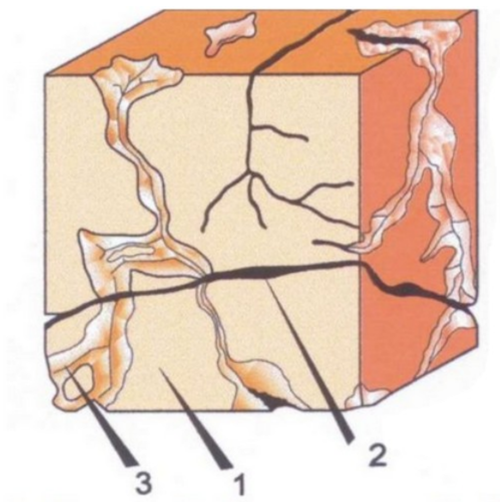
Hassanizadeh S. Continuum description of thermodynamic processes in porous media: Fundamentals and applications // 2004.



$$K_\alpha = K_\alpha(S,\ \xi),$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \Omega(S,\ \xi).$$

Модель неравновесности Кондаурова

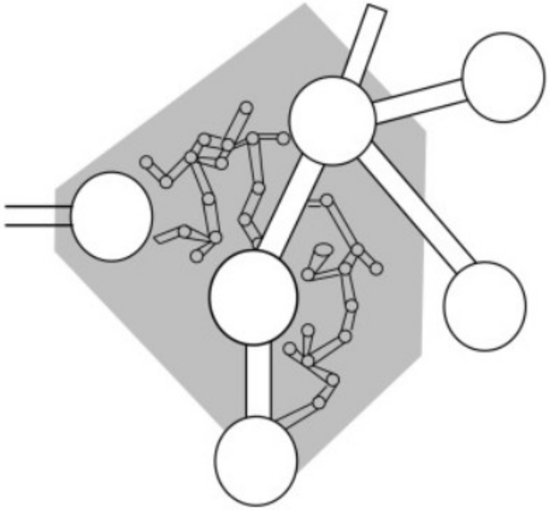


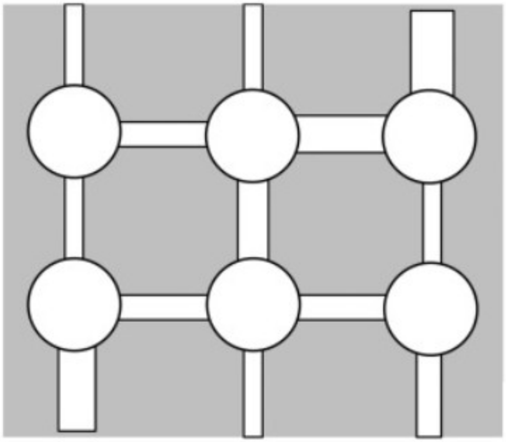
1 - Матрица
2 - Макротрещины
3 - Измененная часть породы с кавернами и микротрещинами

Подход двойной пористости

4. Сетевая модель

- Сетевая модель - численный эксперимент
- Проверка выводов континуальных моделей
- Уточнение физического смысла параметров
- Дополнение континуальной модели





5. Разные сетевые модели

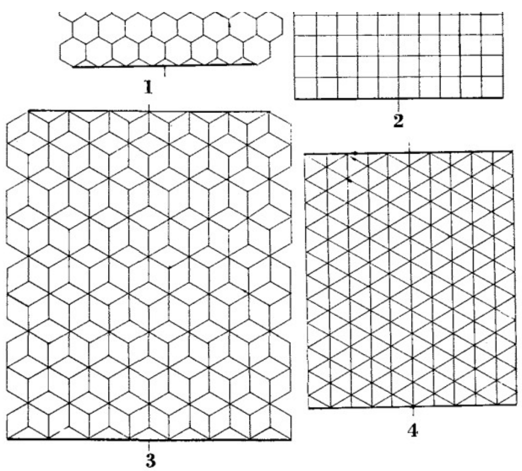
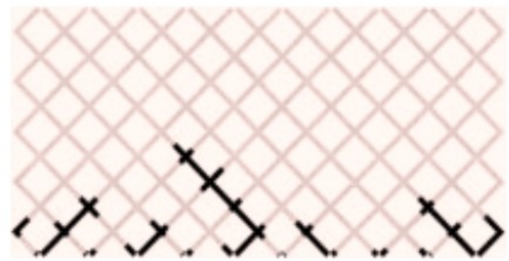
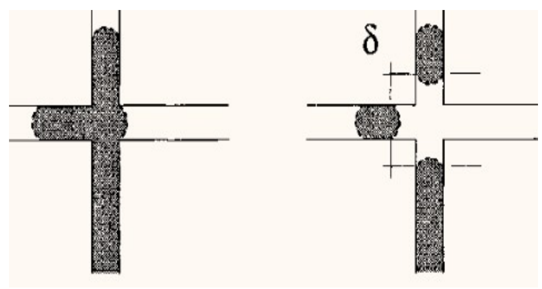


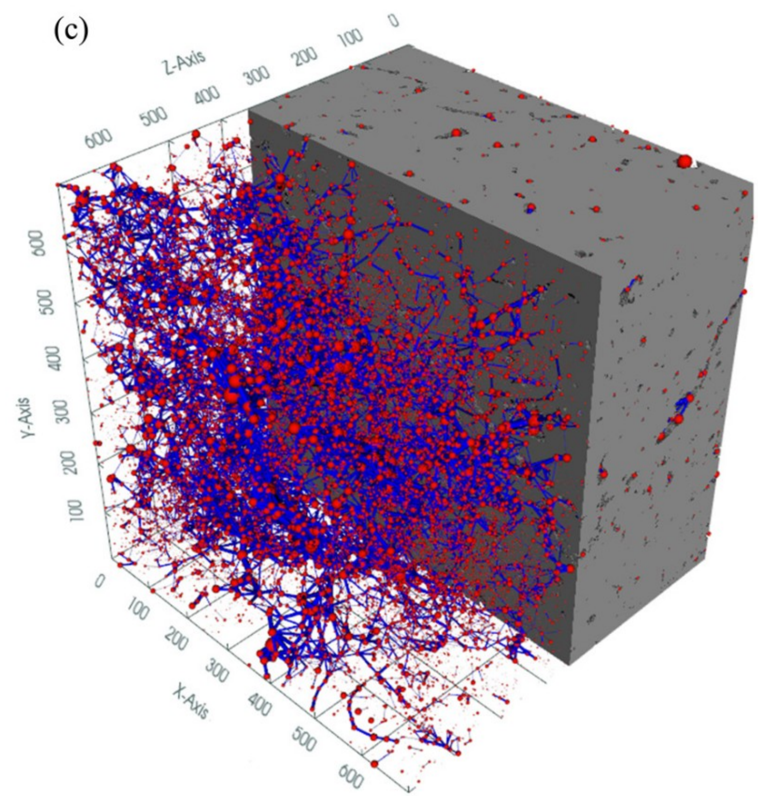
FIG. 1—SINGLE HEXAGONAL NETWORK.
FIG. 2—SQUARE NETWORK.
FIG. 3—DOUBLE HEXAGONAL NETWORK.
FIG. 4—TRIPLE HEXAGONAL NETWORK.

Fatt I // **1956, USA**



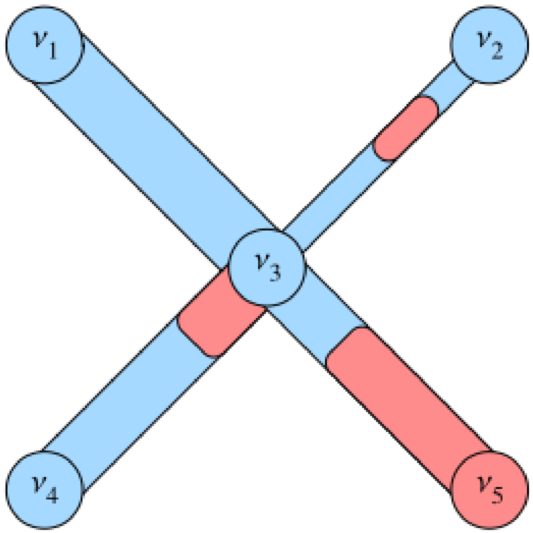


Aker E. et al. // **1998, Norway**

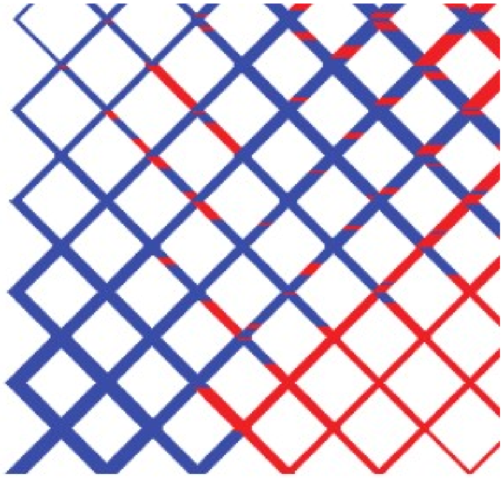


Zubov A et al. **Pore-network extraction using discrete Morse theory // 2022, Russia**

6. Наша сетевая модель



- Капилляры представлены трубками, а поры — узлами
- 2D
- Разные радиусы
- Узлы не имеют объема
- Игнорируем гравитацию



6. Алгоритм

1. Генерация СЛАУ.
2. Расчет скорости во всех капиллярах.
3. Распределение различных жидкостей (новый метод).
4. Измерение насыщенности, капиллярного давления.

$$\boxed{Q_{ij} = A_{ij} \Delta P_{ij} + B_{ij},}$$

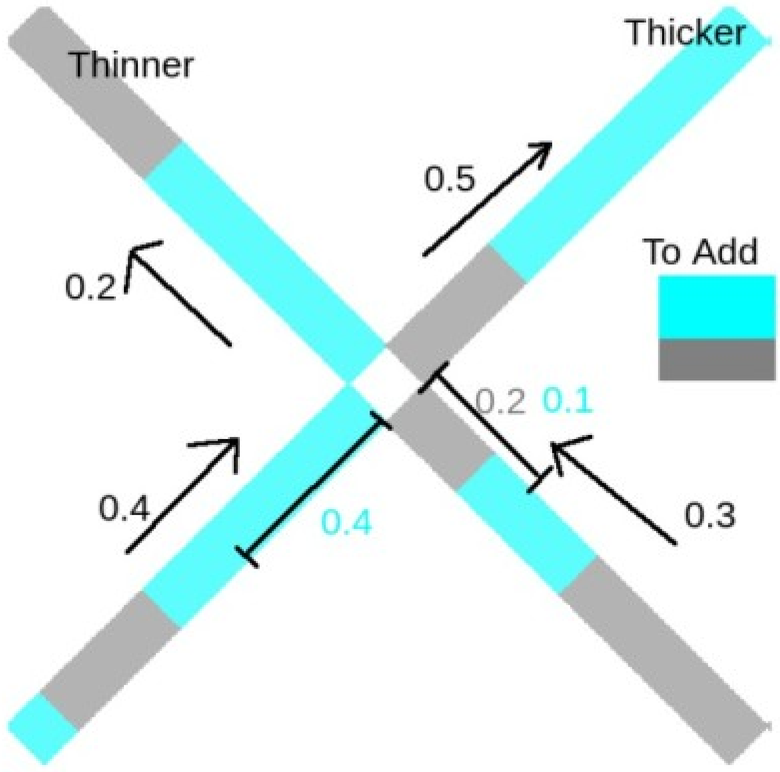
$$A_{ij} = \frac{\pi R_{ij}^4}{8 M_{ij} l};$$

$$B_{ij} = \frac{\pi R_{ij}^4}{8 M_{ij} l} \frac{2 s_{ij} \sigma}{R_{ij}},$$

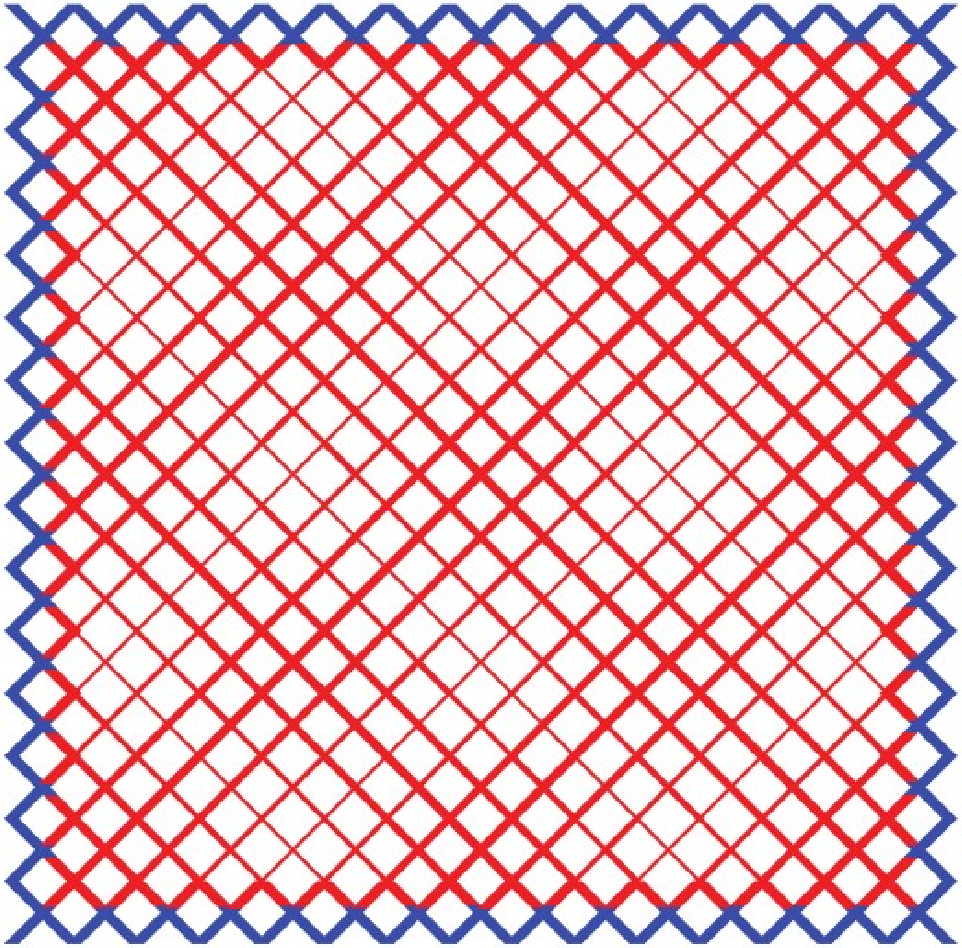
$$M = \sum_i \mu_i \frac{l_i}{l}$$

7. Новый метод распределения жидкости в узлах

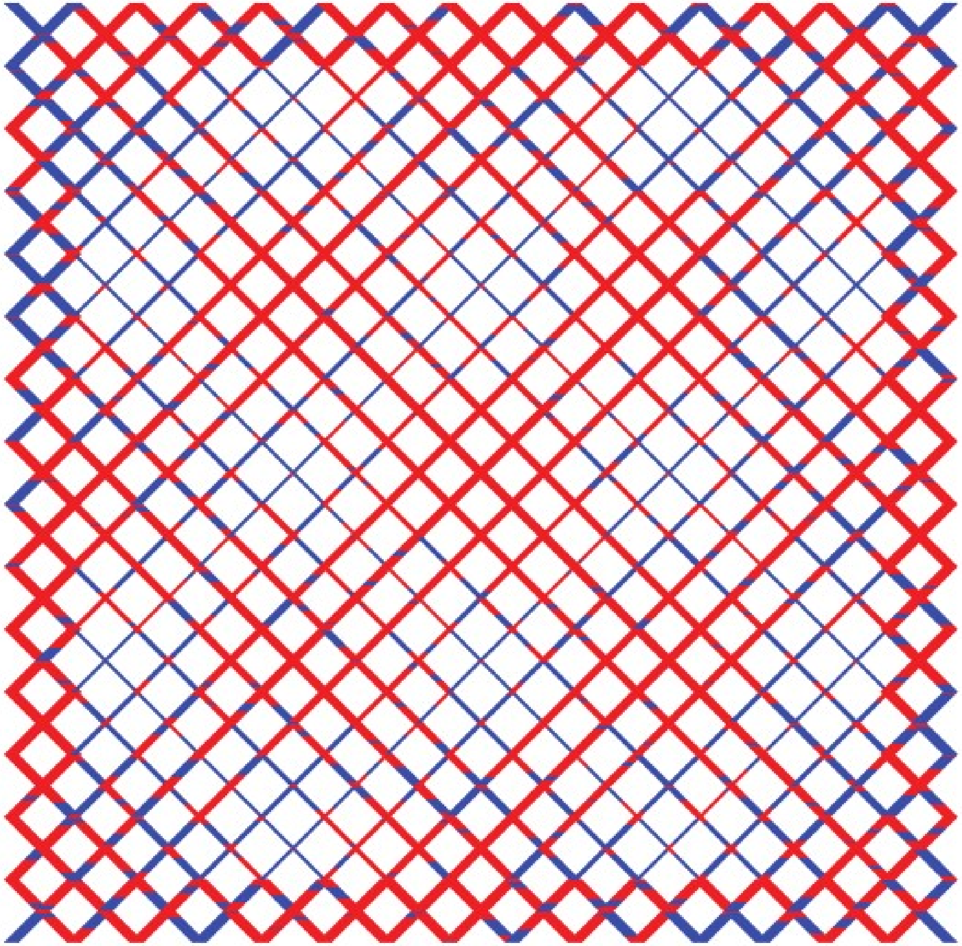
Когда смачивающая и несмачивающая жидкости поступают в узел на шаге интегрирования по времени, смачивающая жидкость поступает в более тонкие капилляры.



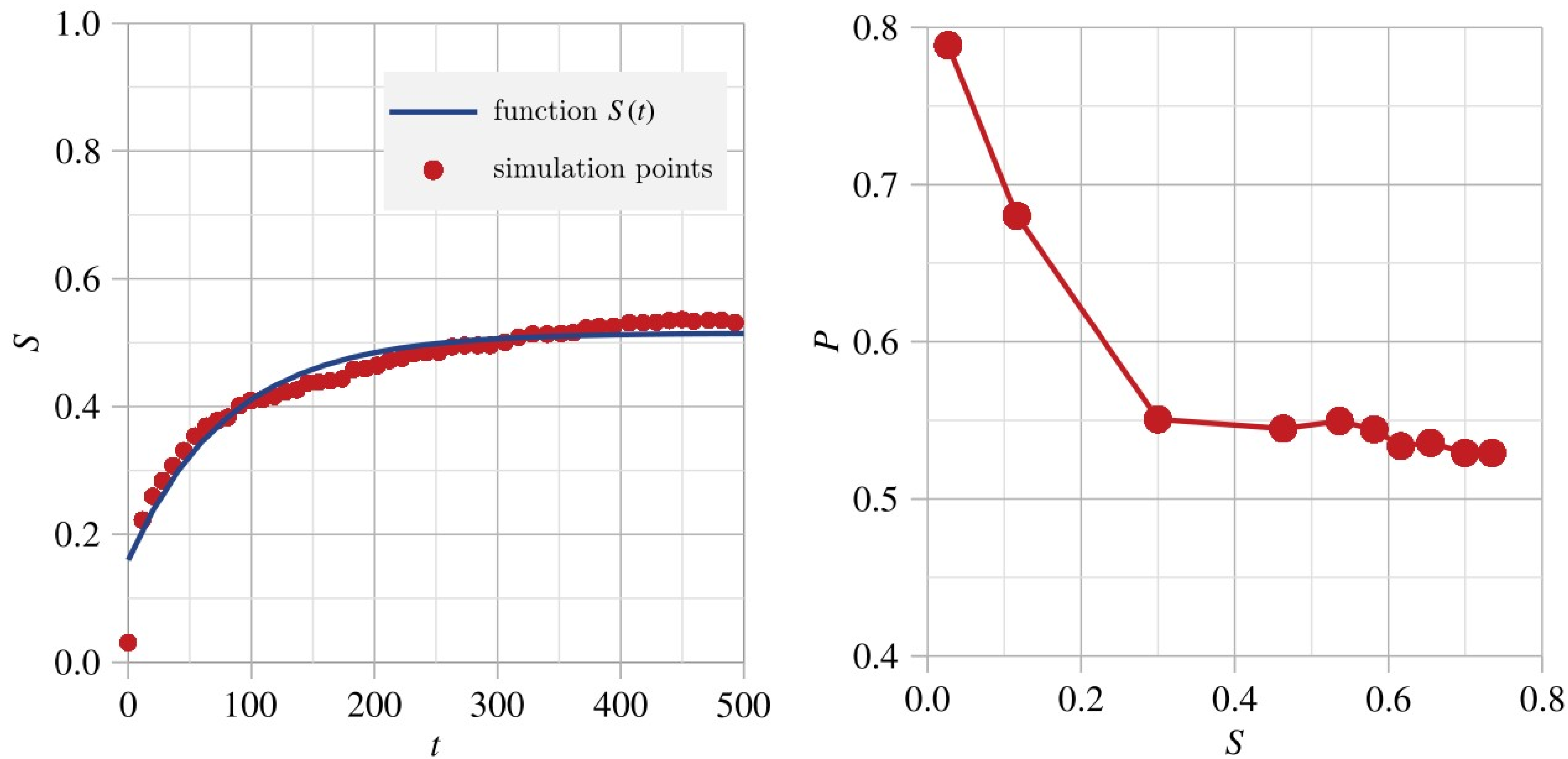
8. Моделирование пропитки (imbibition)



(a) $S_{sys} = 0.29$, $S_{inner} = 0$



(b) $S_{sys} = 0.29$, $S_{inner} = 0.30$



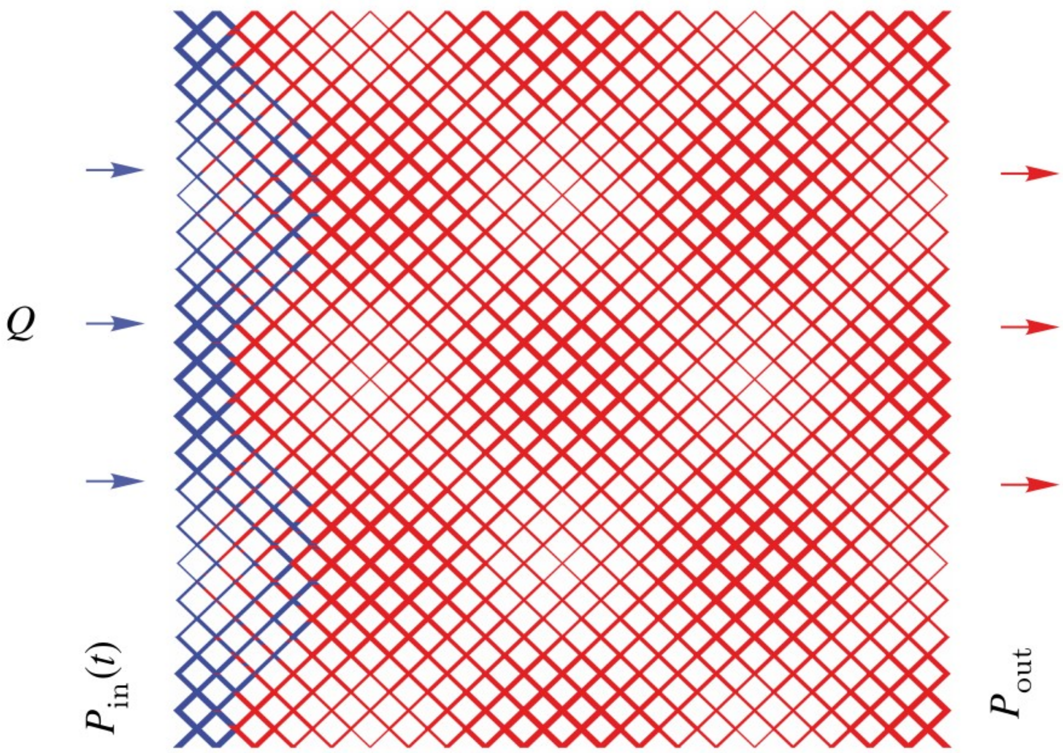
(a) Saturation vs time

(b) Capillary pressure vs saturation

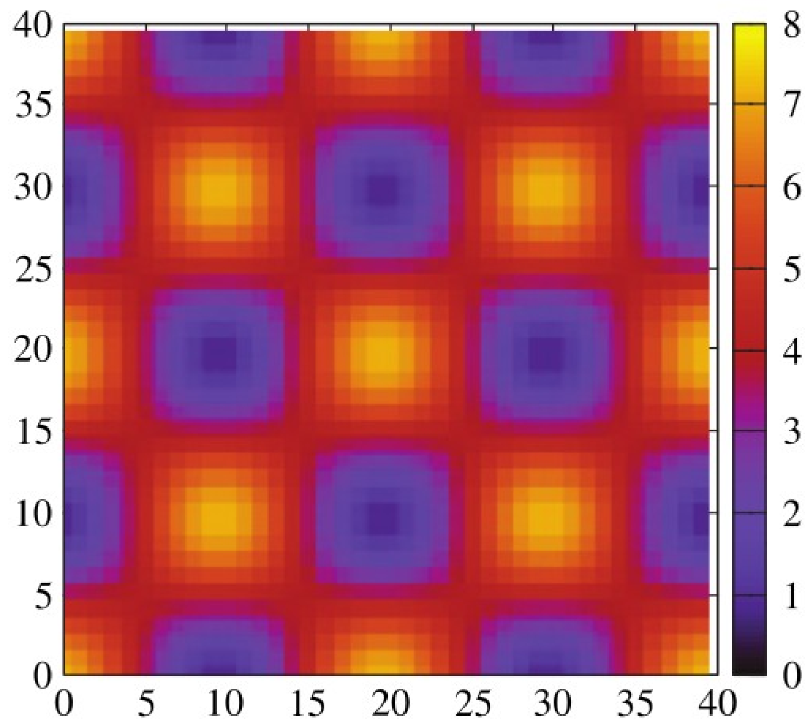
S, P, t — безразмерные величины

Эти результаты были представлены на 66-й конференции МФТИ и опубликованы в статьях.

9. Модель с периодической неоднородностью

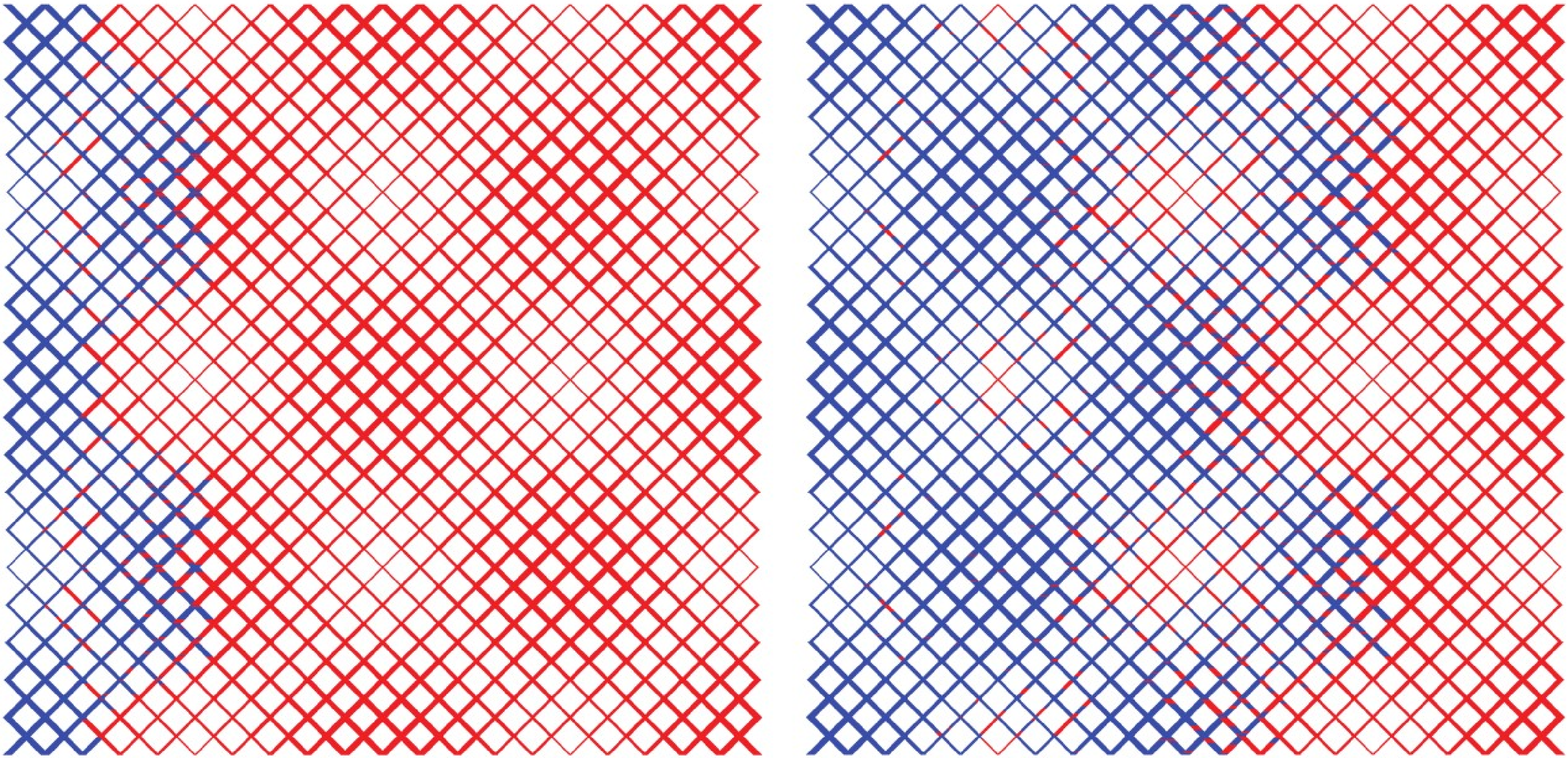


Расчетная область, состоящая из 21x21 узлов. Смачивающая жидкость (обозначена синим цветом) вводится с постоянной скоростью в систему капилляров, первоначально насыщенных несмачивающей жидкостью (обозначена красным цветом)



$$R(x,\ y) = A(1 + B\cos(k_x x)\cos(k_y y)),$$

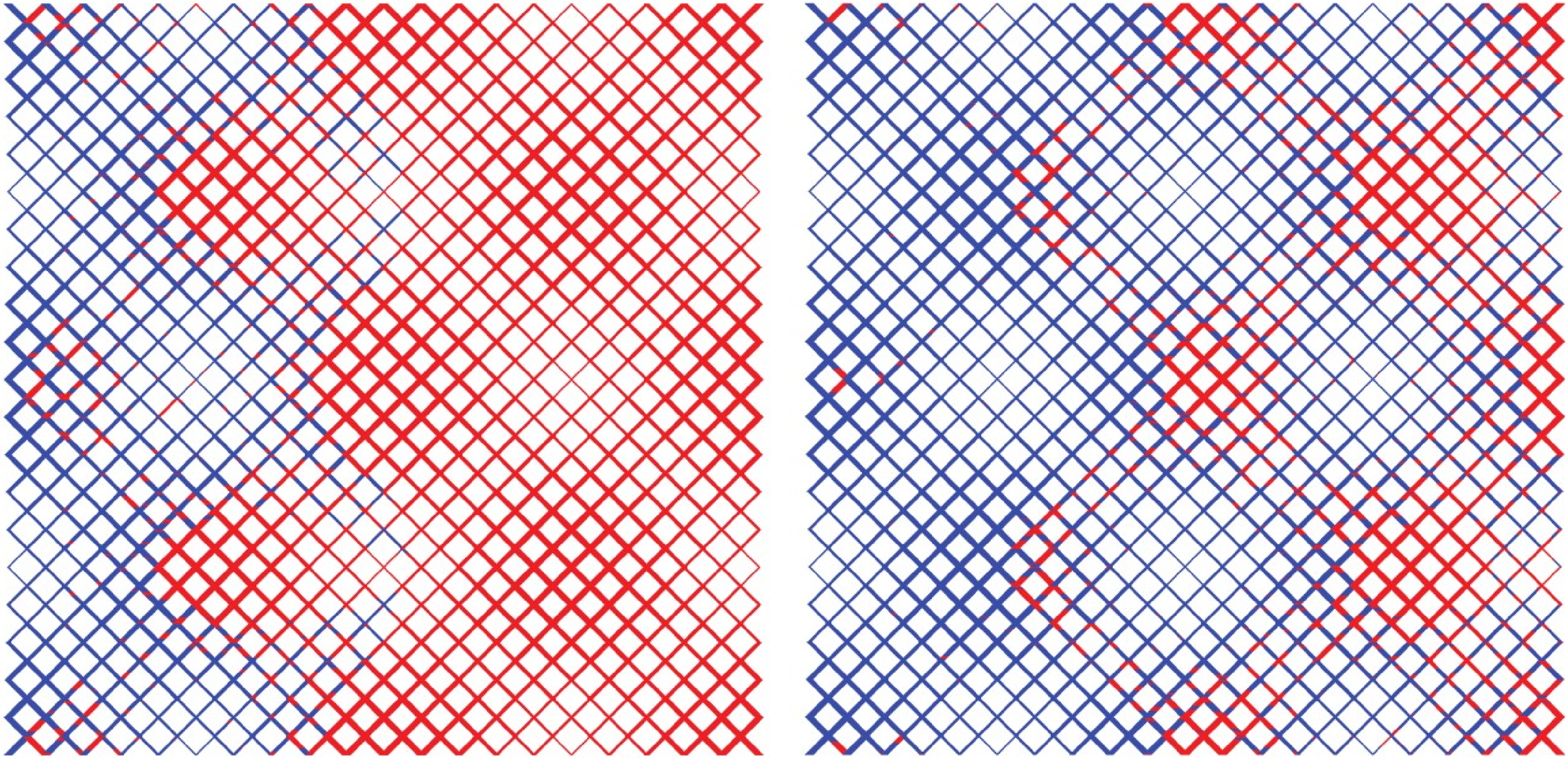
9. Потока с трубками одинаковой длины и различного радиуса



(a) $t = 2000$ (b) $t = 6000$

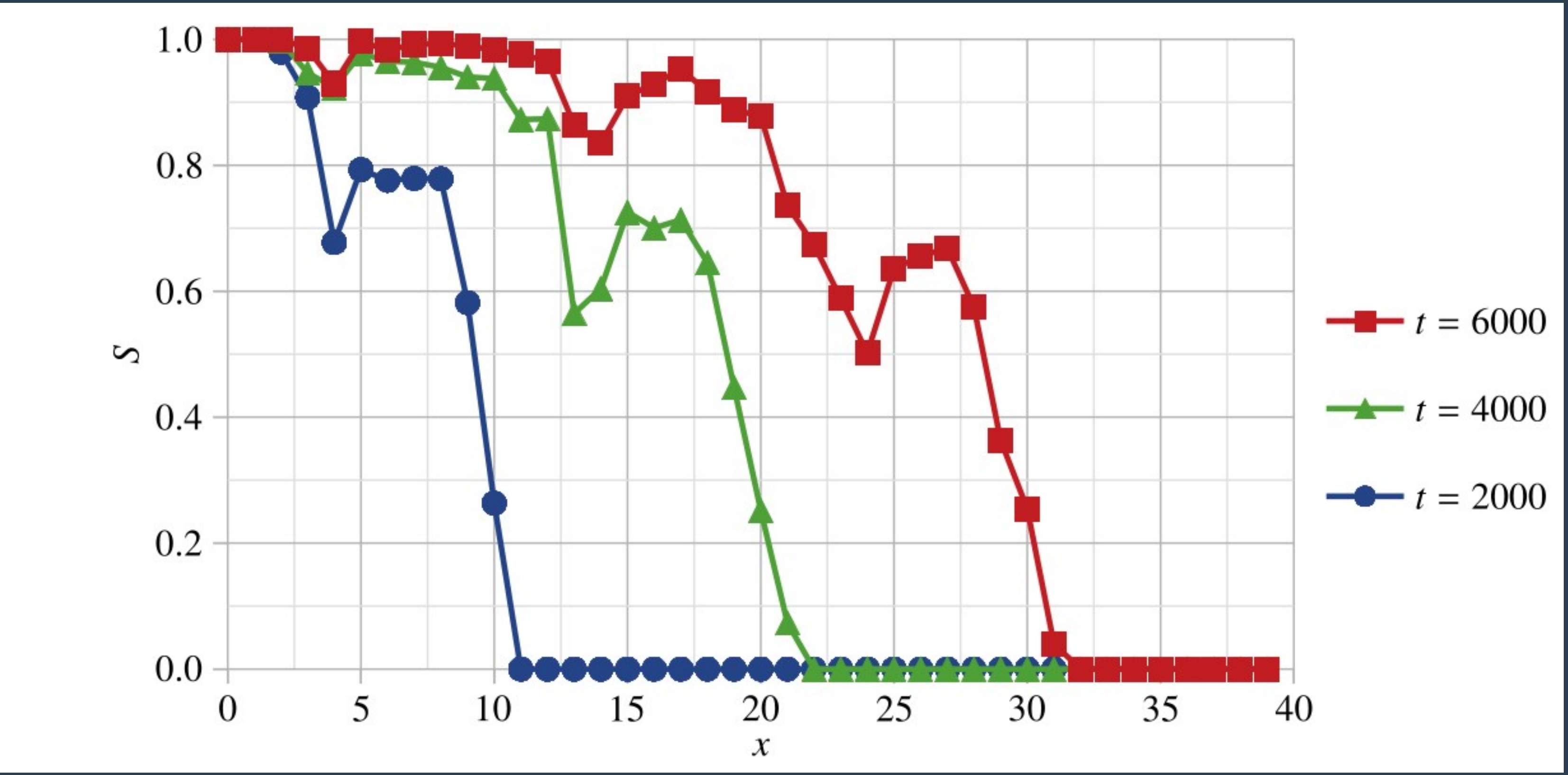
Низкое поверхностное натяжение

9. Потока с трубками одинаковой длины и различного радиуса

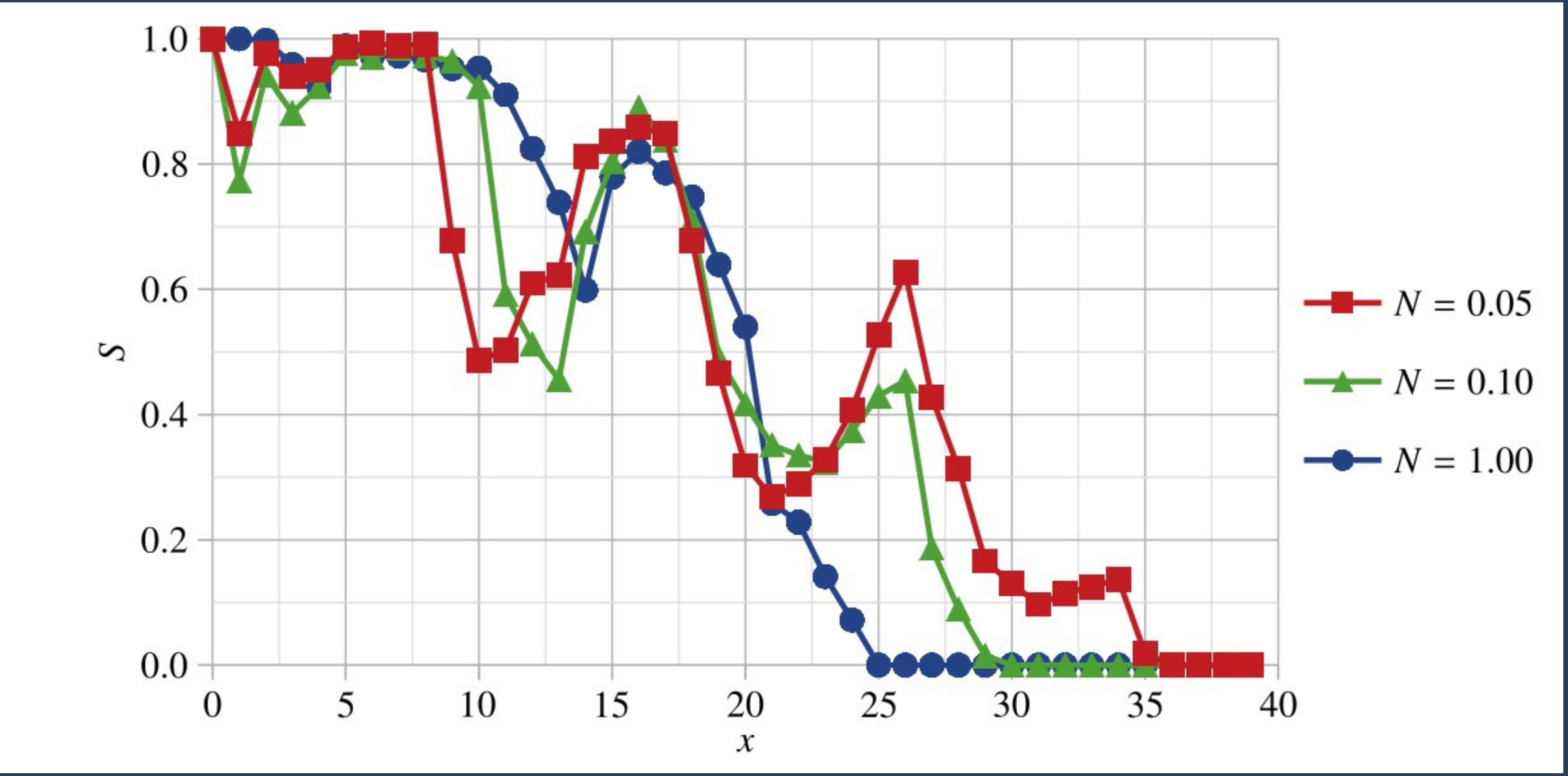


(a) $t = 2000$ (b) $t = 6000$

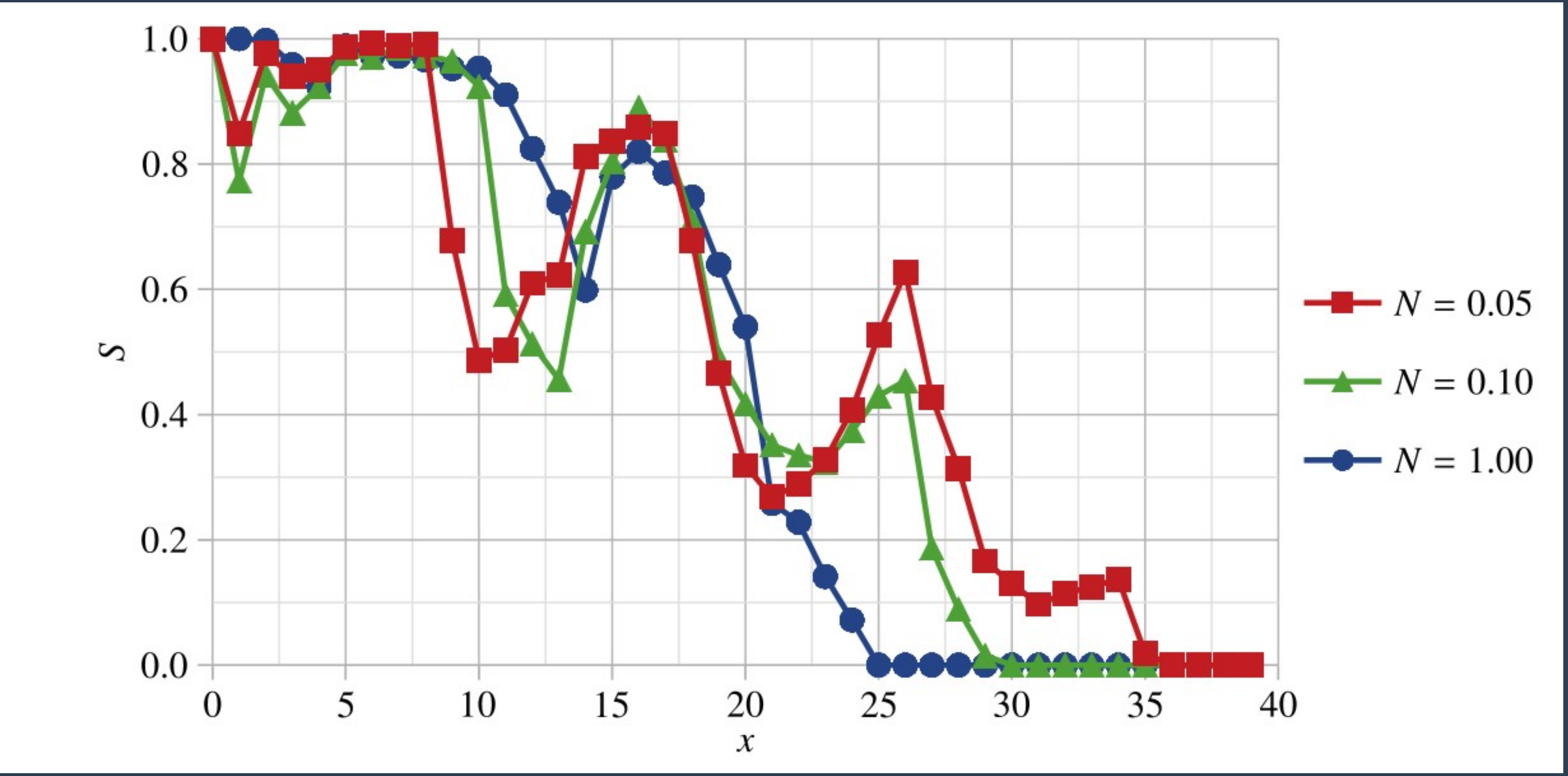
Высокое поверхностное натяжение



1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
S
0
5
10
15
20
25
30
35
40
x
t = 6000
t = 4000
t = 2000



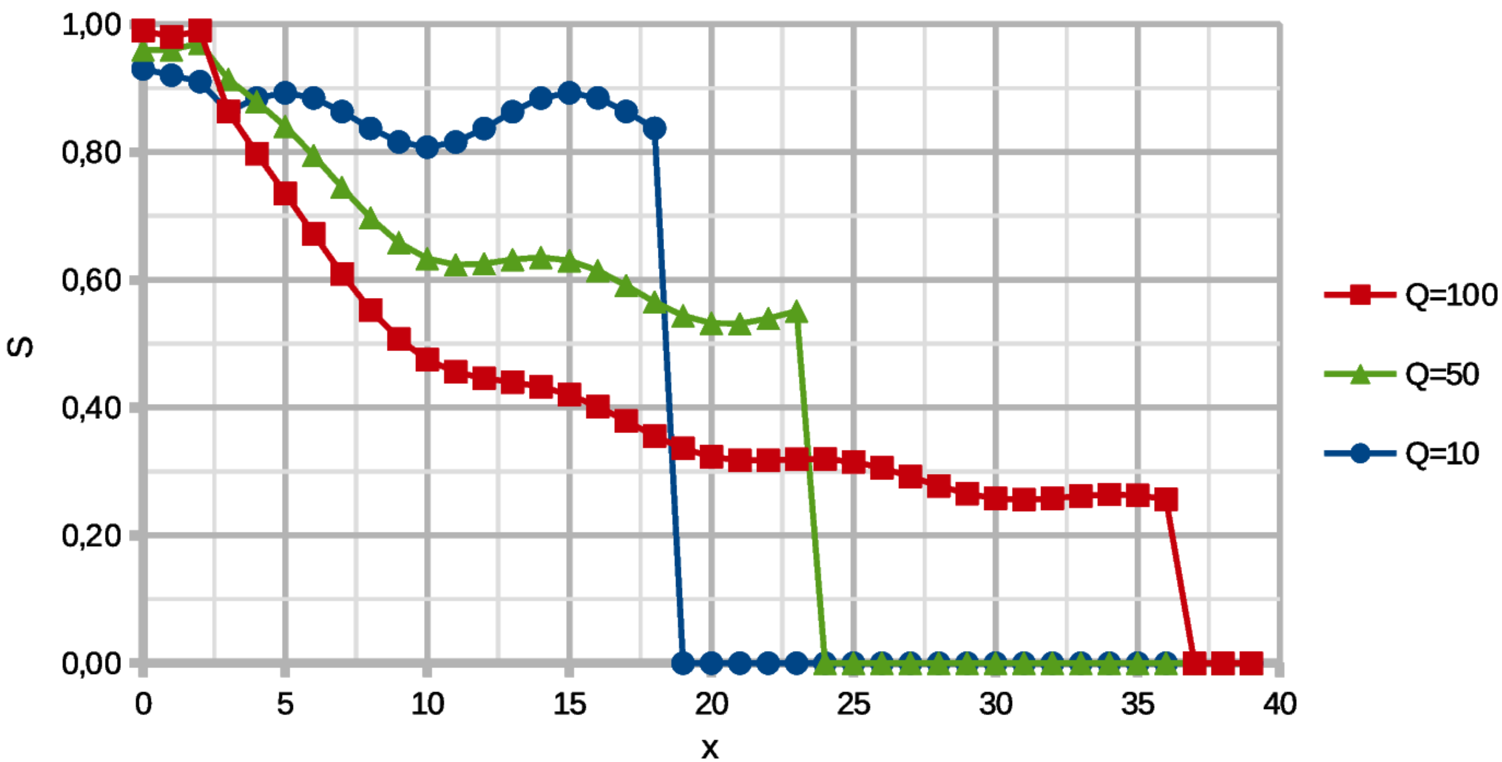
N — capillary number ~ 1/σ



Недостатки:

- Сильное влияние периодичности на кривые

10. Потока с трубками одинакового объёма и различного радиуса (среда с однородной пористостью и переменной проницаемостью)



$$l_i = \frac{A}{r_i^2}$$

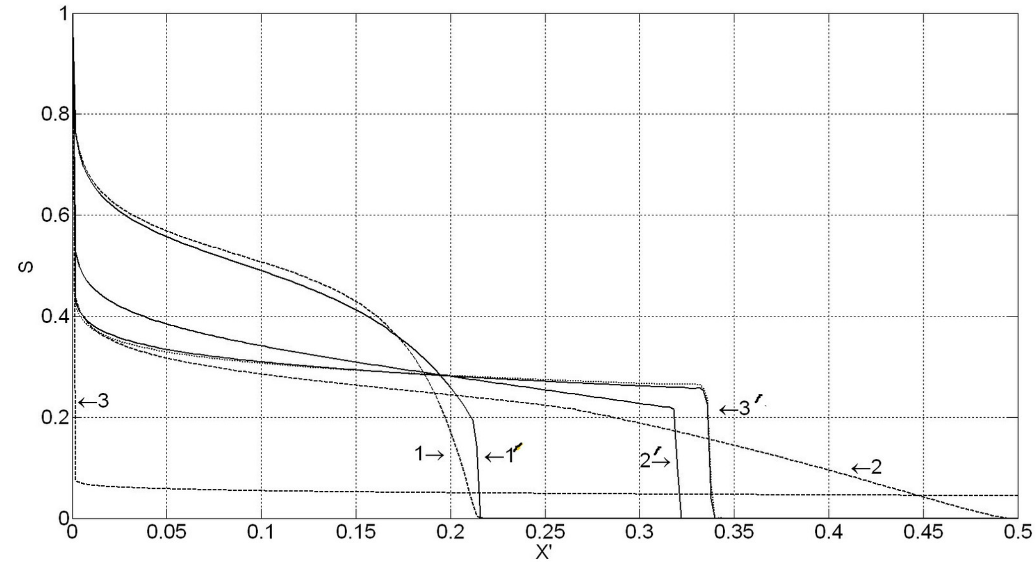
$$Q = \{100,\ 50,\ 10\}$$

$$T = \{10,\ 20,\ 100\},$$

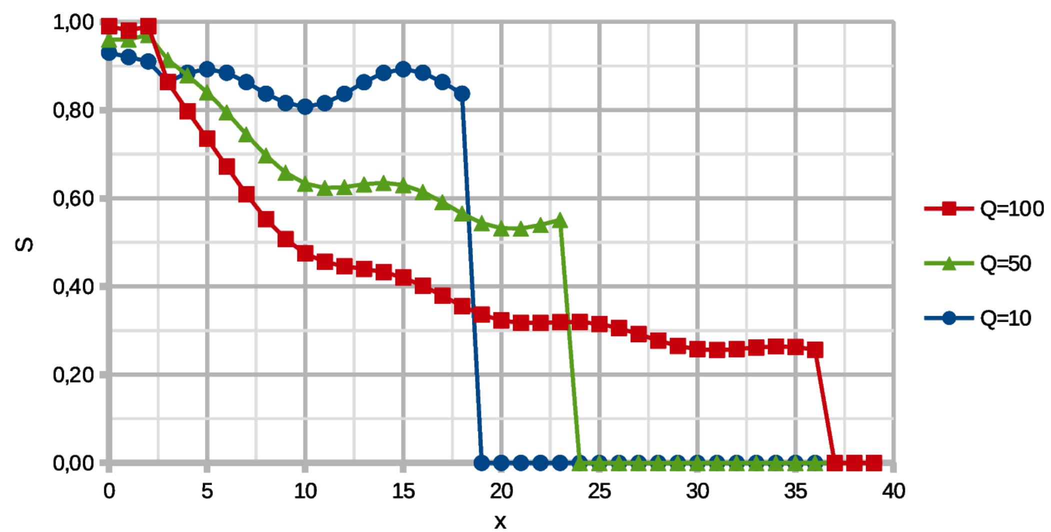
Зависимость средней насыщенности смачивающей жидкости *S* от *x* для различных безразмерных объемных расходов Q в разные моменты времени

11. Аналитическое решение на основе модели Кондауровой

X’ - Континуальная модель Кондаурова



Сетевая модель



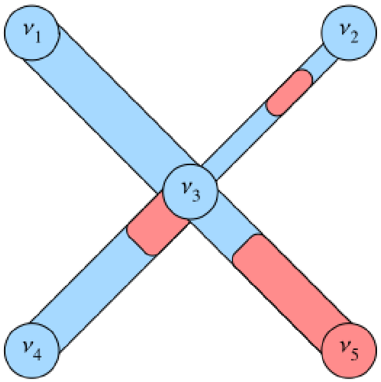
Поскольку моделирование на основе модели Кондаурова является одномерным, и мы усреднили поперечные сечения по оси X, сравнение является правомерным.

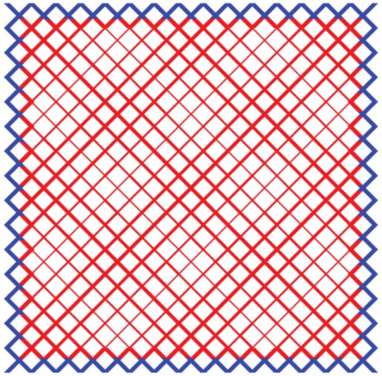
12. Выводы

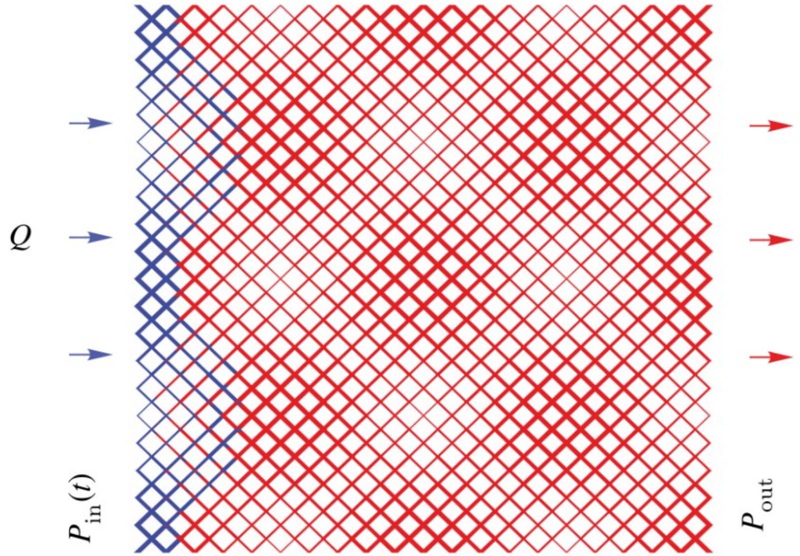
Та же сетевая модель смогла объяснить процесс пропитки, а полученные кривые течения подтвердили адекватность континуальных моделей.

Таким образом, наша сетевая модель пригодна для моделирования и других явлений.

Работа будет продолжена в аспирантуре.



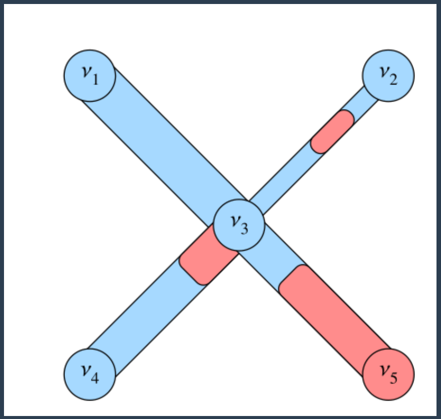




Литература

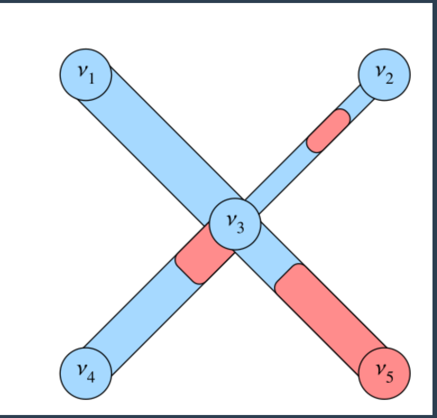
1. ***Shabbir K.***, *Izvekov O. Ya., Konyukhov A. V.* Simulation of two-phase flow in porous media using an inhomogeneous network model // Computer research and modeling, 2024, V. 16(4), P. 913–925.
2. ***Шаббир К.***, *Извеков О. Я., Вамси Б.* Моделирование пропитки пористой среды с помощью двумерной сетевой модели // Труды МФТИ, 2024, Т. 18(2), С. 41–50.
3. *Zubov et al.* Pore-network extraction using discrete Morse theory: Preserving the topology of the pore space // Physical Review, 2022, V. 106(5).
4. *Kondaurov V. I.* A non-equilibrium model of a porous medium saturated with immiscible fluids // Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 2009, V. 73(1), P. 88–102.
5. *Hassanizadeh S.* Continuum description of thermodynamic processes in porous media: Fundamentals and applications // Modeling Coupled Phenomena in Saturated Porous Materials, 2004, P. 179–223.
6. *Barenblatt G.* et al. The mathematical model of nonequilibrium effects in water – oil displacement // SPE journal, 2003, V. 8(4), P. 409–416.
7. *Aker E. et al.* A two-dimensional network simulator for two-phase flow in porous media // Transport in porous media, 1998, V. 32, P. 163–186.

Спасибо! Вопросы пожалуйста.



67
ВСЕРОССИЙСКАЯ
НАУЧНАЯ
КОНФЕРЕНЦИЯ
МФТИ

№	Тема (номер слайда)	№	Тема (номер слайда)
4.	Сетевая модель (5)	9.	Потока с трубками одинаковой длины и различного радиуса (13)
6.	Наша сетевая модель (7)	10.	Потока с трубками одинакового объёма и различного радиуса (18)
7.	Новизна: перераспределение жидкости в узлах (9)	11.	Сравнение с континуальными моделями (19)
8.	Моделирование пропитки (10)	12.	Выводы (20)



67
ВСЕРОССИЙСКАЯ
НАУЧНАЯ
КОНФЕРЕНЦИЯ
МФТИ

Dimensionless

Let us formulate the equations in dimensionless form by introducing the linear scale L_m, the pressure scale P_m and the dynamic viscosity scale μ_m, such that: $x = L_m\widetilde{x}$, $R_{ij} = L_m\widetilde{R}_{ij}$, $l_{ij} = L_m\widetilde{l}_{ij}$, $t = t_m\widetilde{t}$, $v_{ij} = v_m\widetilde{v}_{ij}$, $P = P_m\widetilde{P}$, $M_{ij} = \mu_m\widetilde{M}_{ij}$. We define:

$$v_m \equiv \frac{L_m P_m}{\mu_m}, \quad t_m \equiv \frac{L_m}{v_m}. \tag{15}$$

The flow equations in dimensionless form are

$$\frac{d\widetilde{x}_{ij}}{d\widetilde{t}} = \widetilde{v}_{ij}, \tag{16}$$

$$\widetilde{v}_{ij} = \frac{\widetilde{R}_{ij}^2}{8\widetilde{M}_{ij}\widetilde{l}_{ij}}\left(\Delta\widetilde{P}_{ij} + \frac{1}{N}\frac{2s_{ij}}{\widetilde{R}_{ij}}\right), \tag{17}$$

Dimensionless

where N is the capillary number, which is a dimensionless parameter characterizing the relationship between the viscous and the capillary forces:

$$N = \frac{v_m \mu_m}{\sigma} = \frac{L_m P_m}{\sigma}. \tag{18}$$

Note that the capillary number N can be expressed in terms of the radius R_{ref} and the length l_{ref} of the tube, with a pressure difference at the ends of the capillary of scale P_m:

$$\widetilde{v}_{ij} = \frac{\widetilde{R}_{ij}^2}{8\widetilde{M}_{ij}\widetilde{l}_{ij}} \left(\Delta\widetilde{P}_{ij} + \frac{\alpha}{N_c} \frac{2s_{ij}}{\widetilde{R}_{ij}} \right), \tag{19}$$

$$N_c \equiv \frac{R_{\text{ref}}^2 P_m}{8 l_{\text{ref}} \sigma}, \quad \alpha = \frac{N_c}{N} = \frac{R_{\text{ref}}^2}{8 l_{\text{ref}} L_m}. \tag{20}$$