

§ 3. Алгоритмы циклической структуры

Основные сведения

Алгоритм циклической структуры — это алгоритм, в котором происходит многократное повторение одного и того же участка программы. Повторяемые участки программы называются *циклами*. Циклические алгоритмы по способу организации выхода из цикла разделяются на *детерминированные* (цикл с параметром) и *итерационные* (цикл с предусловием и цикл с постусловием). Количество повторений в первых заранее известно. Количество повторений во вторых заранее неизвестно. В этом случае выход из цикла осуществляется при выполнении определённого условия.

Цикл с параметром

Предписывает выполнять тело цикла для всех значений некоторой переменной (параметра цикла) в заданном диапазоне.

Блок-схема	Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> graph TD Entry(()) --> Header{{i = k, m}} Header --> Body[тело цикла] Body --> Header Body --> Exit(()) </pre>	нц для i от k до m тело цикла кц	for $i:=k$ to m do операторы;

Здесь i — параметр (переменная), k — начальное значение параметра цикла, m — конечное значение параметра цикла.

Пример 3.1. Дано целое положительное число n ($n \leq 100$). Составьте программу, которая вычисляет сумму чисел $1 + 2 + 3 + \dots + n$.

Решение.

1. *Постановка задачи.* Входные данные: целое положительное число n ($n \leq 100$). Выходные данные: сумма чисел $1 + 2 + 3 + \dots + n$.

2. *Алгоритм решения.*

Словесный алгоритм

1) Ввод исходного числа n .

2) Обозначим через s переменную, в которую будет помещено значение искомой суммы. Переменной s присваиваем значение 0.

3) Организуем цикл с параметром i , начальным значением 1 и конечным значением n . На каждом шаге цикла к переменной s прибавляем значение i . (Переменная i на каждой итерации цикла последовательно принимает значения $1, 2, 3, \dots, n$.)

4) Вывод s .

Блок-схема	Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> graph TD Start([Sum_n]) --> Read[/n/] Read --> Init[s:=0] Init --> LoopStart{i=1, n} LoopStart --> Body[s:=s+i] Body --> LoopStart LoopStart --> Output[s] Output --> End([Конец Sum_n]) </pre>	<pre> алг Sum_n нач цел n,s,i ввод n s := 0 нц для i от 1 до n s:=s+i кц вывод s кон </pre>	<pre> Program Sum_n; var n,s,i:integer; begin readln(n); s:=0; for i:=1 to n do s:=s+i; writeln(s) end. </pre>

Цикл с предусловием

Предписывает выполнять тело цикла до тех пор, пока истинно условие.

Блок-схема	Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> graph TD Entry(()) --> Cond{Условие} Cond -- Да --> Body[Тело цикла] Body --> Cond Cond -- Нет --> Exit(()) </pre>	<pre> нц пока условие тело цикла кц </pre>	<pre> while условие do операторы; end; </pre>

Пример 3.2. Составьте программу, которая вычисляет произведение 10 произвольных целых двузначных чисел, введенных с клавиатуры.

Решение.

1. *Постановка задачи.* Входные данные: 10 целых двузначных чисел. Выходные данные: произведение введенных чисел.

2. *Алгоритм решения.*

Словесный алгоритм

- 1) Счетчику чисел i присваиваем значение 0.
- 2) Обозначим через p переменную, в которую будет помещено значение искомого произведения. Переменной p присваиваем значение 1.
- 3) Проверяем условие $i < 10$. Если условие истинно, переходим к выполнению пунктов 4 – 7, в противном случае — к выполнению пункта 8.
- 4) Значение счетчика увеличиваем на 1; $i := i + 1$.
- 5) Вводим очередное число с клавиатуры. (Для хранения очередного числа, вводимого с клавиатуры, используем переменную a .)
- 6) Текущее произведение умножаем на число, введенное с клавиатуры: $p := p \cdot a$.
- 7) Переходим к выполнению пункта 3.
- 8) Вывод p .

Блок-схема	Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> graph TD Start([Proizv]) --> Init[i:=0; p:=1] Init --> Cond{i < 10} Cond -- да --> LoopStart(()) LoopStart --> Inc[i:=i+1] Inc --> Input[/a/] Input --> Mult[p:=p*a] Mult --> LoopStart Cond -- нет --> Output[/p/] Output --> End([Конец Proizv]) </pre>	<pre> алг Proizv нач цел а, i вещ р i:=0 p:=1 нц пока i<10 i:=i+1 ввод а p:=p*a кц вывод р кон </pre>	<pre> Program Proizv; var a,i:integer; p:real; begin i:=0; p:=1; while i<10 do begin i:=i+1; readln(a); p:=p*a end; writeln(p) end. </pre>

Замечание. В рассмотренном примере 3.2 можно было использовать цикл с параметром. В этом случае блок-схема и соответствующая программа примут вид:

Блок-схема	Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> graph TD Start([Proizv2]) --> P1[p := 1] P1 --> I1[i = 1, 10] I1 --> A[/a/] A --> P2[p := p * a] P2 --> P3[p] P3 --> End([Конец Proizv2]) I1 -- loop --> A </pre>	<pre> алг Proizv2 нач цел а, i вещ р р := 1 нц для i от 1 до 10 ввод а р := р * а кц вывод р кон </pre>	<pre> Program Proizv2; var a,i:integer; p:real; begin p:=1; for i:=1 to 10 do readln(a); p:=p*a end; writeln(p) end. </pre>

Пример 3.3. Составьте программу, которая вычисляет сумму произвольных целых чисел, введенных с клавиатуры. Числа вводятся с клавиатуры до тех пор, пока сумма не превзойдет 100.

Решение.

1. *Постановка задачи.* Входные данные: целые числа. Выходные данные: сумма введенных чисел, не превосходящая 100.

2. *Алгоритм решения.*

Словесный алгоритм

1) Обозначим через s переменную, в которую будет помещено значение искомой суммы. Переменной s присваиваем значение 0.

2) Проверяем условие $s \leq 100$. Если условие истинно, переходим к выполнению пунктов 3 – 5, в противном случае — к выполнению пункта 6.

3) Вводим очередное число с клавиатуры. (Для хранения очередного числа, вводимого с клавиатуры, используем переменную a .)

4) К текущей сумме прибавляем число, введенное с клавиатуры:
 $s := s + a$.

5) Переходим к выполнению пункта 2.

6) Вывод $s - a$. (Перед последней проверкой $s \leq 100$ переменная s приняла значение, большее 100, поэтому мы выводим значение $s - a$.)

Блок-схема	Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> graph TD Start([Sum_100]) --> Init[s:=0] Init --> Cond{s ≤ 100} Cond -- loop --> Body[s:=s+a] Body --> Print[/s-a/] Print --> End([Конец Sum_100]) </pre>	<pre> алг Sum_100 нач цел s, a s:=0 нц пока s<=100 ввод a s:=s+a кц вывод s-a кон </pre>	<pre> Program Sum_100; var s,a:integer; p:real; begin s:=0; while s<=100 do begin readln(a); s:=s+a end; writeln(s-a) end. </pre>

Цикл с постусловием

Предписывает выполнять тело цикла до тех пор, пока условие ложно. Так как проверка условия в этом цикле находится после тела цикла, то в отличие от цикла с предусловием тело цикла выполняется хотя бы один раз.

Блок-схема	Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> graph TD Entry(()) --> Body[Тело цикла] Body --> Cond{Условие} Cond -- Да --> Exit(()) Cond -- Нет --> Body </pre>	<pre> нц тело цикла кц при условие </pre>	<pre> repeat операторы; until условие </pre>

Далее рассмотрим задачу из примера 3.3. Однако, при её решении будем использовать цикл с постусловием.

Пример 3.4. Составьте программу, которая вычисляет сумму произвольных целых чисел, введённых с клавиатуры. Числа вводятся с клавиатуры до тех пор, пока сумма не превзойдет 100.

Решение.

1. *Постановка задачи.* Входные данные: целые числа. Выходные данные: сумма введенных чисел, не превосходящая 100.

2. *Алгоритм решения* (с использованием цикла с постусловием).

Словесный алгоритм

1) Обозначим через s переменную, в которую будет помещено значение искомой суммы. Переменной s присваиваем значение 0.

2) Вводим очередное число с клавиатуры. (Для хранения очередного числа, вводимого с клавиатуры, используем переменную a .)

3) К текущей сумме прибавляем число, введенное с клавиатуры:

$s := s + a$.

4) Проверяем условие $s > 100$. Если условие ложно, переходим к выполнению пунктов 2 – 4, в противном случае — к выполнению пункта 5.

5) Вывод $s - a$. (Перед последней проверкой $s > 100$ переменная s приняла значение, большее 100, поэтому мы выводим значение $s - a$.)

Блок-схема	Алгоритмический язык	Паскаль
<pre> graph TD Start([Sum_100]) --> Init[s:=0] Init --> Read[/a/] Read --> Sum[s:=s+a] Sum --> Cond{s > 100} Cond -- Да --> Out[s-a] Out --> End([Конец Sum_100]) Cond -- Нет --> Read </pre>	<pre> алг Sum_100 нач цел s, a s:=0 нц ввод a s:=s+a кц при s>100 вывод s-a кон </pre>	<pre> Program Sum_100; var s,a:integer; begin s:=0; repeat readln(a); s:=s+a until s>100; writeln(s-a) end. </pre>

Анализ алгоритмов и программ

Пример 3.5. Определите, что будет выведено в результате выполнения алгоритма, представленного в виде блок-схемы (см. рис. 33).

Решение.

Для решения задачи выполним программу по шагам, занося значения переменных в таблицу:

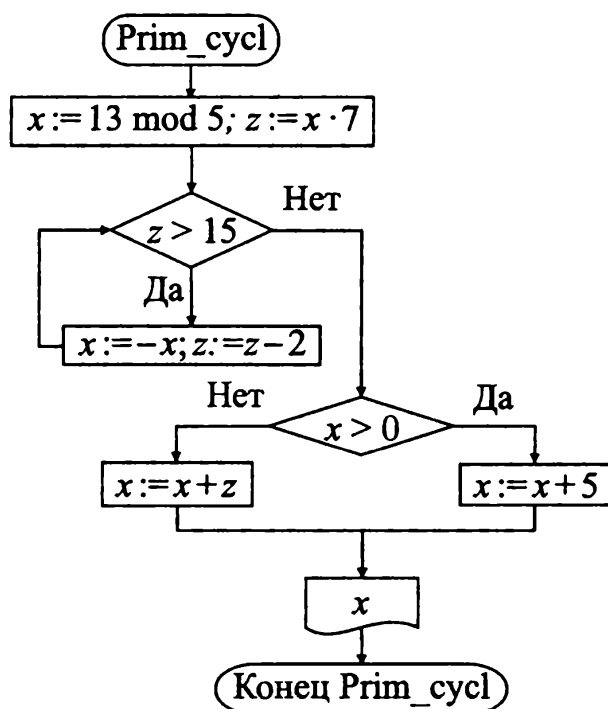


Рис. 33.

Выполняемый оператор	Истинность условия	Значения переменных	
		x	z
$x := 13 \bmod 5$	—	3	—
$z := x \cdot 7$	—	3	21
$z > 15$	да	3	21
$x := -x$	—	-3	21
$z := z - 2$	—	-3	19
$z > 15$	да	-3	19
$x := -x$	—	3	19
$z := z - 2$	—	3	17
$z > 15$	да	3	17
$x := -x$	—	-3	17
$z := z - 2$	—	-3	15
$z > 15$	нет	-3	15
$x > 0$	нет	-3	15
$x := x + z$	—	12	15

Таким образом, значение переменной x после выполнения фрагмента алгоритма равно 12.

Ответ: 12.

Пример 3.6. В результате выполнения программы, записанной ниже, на экран будет выведено два числа A и B . Укажите такое наибольшее число x , при вводе которого на экран будет выведено сначала 4, а потом 5.

Алгоритмический язык	Паскаль
алг Prim_3_6 нач цел x, A, B ввод x $A := 0$ $B := 0$ нц пока $x > 0$ $A := A + 1$ если $B < \text{mod}(x, 10)$ то $B := \text{mod}(x, 10)$ все $x := \text{div}(x, 10)$ кц вывод $A, \text{нс}, B$ кон	Program Prim_3_6; var x, A, B : integer; begin readln(x); $A := 0$; $B := 0$; while $x > 0$ do begin $A := A + 1$; if $B < (x \bmod 10)$ then $B := (x \bmod 10)$; $x := x \text{ div } 10$ end ; writeln(A); writeln(B) end.

Решение. Проанализируем, что происходит в результате выполнения данной программы. Для этого в качестве x рассмотрим произвольное целое число, входящее в диапазон объявленной переменной (в нашем случае $32768 \leq x \leq 32767$, например, 318).

Выполняемый оператор	x	A	B
readln(x)	318	—	—
$A := 0$	318	0	—
$B := 0$	318	0	0
логическое условие $x > 0$ — истинно ($318 > 0$)			
$A := A + 1$	318	1	0
логическое условие $B < (x \bmod 10)$ — истинно ($0 < 8$)			
$B := (x \bmod 10)$	318	1	8
$x := x \text{ div } 10$	31	1	8
логическое условие $x > 0$ — истинно ($31 > 0$)			
$A := A + 1$	31	2	8
логическое условие $B < (x \bmod 10)$ — ложно ($8 \not< 1$)			

Выполняемый оператор	x	A	B
$x := x \text{ div } 10$	3	2	8
логическое условие $x > 0$ — истинно ($3 > 0$)			
$A := A + 1$	3	3	8
логическое условие $B < (x \bmod 10)$ — ложно ($8 \not< 3$)			
$x := x \text{ div } 10$	0	3	8
логическое условие $x > 0$ — ложно ($0 \not> 0$)			
<code>writeln(A)</code>	0	3	8
<code>writeln(B)</code>	0	3	8

Заметим, что A принимает значение равное, соответствующее количеству разрядов в числе x , а переменная B — наибольшая из цифр, входящих в состав числа x . Из условия задачи следует, что 1) $A = 4$, значит, исходное число x — четырёхзначное; 2) $B = 5$, значит, в исходном числе x наибольшая цифра 5. Наибольшим из таких чисел x является 5555.

Ответ: 5555.

Задания для индивидуальной работы

Разработка программ

Использование цикла с параметром

1. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая выводит на экран в столбик (одно под другим) числа от 1 до n .
2. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая выводит на экран числа следующим образом:

```

1  n
2  n - 1
3  n - 2
...
n  1

```

3. Дано натуральное число n , кратное трём. Составьте программу, которая выводит на экран числа следующим образом:

```

1 2 3
4 5 6
...
n - 2 n - 1 n

```

4. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая выводит на экран таблицу перевода 1, 2, ... n рублей в доллары США по текущему курсу. (Значение курса вводится с клавиатуры.)

5. Составьте программу, которая выводит на экран таблицу умножения на 6 следующим образом:

$$1 * 6 = 6$$

$$2 * 6 = 12$$

...

$$9 * 6 = 54$$

6. Составьте программу, которая выводит на экран значения y для значений x , равных $-3, -2, -1, \dots, 15$, если

$$y = 2t^2 - 1, 2t + 1; t = x - 1.$$

7. Составьте программу, которая выводит на экран значения y для значений x , равных $-3, -2, -1, \dots, 15$, если

$$y = -t^2 + 10t - 1; t = 2x + 1, 4.$$

8. Дано целое число n ($n > -10$). Составьте программу, которая вычисляет сумму чисел от -10 до n .

9. Дано целое число n ($n < 100$). Составьте программу, которая вычисляет среднее арифметическое чисел от n до 100.

10. Даны целые числа n и m ($n < m$). Составьте программу, которая вычисляет сумму квадратов чисел от n до m .

11. Дано целое число n ($n > 10$). Составьте программу, которая вычисляет произведение чисел от 10 до n .

12. Даны действительное число a , натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет a^n . (Операцию возведения в степень не использовать.)

13. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая находит сумму $n^2 + (n + 1)^2 + \dots + (2n)^2$.

14. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет сумму $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$.

15. Даны действительное число a , натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет произведение $a \cdot (a + 1) \cdot \dots \cdot (a + n - 1)$.

16. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет сумму $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{n}{n + 1}$.

17. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет сумму $\frac{1}{\sin 1} + \frac{1}{\sin 2} + \dots + \frac{1}{\sin n}$.
18. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет произведение $\left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$.
19. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет сумму $\frac{1}{\ln 1} + \frac{2}{\ln 1 + \ln 2} + \dots + \frac{n}{\ln 1 + \ln 2 + \dots + \ln n}$.
20. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет сумму $\frac{1}{2n+1} + \frac{-1}{2n+1} + \dots + \frac{(-1)^n}{2n+1}$. (Операцию возведения в степень не использовать.)
21. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет сумму $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{n}\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{1}{n+1}\right) + \dots + (-1)^n \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2n}\right)$. (Операцию возведения в степень не использовать.)
22. Даны действительное число x и натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет сумму $\sin x + \sin^2 x + \dots + \sin^n x$. (Операцию возведения в степень не использовать.)
23. Даны действительное число x и натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет сумму $\sin x + \sin(\sin x) + \sin(\sin(\sin x)) + \dots + \sin(\sin(\dots \sin x) \dots)$.
24. Даны натуральное число n и действительные числа a_1, a_2, \dots, a_n . Составьте программу, которая вычисляет сумму $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ (без использования массива).
25. Даны натуральное число n и действительные числа a_1, a_2, \dots, a_n . Составьте программу, которая находит значение выражения $a_1 - a_2 + a_3 + \dots + (-1)^{n+1} a_n$ (без использования массива, условного оператора и операции возведения в степень).
26. Известны оценки за контрольную по информатике n учащихся. Составьте программу, которая вычисляет среднюю оценку (без использования массива).
27. Известно количество осадков, выпавших за каждый день июня и июля. Составьте программу, которая определяет среднее количество осадков за каждый месяц (без использования массива).

28. Дано натуральное число n . Составьте программу (без использования массива), которая вычисляет значения элементов последовательности $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$, если $a_0 = -1, a_i = ia_{i-1} + \frac{1}{i} (i = 1, 2, \dots, n)$.

29. Последовательность чисел Фибоначчи образуется следующим образом: первый и второй члены последовательности равны 1, каждый следующий член равен сумме двух предыдущих (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...). Дано натуральное число k . Составьте программу, которая находит значение k -го члена последовательности Фибоначчи.

30. Даны натуральное число n и целые числа x_1, x_2, \dots, x_n . Составьте программу (без использования массива), которая находит количество пар «соседних» чисел, равных 2.

31. Даны натуральное число n и целые числа x_1, x_2, \dots, x_n . Составьте программу (без использования массива), которая находит количество пар «соседних» чисел, равных между собой.

32. Даны натуральное число n и целые числа x_1, x_2, \dots, x_n . Составьте программу (без использования массива), которая находит среднее арифметическое тех из них, которые кратны 4.

33. В группе n учеников. Известен рост каждого из них. Учеников, имеющих рост выше 165 см, будем называть высокими. Составьте программу (без использования массива), которая находит средний рост высоких учеников и средний рост остальных учеников.

34. Известны данные о количестве осадков, выпавших за каждый день января. Составьте программу (без использования массива), которая определяет, какого числа выпало наибольшее количество осадков. Если таких дней несколько, программа должна вывести дату последнего из них.

Использование циклов с предусловием и постусловием

35. Составьте программу, которая находит такое наименьшее натуральное n , что $n^2 + 2n > 1000$.

36. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая определяет, сколько цифр содержится в числе n .

37. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая вычисляет сумму цифр этого числа.

38. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая находит первую цифру этого числа.

39. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая определяет, входит ли цифра 6 в запись числа n^2 .

40. Даны натуральные числа n и m . Составьте программу, которая вычисляет сумму последних m цифр числа n .
41. Дано натуральное число n , в котором все цифры различны. Составьте программу, которая находит порядковый номер (считая с конца числа) его максимальной цифры.
42. Дано натуральное число n , в котором все цифры различны. Составьте программу, которая находит порядковый номер (считая с начала числа) его минимальной цифры.
43. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая определяет, сколько раз в числе n содержится наибольшая цифра этого числа.
44. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая определяет, сколько цифр этого числа кратны 3.
45. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая находит сумму цифр этого числа, больших 5.
46. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая получает из него число, цифры в котором расположены в обратном порядке.
47. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая определяет, является ли последовательность цифр этого числа (при просмотре их справа налево) упорядоченной по возрастанию.
48. Дано натуральное число n . Составьте программу, которая определяет, является ли последовательность цифр этого числа (при просмотре их слева направо) упорядоченной по неубыванию.
49. Дана непустая последовательность целых чисел, оканчивающаяся нулём. Составьте программу, которая находит сумму всех чётных чисел последовательности.
50. Дана непустая невозрастающая последовательность целых чисел, оканчивающаяся нулём. Несколько чисел, идущих подряд, равны между собой. Составьте программу, которая определяет количество таких чисел.
51. Дана непустая невозрастающая последовательность целых чисел, оканчивающаяся нулём. Несколько чисел, идущих подряд, равны между собой. Составьте программу, которая находит количество различных чисел в этой последовательности.
52. Дана последовательность целых чисел, оканчивающаяся нулём. Составьте программу, которая определяет, есть ли в последовательности хотя бы одно число, оканчивающееся на 8.
53. Дано действительное число a . Составьте программу, которая среди чисел $1, 1 + \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}, \dots$ находит первое большее a .

54. Дано действительное число a . Составьте программу, которая находит такое наименьшее натуральное число n , что $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} > a$.

55. Дано действительное число ε . Составьте программу, которая вычисляет приближённое значение суммы $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$, где $x = 0,5$ ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$). Нужное приближение считается полученным, если очередное слагаемое меньше, чем ε .

56. Дано действительное число $\varepsilon = 0,001$. Составьте программу, которая вычисляет приближённое значение суммы $\frac{\sin(x)}{e^x} + \frac{\sin(2x)}{e^{2x}} + \frac{\sin(3x)}{e^{3x}} + \dots$, где $x = 3,7$. Нужное приближение считается полученным, если очередное слагаемое меньше, чем ε .

57. Дано действительное число $\varepsilon = 0,001$. Составьте программу, которая вычисляет приближённое значение произведения

$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots$. Нужное приближение считается полученным, если очередной сомножитель p_i удовлетворяет условию $(1 - |p_i|) \leq \varepsilon$.

58. Около стены под наклоном стоит палка длиной 4 м. Один её конец находится на расстоянии y от стены. Составьте программу, которая определяет значение угла α между палкой и землёй для значений y , изменяющихся от 1 до 4 метров с шагом 0,2 метра.

59. При столкновении подвижного шара массой m_1 с неподвижным шаром массой m_2 первый передаёт ему часть своей кинетической энергии T , которая рассчитывается по формуле $T = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2}$. Составьте программу, которая определяет значение T для $m_1 = 100$ г и m_2 , изменяющимся от 80 до 280 г с шагом 20 г.

60. Плотность воздуха убывает в зависимости от высоты h по закону $\rho = \rho_0 \exp^{-hz}$. Считая, что $\rho_0 = 1,3$ кг/м³, $z = 1,4 \cdot 10^{-4}$ 1/м, составьте программу, которая выводит на экран таблицу зависимости плотности от высоты для значений h , изменяющихся от 0 до 500 м с шагом 10 м.

61. Траектория снаряда, вылетающего из орудия под углом α с начальной скоростью v_0 , описывается уравнением $y = x \operatorname{tg} \alpha + \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$. Составьте программу, которая с точностью $\Delta x = 2$ км определяет точку, в которой снаряд коснётся земли. Решите при $\alpha = \frac{2\pi}{6}$, $v_0 = 30$ км/ч, $g = 9,8$ м/с².