



Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional San Nicolás

ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Todas las especialidades

ECUACIONES DIFERENCIALES

Equipo de Cátedra

Profesor Asociado Ordinario: Ing. Humberto O. Riccomi

Profesora Adjunta: Lic. María Elena Schivo

Profesora Adjunta: Esp. Lucia Sacco

Profesora Adjunta: Esp. Carina Pacini

Ayudante de 1era.: Esp. Lucia Sacco

Ayudante de 1era.: Esp. Carina Pacini

Ayudante Promei: Prof. Rubén López

Año 2008



ANÁLISIS MATEMÁTICO II – Año 2008

INDICE

1. PRESENTACIÓN DEL CUADERNILLO.....	2
2. PROPÓSITOS.....	2
3. UNIDADES que se trabajan en el cuadernillo.....	3
BIBLIOGRAFÍA GENERAL de la asignatura.....	3
4. PROBLEMAS.....	4
Parte I: Para resolver en clase.....	4
Parte II: Otros problemas para trabajar fuera del horario de clase.....	7
5. EJERCICIOS.....	8
6. ACTIVIDADES DE COMPRENSIÓN.....	10
7. ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN.....	12

1. PRESENTACIÓN DEL CUADERNILLO

El cuadernillo N°1 incluye suficiente material apropiadamente organizado para el desarrollo de las dos primeras unidades correspondientes a ECUACIONES DIFERENCIALES de la planificación anual de Análisis Matemático II.

Podrás encontrar:

- **Bibliografía específica:** debajo de cada una de las propuestas de trabajo se presenta un cuadro con la referencia bibliográfica a la que podrás acceder para estudiar el tema,
- **Problemas:** algunos para ser modelizados y resueltos en clase; otros para ser modelizados y resueltos por los alumnos,
- **Ejercitación:** etapa de fijación de las técnicas de resolución aprendidas,
- **Actividades de comprensión:** para afianzar los conceptos trabajados.

2. PROPÓSITOS

Se espera que a través de las diferentes actividades llevadas a cabo con este cuadernillo se logre:

- Favorecer el aprendizaje de contenidos básicos que sean significativos para la formación ingenieril del alumno.
- Promover la realización de actividades de comprensión: *explicación, ejemplificación, aplicación, justificación, comparación y contraste, contextualización y generalización* entre otras.
- Desarrollar habilidades como precisión y claridad en el lenguaje, creatividad, análisis e interpretación de problemas reales y modelización.



ANÁLISIS MATEMÁTICO II – Año 2008

3. UNIDADES que se trabajan en este cuadernillo

Unidad N° 1: *Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.*

Ecuaciones diferenciales ordinarias: Definición. Orden de una ecuación diferencial. Solución general, solución particular, solución singular. Ecuación a variables separables. Ecuaciones homogéneas. Ecuaciones lineales de primer orden. Ecuación de Bernoulli. Ecuación de Clairaut. Trayectorias ortogonales. Aplicaciones físicas.

Unidad N° 2: *Ecuaciones diferenciales lineales de orden n a coeficientes constantes.*

Ecuación diferencial lineal de orden n : Definición. Ecuación homogénea y no homogénea. Funciones linealmente dependiente e independiente. Solución general de la ecuación homogénea.

Ecuación diferencial lineal a coeficientes constantes de segundo orden. Solución general de la ecuación homogénea. Solución general de la ecuación no homogénea. Métodos para encontrar una solución particular de la ecuación no homogénea. Extensión a ecuaciones diferenciales lineales de orden n .

BIBLIOGRAFÍA GENERAL de la asignatura

- CAMPBELL, Stephen L. (1998): *Introducción a las ecuaciones diferenciales*. Editorial MCGRAW-HILL.
- LARSON- HOSTETLER- EDWARD (1995): "Cálculo y Geometría analítica". Tomo 2. Quinta edición.
- MORRIS, Max (1967): *Ecuaciones diferenciales*. Editorial Aguilar S.A. Ediciones. Madrid. La biblioteca de la F.R.S.N. posee varios ejemplares.
- RABUFFETTI, Hebe (1983): *Introducción al análisis matemático (Cálculo 2)*. Editorial El Ateneo. Buenos Aires.
- SPINADEL, Vera (1981): *Cálculos 2*. Editorial Nueva Librería. Buenos Aires. Primera Edición. La biblioteca de la F.R.S.N. posee 2 ejemplares.
- STEWART, James (1999): *Cálculo multivariable*. Grupo Editorial Iberoamérica. México. Tercera edición.
- STEWART, James (2002): *Cálculo Trascendentes Tempranas*. Grupo Editorial Iberoamérica. México. Cuarta edición.
- ZILL, Dennis. (1997): *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelos*. Internacional Thomson Editores. Sexta Edición



ANÁLISIS MATEMÁTICO II – Año 2008

4. PROBLEMAS

A continuación se presenta una serie de problemas que serán abordados de la siguiente manera:

- Lectura de todos los enunciados:
 - interpretando la información brindada y lo requerido por cada problema, a fin de lograr la vinculación con los contenidos que serán abordados en esta unidad.
 - traducción del lenguaje coloquial al simbólico con el propósito de obtener la modelización de cada uno de ellos.
- Vuelta a cada uno de los problemas realizando el abordaje de cada modelo con la utilización de la bibliografía sugerida para cada problema y lo desarrollado en clase.
- Resolución de los problemas e interpretación de resultados.



PARTE 1: Para resolver en clase

Problema 1: MODELO DE CRECIMIENTO DE POBLACIÓN

Un modelo para el crecimiento de una población se basa en la hipótesis de que ésta crece con una rapidez proporcional a su tamaño. Enunciar la ecuación que describe este fenómeno.

Vale aclarar que esta, es una hipótesis razonable para una población de bacterias o de animales en condiciones ideales (medio ambiente ilimitado, nutrición adecuada, ausencia de depredadores, inmunidad ante las enfermedades).

Problema 2: DESINTEGRACIÓN RADIACTIVA DEL PLUTONIO

Los núcleos de los materiales radiactivos se desintegran parcialmente con el tiempo convirtiéndose en material estable no radiactivo. El tiempo que les toma a los materiales radiactivos para que la mitad de sus átomos decaiga en átomos estables se conoce como "la vida media" o "período de semi-desintegración" del material.

El Plutonio 239 tiene una vida media de 25 000 años. Modelar el comportamiento de 1 000 gramos de Plutonio, encontrar la solución al problema, representar gráficamente este comportamiento y determinar aproximadamente el tiempo que se requiere para que el 90% del Plutonio haya desaparecido.



Bibliografía sugerida:

Definición de ecuación diferencial ordinaria: ZILL, D. (1997): "Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado". Pág. 2.

Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Solución general, particular y singular: ZILL, D (1997): "Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado". Pág. 4-9. **Interpretación geométrica:** SPINADEL (1981): "Cálculo dos". Pág. 412.

Campos direccionales: STEWART (2002): "Cálculo. Trascendentes tempranas". Pág. 586 - SPINADEL (1981): "Cálculo dos". Pág. 412. **Trayectorias ortogonales:** SPINADEL (1981): "Introducción al análisis matemático" (Cálculo 2). Pág. 393.

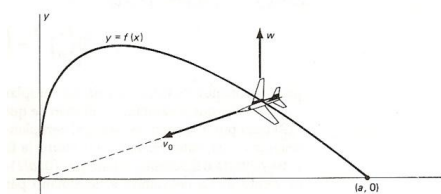
Ecuación de variables separables: SPINADEL (1981): "Cálculo dos", Pág. 415.



ANÁLISIS MATEMÁTICO II – Año 2008

Problema 3: TRAYECTORIA DE VUELO

Supongamos que un aeroplano parte del punto $(a;0)$ localizado al este del destino al que intenta llegar, un aeropuerto en el origen $(0;0)$. El aeroplano viaja con velocidad constante v_0 relativa al viento, el cual está soplando hacia el norte con velocidad constante w . Como se indica en la figura.



Consideramos que el piloto del aeroplano mantiene la dirección hacia el origen. Encontrar la ecuación de la trayectoria del aeroplano.



Bibliografía sugerida:

Ecuaciones homogéneas: SPINADEL (1981): "Cálculo dos". Pág. 419.

Problema 4: CIRCUITO ELÉCTRICO

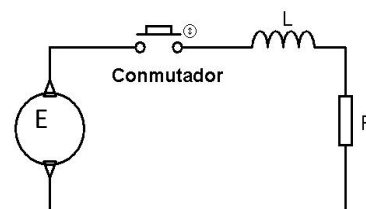
En un circuito serie compuesto por una resistencia, una inductancia y una fuente de alimentación $e(t)$ circula una corriente eléctrica cuya intensidad es $i(t)$.

Teniendo en cuenta que la ley de Ohm establece que la diferencia de potencial que cae sobre una resistencia es proporcional a la intensidad de corriente (la constante de proporcionalidad es el valor óhmico de la resistencia).

La ley de Faraday establece que la caída de tensión en una inductancia es proporcional a la rapidez de variación de la intensidad de corriente que la circula (la constante de proporcionalidad es el valor del coeficiente de autoinducción de la inductancia).

La segunda ley de Kirchhoff establece que la suma de todas caídas de tensión que se producen en un circuito serie es igual al voltaje provisto por la fuente de alimentación.

- 1) Encontrar un modelo matemático del cual se pueda calcular la intensidad de corriente en función del tiempo.
- 2) En particular si el valor óhmico de la resistencia es de 12Ω (ohms), el coeficiente de autoinducción de la inductancia es de 4 H (henrios) y la fuente de alimentación es una batería que suministra un voltaje constante e igual a 60 V (voltios) y el interruptor se cierra cuando $t=0$. ¿Cuál es la expresión temporal de la intensidad de corriente eléctrica por el circuito?



Problema 5: MOVIMIENTO DE UN CUERPO

Consideremos un cuerpo de masa " m " al cual se le aplica una resistencia de frenado $F = \gamma_1 \cdot v + \gamma_2 \cdot v^n$. Donde v representa la velocidad del cuerpo y γ_1, γ_2 son constantes. Encontrar la velocidad del cuerpo en función del tiempo si en el instante inicial tiene una velocidad v_0 .



Bibliografía sugerida:

Ecuaciones lineales de primer orden. Ecuación de Bernoulli: SPINADEL (1981): "Cálculo dos". Pág. 426.



ANÁLISIS MATEMÁTICO II – Año 2008

Problema 6: APLICACIÓN GEOMÉTRICA

El área de un triángulo, formado por la tangente a una curva buscada y los ejes coordenados es una magnitud constante. Hallar esta curva.



Bibliografía sugerida:

Ecuación de Clairaut: SPINADEL (11981): "Cálculo dos". Pág. 430.

Problema 7: MODELO PARA EL MOVIMIENTO DE UN RESORTE

Consideremos un objeto de masa m fijado a un extremo de un resorte indeformable cuyo otro extremo está fijado a una pared o al techo, según si el resorte está en posición vertical u horizontal.

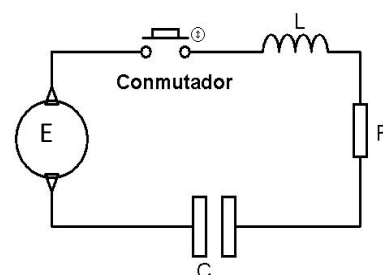
Nos interesa encontrar un modelo matemático que describa el movimiento del resorte considerando que no existen fuerzas exteriores de resistencia (debido a la resistencia del aire o fricción).

Problema 8: VIBRACIÓN DE LOS RESORTES

Un resorte con una masa de 2 kg tiene una longitud normal de 0,5 m. Se requiere una fuerza de 25,6 Newton para mantenerlo alargado hasta 0,7 m. Si el resorte se mantiene alargado hasta dichas dimensiones y luego se suelta con una velocidad inicial de $0,2 \text{ m/seg}$. Determinar la posición de la masa en cualquier tiempo t .

Problema 9: CIRCUITO ELÉCTRICO

El circuito eléctrico que muestra la figura contiene una fuerza electromotriz (por lo general una batería o un generador) que produce un voltaje de $E(t)$ volt (V), un resistor con una resistencia de R ohms (Ω), un inductor con una inductancia de L henries (H) y un capacitor C , en serie. Si la carga sobre el capacitor en el tiempo t es $Q = Q(t)$, entonces la corriente es la razón de cambio de Q , con respecto a t es $I(t) = \frac{dQ}{dt}$.



- a) Considerar un resistor $R=20\Omega$, un inductor con $L=1\text{H}$, un capacitor con $C=0,002 \text{ F}$ (faradios) y una batería de 12 volt.
 - i) Determinar la carga y la corriente en el tiempo t .
 - ii) Considerando las siguientes condiciones iniciales obtiene las soluciones particulares de la carga y la corriente:
 - La carga inicial y la corriente son cero.
 - La carga inicial es $Q = 0,001 \text{ C}$ y la corriente inicial es cero.
 - iii) Graficar la función carga y corriente.
 - iv) Obtener conclusiones.



ANÁLISIS MATEMÁTICO II – Año 2008

b) Si la batería se reemplaza con un generador que produce un voltaje de $E(t) = 100 \cdot \cos(10t)$ y la carga inicial y la corriente son cero, determinar:

- Determinar la carga y la corriente en el tiempo t .
- Graficar la función carga.



Bibliografía sugerida:

Ecuación diferencial lineal de orden n : Definición: "Cálculo y Geometría analítica", tomo 2, quinta edición, autores: LARSON- HOSTETLER- EDWARD (1995), pág. 1276.

Ecuación homogénea y no homogénea. Funciones linealmente dependiente e independiente. Solución general de la ecuación homogénea: "Cálculo y Geometría analítica", tomo 2, quinta edición, autores: LARSON- HOSTETLER- EDWARD (1995), pág. 1276.

Ecuación diferencial lineal a coeficientes constantes de segundo orden. Solución general de la ecuación homogénea. Solución general de la ecuación no homogénea. Métodos para encontrar una solución particular de la ecuación no homogénea. Extensión a ecuaciones diferenciales lineales de orden n : "Cálculo dos", autora: SPINADEL (1981), pág. 451.



Parte II: Otros problemas para trabajar fuera del horario de clases:

- Cierto producto químico se disuelve en el agua a una velocidad proporcional al producto de la cantidad aún no disuelta y a la diferencia entre las concentraciones en la solución saturada y en la solución real. Se sabe que la solución se satura cuando se tienen 50 gramos del producto en 100 gramos de agua.
Si se agitan 30 gramos del producto en 100 gramos de agua, en dos horas se disuelven 10 gramos. Se desea saber cuánto se disolverá en cinco horas.
- Un resorte de peso despreciable está suspendido verticalmente, en su extremo libre se ha sujetado una masa de m kilogramos. El resorte se estira según una elongación x_0 y luego se suelta, hallar la velocidad v como función del alargamiento x en metros, si se supone que el movimiento se inicia desde el reposo.
 - Expresar la fuerza neta sobre el cuerpo como diferencia entre el peso del cuerpo y la fuerza del resorte y obtener la aceleración del mismo.
 - Demostrar que la aceleración puede escribirse como $a = v \cdot \frac{dv}{dx}$ y obtenga una ecuación diferencial en las variables x y v .
 - Integrar y obtener la solución particular del problema de condiciones iniciales planteado. (Aplicar la ley de Hooke $F_R = k \cdot x$, donde x es la elongación del resorte cuando se le aplica una fuerza F_R).
- Un péndulo de longitud l y masa m , suspendido en un punto, se mueve en un plano vertical que contiene al punto de suspensión. Prescindiendo de todas las fuerzas excepto la de la gravedad, hallar el movimiento, siendo t (el tiempo) la variable independiente y θ (ángulo entre la posición de reposo y la instantánea) la variable dependiente.



ANÁLISIS MATEMÁTICO II – Año 2008

Considerar en la ecuación resultante que es $1 \gg s$ (donde s es el arco del recorrido), por lo cual es aproximadamente $\sin(\theta) = \theta$ e integrar la ecuación diferencial obtenida.

4. Según la Ley de Newton de enfriamiento, la velocidad a que se enfría una sustancia al aire libre es proporcional a la diferencia entre la temperatura de la sustancia y la del aire. Si la temperatura del aire es 30 y la sustancia se enfría de 100 a 70 en 15 minutos, ¿cuándo será 40 la temperatura de la sustancia?
5. Un tanque de 100 dl está lleno con salmuera que contiene 60 kg de sal disuelta. Entra agua en el tanque a una velocidad de 2 dl por minuto y la mezcla, conservada uniforme mediante agitación, sale a la misma velocidad. ¿Cuánta sal queda en el tanque después de una hora?

5. EJERCICIOS



En esta sección encontrarán ejercicios para practicar los diferentes procedimientos de rutina para la resolución de ecuaciones diferenciales:

- 5.1. Resolver por el método de separación de variables las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) $x^2 (y+1) dx + y^2 (x-1) dy = 0$	b) $y' = y^2 x^2$	c) $x^3 dx + (y+1)^2 dy = 0$
d) $4x dy - y dx = x^2 dy$	e) $(1+x^3) dy - x^2 y dx = 0$	

- 5.2. Verificar cuáles de las siguientes ecuaciones diferenciales son homogéneas o pueden convertirse en homogéneas, e integre las mismas.

a) $x \, dy - y \, dx - (x^2 - y^2)^{1/2} \, dx = 0$		b) $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$	
c) $y' = \frac{y}{x - xy}$	d) $\frac{dy}{dx} = \frac{y - x}{xy}$		e) $y' = \frac{2y^4 - x^4}{xy^3}$

- 5.3. Resolver las siguientes ecuaciones lineales de primer orden:

a) $y' + y = \sin x$	b) $y' + \frac{4}{x} y = x^4$	c) $y' - 7y = e^x$
----------------------	-------------------------------	--------------------

- 5.4. Resolver las siguientes ecuaciones tipo Bernoulli:

a) $y' + xy = xy^2$	b) $y' + \frac{3}{x} y = x^4 y^{1/3}$	c) $y' + y = xy^5$
---------------------	---------------------------------------	--------------------



ANÁLISIS MATEMÁTICO II – Año 2008

5.5. Para las siguientes ecuaciones diferenciales encontrar:

- La solución general, la solución que resuelva el problema de condiciones iniciales y la solución singular correspondiente.
- La representación gráfica de los ítems al c.

a) $y = y'x - 2(y')^2$ $y(3) = 2$	b) $y = y'x + \frac{1}{y'}$ $y(0) = 1$	c) $y = (y')^3 + y'x$ $y(0) = 0$
--------------------------------------	---	-------------------------------------

5.6. Dadas las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) $y' - y = e^x$	b) $y' = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$	c) $x e^{-x} dx + y dy = 0$
d) $-y'x + y = -2\sqrt{y'}$	e) $y' + \frac{2y}{x} = \frac{y^3}{x^3}$	

- Clasificar sin resolver.
- Hallar la solución general de cada una de las ecuaciones identificadas.

5.7. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales homogéneas de segundo orden con coeficientes constantes:

a) $y'' - 7y' - 2y = 0$	b) $y'' + y' + \frac{1}{4}y = 0$	c) $y'' - y = 0$
d) $y'' + 3y' + 2y = 0$	e) $y'' - 2y' + y = 0$	

5.8. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales no homogéneas con coeficientes constantes:

a) $y'' - y' - 2y = 4x^2$	b) $y'' + y' = 6(x+1)x$	c) $y'' + y' - 6y = 7x^2 + 3$
d) $y'' + 6y' + 9y = e^{-3x}$	e) Integrar: $\begin{cases} y'' - 6y' + 9y = e^{3x} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$	
f) $y'' + 4y = \cos 2x$	g) $y'' + 2y' + 10y = 4 \operatorname{sen} 3x$	h) $y'' + y' = 2 \operatorname{sen} x$
i) $y'' - y' - 2y = e^{3x} + \operatorname{sen} 2x$	j) $y'' - 2y' + y = 2e^x + \cos 5x$	



ANÁLISIS MATEMÁTICO II – Año 2008

5.9. Hallar la solución del problema de valores iniciales:

$$y'' + 4y = 3 \operatorname{sen}(2x) \quad \text{con} \begin{cases} y'(0) = \frac{1}{4} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

6. ACTIVIDADES DE COMPRENSIÓN

En esta sección encontrarán diversos tipos de actividades en las que será necesario, además de aplicar un determinado conocimiento, explicar, encontrar nuevos ejemplos, justificar, generalizar y comparar, entre otras de las actividades de comprensión propuestas.

I. Explique con sus propias palabras:

1. a) ¿Qué es una ecuación diferencial?
b) ¿Qué es el orden de una ecuación diferencial?
c) ¿Qué es una condición inicial?
2. ¿Qué es un campo direccional para la ecuación diferencial $y' = F(x; y)$?
3. ¿Qué es una ecuación diferencial separable? ¿Cómo se resuelve?
4. ¿Qué es una ecuación diferencial lineal de primer orden? ¿Cómo se resuelve?
5. ¿Qué tipo de soluciones tiene una ecuación diferencial de Clairaut? ¿Cuál es la interpretación geométrica de cada una de ellas?
6. ¿Cómo plantea la solución general homogénea de una ecuación diferencial lineal de orden n a coeficientes constantes cuando en la ecuación característica hay una raíz de orden h ?
7. ¿Cómo identifica una ecuación diferencial de tipo Bernoulli? ¿Qué sustitución realiza para resolverla?

II. Determinar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta:

- a) Toda ecuación diferencial de la forma $y' = f(x; y)$ es una ecuación diferencial homogénea.
- b) Se denomina orden de una ecuación diferencial al máximo orden de derivación con que aparece la variable independiente.
- c) Todas las soluciones de la ecuación diferencial $y' = -1 - y^4$ son funciones decrecientes.
- d) La función $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$ es una solución de la ecuación diferencial $x^2 y' + x y = 1$.
- e) La ecuación diferencial $y' = x + y$ es separable.
- f) La ecuación $y' = 3y - 2x + 6xy - 1$ es separable.
- g) La ecuación $e^x y' = y$ es lineal.
- h) Las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden tipo Clairaut pueden resolverse mediante la sustitución $y = u \cdot x$.



ANÁLISIS MATEMÁTICO II – Año 2008

- i) Si y es la solución del problema con valor inicial $\frac{dy}{dt} = 2y(1 - \frac{y}{5})$; $y(0) = 1$ entonces $\lim_{t \rightarrow \infty} y = 5$.

III. Establecer la correspondencia entre la ecuación diferencial y su campo direccional

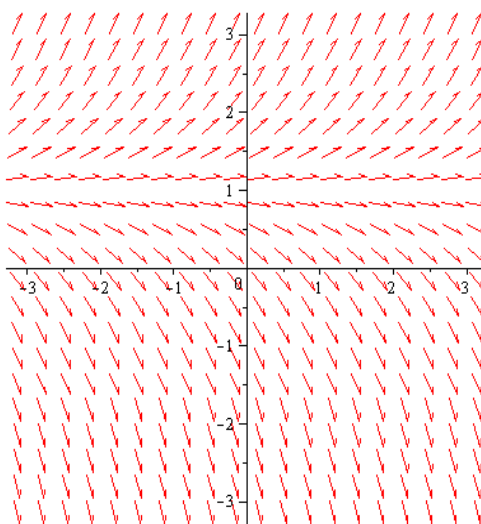
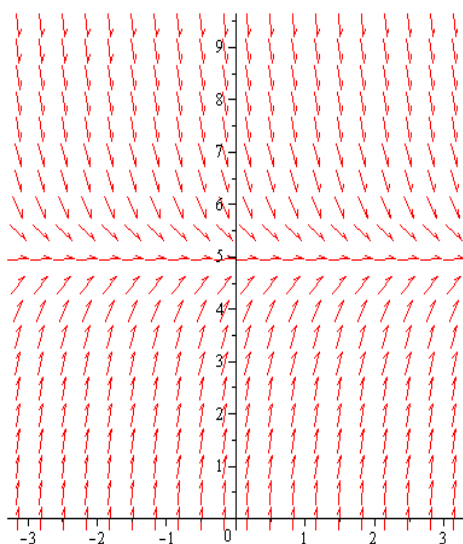
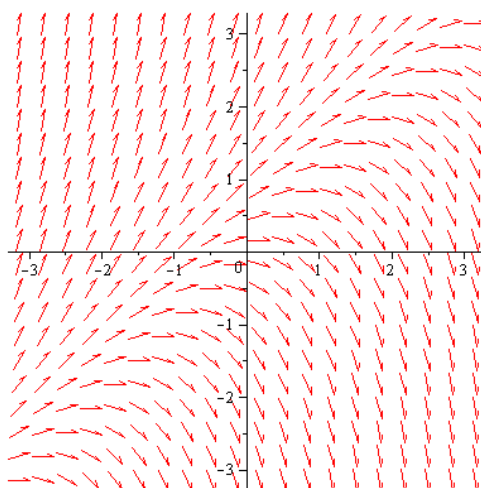
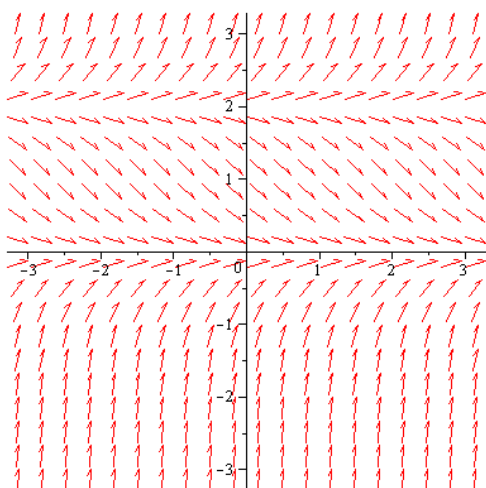
a) Justificar la respuesta.

1. $y' = y - 1$ $y(0) = 1$

2. $y' = y - x$ $y(0) = 1$

3. $y' = y \cdot (y - 2)$ $y(0) = 0$

4. $y' + 3y = 15$ $y(0) = 5$



b) Graficar las soluciones que satisfagan las condiciones iniciales dadas para cada ecuación diferencial.



7. ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN



1.- Interpretar y modelizar las siguientes situaciones problemáticas. Clasificar las ecuaciones obtenidas.

- Un cuerpo de masa "m" se mueve en la dirección x bajo la acción de una única fuerza externa $F(t) = \cos(2\pi t)$ que actúa en la misma dirección de desplazamiento del cuerpo. Encontrar la ecuación de la velocidad del cuerpo en cualquier instante t.
- Un resorte ideal (sin masa) se encuentra fijo en uno de sus extremos colgado del techo de una pieza, el mismo se encuentra en reposo. Supongamos colgar una masa de 2 Kg en el extremo libre y se produce un estiramiento de 20 cm y se suelta con una velocidad inicial hacia arriba de $0,24 \text{ m/seg}$. Determinar la ecuación de la posición de la masa en cualquier instante t.

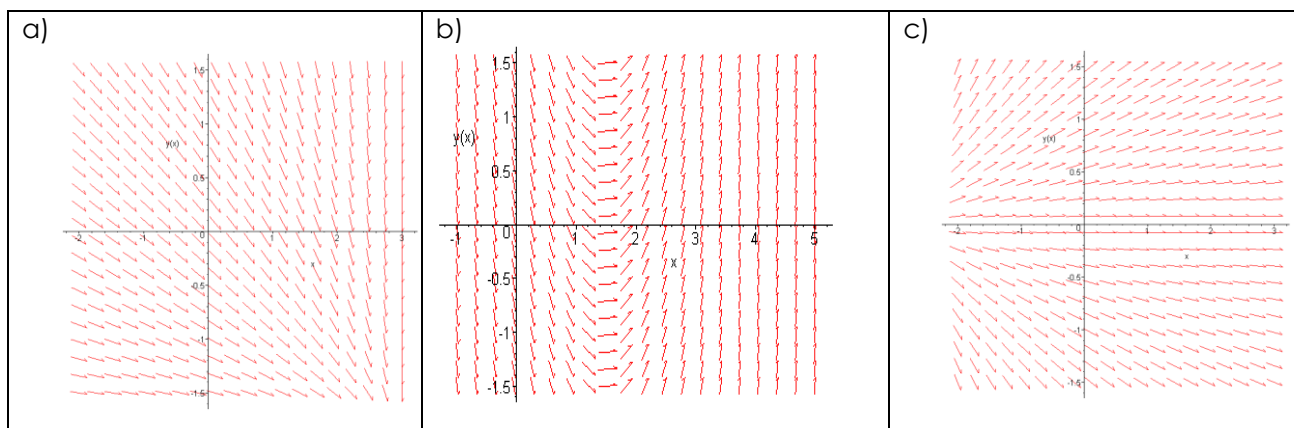
2.- Determinar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta:

- La solución particular de la ecuación $y'' - 4y = x e^x + \cos(2x)$ es $a e^x + C \cos(2x) + D \sin(2x)$
- Dada una ecuación diferencial de Clairaut, la solución singular se obtiene a partir de la solución general.
- Dos soluciones de la ecuación $3y'' + 4y' - 4y = 0$ son $y_1 = e^{-2x}$, $y_2 = e^{2x/3}$

3.- Clasificar las siguientes ecuaciones diferenciales de primer orden:

1. $(x^2 + y^2)dx + xy dy = 0$	2. $y' + x^2 y = x^2$
3. $x y' + y = \sqrt{y}$	4. $x y' + \sqrt{y'} = y$

4.- Establecer la correspondencia entre la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = 2x - 3$, $y(0) = 1$ y su campo direccional. Justificar la respuesta:



5.- Hallar la solución del problema de valores iniciales: $y'' + y' = 3 + e^{-x}$ con $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$