Wissenschaftliches Rechnen

Aufgabenblatt 3 (Praxis)

wr@cg.tu-berlin.de

WiSe 2024/2025

Allgemeine Hinweise:

- Die Aufgaben sind von jeder/m Studierenden einzeln zu bearbeiten und abzugeben (Plagiate werden entsprechend der Studienordnung geahndet).
- Verwenden Sie die vorgegebene Code-Basis. Sie dürfen keine weiteren Module importieren.
 Die zu implementierenden Funktionen befinden sich in der Datei main.py. Ihr Code ist an den mit
 # T0D0: ... gekennzeichneten Stellen einzufügen. Die NumPy-Funktionen, welche Sie zur Lösung
 einer Aufgabe nicht verwenden dürfen, sind unter Forbidden in der Docstring Beschreibung der
 entsprechenden Funktion aufgelistet.
- Wir stellen einige rudimentäre Unit-Tests zur Verfügung, welche Sie verwenden sollen, um die Funktionalität ihres Codes zu testen. Sie sollten diese Tests während der Implementierung Ihrer Lösung vervollständigen (Funktionalität beschrieben in Python unittest). Sie können die Tests mit dem Aufruf python3 tests.py -v [Tests.test_<function>] ausführen.
- Bitte reichen Sie die Datei main.py mit Ihren Lösungen bis Donnerstag, den 12.12.2024, um 16:00 Uhr auf https://autolab.cg.tu-berlin.de mit ihren Zugangsdaten ein. Ein mehrfacher Upload bis zum Abgabeende ist möglich. Die letzte Version wird bewertet.

Aufgabe 1: Eigenvektoren (1.5 Punkte)

Aufgabe 1.1: Potenzmethode (1.5 Punkte)

Implementieren Sie die Potenzmethode zur Berechnung des Eigenvektors, welcher mit dem größten Eigenwert assoziert ist, in der Funktion power_iteration(). Wählen Sie dazu ein geeignetes Konvergenzkriterium. Es soll angenommen werden, dass die übergebene Matrix die Voraussetzungen für die Methode erfüllt.

Aufgabe 2: Eigenfaces (3.5 Punkte)

Ziel der Aufgabe ist es, den Eigenface-Algorithmus zur Gesichtserkennung zu implementieren.

Aufgabe 2.1: Laden von Bildern (0.5 Punkt)

Implementieren Sie die Funktion load_images(), welche Bilder mit einer vorgegebenen Endung aus einem übergebenen Verzeichnis laden soll. Stellen Sie dabei sicher, dass die Bilder in der numerischen Reihenfolge der Dateinamen geladen werden (01_02.png kommt vor 01_03.png; 01_05.png kommt vor 02_01.png; 03.png kommt vor 05.png).

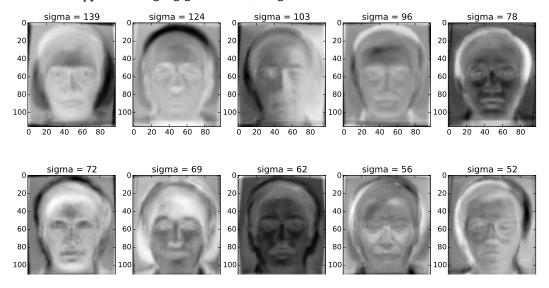
Aufgabe 2.2: Datenmatrix aufstellen (0.5 Punkt)

Erstellen Sie für die Liste von geladenen Bildern in der Funktion setup_data_matrix() die dazugehörige Datenmatrix. Die Bilder sollen dabei die Zeilen der Matrix bilden. Jedes Bild soll also Bildzeile für Bildzeile linearisiert in einen Vektor überführt werden, der dann in eine Zeile der Matrix geschrieben wird. Die Reihenfolge der Matrix-Zeilen soll dabei der Reihenfolge der Bilder in der Liste entsprechen.

Aufgabe 2.3: Hauptkomponenten-Analyse (0.5 Punkt)

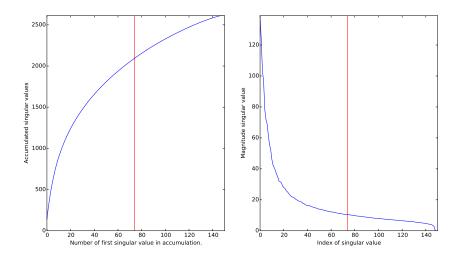
Implementieren Sie die Funktion calculate_pca() und berechnen Sie mithilfe der Singulärwert-Zerlegung der zuvor erstellten Datenmatrix die Eigenfaces für den Trainingsdatensatz.

Die ersten zehn Eigenfaces können mit Hilfe der Funktion visualize_eigen_faces(), welche von uns in lib.py zur Verfügung gestellt wird, dargestellt werden. Diese sind:



Aufgabe 2.4: Akkumulierte Magnitude berechnen (0.5 Punkt)

Berechnen Sie den Index k, so dass 80% der totalen akkumulierten Magnitude der Singulärwerte in den ersten k Hauptkomponenten enthalten ist. Implementieren Sie dazu accumulated_energy(). Stellen Sie das Ergebnis mithilfe der Funktion plot_singular_values_and_energy(), welche von uns in lib.py zur Verfügung gestellt wird, graphisch dar:



Aufgabe 2.5: Projektion in Eigenbasis (0.5 Punkt)

Implementieren Sie in der Funktion $project_faces()$ die Projektion der übergebenen Bilder in den Raum, welcher durch die ersten k Eigenfaces aufgespannt wird, wobei k der von Ihnen in Aufgabe 2.4 berechnete Index ist. Die Koeffizienten der Bilder bezüglich der Eigenfaces sollen in Form einer Matrix zurückgegeben werden, wobei die Koeffizienten eines Bildes eine Zeile der Matrix formen und die Zeilen die Koeffizienten für die Hauptkomponenten absteigend entsprechend der Magnitude der Singulärwerte enthalten.

Aufgabe 2.6: Gesichtserkennung (1.0 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen in der Funktion identify_faces() Gesichter aus den Testdaten identifiziert werden.

- i) Laden Sie die Testdaten aus dem Verzeichnis ' \cdot ./data/test' und projizieren Sie diese in die ersten k Eigenfaces. Verwenden Sie hierfür die von Ihnen bereits implementierten Funktionen.
- ii) Bestimmen Sie für jedes der Testbilder die Ähnlichkeit zu den Trainingsdaten. Als Ähnlichkeitsmaß soll der Winkel zwischen den Bildern im Eigenface-Raum dienen. Berechnen Sie dafür für jedes Paar von Trainings- und Testbildern den Winkelabstand und geben sie die erhaltenen Werte in Form einer Matrix zurück, wobei die Zeilen den Trainings- und die Spalten den Testbildern entsprechen sollen. Stellen Sie nun mithilfe der Funktion plot_identified_faces(), welche von uns in lib.py zur Verfügung gestellt wird, neben jedem Testbild das ähnlichste Trainingsbild sowie die Rekonstruktion des Bildes dar.
- iii) Ohne Wertung: Wie groß ist Ihre Erfolgsquote? Vergleichen Sie die Erfolgsquote, wenn alle und wenn nur die ersten k Eigenfaces verwendet werden.