残破演化论
——基于尺度差异的形式结构

作者：谢凯凡

2026 年 2 月 10 日

摘要

本文给出一套以“可判定差异”为唯一判定门的形式结构，用以刻画系统在给定尺度下何以呈现“演化”以及何以陷入“停机”。我们将差异函数视为尺度依赖对象：演化被定义为差异在时间推进中的持续可判定区间；死循环被刻画为差异在任意未来推进中恒为零的吸收态；残破被定义为差异存在不可归零的正下界，从而结构性排除全局终态吸引子的存在。本文进一步将尺度视为作用于差异结构的算子，形式化给出“零差异可能是尺度产物”的陈述，并推导演化的尺度相对性、复杂性作为尺度函数的非本体性，以及不可逆性作为判定结构代价的结论。本文不引入优化、进步、单调增长或连续性等假设；目标是提供可复用的判定结构与结构后果清单，用于系统分类、研究边界标注与跨尺度讨论的形式对齐。

关键词： 可判定性；尺度算子；差异函数；死循环；残破；复杂性；不可逆性

1　引言

“演化”在许多领域语境中被默认存在，而讨论往往转向“演化的方向”“演化是否进步”“复杂性是否增长”等主题。然而在更底层的判定层面，一个更先验的问题被频繁跳过：在何种结构条件下，系统的变化 *仍然可被判定*？若某一分析尺度下系统的状态差异被完全压缩为零，则“是否发生变化”在该尺度下已失去判定意义；若差异发散到超出该尺度的解析能力，则判定同样失败。本文提出的*残破演化论*不以“演化必然发生”为前提，而以“演化判定何以成立/失效”为起点，建立一套以尺度差异为核心对象的形式框架。

本文贡献主要包括：（1）给出差异、可判定性、死循环、演化、残破、复杂性的统一形式结构；（2）在不引入优化/价值叙事的前提下，推导一组结构后果：残破排除终态吸引子、演化的尺度相对性、零差异的尺度诱导性、复杂性的尺度函数性质、不可逆性作为判定结构代价；（3）给出一个有限模型语义（附录）作为一致性与可满足性背书，用于读者复现实验与对齐理解。

2　预备：对象层级与记号

2.1　时间域与状态空间

定义 1 (时间域)**.** *设 T 为时间指标集合。本文仅假设存在时间推进的符号化描述：对任意 $t \in T$，可讨论“后继时刻” $t+\delta$（其中 $\delta > 0$ 表示最小推进单位）。本文不预设 T 的连续性、离散性或拓扑结构，除非另行声明。*

定义 2 (状态空间)**.** *设 X 为状态集合。本文不预设 X 的代数、拓扑或度量结构；若读者在具体应用中需要额外结构，可在保持本文判定门不变的前提下增补。*

定义 3 (系统). 系统定义为状态随时间变化的映射

$$S : T \to X, \qquad t \mapsto x_t.$$

系统在本文中首先被视为一条状态轨道，而非静态对象。

2.2 尺度参数与尺度依赖对象

定义 4 (尺度参数集合). 设 Σ 为尺度参数集合，$\sigma \in \Sigma$。尺度用于限定可观测、可操作与可判定的结构边界。本文不将尺度理解为“视角”，而理解为决定差异结构如何显影/塌缩的结构条件。

3 差异与可判定性

定义 5 (差异函数（尺度依赖）). 对任意尺度 $\sigma \in \Sigma$，定义差异函数

$$\Delta_\sigma : X \times X \to \mathbb{R}_{\geq 0}.$$

$\Delta_\sigma(x, y)$ 表示在尺度 σ 下状态 x, y 之间的可判定差异量。

定义 6 (可判定谓词). 定义谓词 $\mathrm{Dec}_\sigma(x, y)$ 为

$$\mathrm{Dec}_\sigma(x, y) \iff \Delta_\sigma(x, y) > 0,$$

并相应地约定

$$\neg\mathrm{Dec}_\sigma(x, y) \iff \Delta_\sigma(x, y) = 0.$$

在本文框架中，可判定性完全由差异函数取值是否为零给出。

注记 1. 本文刻意选择“$\Delta_\sigma = 0$”作为不可判定的唯一触发条件，以保持判定门的可复用性。若具体应用需要阈值化判定（例如 $\Delta_\sigma > \varepsilon_\sigma$），可视为对本文框架的保守扩展：将 Δ_σ 替换为 $\max\{0, \Delta_\sigma - \varepsilon_\sigma\}$ 即可保持同构结构。

4 死循环与演化

定义 7 (死循环（吸收态）). 系统 S 在尺度 σ 下于时刻 $t^{\in T}$ 进入死循环，当且仅当

$$\forall \delta > 0, \quad \Delta_\sigma(x_{t,x_{t+\delta)=0.}}$$

死循环表示在该尺度下，任意未来推进都不再产生可判定差异。

定义 8 (演化区间). 系统 S 在尺度 σ 下于区间 $I \subset T$ 上发生演化，当且仅当

$$\forall t \in I, \quad \Delta_\sigma(x_t, x_{t+\delta}) > 0.$$

演化是区间性质，而非点态事件：其本质是“可判定差异在时间推进中持续成立”。

引理 1 (死循环与演化不相容). 若系统 S 在尺度 σ 下于时刻 t 进入死循环，则不存在任何区间 $I \subset T$ 使得 $t^{\in I}$ 且 S 在 I 上发生演化。

证明. 死循环要求对任意 $\delta > 0$ 有 $\Delta_\sigma(x_{t,x_{t+\delta)=0}}$；而演化要求对区间内任意 t 有 $\Delta_\sigma(x_t, x_{t+\delta}) > 0$。当 $t = t$ 时矛盾，故不相容。 □

推论 1 (死循环的吸收性). 一旦系统在尺度 σ 下进入死循环，则在该尺度下不存在任何包含该时刻之后的演化区间。

5 残破结构

定义 9 (残破（差异下界）). 系统 S 在尺度 σ 下被称为残破的，当且仅当存在常数 $c_\sigma > 0$ 使

$$\forall t \in T, \quad \Delta_\sigma(x_t, x_{t+\delta}) \geq c_\sigma.$$

残破是差异函数的正下界性质，其语义是“差异不可归零”，而非“系统缺陷”或“噪声”。

引理 2 (残破排除死循环). 若系统 S 在尺度 σ 下残破，则该系统在尺度 σ 下不存在死循环时刻。

证明. 残破给出对任意 t 有 $\Delta_\sigma(x_t, x_{t+\delta}) \geq c_\sigma > 0$，故不可能存在某时刻满足 $\Delta_\sigma(x_{t,x_{t+\delta})=0}$。与死循环定义矛盾。 □

命题 1 (残破排除全局终态吸引子). 若系统 S 在尺度 σ 下残破, 则不存在状态 $x^{\in X}$ 与时刻 $t_0 \in T$ 使得

$$\forall t \geq t_0, \quad \Delta_\sigma(x_t, x^{)=0.}$$

证明. 若上述 $x^{,t_0}$ 存在，则对任意 $t \geq t_0$ 有 $\Delta_\sigma(x_t, x^{)=0}$。特别地取 t 与 $t+\delta$，由三角结构不被假设无法直接推出，但注意：命题陈述的是“终态同一”的更强条件（所有后继状态在尺度 σ 下与同一终态不可区分）。在该条件下，状态序列在尺度 σ 下已失去可判定变化，从而与残破要求的“任意推进差异下界”结构不相容。更直接地，若 x_t 在尺度 σ 下最终与 x 不可区分，则可选取足够晚的 t 使得 $\Delta_\sigma(x_t, x_{t+\delta}) = 0$（因为两者都与 x 不可区分），从而与残破下界矛盾。 □

注记 2. 命题 *1* 的证明使用了“终态同一不可区分 ⇒ 相邻推进不可区分”的自然一致性要求；该一致性在多数应用中自动满足。若读者希望完全避免该要求，可将命题改写为：残破排除“相邻推进差异最终归零”的终态收敛形式，即 $\exists t_0 : \forall t \geq t_0$, $\Delta_\sigma(x_t, x_{t+\delta}) = 0$ 不成立。该改写版本与残破定义可直接矛盾推出。

6 尺度作为算子与尺度诱导零差异

定义 10 (尺度算子（差异结构的显影/塌缩）). 尺度 σ 在本文中不作为“视角”出现，而作为决定差异函数形式的结构条件。换言之，σ 的作用表现为：不同 σ 导致不同的 Δ_σ。

命题 2 (尺度诱导的零差异). 对给定状态对 (x, y)，若在某尺度 σ 下有 $\Delta_\sigma(x, y) = 0$，则不能推出对任意尺度 σ' 亦有 $\Delta_{\sigma'}(x, y) = 0$。

证明. 命题是对尺度依赖性的直接阐述：Δ_σ 本身随 σ 改变；零差异是尺度输出而非本体结论。该命题不需要额外结构假设。 □

命题 3 (演化的尺度相对性). 存在系统 S 与尺度对 (σ, σ')，使得：

1. 在尺度 σ 下，S 存在演化区间；
2. 在尺度 σ' 下，S 不存在演化区间。

证明. 由命题 2，同一对状态的差异可在不同尺度下呈现为零/非零。取一条轨道使得在尺度 σ 下相邻推进差异严格为正，在尺度 σ' 下相邻推进差异恒为零，即可构造满足结论的实例（附录给出一个有限模型示例）。 □

7 复杂性作为尺度函数

定义 11 (复杂性（尺度下可区分结构密度）)**.** 系统 S 在尺度 σ 下的复杂性记为 $C_\sigma(S)$，其含义为：在尺度 σ 下系统产生的可判定差异结构的密度、分布或计数汇总。本文不固定 C_σ 的具体形式，仅要求其依赖于尺度下可判定差异结构。

命题 4 (复杂性是尺度函数)**.** $C_\sigma(S)$ 随尺度 σ 改变，即复杂性不是系统的本体属性，而是尺度下的显影结果。

证明. $C_\sigma(S)$ 由尺度下的可判定差异结构决定，而可判定差异结构由 Δ_σ 决定；Δ_σ 随 σ 改变，因此 $C_\sigma(S)$ 随 σ 改变。 □

推论 2 (无绝对复杂性)**.** 不存在与尺度无关的"绝对复杂性"$C(S)$ 使得对所有尺度 σ 都有 $C(S) = C_\sigma(S)$。

8 尺度窗口、可研究性与不可逆性

定义 12 (尺度窗口)**.** 称 $\Sigma' \subseteq \Sigma$ 为系统 S 的尺度窗口，若存在 $\sigma \in \Sigma'$ 使得 S 在尺度 σ 下存在演化区间。

命题 5 (可研究性判据)**.** 在本文判定结构下，系统 S 的"可研究性"可由尺度窗口的非空性刻画：若存在非空尺度窗口，则系统在相应尺度下可产生可判定差异；若对所有尺度均无法产生可判定差异，则系统在该判定结构下不可研究。

证明. 直接来自演化定义与尺度窗口定义：可研究性要求存在尺度使得差异在时间推进中可判定成立。 □

命题 6 (不可逆性作为判定代价)**.** 在固定尺度 σ 下，一旦系统进入不可判定状态（例如相邻推进差异塌缩为零，或差异结构在该尺度下失去解析能力），则系统历史在同一尺度判定结构下无法被完全复原。因而不可逆性可被理解为判定结构的内在代价，而非特定物理假设的专属后果。

注记 3. 命题 6 的陈述保持在判定层：它不诉诸能量、熵或热力学箭头，只陈述"同一判定门下的信息不可完整回收"。若应用场景需要与热力学叙事对齐，可将"判定失败"映射为"不可观测信息损失"，但此不属于本文必要部分。

9 讨论：边界、误读与最小附注

9.1 边界声明

本文仅提供判定结构及其结构后果清单，不讨论：

1. 演化是否进步、是否优化；
2. 复杂性是否单调增长；
3. 存在唯一正确尺度或尺度不变性；
4. 具体动力学方程或控制策略。

上述内容可作为外接理论叠加在本文判定结构之上，但不应反向读取为本文结论。

9.2 关于“残破排除终态”的注记

若读者担心命题 1 的证明中对不可区分关系的直觉一致性要求，可采用更强更直接的终态表述：

$$\exists t_0 \text{ s.t. } \forall t \geq t_0,\ \Delta_\sigma(x_t, x_{t+\delta}) = 0,$$

该表述与残破定义可直接矛盾推出，无需额外一致性约束。本文保留原表述以强调“终态吸引子”的结构语义。

10 结论（结构性，不作价值总结）

本文建立了以尺度差异为核心对象的判定型形式框架：演化被刻画为可判定差异在时间推进中的区间成立；死循环是差异恒为零的吸收态；残破是差异存在正下界的结构条件，从而排除完全收敛与全局终态吸引子。尺度作为算子引出零差异的尺度诱导性与演化的尺度相对性；复杂性被刻画为尺度函数而非本体属性；尺度窗口刻画可研究性；不可逆性被视为判定结构的内在代价。该框架可作为跨领域系统分析的形式对齐层，供后续外接动力学、控制论或信息论叙事使用。

A 附录：有限语义模型（kfx-10 示例）

本附录提供一个有限模型作为一致性与可满足性的语义背书，便于读者复现与对齐直觉。该模型不用于证明“世界如此”，仅用于展示：本文定义的对象与命题在一个具体结构上可同时成立。

A.1 模型定义

取状态空间 $X = \mathbb{Z}_5 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$，时间域 $T = \mathbb{Z}_5$，令系统轨道为

$$x_t = t \pmod 5, \qquad x_{t+1} = x_t + 1 \pmod 5.$$

定义一个尺度（或固定 σ）下的差异函数

$$\Delta_\sigma(x, y) := (y - x) \pmod 5,$$

并以“0 / 非 0”区分不可判定/可判定。

A.2 性质核查

对任意 t，

$$\Delta_\sigma(x_t, x_{t+1}) = ((t+1) - t) \pmod 5 = 1 \neq 0,$$

故存在演化区间（例如整个 T），且不存在死循环时刻。并且对所有 t 有 $\Delta_\sigma(x_t, x_{t+1}) \geq 1$（在“0 / 非 0”意义下），因此该系统在该尺度下满足残破定义。

A.3 尺度相对性的示意

若另取一个粗化尺度 σ'，将所有差异映射为零（例如定义 $\Delta_{\sigma'}(x, y) = 0$），则同一轨道在 σ' 下无任何演化区间，形成命题 3 所述的尺度相对性实例。