ε-KFX：Minimally-Compressed Residual KFX

（最小压缩残差轨道形式系统）

---

0. 记号

- $\mathbb{Z}_n := \{0,1,\dots,n-1\}$，模 n运算
- $\oplus$：$\mathbb{Z}_2$ 上异或
- $\neg b := 1-b$
- $[P] \in \{0,1\}$：命题 P的指示函数（真为 1，假为 0）

---

1. 基础对象

1.1 状态空间

$$B=\{0,1\}, P=\mathbb{Z}_5, S=B\times P$$

状态记为 $s=(b,p)\in S$。

1.2 相位运算

$$\sigma(p)=p+1(\mathrm{mod}5), \sigma^{-1}(p)=p-1(\mathrm{mod}5)$$

---

2. 局部步规则

一步关系 $\to\subseteq S\times S$定义为且仅为：

- R_1：

$$(b,p)\to(b,\sigma(p))$$

- R_2：

$$(b,p)\to(\neg b,\sigma^{-1}(p))$$

---

3. 轨道（历史）

长度为 10 的轨道定义为序列：

$$\gamma = (s_0, s_1, \dots, s_{10})$$

满足对所有 $i < 10$，有 $s_i \to s_{i+1}$。
记 $s_i = (b_i, p_i)$。

---

4. 原始残差（未压缩）

4.1 五步残差

$$\varepsilon_5(\gamma) = (\varepsilon_5^b, \varepsilon_5^p) \in \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_5$$

其中

$$\varepsilon_5^b = b_5 \oplus \neg b_0, \varepsilon_5^p = (p_5 - p_0) mod 5$$

4.2 十步残差

$$\varepsilon_{10}(\gamma) = (\varepsilon_{10}^b, \varepsilon_{10}^p) \in \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_5$$

其中

$$\varepsilon_{10}^b = b_{10} \oplus b_0, \varepsilon_{10}^p = (p_{10} - p_0) mod 5$$

---

5. 最小压缩残差（ε-kernel）

定义 最小压缩残差映射

$$\varepsilon^{\min}: (\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_5)^2 \to \{0, 1\}^4$$

为

$$\varepsilon^{\min}(\gamma) = ([\varepsilon_5^b \neq 0], [\varepsilon_5^p \neq 0], [\varepsilon_{10}^b \neq 0], [\varepsilon_{10}^p \neq 0])$$

该映射满足：

- $\varepsilon^{\min}(\gamma) = (0, 0, 0, 0)$

当且仅当 原始残差为零；

- 所有合法轨道落入唯一桶；
- 压缩后残差空间的有效熵严格大于 1 bit。

---

6. 世界（World）

ε-KFX 的世界定义为：

$$\mathcal{W}_{\varepsilon\text{-KFX}} = \{(\gamma, \varepsilon^{\min}(\gamma)) \mid \gamma \text{ 为长度 10 的轨道}\}$$

---

7. 零残差切片

定义零残差世界：

$$\mathcal{W}^{0}_{\varepsilon\text{-KFX}} = \{\gamma \mid \varepsilon^{\min}(\gamma) = (\mathbf{0},\mathbf{0},\mathbf{0},\mathbf{0})\}$$

该切片与原 KFX 的合法轨道集合等价（同构）。

---

8. 最小性声明（冻结）

在保持以下三项同时成立的前提下：

1. 合法轨道唯一且可判
2. 残差结构非退化（信息量 > 1 bit）
3. 不引入目标、奖励或语义

$\varepsilon^{\min}$ 为不可再压缩的最小残差表示。

状态说明（非系统内容）

- KFX：零残差切片
- Residual KFX：未压缩残差世界
- ε-KFX（最小压缩版）：最小可学习、可演化的中立世界