

KFX-12 核

一个十二步闭合的最小形式系统

谢凯凡 

2026-02-11

1 概述

KFX-12 核是一个定义在离散状态空间上的十二步闭合形式系统。在保持局部迁移规则极简的前提下，该系统通过引入固定的中点翻转归位约束与终点闭合约束，在有限尺度上产生了非平凡的结构。

这是 KFX 体系中第一个产生非平凡步模式集合（共 400 种）的最小闭合核。

本文仅给出 KFX-12 的核定义，不涉及任何内生切面或连续化扩展。

2 基础对象

2.1 状态空间

定义二值集合：

$$B := \{0, 1\}$$

定义模五相位环：

$$\mathbb{Z}_5 := \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

定义状态空间：

$$S := B \times \mathbb{Z}_5$$

任一状态记为：

$$s = (b, p), \quad b \in B, \quad p \in \mathbb{Z}_5$$

并定义比特取反算子：

$$\neg b := 1 - b$$

3 局部迁移规则

定义一步迁移关系 $\rightarrow \subseteq S \times S$, 系统中仅允许以下两条原子规则:

- **R1 (前进步)**

$$(b, p) \rightarrow (b, p + 1 \bmod 5)$$

- **R2 (回退翻转步)**

$$(b, p) \rightarrow (\neg b, p - 1 \bmod 5)$$

系统中不存在其他局部演化规则。

4 轨道定义

长度为 12 的轨道定义为如下状态序列:

$$\gamma = (s_0, s_1, \dots, s_{12})$$

并满足对任意 $i = 0, 1, \dots, 11$:

$$s_i \rightarrow s_{i+1}$$

5 全局约束 (KFX-12 核定义)

给定初始状态:

$$s_0 = (b, p)$$

当且仅当以下两个全局约束同时满足时, 轨道 γ 被称为合法轨道。

5.1 中点翻转归位约束

在第 6 步处, 状态必须满足:

$$s_6 = (\neg b, p)$$

即:

- 相位回到初始相位;
- 比特发生一次且仅一次翻转。

5.2 终点闭合约束

在第 12 步处, 轨道必须闭合:

$$s_{12} = s_0$$

5.3 世界集合

定义 KFX-12 核的世界集合为：

$$W_{12} := \{\gamma \mid \gamma \text{ 为满足上述约束的长度 } 12 \text{ 轨道}\}$$

6 结构性推论与完备性

定理 1 (KFX-12 步模式的完备性). 在由状态空间 $S = B \times \mathbb{Z}_5$ 、局部迁移规则 $R1$ 与 $R2$, 以及中点翻转归位与终点闭合这两个全局约束所共同定义的 KFX-12 核中, 所有合法的长度为 12 的轨道, 均且仅均由满足如下条件的步序列刻画:

$$\#R1 = 3, \quad \#R2 = 3$$

该条件在轨道的前半段与后半段中均成立。

因此, 合法步模式的总数为:

$$|M_{12}| = 400$$

证明. 考虑长度为 n 的动作序列, 设其中规则 R1 的使用次数为 m , 规则 R2 的使用次数为 $n - m$.

相位净位移

相位的净变化量为:

$$\Delta p \equiv m - (n - m) = 2m - n \pmod{5}$$

比特翻转奇偶性

比特翻转的总次数为 $n - m$, 其奇偶性决定比特是否发生翻转。

半程约束的唯一解

当 $n = 6$ 时, 中点翻转归位约束等价于以下方程组:

$$\begin{cases} 2m - 6 \equiv 0 \pmod{5} \\ 6 - m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

其唯一解为:

$$m = 3$$

因此:

$$\#R1 = 3, \quad \#R2 = 3$$

步模式计数

前 6 步的合法动作排列数为：

$$\binom{6}{3} = 20$$

后 6 步同理，因此合法步模式总数为：

$$|M_{12}| = 20 \times 20 = 400$$

□

7 核性质说明

- KFX-12 核是一个完全离散、有限且可枚举的形式系统；
- 局部规则极简，但全局约束在有限尺度上诱导出非平凡结构；
- 该系统构成所有后续 KFX 扩展（内生切面、软约束、长度推广等）的基准核。

8 不可绕过性声明

8.1 全局约束的不可局部化

KFX-12 核中的中点翻转归位约束与终点闭合约束定义在完整轨道尺度上，不存在任何有限步局部迁移规则的等价替代表达。

任何试图通过规则重写、状态扩展或时间重参数化将该全局约束吸收到局部演化中的做法，均不被视为 KFX-12 核的等价表述。

8.2 步模式集合的不可压缩性

KFX-12 核中产生的 400 种合法步模式并非来自连续参数空间的采样，而是由离散状态空间与全局约束直接诱导的组合结果。

在保持核定义不变的前提下，该集合不可进一步压缩为更低维的参数化表示。

8.3 核定义的排他性

本文中“KFX-12 核”一词仅指由状态空间、局部规则与全局约束共同确定的形式系统。

任何缺失、弱化或等价吸收上述任一要素的系统，均不被视为 KFX-12 核。

9 裁决尺度（工程定义）

9.1 定义

设系统轨道长度为 L ，其合法性由某一裁决函数 J 判定。若 J 的判定结果依赖于轨道中若干指定时刻 $\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ 的状态，则定义该裁决函数的裁决尺度为：

$$JS(J) := \max\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$$

9.2 解释

- JS 较小：合法性可在局部或早期裁决；
- JS 接近 L ：裁决被延迟至全程尺度，裁决前局部自由度得以保留。

9.3 KFX-12 核的裁决尺度

在 KFX-12 核中，合法性裁决显式依赖于：

$$t = 6 \text{ (中点翻转归位)}, \quad t = 12 \text{ (终点闭合)}$$

因此：

$$JS(\text{KFX-12}) = 12$$

结语

KFX-12 核标志着从“冻结路径”到“结构性多解”的最小跃迁点。其复杂性并非源于规则增多，而是源于全局约束在有限尺度上的闭合效应。