科目

長庚大學期中、期末考試答案用紙

學年度 第 學期 考 資工 系 姓名 [illegible] 學號 B0729028

3) a) 摺積定理：函數摺積的傅立葉轉換是函數傅立葉轉換的乘積。 $F\{f*g\} = F\{f\} \times F\{g\}$

b) 令 $f \cdot g$ 屬於 $L^1(\mathbb{R}^n)$，F 為 f 的傅立葉轉換 G 為 g 的傅立葉轉換。

$F(\nu) = F\{f\} = \int_{\mathbb{R}^n} f(x) e^{-2\pi i x \cdot \nu} dx$

$G(\nu) = G\{g\} = \int_{\mathbb{R}^n} g(x) e^{-2\pi i x \cdot \nu} dx$

$h(z) \int_{\mathbb{R}} f(x) g(z-x)\, dx$

$\iint |f(z) g(x-z)|\, dx\, dz = \int |f(z)| \int |g(z-x)|\, dx\, dx = \int |f(z)| \|g\|_1 dx = \|f\|_1 \|g\|_1$

$H(\nu) = F\{h\} = \int_{\mathbb{R}} h(z) e^{-2\pi i z \cdot \nu} dz = \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}^n} f(x) g(z-x)\, dx\, e^{-2\pi i z \cdot \nu} dz.$

應用富比尼定理。

$\Rightarrow H(\nu) = \int_{\mathbb{R}} f(x) \left(\int_{\mathbb{R}} g(z-x) e^{-2\pi i z \cdot \nu} dz \right) dx.$

代入 $y = z - x;\ dy = dz \Rightarrow H(\nu) = \int_{\mathbb{R}} f(x) \left(\int_{\mathbb{R}} g(y) e^{-2\pi i (y+x) \cdot \nu} dy \right) dx$

$= \int_{\mathbb{R}} f(x) e^{-2\pi i x \cdot \nu} \left(\int_{\mathbb{R}} g(y) e^{-2\pi i y \cdot \nu} dy \right) dx.$

$= \int_{\mathbb{R}} f(x) e^{-2\pi i x \cdot \nu} dx \int_{\mathbb{R}} g(y) e^{-2\pi i y \cdot \nu} dy.$

得證 $H(\nu) = F(\nu) \cdot G(\nu)$ #

（請翻面繼續作答）

長庚大學期中、期末考試答案用紙

科目

學年度 第 學期 考 系 姓名 學號

```
1) """DFT"""
import math
def iexp(n):
return complex(math.cos(n), math.sin(n))
def is_pow2(n):
return False if n==0 else (n==1 or is_pow2(n>>1))
def dft(xs):
"native dft"
n=len(xs)
return [sum((xs[k]*iexp(2*math.pi*i*k/n) for k in range(n)]
if _name_=="_main_":
wave1= [1,0,0,0,0,0,0,0]
wave2= [1,1,1,1,1,1,1,1]
wave3= [1,-1,1,-1,1,-1,1,-1]
wave4=[3,0,2,0,2,0,2,0]
dfreq5=[1,1,0,0,0,0,1,1]
dfreq6=[1,1,0,0,0,0,0,1]
dfreq1=dft(wave1)
dfreq2=dft(wave2)
dfreq3=dft(wave3)
dfreq4=dft(wave4)
wave5=dftinv(dfreq5)
wave6=dftinv(dfreq6)
print(dfreq1)
print(dfreq2)
print(dfreq3)
print(dfreq4)
print(wave5)
print(wave6)
pass.
```

（請翻面繼續作答）