

12月11日实验课实验题

上交截止日期:2024年12月11日23:00

每题2分，总分4分

◆ 实验1

实验1：某卫星的运动轨迹 (x, y) 满足下面的微分方程：

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 2 \frac{dy}{dt} + x - \frac{\lambda(x+\mu)}{r_1^3} - \frac{\mu(x-\lambda)}{r_2^3},$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -2 \frac{dx}{dt} + y - \frac{\lambda y}{r_1^3} - \frac{\mu y}{r_2^3},$$

其中 $\mu = 1/82.45$, $\lambda = 1 - \mu$, $r_1 = \sqrt{(x + \mu)^2 + y^2}$,

$r_2 = \sqrt{(x - \lambda)^2 + y^2}$, 试在初值 $x(0) = 1.2$, $x'(0) = 0$,

$y(0) = 0$, $y'(0) = -1.04935871$ 下用MATLAB求解该方程,
并绘制该卫星轨迹图.

◆ 实验2

实验2: Lorenz系统是一类典型的混沌系统, 具有强烈的初值依赖性和长期不可预测性. Lorenz系统的状态方程是

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\sigma x_1(t) + \sigma x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = r x_1(t) - x_2(t) - x_1(t)x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = x_1(t)x_2(t) - b x_3(t). \end{cases}$$

设 $\sigma = 10, r = 28, b = 8/3$, 取初值 $x_1 = 10, x_2 = -10, x_3 = -10$, 用MATLAB求 $t=20$ 的解, 并作出在 $0 < t < 20$ 范围内的空间曲线图.

若将 x_1 改为10.001或-10, 比较结果, 可以发现解总是被一个蝶形所吸引(称为Lorenz吸引子). 但 $t=20$ 时的解却相差很大, 说明解对初值的变化十分敏感. 请通过数学实验证实这一论断。