11月13日实验课实验题

上交截止日期:2024年11月13日 23:00点

- 实验课实验题1：

设有方程组 $Ax=b,\ A\in R^{20\times 20}$， 其中A是一个稀疏的五对角矩阵：

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & & \\ 1 & 3 & 1 & \ddots & \\ 1 & 1 & \ddots & \ddots & 1 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ & & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

随机取一个非零的右端向量b。分别采用Jacobi迭代和Gauss-Seidel迭代两种方法求解上述线性方程组，画出误差的收敛历史图，观察和分析计算结果。

回顾： 设 C 为一个大于等于2的常数。设三个自变量ρ, p, v的变化范围为

$$\Omega = \{(\rho, p, v):\ \rho > 0,\ \ p > 0,\ \ |v| < 1\} \tag{1}$$

我们定义以下三个因变量

$$D = \frac{\rho}{\sqrt{1-v^2}},\quad m = \frac{(\rho+Cp)\,v}{1-v^2},\quad E = \frac{\rho+Cp}{1-v^2} - p. \tag{2}$$

我们在课上做过一个相关数学实验，结果表明：

$$D > 0, E > \sqrt{D^2 + m^2}. \tag{3}$$

任意给定一组满足(3)式的(D, m, E)，在第6次作业中，我们曾探索如下关于x的非线性方程

$$Cx + \frac{m^2}{E+x} + D\sqrt{1 - \frac{m^2}{(E+x)^2}} = E + x$$

是否一定有唯一的正根。

实验课实验题2：

根据课上介绍的方法，用MATLAB编写两个函数（二分法和不动点迭代）求该非线性方程的正根：函数输入为D,m,E,C，输出为正根；函数中需先判断(3)，需根据误差估计确定迭代步数；对函数进行随机实验测试、确保正确性（即解出根在机器误差的意义上近似满足上述方程）。