



2021 年 05 月 13 日

# 主动投资组合管理基本定理

## 信息比率的定义及其改进

### 联系信息

陶勤英

分析师

SAC 证书编号：

S0160517100002

taoqy@ctsec.com

021-68592393

### 相关报告

### 投资要点：

#### ● 引言

在因子有效性分析时，我们通常采用信息系数（Information Coefficient, IC）或者信息比率（Information Ratio, IR）作为适应度函数对因子进行评价。IC 是指策略/基金经理对于市场的预测能力（skill），IC 越高，则代表策略/基金经理的能力越强。IR 通常定义为投资组合超额收益与残差波动率之间的比值，是衡量一个策略稳定性的重要参数。

#### ● 信息比率

Grinold (1989) 在主动投资组合管理的基本定律 (The fundamental law of active management) 中提出了著名的信息比率公式，由于其较强的理论假设，因此在实际投资中难以直接应用，后来 Clarke et al. (2002)，Qian and Hua (2004)，Ye (2008)，以及 Ding (2010) 等在原有 IR 的基础上，提出了更加一般化的 IR 计算方法。本文主要介绍了几种 IR 的计算方法，以及他们之间的区别。

- **风险提示：** 本文所有模型结果均来自历史数据，不保证模型未来的有效性。

## 内容目录

1、 引言 .....	3
2、 信息比率 .....	3
2.1 主动投资组合管理基本定律 .....	3
2.2 约束条件下的信息比率 .....	4
2.3 策略风险下的信息比率 .....	5
2.4 信号的波动如何影响信息比率 .....	5
2.5 信息比率在时间序列和横截面上的性质 .....	7
2.5.1 时间序列模型 .....	7
2.5.2 横截面模型 .....	8
3、 结论 .....	11

## 图表目录

图 1：相关系数三角 .....	4
图 2：约束条件 TC 分析 .....	4
图 3：理论情形下 IR 的对比 .....	9
图 4：实际因子 IR 对比 .....	10
图 5：N 较小时 IR 的对比 .....	10

## 1、引言

在因子有效性分析时，我们通常采用信息系数（Information Coefficient, IC）或者信息比率（Information Ratio, IR）作为适应度函数对因子进行评价。IC 是指策略/基金经理对于市场的预测能力（skill），IC 越高，则代表策略/基金经理的能力越强。IR 通常定义为投资组合超额收益与残差波动率之间的比值，是衡量一个策略稳定性的重要参数。

历史上 Grinold（1989）在其著名的主动投资组合管理的基本定律给出了 IR 与 IC 之间的关系。后来经过数十年的发展，Clarke et al.（2002），Qian and Hua（2004），Ye（2008），以及 Ding（2010）在 Grinold（1989）的基础上对 IR 的定义做了进一步的改进。本文主要介绍了几种 IR 的定义，以及他们之间的关系。

## 2、信息比率

信息比率 IR 通常定义为投资组合超额收益与残差波动率之间的比值，是衡量策略或者基金经理业绩稳定性的重要参数。IR 可以分为先验（ex ante）信息比率和后验（ex post）信息比率。后验信息比率可以通过定义直接计算，先验信息比率是未来预期收益与预期风险的比值，代表为了未来的投资机会，如何计算先验 IR 是主动投资组合管理的核心。

### 2.1 主动投资组合管理基本定律

Grinold（1989）在主动投资组合管理的基本定律（The fundamental law of active management）中提出了著名的信息比率公式：

$$IR = IC * \sqrt{BR} \quad (1)$$

其中 IR 为信息比率。IC（Information Coefficient）为信息系数，定义为每个预测与结果之间的相关性。BR（breadth）为投资策略的广度，定义为对于收益率做出的独立预测次数。

在原论文中，Grinold 并未给出上述公式的详细推导过程，在之后的《主动投资组合管理》书中，作者给出了上式的推导过程，有兴趣的读者可以自行查阅。

上述公式是基于三个基本假设得到的。三个假设分别为：基金经理能够精确衡量自己的能力，并能以最优的方式利用信息；信息的来源相互独立；每一个预测能力的 IC 保持不变。

通过上述公式可以看出，想要提高策略的 IR，可以通过提升 IC 或者 BR 来实现。从主动管理的角度来看，IC 代表了基金经理的能力，BR 相同的情况下，基金经理能力越强，策略的 IR 越高。BR 的提升可以通过两方面实现：增加股票的覆盖度和提高预测频率。这也是为什么许多高频策略在同等胜率的情况下能取得非常高的 IR 的原因。

## 2.2 约束条件下的信息比率

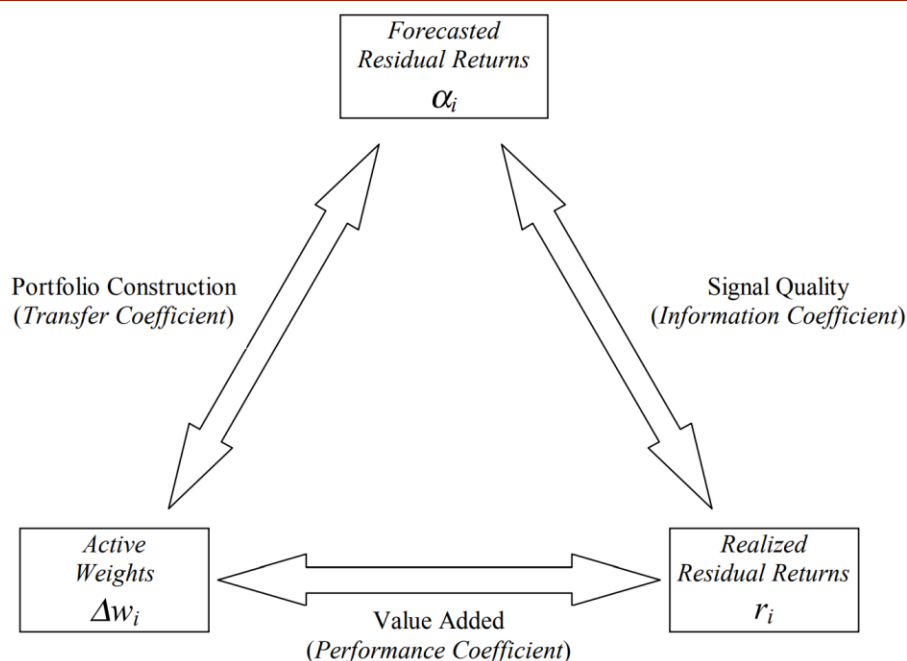
公式（1）的推导是基于均值方差理论下效用函数最大化得到的，理论上资产 i 的最优权重为：

$$\Delta w_i^* = \frac{\alpha_i}{\sigma_i^2} * \frac{1}{2\lambda} \quad (2)$$

其中  $\Delta w_i^*$  为资产 i 的主动暴露权重， $\alpha_i$  为资产 i 的超额收益， $\sigma_i$  为资产 i 的超额收益波动率， $\lambda$  为厌恶系数。

在实际的投资中，由于存在各种投资的约束，在加入约束条件后，资产组合的最优权重为  $\Delta w_i$ 。Clarke et al. (2002) 给出了预期超额收益  $\alpha_i$ ，已实现超额收益  $r_i$  和主动暴露权重  $\Delta w_i$  三者之间的关系（下图所示）。

图 1：相关系数三角



数据来源：Portfolio Constraints and the Fundamental Law of Active Management，财通证券研究所

其中 TC (Transfer Coefficient) 为  $\alpha_i$  和  $\Delta w_i$  的相关系数，IC 为  $r_i$  和  $\alpha_i$  的相关系数，PC (Performance Coefficient) 为  $\Delta w_i$  和  $r_i$  之间的相关系数。

通过引入 TC，IR 的计算公式为：

$$IR = TC * IC * \sqrt{BR} \quad (3)$$

根据约束条件的不同，TC 的取值范围通常在 (0.3, 0.8) 之间。下图给出了一些不同约束条件下 TC 和 IR 的表现：

图 2：约束条件 TC 分析

Portfolio	Active	Transfer	Information	Expected
<u>Constraints</u>	<u>Risk</u>	<u>Coefficient</u>	<u>Ratio</u>	<u>Active Return</u>
Unconstrained	5.0%	0.98	1.47	7.3%
Long-Only	2.0%	0.73	1.09	2.2%
	5.0%	0.58	0.87	4.3%
	8.0%	0.48	0.72	5.8%
Long-only and Market-Cap-Neutral	2.0%	0.67	1.00	2.0%
	5.0%	0.47	0.70	3.5%
	8.0%	0.37	0.55	4.4%
Turnover Limit of 50 Percent	5.0%	0.73	1.09	5.5%
Turnover Limit of 25 Percent	5.0%	0.49	0.73	3.7%
Multiple Constraints including Constrained Turnover	5.0%	0.31	0.46	2.3%

数据来源: Portfolio Constraints and the Fundamental Law of Active Management, 财通证券研究所

### 2.3 策略风险下的信息比率

Qian and Hua (2004) 指出现实中已实现主动风险往往高于风险模型的目标跟踪误差。因此他将主动风险分解为目标跟踪误差以及策略波动导致的风险, 即 IC 的波动率。

策略的预期超额收益表达式为:

$$\bar{\alpha}_t = \sqrt{BR} * \sigma_{model} * \{ \overline{IC}_t * \overline{dis(R_t)} + \rho[IC_t, dis(R_t)]std(IC_t)std[dis(R_t)] \} \quad (4)$$

策略的预期主动风险为:

$$\sigma = std(IC_t) * \sqrt{BR} * \sigma_{model} * \overline{dis(R_t)} \quad (5)$$

$std(IC)$  和  $\sigma_{model}$  分别代表策略风险和风险模型跟踪误差,  $dis(R_t)$  为  $t$  期横截面上的资产收益率分散度,  $\overline{IC}_t$  和  $\overline{dis(R_t)}$  分别代表  $IC_t$  和  $dis(R_t)$  在时间序列上的平均值。  $\rho[IC_t, dis(R_t)]$  为  $IC_t$  与  $dis(R_t)$  在实现序列上的相关性。

根据公式 (4) 和公式 (5), 可以得到 IR 的表达式:

$$IR = \overline{IC}_t / std(IC_t) + \rho[IC_t, dis(R_t)]std[dis(R_t)] / \overline{dis(R_t)} \quad (6)$$

从上述公式可以看出 IR 主要由两部分贡献, 第一部分为策略的预测能力与策略风险之间的比率, 第二部分为 IC 与收益率分散度之间的相关性。通常情况下, 第二部分的贡献相对较小, 因此 IR 可以简化为:

$$IR = \overline{IC}_t / std(IC_t) \quad (7)$$

这与我们在单因子检验中经常使用的 ICIR 定义一致。

### 2.4 信号的波动如何影响信息比率

Ye (2008) 在论文中讨论了信号的波动对于信息比率的影响，本质上他是采用了 Clarke et al. (2002) 的分析方法，并将 IC 的波动率考虑在内，进一步得到了 IR 的表达式。

具体来讲，首先从 CAPM 的出发，将收益进行分解：

$$r_{it}^{total} = \beta_{it} r_{Bt} + r_{it} \quad (8)$$

其中  $r_{it}$  已实现的残差收益。资产 i 在 t 期的 alpha 可以定义为：

$$\alpha_{it} = E(r_{it}|g_{it}) \quad (9)$$

其中  $g_{it}$  代表对资产 i 在 t 时刻的预测信息。与 Clarke et al. (2002) 类似，根据效应函数最大化，求解最优化组合权重可以得到：

$$\Delta w_{it}^* = \frac{\alpha_{it}}{\sigma_s^2} * \frac{1}{2\lambda} = \frac{\alpha_{it}}{\sigma_s^2} * \frac{\sigma_{it}}{\sqrt{\sum_{j=1}^N (\alpha_{jt}/\sigma_s)^2}} \quad (10)$$

根据公式 (9) (10) 可以得到投资组合的 alpha：

$$\alpha_{pt} = \sum_{i=1}^N \Delta w_{it}^* \alpha_{it} = \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_{it}^2}{\sigma_s^2} * \frac{\sigma_p}{\sqrt{\sum_{j=1}^N (\alpha_{jt}/\sigma_s)^2}} = \sigma_p \sqrt{\sum_{j=1}^N (\alpha_{jt}/\sigma_s)^2} \quad (11)$$

并且  $\alpha_{jt}/\sigma_s$  的分布满足均值为 0，标准差为  $IC_t$ 。则投资组合 p 的 alpha 期望值可以记为：

$$\alpha_p = \sigma_p \overline{IC_t} \sqrt{N} \quad (12)$$

组合 p 的风险由两部分构成，一部分为组合本自身的非系统性风险  $\sigma_p^2$ ，另一部分来自预测能力的波动：

$$\Omega_p^2 = \sigma_p^2 \sigma_{IC}^2 N + \sigma_p^2 \quad (13)$$

根据 IR 的定义可以得到：

$$IR = \frac{\overline{IC_t}}{\sqrt{1/N + \sigma_{IC}^2}} \quad (14)$$

上述考虑的式无约束条件下的最优权重，当加入约束条件后，参考 Clarke et al. (2002) 的方法，IR 的表达式为：

$$IR = \frac{TC * \overline{IC_t} * \sqrt{N}}{\sqrt{1 + N \sigma_{IC}^2 TC^2}} \quad (15)$$

需要注意的是，当 IC 在时间序列上保持不变，即  $\sigma_{IC}=0$  时，在无约束条件下 ( $TC=0$ )，公式 (14) 可以转化为公式 (1)，在有约束条件下 ( $TC>0$ )，公式 (15) 可以转化

为公式 (3)。当  $N \rightarrow \infty$ , 非系统风险变为 0, 组合的风险贡献主要来自于 IC 的波动, 上式则变为公式 (7):  $IR = \overline{IC}_t / \sigma_{IC}$ 。

## 2.5 信息比率在时间序列和横截面上的性质

上述 IR 的表达式均基于一定的假设, Ding (2010) 在论文中讨论了一种更加一般化的时间序列和横截面上的信息比率。同样采用 Clarke et al. (2002) 和 Ye (2008) 的分析方法, 通过均值方差模型得到 IR 的表达式为:

$$IR = E \left( \sqrt{\alpha_t' \Omega_t^{-1} (\alpha_t - \kappa I)} \right) \quad (16)$$

其中  $\alpha_t$  为 T 期的投资组合超额收益向量,  $\Omega$  为资产的协方差矩阵,  $\kappa = \frac{\alpha_t' \Omega_t^{-1} I}{I' \Omega_t^{-1} I}$  为一个标量,  $I$  是单位向量。

### 2.5.1 时间序列模型

利用时间序列上的因子模型, 资产的收益率可以分解为各因子的收益率:

$$r_{i,t} = \beta_{i,t-1} f_i + \varepsilon_{i,t} \quad (17)$$

假设残差收益率  $\varepsilon_{i,t}$  与因子暴露之间  $\beta_{i,t-1}$  不存在相关性, 并且  $\varepsilon_{i,t}$  没有自相关性, 则因子收益率为:

$$f_i = Var^{-1}(\beta_i) Cov(r_i, \beta_i) = \frac{Cov(\beta_i, r_i)}{\sqrt{Var(\beta_i) Var(r_i)}} \sqrt{\frac{Var(r_i)}{Var(\beta_i)}} = IC_{ts,i} \sigma_{r_i} / \sigma_{\beta_i} \quad (18)$$

因子暴露  $\beta_{i,t}$  的均值为 0, 标准差为 1, 根据公式 (17) 和 (18) 可以得到资产 i 的超额收益:

$$\alpha_{it} = E(r_{it} | g_{it}) = IC_{ts,i} \sigma_{r_i} \beta_{i,t-1} \quad (19)$$

残差波动率为:

$$\sigma_{\varepsilon_i}^2 = Var(r_{it} | g_{it}) = (1 - IC_{ts,i}^2) \sigma_{r_i}^2 \quad (20)$$

将公式 (19) 和 (20) 带入 (16) 可以得到时间序列下的 IR 表达式:

$$IR = E \left( \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{IC_{ts,i}^2 \beta_{i,t-1}^2}{1 - IC_{ts,i}^2} - \kappa \sum_{i=1}^N \frac{IC_{ts,i} \beta_{i,t-1}}{(1 - IC_{ts,i}^2) \sigma_{r_i}}} \right) \quad (21)$$

假设  $IC_{ts,i}$  与  $\beta_{i,t-1}$  布相互独立, 则:



$$\begin{aligned}
 IR &= E \left( \sqrt{NE_{cs} \left( \frac{IC_{ts,i}^2 \beta_{it-1}^2}{1-IC_{ts,i}^2} \right) - N\kappa E_{cs} \left( \frac{IC_{ts,i} \beta_{it-1}}{(1-IC_{ts,i}^2)\sigma_{r_i}} \right)} \right) \\
 &= E \left( \sqrt{NE_{cs} \left( \frac{IC_{ts,i}^2}{1-IC_{ts,i}^2} \right) E_{cs}(\beta_{it-1}^2) - N\kappa E_{cs} \left( \frac{IC_{ts,i}}{(1-IC_{ts,i}^2)\sigma_{r_i}} \right) E_{cs}(\beta_{it-1})} \right) \quad (21) \\
 &= \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{IC_{ts,i}^2}{1-IC_{ts,i}^2}}
 \end{aligned}$$

其中  $E_{cs}$  代表横截面上的期望值，假设  $IC$  满足时间序列上保持不变，则

$$IR = \frac{IC_{ts}}{\sqrt{1-IC_{ts}^2}} \sqrt{N} \approx IC_{ts} \sqrt{N} \quad (22)$$

$IR$  的表达式与 Grinold 的公式 (1) 一致。但是需要注意的是，当且仅当  $IC_{ts}$  较小时上式成立，假设有一个能够完美预测未来的策略 ( $IC_{ts} = 1$ )，则公式 (22) 告诉我们，此时的  $IR$  应该趋近于无穷大，而公式 (1) 此时的  $IR$  只与  $N$  有关。很明显，公式 (22) 更加符合逻辑。

### 2.5.2 横截面模型

时间序列模型有一个非常强的假设，即  $IC$  在时间序列上保持不变，实际情况中，此假设很难满足，因此导致公式 (1) (3) (22) 等以此假设为前提的推导均存在一定的误差。

在横截面模型下，资产的收益率可以分解为：

$$r_{i,t} = \beta_{i,t-1} f_t + \varepsilon_{i,t} \quad (23)$$

注意 (23) 和 (17) 的区别在于 (17) 为时间序列回归，(23) 为横截面回归。同样假设残差收益率  $\varepsilon_{i,t}$  与因子暴露之间  $\beta_{i,t-1}$  不存在相关性，并且  $\varepsilon_{i,t}$  之间没有相关性，且按照定义， $\beta_{i,t-1}$  均值为 0，标准差为 1。则：

$$f_t = IC_t \text{dis}(\mathbf{r}_t) \quad (24)$$

$\text{dis}(\mathbf{r}_t)$  为  $t$  期资产的收益率的波动率，用于区分时间序列的波动率  $\sigma_{r_i}$ 。与时间序列模型下假设  $\sigma_{IC} = 0$  不同，在横截面模型中，我们采用更一般的假设，假设  $IC$  的分布满足  $IC_t \sim N(0, \sigma_{IC}^2)$ 。利用 (23) 和 (24)，可以求的组的超额收益：

$$\alpha_t = E(\mathbf{r}_t | \mathbf{g}_t) = IC \delta \beta_{t-1} \quad (25)$$

以及协方差矩阵：

$$\Omega_t = E((\mathbf{r}_t - \alpha_t)(\mathbf{r}_t - \alpha_t)' | \mathbf{g}_t) = \sigma_{IC}^2 \delta^2 \beta_{t-1} \beta_{t-1}' + \Sigma_t \quad (26)$$



其中 $\sigma_{IC}$ 和 $\delta$ 分别为 IC 和资产收益率的波动率， $\Sigma$ 为残差的协方差矩阵，由于残差之间没有相关性，因此

$$\Sigma_t = \text{diag}(\sigma_{\varepsilon_1}^2, \sigma_{\varepsilon_2}^2, \dots, \sigma_{\varepsilon_n}^2) \quad (27)$$

并且 $\sigma_{\varepsilon_i}^2 = \sigma_{r_i}^2 - (IC^2 + \sigma_{IC}^2)\delta^2$ 。

根据 (27) 和 (16) 可以得到一般形式下的 IR 表达式：

$$IR = \frac{IC}{\sqrt{1/(\phi N) + \sigma_{IC}^2}} \quad (28)$$

其中 $\phi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_{r_i}^2 \frac{1}{\sigma_{\varepsilon_i}^2}$ 为一个常量。同样的当 IC 满足 $\sigma_{IC}^2 = 0$ 或者 $N \rightarrow \infty$ 式，公式 (28) 可已转换为 Grinold (1989) 和 Qian (2004) 关于 IR 的定义 (1) 和 (7)。

更进一步的，当 $\sigma_{r_i}$ 保持不变，公式 (28) 可以转换为 Ye (2008) 关于 IR 的定义：

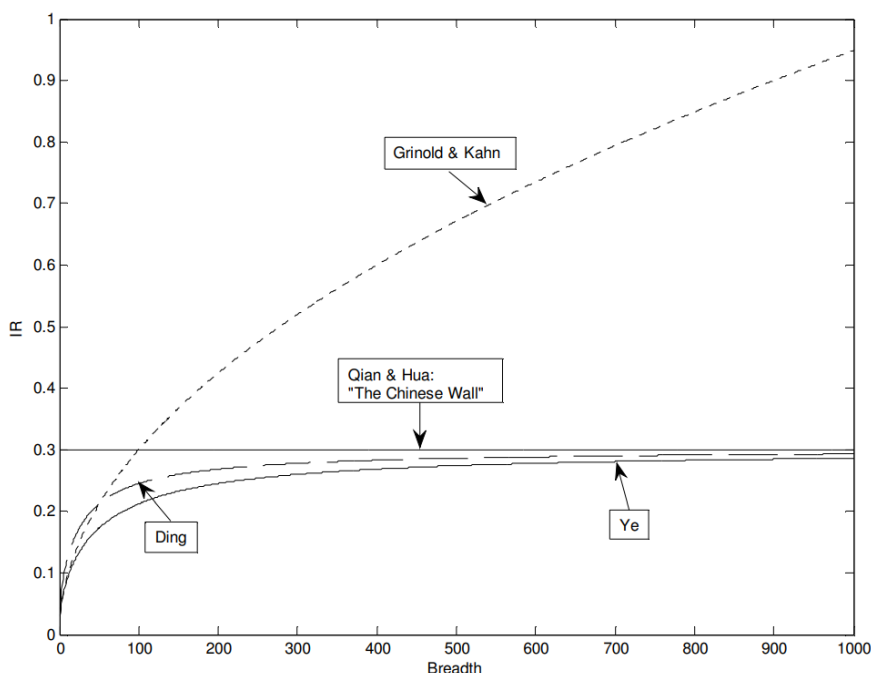
$$IR = \frac{IC}{\sqrt{(1-IC^2-\sigma_{IC}^2)/N+\sigma_{IC}^2}} \approx \frac{IC}{\sqrt{1/N+\sigma_{IC}^2}} \quad (29)$$

其中 $\phi = \frac{1}{1-IC^2-\sigma_{IC}^2}$ 。

下图给出了理论情形下几种 IR 定义之间的对比：

图 3：理论情形下 IR 的对比

(IC=0.03,  $\sigma_{IC} = 0.1, \phi = 2$ )



数据来源：The Fundamental Law of Active Management: Time Series Dynamics and Cross-Sectional Properties, 财通证券研究所

可以看出,随着  $N$  的不断增大, Grinold 定义的 IR 与  $\sqrt{N}$  成正比关系。在  $\sigma_{IC}$  固定的情况下, Qian 定义的  $IR=IC$ , 且为 Ye 和 Ding 定义 IR 的上限。

在 Ding (2010) 的论文中, 作者同时比较了实际投资中的几个常见因子 IR 之间的对比:

图 4: 实际因子 IR 对比

Table 3. Factor IR Comparison (monthly, data ends 2009:8)

Factor	Index	$\frac{1}{\sqrt{N\phi}}$	IC Mean	IC Stdev $\sigma_{IC}$	$\frac{\sigma_{IC}}{1/\sqrt{N\phi}}$	IR GK	IR QH	IR YE	IR DING
Book to Price	R1000	0.024	0.014	0.139	5.67	0.44	0.10	0.10	0.10
	R2000	0.016	0.025	0.113	6.95	1.12	0.22	0.22	0.22
	R3000	0.013	0.020	0.114	8.76	1.06	0.17	0.17	0.17
Cash Flow to Price	R1000	0.024	0.039	0.119	4.88	1.21	0.33	0.32	0.32
	R2000	0.016	0.066	0.122	7.49	2.93	0.54	0.53	0.54
	R3000	0.013	0.058	0.111	8.59	3.17	0.52	0.52	0.52
Earnings to Price	R1000	0.024	0.031	0.140	5.70	0.95	0.22	0.21	0.22
	R2000	0.016	0.067	0.120	7.37	2.96	0.56	0.55	0.55
	R3000	0.013	0.059	0.121	9.35	3.19	0.48	0.48	0.48
Sales to Price	R1000	0.024	0.019	0.129	5.26	0.58	0.15	0.14	0.14
	R2000	0.016	0.026	0.104	6.41	1.16	0.25	0.24	0.25
	R3000	0.013	0.023	0.107	8.22	1.25	0.22	0.21	0.21
12-Month Momentum	R1000	0.024	0.029	0.179	7.31	0.91	0.16	0.16	0.16
	R2000	0.016	0.055	0.128	7.86	2.46	0.43	0.43	0.43
	R3000	0.013	0.049	0.137	10.59	2.68	0.36	0.36	0.36
Share Repurchase	R1000	0.024	0.015	0.089	3.63	0.46	0.17	0.16	0.16
	R2000	0.016	0.026	0.084	5.20	1.16	0.31	0.30	0.30
	R3000	0.013	0.024	0.083	6.38	1.30	0.29	0.28	0.29
Percent Short	R1000	0.024	0.022	0.118	4.81	0.67	0.18	0.18	0.18
	R2000	0.016	0.037	0.105	6.48	1.67	0.36	0.35	0.35
	R3000	0.013	0.029	0.101	7.80	1.56	0.28	0.28	0.28

数据来源: The Fundamental Law of Active Management: Time Series Dynamics and Cross-Sectional Properties, 财通证券研究所

大部分情况下, IR(GK) 均远高于其他三个 IR, IR(QH), IR(YE) 和 IR(DING) 区别相对较小。

对于  $N$  较大的情况, IR(QH), IR(YE) 和 IR(DING) 中风险的贡献主要来自于  $\sigma_{IC}$ , 三者区别较小, 但是对于  $N < 500$  的情况, 系统风险会导致三者会存在明显的区别, 下图给出了在  $N$  较小时三者之间的区别:

图 5:  $N$  较小时 IR 的对比

		GK	QH	YE	DING	GK	QH	YE	DING
IC	$\sigma_{IC}$	N=10				N=50			
0.10	0.10	0.32	1.00	0.30	0.41	0.32	1.00	0.58	0.71
	0.15	0.32	0.67	0.29	0.37	0.32	0.67	0.49	0.55
	0.20	0.32	0.50	0.27	0.33	0.32	0.50	0.41	0.45
0.15	0.10	0.47	1.50	0.45	0.61	0.47	1.50	0.87	1.06
	0.15	0.47	1.00	0.43	0.56	0.47	1.00	0.73	0.83
	0.20	0.47	0.75	0.40	0.50	0.47	0.75	0.61	0.67
		N=100				N=200			
0.05	0.10	0.50	0.50	0.35	0.41	0.50	0.50	0.41	0.45
	0.15	0.50	0.33	0.28	0.30	0.50	0.33	0.30	0.32
	0.20	0.50	0.25	0.22	0.24	0.50	0.25	0.24	0.24
0.10	0.10	1.00	1.00	0.71	0.82	1.41	1.00	0.82	0.89
	0.15	1.00	0.67	0.55	0.60	1.41	0.67	0.60	0.63
	0.20	1.00	0.50	0.45	0.47	1.41	0.50	0.47	0.49

数据来源: The Fundamental Law of Active Management: Time Series Dynamics and Cross-Sectional Properties, 财通证券研究所

可以看出, 当 N 取值较小时, IR (DING) 介于 IR(QH) 和 IR(YE) 之间。

同样的, 当考虑约束条件下的 IR 时, 与 IR(YE) 相似, 公式 (29) 也会多出 TC 项。

上述的 IR 主要时基于单因子模型推导得到, 对于多因子模型的 IR, 可以按照上述方法得到:

$$IR = \sqrt{IC'(\sigma_{\varepsilon}^2/NI + \Sigma_{IC})^{-1}IC} \quad (30)$$

$$\approx \sqrt{IC' \Sigma_C^{-1} IC}$$

其中  $\sigma_{\varepsilon}^2 = (1 - \sum_{k=1}^K (\sigma_{IC,k}^2 + IC_k^2))$ , IC 为因子的 IC 向量,  $\Sigma_C^{-1}$  为因子之间的协方差矩阵。

### 3、结论

本文主要介绍了 IR 在历史上的发展历史, 从最早的 Grinold (1989) 在主动投资组合管理的基本定律 (The fundamental law of active management) 中提出了著名的信息比率公式:

$$IR = IC * \sqrt{BR}$$

Clarke et al. (2002) 在 Grinold (1989) 的基础上, 考虑了约束条件下的信息比率计算公式:

$$IR = TC * IC * \sqrt{BR}$$

Qian and Hua (2004) 引入了 IC 的波动导致的风险, 最终的 IR 表达式为:

$$IR = \overline{IC}_t / std(IC_t)$$

Ye (2008) 在 Grinold (1989) 和 Clarke et al. (2002) 的基础上, 考虑了策略风

险后的信息比率：

$$IR = \frac{IC_t}{\sqrt{1/N + \sigma_{IC}^2}},$$

Ding (2010) 分别在时间序列模型和横截面模型下采用更为一般性的假设，得到信息比率的计算公式：

$$IR = \frac{IC}{\sqrt{(1 - IC^2 - \sigma_{IC}^2)/N + \sigma_{IC}^2}}$$

目前最为广泛使用的 IR 定义为 Qian and Hua (2004)，IR (QH) 在计算式忽略了非系统风险，形式较为简洁。在 N 较大时 (>1000) 与其他几人的结果较为类似，但是在 N 较小时，IR (QH) 要高于 IR (YE) 和 IR (DING)。

**信息披露****分析师承诺**

作者具有中国证券业协会授予的证券投资咨询执业资格，并注册为证券分析师，具备专业胜任能力，保证报告所采用的数据均来自合规渠道，分析逻辑基于作者的职业理解。本报告清晰地反映了作者的研究观点，力求独立、客观和公正，结论不受任何第三方的授意或影响，作者也不会因本报告中的具体推荐意见或观点而直接或间接收到任何形式的补偿。

**资质声明**

财通证券股份有限公司具备中国证券监督管理委员会许可的证券投资咨询业务资格。

**公司评级**

买入：我们预计未来 6 个月内，个股相对大盘涨幅在 15%以上；  
增持：我们预计未来 6 个月内，个股相对大盘涨幅介于 5%与 15%之间；  
中性：我们预计未来 6 个月内，个股相对大盘涨幅介于-5%与 5%之间；  
减持：我们预计未来 6 个月内，个股相对大盘涨幅介于-5%与-15%之间；  
卖出：我们预计未来 6 个月内，个股相对大盘涨幅低于-15%。

**行业评级**

增持：我们预计未来 6 个月内，行业整体回报高于市场整体水平 5%以上；  
中性：我们预计未来 6 个月内，行业整体回报介于市场整体水平-5%与 5%之间；  
减持：我们预计未来 6 个月内，行业整体回报低于市场整体水平-5%以下。

**免责声明**

。本公司不会因接收人收到本报告而视其为本公司的当然客户。

本报告的信息来源于已公开的资料，本公司不保证该等信息的准确性、完整性。本报告所载的资料、工具、意见及推测只提供给客户作参考之用，并非作为或被视为出售或购买证券或其他投资标的邀请或向他人作出邀请。

本报告所载的资料、意见及推测仅反映本公司于发布本报告当日的判断，本报告所指的证券或投资标的价格、价值及投资收入可能会波动。在不同时期，本公司可发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的报告。

本公司通过信息隔离墙对可能存在利益冲突的业务部门或关联机构之间的信息流动进行控制。因此，客户应注意，在法律许可的情况下，本公司及其所属关联机构可能会持有报告中提到的公司所发行的证券或期权并进行证券或期权交易，也可能为这些公司提供或者争取提供投资银行、财务顾问或者金融产品等相关服务。在法律许可的情况下，本公司的员工可能担任本报告所提到的公司的董事。

本报告中所指的投资及服务可能不适合个别客户，不构成客户私人咨询建议。在任何情况下，本报告中的信息或所表述的意见均不构成对任何人的投资建议。在任何情况下，本公司不对任何人使用本报告中的任何内容所引致的任何损失负任何责任。

本报告仅作为客户作出投资决策和公司投资顾问为客户提供投资建议的参考。客户应当独立作出投资决策，而基于本报告作出任何投资决定或就本报告要求任何解释前应咨询所在证券机构投资顾问和服务人员的意见；

本报告的版权归本公司所有，未经书面许可，任何机构和个人不得以任何形式翻版、复制、发表或引用，或再次分发给任何其他人，或以任何侵犯本公司版权的其他方式使用。