

分析师：

徐寅

xuyinsh@xyzq.com.cn

S0190514070004

宫民

gongmin@xyzq.com.cn

S0190521040001

西学东渐--海外文献推荐系列之一百一十九

2021 年 5 月 20 日

投资要点

报告关键点

文章使用 1934 年以来全球多个市场的长期股债数据探究了不同长期波动率预测模型的表现。作者发现最优的长期波动率预测模型是选择较长历史回看期并且考虑到波动率的长期均值回复性和短期聚集性。最优模型的预测误差显著小于直接将历史波动率外推的传统预测方法。

相关报告

《西学东渐--海外文献推荐系列之一百一十八》

《西学东渐--海外文献推荐系列之一百一十七》

《西学东渐--海外文献推荐系列之一百一十六》

● 西学东渐，是指从明朝末年到近代，西方学术思想向中国传播的历史过程。西学东渐不仅推动了中国在科学技术和思想文化方面的发展，也有力地促进了社会与政治的大变革。在今天，西学东渐仍有其重要的现实意义。作为 A 股市场上以量化投资为研究方向的卖方金融工程团队，在平日的工作中，常常深感海外相关领域的研究水平之高、内容之新。而这也促使我们通过大量的材料阅读，去粗取精，将认为最有价值的海外文献呈现在您的面前！

● 长期波动率是进行战略资产配置时的重要输入变量，而目前已有的研究多数集中在波动率的短期预测。文章使用 1934 年以来全球多个市场的长期股债数据探究了不同长期波动率预测模型的表现。作者用历史波动率作为解释变量，用未来真实波动率作为被解释变量，通过线性回归发现当预测的未来期限较长时，回归系数倾向于为负；当预测期限较短时，回归系数倾向于为正。这说明波动率具有一定的长期均值回复性和短期聚集性。通过测试不同的预测模型，作者发现最优的长期波动率预测模型是选择较长历史回看期并且考虑到波动率的长期均值回复性和短期聚集性。最优模型的预测误差显著小于直接将历史波动率外推的传统预测方法。

风险提示：文献中的结果均由相应作者通过历史数据统计、建模和测算完成，在政策、市场环境发生变化时模型存在失效的风险。

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明



目录

1、引言	- 3 -
2、数据	- 4 -
3、方法与测算结果	- 6 -
3.1、带约束模型	- 7 -
3.2、无约束模型	- 9 -
3.3、均值回复模型	- 11 -
3.4、均值回复与波动率聚集	- 11 -
3.4、测算结果	- 13 -
4、结论	- 14 -
参考文献	- 15 -
图表 1、数据说明	- 5 -
图表 2、不同期限下各资产平均年化波动率	- 6 -
图表 3、带约束模型预测均方误差	- 8 -
图表 4、无约束模型的回归系数和 t 值	- 9 -
图表 5、无约束模型的预测均方误差	- 10 -
图表 6、比较带约束和无约束模型的预测误差	- 11 -
图表 7、均值回复+VC 模型均方误差	- 12 -
图表 8、均值回复+VC 模型的回归系数与 t 值	- 13 -
图表 9、带约束、均值回复和均值回复+VC 模型的预测误差	- 14 -

报告正文

战略资产配置中的长期波动率预测

文献来源：

Cardinale, M., Naik, N. Y., & Sharma, V. (2021). Forecasting long-horizon volatility for strategic asset allocation. The Journal of Portfolio Management, 47(4), 83-98.

推荐理由：

长期波动率是进行战略资产配置时的重要输入变量，而目前已有的研究多数集中在波动率的短期预测。文章使用 1934 年以来全球多个市场的长期股债数据探究了不同长期波动率预测模型的表现。作者用历史波动率作为解释变量，用未来真实波动率作为被解释变量，通过线性回归发现当预测的未来期限较长时，回归系数倾向于为负；当预测期限较短时，回归系数倾向于为正。这说明波动率具有一定的长期均值回复性和短期聚集性。通过测试不同的预测模型，作者发现最优的长期波动率预测模型是选择较长历史回看期并且考虑到波动率的长期均值回复性和短期聚集性。最优模型的预测误差显著小于直接将历史波动率外推的传统预测方法。

我们的思考：

本文的主要贡献是验证了股债波动率具有长期的均值回复性和短期的聚集性，为我们预测波动率提供了依据和研究方向。如果我们能够更准确的预测资产长期波动率，那么理论上能够直接提高战略资产配置组合的长期表现。

1、引言

虽然关于各类资产长期收益率预测的研究已有很多，但研究长期波动率预测的却很少，大多数已有的研究关注短期波动率预测（例如 GARCH 模型）。这个现象很令人疑惑，因为可靠的长期波动率预测是战略资产配置过程中的重要输入变量。

在马科维茨均值方差模型中，波动率的估计误差会导致最优权重的偏差，这个效应对于保守组合会更加显著（Chopra 和 Ziemba, 1993）。虽然波动率作为一种风险度量受到一些质疑，但更可靠的度量方式还没有出现，波动率依然是资产配置过程中最常用的组合风险度量方法。实际上，近期流行的一些资产配置模型（如风险平价和最小方差组合）更依赖波动率预测的准确性。另外，我们一般认为波动率与收益率更容易被预测。

在本文中，我们探究 8 个不同国家股票和债券的长期波动率特征，并提出一种简洁的模型来预测未来 3 至 10 年的长期波动率。结果显示，我们的模型比简单使用历史波动率外推的预测效果要好，而历史波动率法是实践中最常用的方法（J.P.Morgan, 2014）。

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明

- 3 -

我们对 Figlewski (1997) 的预测期限和资产类别进行了拓展。具体来说，我们探究了长期资产配置中最常见的 3、5、7 和 10 年期限的波动率特征。3 年一般被认为属于中期资产配置期限，而长期战略资产配置一般关注 5-10 年。实际上，业界研究一般是对 5-10 年进行预测。举例来说，美国资管机构 GMO 定期发布未来 7 年的预测报告。其他的资管机构如 Pimco、AQR、J.P.Morgan 和 Morgan Stanley 也关注 5-10 年的市场预测。

已有文献中关于波动率预测的文章很多，但大多是短期预测。本文考虑了波动率的长期均值回复特征和短期聚集性（长期呈负向自相关），进一步充实了学术文献。

传统经验认为由于均值回复性，股票的波动率会随着投资期限的增加而下降。因此，投资期限长的投资者应该持有更高权重的权益资产。但是实证研究得到的结论却不完全一致。Pastor 和 Stambaugh (2012) 发现从投资者角度看，股票在更长期限中波动率更高。虽然均值回复性确实能够减少长期波动率，但这个效果被投资者面临的不确定性抵消了。另一方面，Carvalho、Lopes 和 McCulloch (2018) 的结论与经验一致，股票长期来看波动更小。Korkie (2016) 则认为股票在较长期限波动率较小，而在更长的期限中波动率反而增大。为了便于研究，我们假设资产收益率均值不随时间变化，以便规避 Pastor 和 Stambaugh (2012) 提到的参数不确定性问题。

在文章下一部分，我们介绍计算波动率使用的数据，然后我们在方法与测算结果部分给出测算过程，最后进行总结。

2、数据

我们的数据集包含了 8 个主要金融市场的股票和债券指数：美国、加拿大、英国、德国、法国、意大利、澳大利亚和日本。从 20 世纪初开始，这些国家的总市值占据了全球可投资品总市值的很大一部分。从 1920 年左右开始，这 8 个国家的相对股票市值占比有波动，但总共占了全球 75% 以上。截止 2018 年，8 个国家的股票市值占全球 80% 左右。考虑到债券数据的可得性以及可比较性，我们使用 10 年期国债指数。数据的时间范围是从 1934 年 1 月至 2017 年 12 月，图表 1 给出了具体信息。

图表 1、数据说明

EQUITY SERIES	BOND SERIES
US S&P 500	US 10-year Government Bond Index
Canada S&P/TSX-300	Canada 10-year Government Bond Index
UK FTSE All-Share	UK 10-year Government Bond Index
Germany CDAX	Germany 10-year Government Bond Index
France CAC All-Tradable	France 10-year Government Bond Index
Italy BCI Global	Italy 10-year Government Bond Index
Australia ASX Accumulation	Australia 10-year Government Bond Index
Japan Topix	Japan 10-year Government Bond Index

NOTES: This exhibit lists the equity and government bond total-return (unhedged) series sourced from the Global Financial Database (GFD). No corrections or treatments have been made to the data, except in the case of German government bonds and equities, in which we imputed the end-of-month returns from June 1948 with a missing value because the data from GFD contained a large outlier that was significant enough to introduce a bias to the entire time series (the market crash stemming from the German default). The treatment was applied prior to our GARCH (1, 1) computations.

资料来源：The Journal of Portfolio Management，兴业证券经济与金融研究院整理

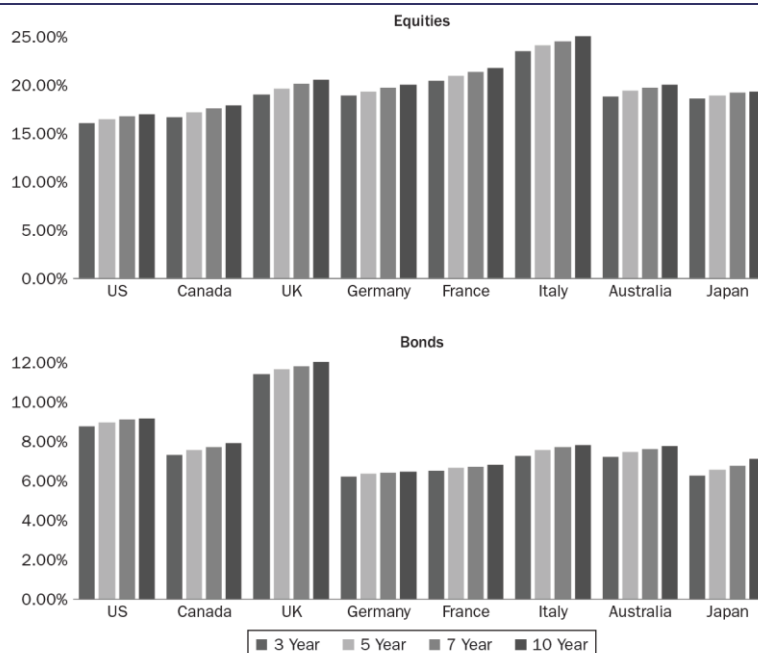
由于我们要预测较长期如 3、5、7 或 10 年的波动率，因此本文使用了月度数据。样本包含了长达 80 年的数据，因此使用月度数据是合理的。即使是计算最短的预测区间，月度数据也提供了 36 个数据点。而计算最长期的波动率时，月度数据可以提供 120 个数据点。

我们首先将历史波动率（RHV）作为解释变量来预测未来的实际波动率。我们计算不同期限（k）的历史波动率，包括过去 2、5、10、20 和 30 年，用 σ_k^{RHV} 表示，其中 k 表示回看期。举例来说，我们计算 t 时刻的 σ_2^{RHV} 时需要 t-1 至 t-24 月份的收益率数据。而为了计算 t+1 时刻的 σ_2^{RHV} ，我们将计算窗口向前滚动一期后使用同样的方法计算。

我们用 t 期到 t+n 期的未来实际波动率（RFV）作为被解释变量，其中 n 等于 36、60、84 或 120，用 σ_T^{RFV} 表示，其中 T 表示预测期限。图表 2 给出了不同国家和不同期限的已实现波动率。RFV 的计算方法与 RHV 类似，只是使用了未来期限的收益率数据。

本文计算的波动率表现出很强的自相关性，这是因为计算相邻两个月的波动率时使用了互相重合的样本。不过，使用重合样本计算波动率是业界的标准方法，估计效率也更高（Richardson 和 Smith，1991）。我们使用预测均方误差来度量不同模型的预测能力。

图表 2、不同期限下各资产平均年化波动率



NOTE: This exhibit shows the annualized average realized ex post volatility for equities and bonds for the forecasting horizons of 3, 5, 7, and 10 years.

资料来源: The Journal of Portfolio Management, 兴业证券经济与金融研究院整理

3、方法与测算结果

这里我们探究不同模型对长期波动率的预测效果。我们首先测算业界流行的一种方法,即直接使用历史波动率作为未来的预测值。举例来说,我们可以用过去 5 年的历史波动率来预测未来 5 年的波动率。

$$\sigma_5^{RFV} = \alpha + \beta \sigma_5^{RHV} + \varepsilon \quad (1)$$

这种方法相当于一个带约束的回归模型,也就是在等式(1)中添加约束,使得 $\alpha = 0$, $\beta = 1$ 。由于其简洁性,我们将此带约束模型作为基准模型。

我们考虑的第二种方法是放松等式(1)中的参数约束,通过 OLS 估计参数。第三种方法考虑波动率的长期均值回复特征,使用过去 20-30 年的波动率来预测未来波动(等式(2))。

$$\sigma_T^{RFV} = \alpha + \beta \sigma_{\{k=20 \text{ or } 30 \text{ years}\}}^{RHV} + \varepsilon \quad (2)$$

最后,我们还考虑波动率的短期聚集性,对均值回复模型进行了拓展(等式(3))。

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明

$$\sigma_T^{RFV} = \alpha + \beta \sigma_{30}^{RHV(Mean\ Reversion)} + \gamma \sigma_k^{RHV(Volatility\ Clustering)} + \varepsilon \quad (2)$$

3.1、带约束模型

在带约束模型中，回归系数 β 和常数项 α 分别设定为 1 和 0。虽然模型很简单，但一些研究表明这个方法比很多复杂模型对长期波动率的预测效果要好（Figlewski 1997）。带约束模型与 Figlewski（1997）提出的（k，T）模型类似。（k，T）模型是利用过去 k 期的数据计算历史波动率，将其作为未来 T 期的波动率预测，并分析了不同回看期 k 和预测期限 T 的组合对预测准确性的影响。

在本文中，我们测算了历史波动率法在预测期限更长时的表现。另外我们也测算了回看期和预测期限长短对预测效果的敏感性。由于带约束模型在实践中的广泛使用，我们将其作为基准模型与其他复杂模型进行比较。

我们测试了多种回看期和预测期限的组合。首先，这使得我们可以了解此方法的效果是如何随着参数变动而改变的。其次，我们计算所有（k，T）组合的均方误差，将其作为其他模型的基准。为了确保所有组合的均方误差是可比较的，我们使用相同的计算区间。由于我们的数据最早从 1934 年 1 月开始，而最长的历史回看期是 30 年，因此我们使用 1964 年 1 月之后的数据计算均方误差并进行比较。

图表 3 给出了带约束模型对 8 个国家股票和债券波动率的预测误差。从股票来看，对 3、5、7 和 10 年的预测均方误差分别是 6.64%、6.16%、5.82% 和 5.56%。从债券来看，同样期限的预测均方误差分别是 3.01%、2.98%、3.02% 和 3.10%。不过，由于股票和债券的波动率差距较大，这些数字并不能直接比较。因此，我们通过将均方误差除以平均历史波动率计算了归一化均方误差。通过比较我们可以发现，基于历史波动率的简单预测方法对股票波动率更准确，并且预测期限越长越准确。

从股票的结果可以发现两个大致规律。首先，我们发现预测期限越长，误差越小。平均来说，10 年的预测均方误差要比 3 年的预测小。实际上，均方误差随着预测期限上升而单调下降。这说明波动率可能在长期有均值回复性，短期的波动率跳跃在长期会被平滑掉，使得历史波动率的预测效果更好。其次，我们发现回看期越长，预测效果越好。对股票来说，当回看期是 10 年的时候预测均方误差最小。这个结果与 Figlewski（1997）的结论一致，他的文章中测算的最长回看期是 5 年，也是表现最好的回看期。

从债券来看，我们发现不同预测期限下的预测误差比较接近。这说明债券波动率的长期均值回复性没有股票明显。以往的一些研究（Reilly、Wright 和 Chen，2000）发现债券和股票的历史波动率特征有阶段性，债券收益率的波动率与货币政策环境关系较密切（Ulrich，2012；Song，2014）。因此，债券波动率较弱的长期均值回复性可能是由于货币政策 1980 年代后的大幅转变，那时的货币政策有效缓解了通胀压力，奠定了之后 20 年的“大缓和”时期。实际上，货币政策转变

和全球化等因素不仅压制了通胀，还使得通胀更容易被预测。由于通胀不确定性是债券名义收益率的重要推动因素，这可能意味着债券波动率出现了永久性的下行，也使得较远历史数据对于未来波动率的预测能力减弱了。

图表 3、带约束模型预测均方误差

Ex-Ante Horizon (Years)	US	Canada	UK	Germany	France	Italy	Australia	Japan	Avg
Panel A: Equities									
Dependent Variable: 3 Year									
2	6.43%	6.31%	9.30%	7.36%	6.61%	7.79%	9.40%	5.06%	7.28%
5	5.71%	5.85%	8.57%	6.72%	5.81%	6.44%	8.02%	5.06%	6.56%
10	4.71%	5.06%	8.51%	6.14%	5.27%	5.97%	7.94%	5.40%	6.12%
20	4.44%	5.03%	8.22%	5.72%	5.51%	6.83%	8.29%	6.41%	6.35%
30	4.48%	5.01%	8.58%	5.67%	5.95%	8.24%	8.92%	7.99%	6.85%
Avg. RMSE	5.15%	5.45%	8.64%	6.32%	5.83%	7.05%	8.51%	6.13%	6.64%
Realized Vol	14.50%	15.13%	17.23%	17.09%	18.55%	21.30%	16.99%	16.86%	17.21%
% RMSE	35.54%	36.03%	50.13%	36.98%	31.44%	33.12%	50.10%	36.37%	38.71%
Dependent Variable: 7									
2	5.96%	5.95%	9.28%	7.25%	6.21%	6.99%	8.47%	5.92%	7.00%
5	4.26%	4.56%	8.45%	6.09%	4.86%	5.27%	7.25%	5.73%	5.81%
10	2.94%	3.98%	7.81%	4.72%	4.21%	4.63%	7.20%	5.42%	5.12%
20	2.79%	3.77%	7.77%	4.53%	4.43%	5.92%	7.94%	6.19%	5.40%
30	2.69%	3.77%	7.84%	4.63%	4.37%	6.50%	8.43%	7.87%	5.76%
Avg. RMSE	3.73%	4.41%	8.23%	5.45%	4.82%	5.86%	7.84%	6.23%	5.82%
Realized Vol	15.18%	15.89%	18.20%	17.87%	19.37%	22.23%	17.85%	17.35%	17.99%
% RMSE	24.55%	27.74%	45.22%	30.47%	24.86%	26.37%	43.93%	35.99%	32.38%
Panel B: Government Bonds									
Dependent Variable: 3 Year									
2	3.10%	3.22%	4.43%	1.95%	2.04%	3.23%	2.38%	3.34%	2.96%
5	2.93%	2.94%	4.93%	1.61%	1.69%	2.74%	2.21%	3.31%	2.79%
10	2.80%	2.89%	5.58%	1.53%	1.71%	2.73%	2.16%	3.51%	2.87%
20	3.05%	3.12%	6.12%	1.65%	1.89%	2.83%	2.48%	3.53%	3.08%
30	3.16%	3.32%	6.78%	1.71%	1.78%	3.73%	2.72%	3.68%	3.32%
Avg. RMSE	3.01%	3.10%	5.57%	1.69%	1.82%	3.05%	2.39%	3.41%	3.01%
Realized Vol	7.76%	6.50%	10.14%	5.51%	5.78%	6.44%	6.40%	5.54%	6.76%
% RMSE	38.77%	47.66%	54.91%	30.67%	31.56%	47.37%	37.35%	61.59%	43.74%
Dependent Variable: 7									
2	3.35%	3.30%	5.32%	1.82%	2.03%	3.05%	2.63%	3.08%	3.07%
5	2.97%	2.98%	5.63%	1.44%	1.69%	2.61%	2.29%	3.15%	2.84%
10	2.74%	2.94%	6.01%	1.45%	1.72%	2.53%	2.23%	3.21%	2.85%
20	3.04%	3.27%	6.50%	1.63%	1.88%	2.45%	2.67%	3.08%	3.07%
30	3.18%	3.45%	7.09%	1.72%	1.71%	3.33%	2.84%	2.74%	3.26%
Avg. RMSE	3.08%	3.19%	6.11%	1.61%	1.81%	2.79%	2.33%	3.06%	3.02%
Realized Vol	8.06%	6.53%	10.48%	5.70%	5.86%	6.84%	6.14%	6.01%	7.08%
% RMSE	37.90%	46.64%	58.30%	28.24%	30.26%	40.88%	37.55%	50.80%	41.32%
Dependent Variable: 10									
2	3.16%	3.27%	4.85%	1.87%	2.00%	3.04%	2.51%	3.24%	2.99%
5	2.99%	2.91%	5.29%	1.47%	1.62%	2.64%	2.25%	3.15%	2.79%
10	2.75%	2.86%	5.50%	1.44%	1.67%	2.59%	2.16%	3.30%	2.82%
20	3.01%	3.15%	6.30%	1.59%	1.84%	2.60%	2.57%	3.28%	3.04%
30	3.14%	3.36%	6.92%	1.69%	1.71%	3.44%	2.76%	2.98%	3.25%
Avg. RMSE	3.01%	3.11%	5.83%	1.61%	1.77%	2.86%	2.45%	3.19%	2.98%
Realized Vol	7.94%	6.69%	10.33%	5.63%	5.90%	6.72%	6.61%	5.80%	6.95%
% RMSE	37.95%	46.50%	56.44%	28.62%	29.98%	42.60%	37.09%	54.96%	41.77%
Dependent Variable: 10									
2	3.21%	3.46%	5.76%	1.83%	2.12%	3.04%	2.71%	3.37%	3.19%
5	2.90%	3.11%	5.96%	1.52%	1.81%	2.50%	2.35%	3.31%	2.93%
10	2.74%	3.15%	6.26%	1.53%	1.85%	2.27%	2.42%	3.25%	2.93%
20	3.06%	3.17%	6.77%	1.70%	1.94%	2.31%	2.88%	2.95%	3.13%
30	3.23%	3.60%	7.31%	1.80%	1.76%	3.17%	3.04%	2.46%	3.29%
Avg. RMSE	3.08%	3.36%	6.41%	1.67%	1.90%	2.66%	2.68%	3.07%	3.10%
Realized Vol	8.13%	7.06%	10.66%	5.73%	6.04%	6.93%	6.89%	6.29%	7.21%
% RMSE	37.22%	47.96%	60.15%	29.20%	31.42%	38.36%	38.92%	48.80%	41.50%

$$\sigma_T^{RW} = \alpha + \beta \sigma_{RW} + \varepsilon \text{ with } \beta = 1 \text{ and } \alpha = 0$$

NOTES: The panels are broken into four subpanels, one per forecasting horizon (3, 5, 7, and 10 years). In each exhibit, we present the different ex ante windows on the left and the countries on the top right. All volatility and RMSE numbers are annualized. As an illustration, the first cell of table provides the RMSE from a prediction based on two years of historical data used to forecast S&P 500 return volatility over the subsequent three years. The RMSE value is 6.48%. As we move down a column, the reported RMSE values refer to longer sampling intervals for the same series. Average RMSE values across all ex ante windows and countries are denoted at the bottom and extreme right. The second to last line in each table contains the average realized volatility across the entire sample. For example, the average S&P 500 realized volatility over the subsequent three years for the S&P 500 is 14.5%. The last line gives us the RMSE percentage, which is the average RMSE for the series across all ex ante windows divided by the average realized volatility. For the S&P 500, this is 35.5%.

资料来源：The Journal of Portfolio Management，兴业证券经济与金融研究院整理

3.2、无约束模型

虽然带约束模型在实践中很常用，但数据似乎不支持这个方法。历史波动率和未来波动率进行一元回归得到的系数显著不为 1。图表 4 给出了无约束模型的回归系数均值。可以看到，系数随预测期限的变动而不同。

图表 4、无约束模型的回归系数和 t 值

Equities					Bonds				
Ex-Ante Horizon (Years)	Forecasting Horizon (Years)				Ex-Ante Horizon (Years)	Forecasting Horizon (Years)			
	3	5	7	10		3	5	7	10
Panel A: Beta Coefficient									
2	0.14	0.05	0.03	0.02	2	0.34	0.27	0.22	0.16
5	0.05	-0.01	-0.01	-0.02	5	0.40	0.31	0.24	0.15
10	0.00	-0.03	-0.05	-0.10	10	0.36	0.25	0.16	0.04
20	-0.23	-0.28	-0.30	-0.35	20	0.17	-0.02	-0.15	-0.34
30	-0.77	-0.77	-0.67	-0.54	30	-0.01	-0.18	-0.37	-0.56
Panel B: t-Stat									
2	4.00	1.40	0.36	0.41	2	11.20	9.48	7.89	6.41
5	1.34	-0.42	-0.84	-1.20	5	10.90	9.20	7.60	5.39
10	0.63	-0.10	-0.94	-3.31	10	8.50	6.81	4.85	1.85
20	-2.73	-4.55	-6.44	-10.33	20	3.92	1.27	-1.34	-5.57
30	-9.76	-12.67	-14.67	-18.23	30	0.61	-1.87	-4.86	-9.78

$$\sigma_{t+1}^{RFV} = \alpha + \beta \sigma_{t+1}^{RW} + \varepsilon$$

NOTES: This exhibit considers the average beta coefficients and t-statistics in the unconstrained model for different ex ante windows. The exhibit shows the average values across countries for all of our forecasting horizons.

资料来源：The Journal of Portfolio Management，兴业证券经济与金融研究院整理

我们这里也要认识到使用重合样本计算波动率的局限性。虽然样本时间跨度很长，但 1934 年以来只有 8 个独立的 10 年期样本，30 年期样本甚至更少。长期预测研究总是会遇到这个问题。但是，我们认为对重合样本的研究依然能够提供有价值的结论。这是由于重合样本与投资者的经验是相符的（比方说有些投资者经历了 1982 至 1991 年，而有些投资者 1984 年开始投资，经历了 1984 至 1993 年）。不过，我们需要认识到这种方法在计量上的局限，不能再用标准的方式来解读回归系数的 t 值了。不过为了研究的完整性，我们依然会给出 t 值。

图表 5 给出了无约束模型用于各个国家和资产类别上的结果。对股票来说，无约束模型对 3、5、7 和 10 年的预测均方误差分别为 5.12%、4.23%、3.53% 和 2.78%。对于债券来说，相同预测期限的均方误差分别为 2.46%、2.22%、2.04% 和 1.81%。另外，对于股票我们发现无约束模型相对约束模型的均方误差随着预测期限的上升而减少。

图表 6 比较了无约束模型和带约束模型的预测误差。从图中可以看到，对于所有回看期和预测期限，带约束模型的预测误差相对基准模型都有明显下降。与带约束模型不同，我们发现使用无约束模型时股票和债券的预测误差都随着预测期限的上升而减少。另外，当回看期较长时，预测误差下降的最为明显。这让我们相信带约束模型的预测误差的确能够进一步降低。

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明

图表 5、无约束模型的预测均方误差

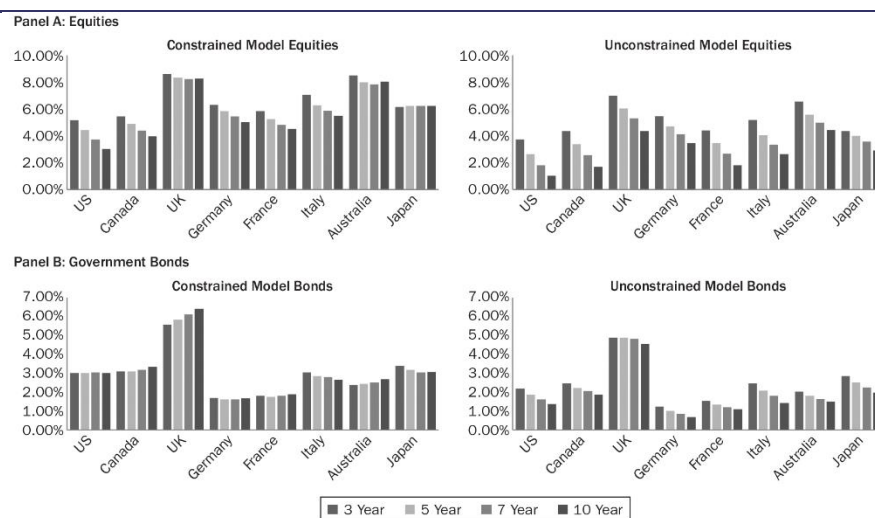
Ex-Ante Horizon (Years)	US	Canada	UK	Germany	France	Italy	Australia	Japan	Avg
Panel A: Equities									
Dependent Variable: 3 Year									
2	3.89%	4.39%	6.94%	5.36%	4.59%	5.35%	6.63%	4.10%	5.16%
5	3.59%	4.37%	7.00%	5.45%	4.62%	5.33%	6.56%	4.10%	5.17%
10	3.71%	4.40%	7.10%	5.46%	4.61%	5.34%	6.64%	4.59%	5.23%
20	3.77%	4.36%	7.10%	5.44%	4.59%	5.27%	6.66%	4.53%	5.22%
30	3.58%	4.29%	6.66%	5.48%	3.60%	4.63%	6.26%	4.15%	4.83%
Avg. RMSE	3.71%	4.36%	6.96%	5.44%	4.40%	5.19%	6.55%	4.36%	5.12%
Realized Vol	14.50%	15.13%	17.23%	17.09%	18.55%	21.30%	16.99%	16.86%	17.21%
% RMSE	25.57%	28.83%	40.39%	31.82%	23.73%	24.35%	38.55%	25.88%	29.89%
Dependent Variable: 7									
2	1.78%	2.61%	5.61%	4.14%	2.88%	3.51%	5.17%	3.74%	3.68%
5	1.64%	2.63%	5.64%	4.16%	2.88%	3.50%	5.17%	3.79%	3.68%
10	1.92%	2.56%	5.63%	4.00%	2.88%	3.53%	5.25%	3.69%	3.68%
20	1.88%	2.54%	5.32%	4.07%	2.72%	3.00%	5.02%	3.75%	3.54%
30	1.78%	2.39%	4.32%	4.14%	1.94%	3.02%	4.36%	2.80%	3.09%
Avg. RMSE	1.80%	2.55%	5.31%	4.10%	2.66%	3.31%	4.99%	3.55%	3.53%
Realized Vol	15.18%	15.89%	18.20%	17.87%	19.37%	22.23%	17.85%	17.35%	17.99%
% RMSE	11.85%	16.02%	29.15%	22.97%	13.73%	14.90%	27.98%	20.49%	19.63%
Panel B: Government Bonds									
Dependent Variable: 3 Year									
2	2.15%	2.43%	4.02%	1.25%	1.52%	2.46%	1.95%	2.70%	2.31%
5	2.19%	2.42%	4.50%	1.24%	1.43%	2.45%	1.94%	2.75%	2.37%
10	2.21%	2.45%	5.03%	1.24%	1.50%	2.53%	1.91%	2.90%	2.47%
20	2.23%	2.54%	5.44%	1.26%	1.61%	2.58%	2.09%	2.93%	2.58%
30	2.23%	2.57%	5.48%	1.25%	1.60%	2.42%	2.25%	2.93%	2.59%
Avg. RMSE	2.20%	2.48%	4.90%	1.25%	1.53%	2.49%	2.03%	2.84%	2.46%
Realized Vol	7.76%	6.50%	10.14%	5.51%	5.78%	6.44%	6.40%	5.54%	6.76%
% RMSE	28.38%	38.20%	48.29%	22.61%	26.51%	38.57%	31.67%	51.35%	35.70%
Dependent Variable: 7									
2	1.62%	2.05%	4.45%	0.85%	1.21%	1.85%	1.64%	2.17%	1.98%
5	1.62%	2.05%	4.76%	0.83%	1.15%	1.88%	1.57%	2.30%	2.02%
10	1.62%	2.08%	5.07%	0.85%	1.23%	1.90%	1.54%	2.36%	2.08%
20	1.61%	2.10%	5.31%	0.85%	1.25%	1.90%	1.73%	2.17%	2.12%
30	1.60%	2.07%	4.62%	0.85%	1.27%	1.56%	1.83%	2.29%	2.01%
Avg. RMSE	1.61%	2.07%	4.84%	0.85%	1.22%	1.82%	1.66%	2.26%	2.04%
Realized Vol	8.06%	6.83%	10.48%	5.70%	5.98%	6.84%	6.74%	6.01%	7.08%
% RMSE	20.02%	30.27%	46.21%	14.86%	20.45%	26.60%	24.66%	37.57%	27.58%

$$\sigma_T^{FV} = \alpha + \beta \sigma_k^{RV} + \varepsilon$$

NOTES: The panels are broken into four subpanels, one per forecasting horizon (3, 5, 7, and 10 years). In each exhibit, we present the different ex ante windows on the left and the countries on the top right. All volatility and RMSE numbers are annualized.

资料来源: The Journal of Portfolio Management, 兴业证券经济与金融研究院整理

图表 6、比较带约束和无约束模型的预测误差



NOTE: This exhibit shows the average value of RMSE across countries and across all ex ante windows that are covered by all of our forecasting horizons.

资料来源：The Journal of Portfolio Management，兴业证券经济与金融研究院整理

3.3、均值回复模型

基于无约束模型对历史波动率与未来波动率的实证分析说明了长期波动率预测的几个重要问题。从图表 4 可以看到，回归系数随预测期限的不同变动很大。具体来看，当预测期限增加时回归系数从正数变为负数，这意味着长期波动率有均值回复性而短期有持续性。

无约束模型的结果显示误差随着预测期限的上升而单调下降，股票的特征更加明显，说明其波动率有更强的均值回复性。

很多学术文献显示波动率具有均值回复性，并且会在一段时间后回复其长期均值。在前文中，我们也发现波动率的均值回复性，并且预测期限越长这种效应越强。因此，在建立模型时应当将这种长期均值回复性纳入考虑。

我们首先来看如何定义长期波动率，选择理想的历史窗口长度并不是一个简单的任务。为了找到合适的回看期，我们测试了 20 或 30 年的回看期。从图表 5 可以看到对债券来说，30 年或 20 年的回看期给出的结果类似。而对股票来说则是 30 年回看期表现更好。另外，对不同的预测期限来说 30 年回看期都是表现最好的。因此，我们发现最优回看期没有随着预测期限变动而不同。我们选择用 30 年回看期来计算长期历史波动率均值。

3.4、均值回复与波动率聚集

这里我们进一步测试波动率的短期聚集性能否用于预测其长期变动。前文数据介绍部分我们提到很多文献都发现波动率具有聚集性，但是这种聚集性对长期波动率预测是否有意义还没有结论。

我们的目标是探究在回归方程中加入短期波动率项能否在边际上改进模型的预测均方误差。具体来说，我们将测试等式（3）的模型表现。

我们使用过去两年数据计算波动率将其作为短期波动率代表加入模型。之所以用两年数据计算波动率一方面是希望回看期尽量短，另一方面也是保证有足够的数据了进行计算。另外，我们还测试了 GARCH (1,1) 模型的效果。

我们通过多元回归对短期波动率的持续性进行了研究。图表 7 给出了回归的均方误差。首先，我们发现使用过去 2 年的历史波动率和使用 GARCH (1,1) 拟合的波动率进行回归对均方误差的减少效果差不多。由于两者效果相似，且短期历史波动率计算更为简便，我们选择短期历史波动率进行研究。平均来说，通过在均值回复回归方程中加入 2 年历史波动率项，股票的平均预测误差减少了 10bp，债券平均预测误差减少了 20bp。

图表 8 给出了波动率聚集项 (VC) 系数的大小和显著性。我们看到 VC 系数随着预测期限的上升而下降，说明波动率在短期有持续性。我们还发现债券的 VC 项系数要显著更高。

图表 7、均值回复+VC 模型均方误差

Variable	US	Canada	UK	Germany	France	Italy	Australia	Japan	Avg
Panel A: Equities									
Dependent Variable: 3 Year									
EA 2 Year	3.54%	4.27%	6.40%	5.36%	3.57%	4.59%	6.20%	3.70%	4.70%
GARCH (1,1)	3.54%	4.26%	6.60%	5.47%	3.60%	4.63%	6.25%	4.15%	4.81%
Dependent Variable: 7 Year									
EA 2 Year	1.52%	2.37%	4.22%	4.12%	1.78%	3.00%	4.21%	2.76%	3.00%
GARCH (1,1)	1.77%	2.38%	4.32%	4.14%	1.94%	3.00%	4.35%	2.80%	3.09%
Panel B: Government Bonds									
Dependent Variable: 3 Year									
EA 2 Year	2.14%	2.43%	3.91%	1.25%	1.52%	2.34%	1.94%	2.66%	2.26%
GARCH (1,1)	2.10%	2.37%	5.17%	1.25%	1.59%	2.41%	2.25%	2.84%	2.50%
Dependent Variable: 7 Year									
EA 2 Year	1.59%	1.95%	3.61%	0.84%	1.20%	1.56%	1.64%	1.98%	1.80%
GARCH (1,1)	1.53%	2.00%	4.49%	0.85%	1.26%	1.55%	1.83%	2.27%	1.97%

$$\sigma_T^2 = \alpha + \beta \sigma_{30}^2 + \gamma \sigma_K^2 + \epsilon$$

NOTES: The panels in the exhibit are broken into four subpanels, one per forecasting horizon (3, 5, 7, and 10 years). In each exhibit, we present a comparison of the average annualized RMSE between the year ex ante volatility and GARCH(1, 1) variables using the model.

资料来源：The Journal of Portfolio Management，兴业证券经济与金融研究院整理

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明

图表 8、均值回复+VC 模型的回归系数与 t 值

Equities					Bonds				
Variable	Forecasting Horizon (Years)				Variable	Forecasting Horizon (Years)			
	3	5	7	10		3	5	7	10
Panel A: Coefficient									
Mean Reversion	-0.84	-0.84	-0.72	-0.57	Mean Reversion	-0.24	-0.37	-0.55	-0.72
Volatility Clustering	0.09	0.01	-0.01	0.00	Volatility Clustering	0.34	0.28	0.23	0.19
Panel B: t-Stat									
Mean Reversion	-10.35	-13.71	-15.84	-19.19	Mean Reversion	-2.45	-4.65	-7.65	-13.18
Volatility Clustering	2.61	-0.49	-1.65	-1.15	Volatility Clustering	10.55	9.44	8.52	8.49

$$\sigma_t^{RFV} = \alpha + \beta \sigma_{30}^{RHV} (\text{Mean Reversion}) + \gamma \sigma_2^{RHV} (\text{Volatility Clustering}) + \varepsilon$$

NOTES: This exhibit considers the average beta coefficients and t-statistics in the mean reversion with the VC model for different ex ante windows. The exhibit shows average values across countries for all of our forecasting horizons.

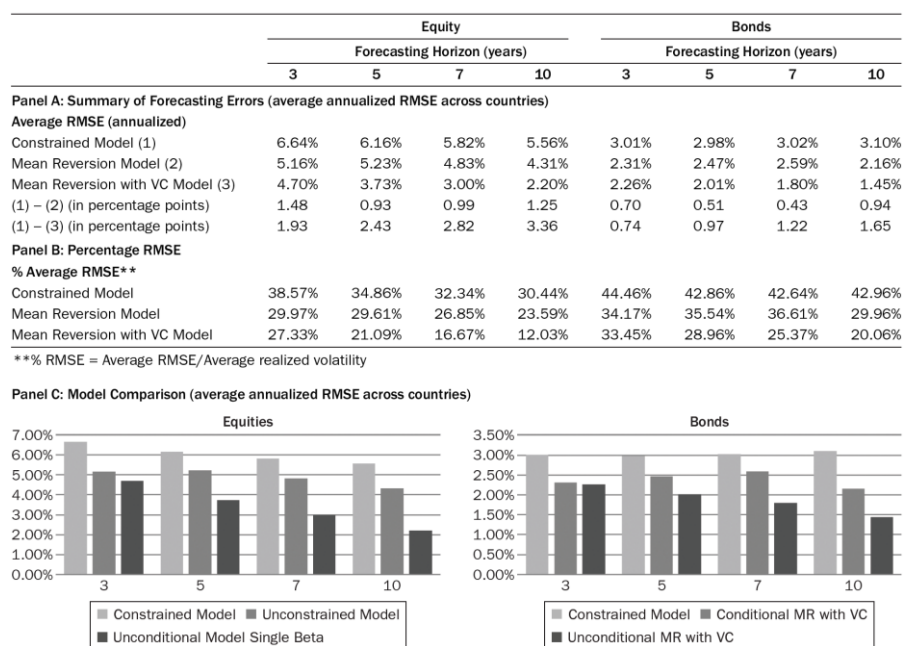
资料来源：The Journal of Portfolio Management，兴业证券经济与金融研究院整理

3.4、测算结果

在此部分，我们给出总体结论并比较最终模型与简单历史波动率外推法（带约束模型）的表现差异。我们发现基于均值回复和短期波动率聚集（VC）的预测模型显著减少了预测误差。图表 9 给出了带约束、均值回复以及均值回复+VC 模型的预测误差。对于股票来说，用带约束模型对未来 3 年预测的均方误差是 6.645%，而使用我们的双变量回归可以将预测误差降低到 4.7%。对于 10 年的预测期限也有类似结果，平均均方误差由 5.56% 下降到 2.20%。也就是说，3 年期预测的误差减少了 1.93%，而 10 年期预测误差减少了 3.36%，从百分比来看则分别降低了 27.33% 和 12.03%。另外，我们发现相比于债券，双变量模型用于股票波动率预测表现更好。

股票的波动率似乎在长期比债券更容易预测。对债券来说，带约束模型对 3 年期的预测误差是 3.01%，双变量模型将预测误差降低到 2.26%。类似的，双变量模型将 10 年期预测误差从 3.10% 降低到 1.45%。换句话说，3 年期预测误差降低了 0.74%，10 年期预测误差降低了 1.65%，用百分比表示则分别降低了 33.45% 和 20.06%。

当预测期限最长时，预测误差的改善最为明显。对于 10 年预测期限，均值回复+VC 模型的股票预测均方误差是波动率均值的 12%，是债券波动率均值的 20%。而 3 年预测期限时，股票和债券的百分比误差分别是 27% 和 33%。

图表 9、带约束、均值回复和均值回复+VC 模型的预测误差


NOTES: This exhibit presents the summary of our analyses by comparing forecasting errors and the RMSE percentage for the benchmark model (constrained model) with our final mean reversion with VC specifications. The exhibit also includes the forecasting errors and the RMSE percentage for the mean reversion model. All numbers are annualized and represent averages across countries.

资料来源：The Journal of Portfolio Management，兴业证券经济与金融研究院整理

4、结论

本文使用的数据集覆盖了 1934 年 1 月以来 8 个主要金融市场的股票和债券指数，这些市场的体量占据了全球股票和债券市值的绝大部分。

我们的研究表明预测长期波动率比预测短期波动率更为准确。比如说我们发现未来 10 年的波动率预测比未来 3 年的要准确。这可能是由于短期的异常值在长期会被平滑掉。我们也发现更长的历史回看期能带来更好的预测效果，特别是对股票。债券的波动率在过去几十年里出现了持续的下行，这使得历史数据对于未来的预测力有所下降。这个现象在 1980 年后货币政策转换后更为明显。

不过，从长期角度看，这种货币政策的持续转型更像是特例而不是常态。当使用非常长的计算区间时，我们发现波动率具有均值回复性。换句话说，波动率通常会在市场动荡后下行，这意味着使用均值回复变量能够提高预测准确性。

最后，我们还发现考虑波动率的短期聚集性也能够提高长期波动率的预测准确性。考虑到计算简洁性，我们使用过去两年历史波动率作为短期波动率的代表。不过，虽然波动率聚集项的加入能够提高预测能力，但我们发现绝大部分的预测力来自于较长的历史回看期和均值回复项。

除了均值回复性和聚集性，我们也测试了波动率具有的其他特性如条件均值回复性、非对称波动率和协动性等，但是没有证据表明应当在长期预测中加入这

些因素。总体来说，我们的研究表明考虑了均值回复性和聚集性的两变量模型是长期波动率预测的最优方法。

参考文献

- [1]AQR Capital Management, LLC. 2020. “2020 Capital Market Assumptions for Major Asset Classes.” AQR Capital Management, LLC, Greenwich, CT.
- [2]Carvalho, C., H. Lopes, and R. McCulloch. 2018. “On the Long-Run Volatility of Stocks.” *Journal of the American Statistical Association* 113 (523): 1050–1069.
- [3]Chopra, V., and W. Ziemba. 1993. “The Effect of Errors in Means, Variances and Covariances on Optimal Portfolio Choice.” *The Journal of Portfolio Management* 19 (2): 6–11.
- [4]Figlewski, S. 1997. “Forecasting Volatility.” *Financial Markets, Institutions & Instruments* 6 (1): 1–88.
- [5]Hansen, P., and A. Lunde. 2005. “A Forecast Comparison of Volatility Models: Does Anything Beat a GARCH (1, 1)?” *Journal of Applied Econometrics* 20 (7): 873–889.
- [6]J.P. Morgan Asset Management. 2020. “2021 Long-Term Capital Market Assumptions.” J.P. Morgan Asset Management, New York, NY.
- [7]Korkie, B. “Investment Horizon Risk and Volatility Metrics.” Working paper series 2821210, SSRN, 2016.
- [8]Markowitz, H. 1952. “Portfolio Selection.” *The Journal of Finance* 7 (1): 77–91.
- [9]Pástor, L., and R. Stambaugh. 2012. “Are Stocks Really Less Volatile in the Long Run?” *The Journal of Finance* 67 (2): 431–478.
- [10]Poon, S. H., and C. Granger. 2003. “Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review.” *Journal of Economic Literature* 41: 478–539.
- [11]Reilly, F., D. Wright, and K. Chan. 2000. “Bond Market Volatility Compared to Stock Market Volatility.” *The Journal of Portfolio Management* 27 (1): 82–92.
- [12]Richardson, M., and T. Smith. 1991. “Tests of Financial Models in the Presence of Overlapping Observations.” *The Review of Financial Studies* 4 (2): 227–254.
- [13]Robeco. 2020. “Brave Real World.” Robeco, Rotterdam, Netherlands.
- [14]Song, D. “Bond Market Exposures to Macroeconomic and Monetary Policy Risks.” Working paper, University of Pennsylvania, 2014. <https://economics.sas.upenn.edu/sites/default/files/file-vault/14-017.pdf>.
- [15]UBS Asset Management. 2020. “Looking Ahead: Intermediate Projections of the Economy and Capital Markets—Five-Year Outlook.” UBS Asset Management, New York, NY.
- [16]Ulrich, M. “Economic Policy Uncertainty & Asset Price Volatility.” Working paper, Columbia University, New York, NY, 2012.

风险提示：文献中的结果均由相应作者通过历史数据统计、建模和测算完成，在政策、市场环境发生变化时模型存在失效的风险。

分析师声明

本人具有中国证券业协会授予的证券投资咨询执业资格并注册为证券分析师，以勤勉的职业态度，独立、客观地出具本报告。本报告清晰准确地反映了本人的研究观点。本人不曾因，不因，也将不会因本报告中的具体推荐意见或观点而直接或间接收到任何形式的补偿。

投资评级说明

投资建议的评级标准	类别	评级	说明
报告中投资建议所涉及的评级分为股票评级和行业评级(另有说明的除外)。评级标准为报告发布日后的12个月内公司股价(或行业指数)相对同期相关证券市场代表性指数的涨跌幅。其中：A股市场以上证综指或深圳成指为基准，香港市场以恒生指数为基准；美国市场以标普500或纳斯达克综合指数为基准。	股票评级	买入	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅大于15%
		审慎增持	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅在5%~15%之间
		中性	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅在-5%~5%之间
		减持	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅小于-5%
		无评级	由于我们无法获取必要的资料，或者公司面临无法预见结果的重大不确定性事件，或者其他原因，致使我们无法给出明确的投资评级
	行业评级	推荐	相对表现优于同期相关证券市场代表性指数
		中性	相对表现与同期相关证券市场代表性指数持平
		回避	相对表现弱于同期相关证券市场代表性指数

信息披露

本公司在知晓的范围内履行信息披露义务。客户可登录 www.xyzq.com.cn 内幕交易防控栏内查询静默期安排和关联公司持股情况。

使用本研究报告的风险提示及法律声明

兴业证券股份有限公司经中国证券监督管理委员会批准，已具备证券投资咨询业务资格。

，本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。本报

告中的信息、意见等均仅供客户参考，不构成所述证券买卖的出价或征价邀请或要约。该等信息、意见并未考虑到获取本报告人员的具体投资目的、财务状况以及特定需求，在任何时候均不构成对任何人的个人推荐。客户应当对本报告中的信息和意见进行独立评估，并应同时考量各自的投资目的、财务状况和特定需求，必要时就法律、商业、财务、税收等方面咨询专家的意见。对依据或者使用本报告所造成的一切后果，本公司及/或其关联人员均不承担任何法律责任。

本报告所载资料的来源被认为是可靠的，但本公司不保证其准确性或完整性，也不保证所包含的信息和建议不会发生任何变更。本公司并不对使用本报告所包含的材料产生的任何直接或间接损失或与此相关的其他任何损失承担任何责任。

本报告所载的资料、意见及推测仅反映本公司于发布本报告当日的判断，本报告所指的证券或投资标的的价格、价值及投资收入可升可跌，过往表现不应作为日后的表现依据；在不同时期，本公司可发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的报告；本公司不保证本报告所含信息保持在最新状态。同时，本公司对本报告所含信息可在不发出通知的情形下做出修改，投资者应当自行关注相应的更新或修改。

除非另行说明，本报告中所引用的关于业绩的数据代表过往表现。过往的业绩表现亦不应作为日后回报的预示。我们不承诺也不保证，任何所预示的回报会得以实现。分析中所做的回报预测可能是基于相应的假设。任何假设的变化可能会显著地影响所预测的回报。

本公司的销售人员、交易人员以及其他专业人士可能会依据不同假设和标准、采用不同的分析方法而口头或书面发表与本报告意见及建议不一致的市场评论和/或交易观点。本公司没有将此意见及建议向报告所有接收者进行更新的义务。本公司的资产管理部门、自营部门以及其他投资业务部门可能独立做出与本报告中的意见或建议不一致的投资决策。

本报告并非针对或意图发送予或为任何就发送、发布、可得到或使用此报告而使兴业证券股份有限公司及其关联子公司等违反当地的法律或法规或可致使兴业证券股份有限公司受制于相关法律或法规的任何地区、国家或其他管辖区域的公民或居民，包括但不限于美国及美国公民（1934年美国《证券交易所》第15a-6条例定义为本「主要美国机构投资者」除外）。

本报告的版权归本公司所有。本公司对本报告保留一切权利。除非另有书面显示，否则本报告中的所有材料的版权均属本公司。未经本公司事先书面授权，本报告的任何部分均不得以任何方式制作任何形式的拷贝、复印件或复制品，或再次分发给任何其他人，或以任何侵犯本公司版权的其他方式使用。未经授权的转载，本公司不承担任何转载责任。

特别声明

在法律许可的情况下，兴业证券股份有限公司可能会持有本报告中提及公司所发行的证券头寸并进行交易，也可能为这些公司提供或争取提供投资银行业务服务。因此，投资者应当考虑到兴业证券股份有限公司及/或其相关人员可能存在影响本报告观点客观性的潜在利益冲突。投资者请勿将本报告视为投资或其他决定的唯一信赖依据。

兴业证券研究

上海	北京	深圳
地址：上海浦东新区长柳路36号兴业证券大厦15层	地址：北京西城区锦什坊街35号北楼601-605	地址：深圳市福田区皇岗路5001号深业上城T2座52楼
邮编：200135	邮编：100033	邮编：518035
邮箱：research@xyzq.com.cn	邮箱：research@xyzq.com.cn	邮箱：research@xyzq.com.cn

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明