

分析师：

徐寅

xuyinsh@xyzq.com.cn

S0190514070004

## 西学东渐--海外文献推荐系列之九十五

2020 年 9 月 24 日

### 报告关键点

基金经理经常用因子风险贡献比率来衡量因子投资策略成功与否。然而，关于它的使用和解释有许多混淆。本文针对其使用方法、影响要素等维度进行了深入研究。

### 相关报告

《西学东渐--海外文献推荐系列之九十四》

《西学东渐--海外文献推荐系列之九十三》

《西学东渐--海外文献推荐系列之九十二》

团队成员：

### 投资要点

- 西学东渐，是指从明朝末年到近代，西方学术思想向中国传播的历史过程。西学东渐不仅推动了中国在科学技术和思想文化方面的发展，也有力地促进了社会与政治的大变革。在今天，西学东渐仍有其重要的现实意义。作为 A 股市场上以量化投资为研究方向的卖方金融工程团队，在平日的工作中，常常深感海外相关领域的研究水平之高、内容之新。而这也促使我们通过大量的材料阅读，去粗取精，将认为最有价值的海外文献呈现在您的面前！
- 随着因子投资理论的盛行，基于因子的风险分解和绩效归因也被广泛使用。传统的因子模型提出可将组合风险分解为因子风险和特异性风险。因此，基金经理也常常使用因子风险占组合风险的比率（下文称为因子风险贡献比率）来衡量因子投资策略成功与否。然而，关于因子风险贡献比率的使用和解释有许多混淆，因此本文针对此指标展开深入研究，得到以下结论：1）实践中我们发现，即使是基于完全复制方法构建的因子多空模拟投资组合，其因子风险贡献比率也无法达到 100%，即总有部分风险是因子无法解释的；2）因子风险贡献比率除模型设定的跟踪误差外还受到估计范围与投资范围的偏差、因子定义的偏差、特异性风险厌恶系数等因素的影响；3）因子风险贡献比率可能具有误导性，其无法区分因子风险是来自于目标因子还是非目标因子。例如，一个简单的五分位数投资组合可能会因为对非目标因子的暴露而有很高的因子风险贡献比率；4）同时文章也探讨了其他常用指标在评价结果上的异同。

**风险提示：**文献中的结果均由相应作者通过历史数据统计、建模和测算完成，在政策、市场环境发生变化时模型存在失效的风险。

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明



## 目录

1、引言 .....	3 -
2、因子模拟投资组合构建方式介绍 .....	4 -
3、文章实证 .....	5 -
3.1 实证框架 .....	5 -
3.2 实证结果 .....	7 -
4、因子风险贡献比率的影响因素探讨 .....	8 -
4.1 估计范围与投资范围的偏差 .....	8 -
4.2 因子定义的偏差 .....	8 -
4.3 特异性风险厌恶系数 .....	9 -
5、因子风险贡献比率越高越好吗? .....	10 -
6、如何将事前风险与事后收益率联系起来? .....	12 -
7、结论 .....	12 -
图表 1、价值因子模拟结果 (1997.12-2017.12) .....	7 -
图表 2、价值因子不同跟踪误差下的结果 (1997.12-2017.12) .....	7 -
图表 3、投资范围的影响 (1997.12-2017.12) .....	8 -
图表 4、因子定义的影响 (1997.12-2017.12) .....	9 -
图表 5、特异性风险厌恶系数的影响 (1997.12-2017.12) .....	9 -
图表 6、五分位投资组合结果 .....	10 -
图表 7、额外指标的评价结果 .....	11 -
图表 8、所有因子模拟投资组合结果对比 (1997.12-2017.12) .....	11 -

## 报告正文

## 如何正确使用因子风险贡献比率指标？

## 文献来源：

Jennifer Bender and Xiaole Sun. A Closer Look at the Factor-to-Specific Risk Ratio in Factor Portfolios. The Journal of Portfolio Management. Quantitative Special Issue 2020, 46 (2) 11-23;

## 推荐原因：

随着因子投资理论的盛行，基于因子的风险分解和绩效归因也被广泛使用。传统的因子模型提出可将组合风险分解为因子风险和特异性风险。因此，基金经理也常常使用因子风险占组合风险的比率（下文称为因子风险贡献比率）来衡量因子投资策略成功与否。然而，关于因子风险贡献比率的使用和解释有许多混淆，因此本文针对此指标展开深入研究，得到以下结论：1）实践中我们发现，即使是基于完全复制方法构建的因子多空模拟投资组合，其因子风险贡献比率也无法达到100%，即总有部分风险是因子无法解释的；2）因子风险贡献比率除模型设定的跟踪误差外还受到估计范围与投资范围的偏差、因子定义的偏差、特异性风险厌恶系数等因素的影响；3）因子风险贡献比率可能具有误导性，其无法区分因子风险是来自于目标因子还是非目标因子。例如，一个简单的五分位数投资组合可能会因为对非目标因子的暴露而有很高的因子风险贡献比率；4）同时文章也探讨了其他常用指标在评价结果上的异同。

## 我们的思考：

投资领域一般使用量化指标评估投资组合的好坏与否，例如本文所提到的因子风险贡献比率往往被用于因子投资组合的评估中。然而这些常用指标使用的逻辑与解释可能并不清晰，需要投资者在具体使用时加入一定自己的思考。

## 1、引言

近年来，因子投资相关文献有所增加，然而关于因子投资组合评价的研究依然较少，如何确定一个因子投资组合的优劣仍有待讨论。我们知道，理论上的因子投资组合是指对目标因子暴露为单位值，而对其他因子零暴露的投资组合。然而，构建标准理论因子投资组合难度较高，因此目前已有相当多的学者通过最小化对标准理论因子投资组合的跟踪误差来构建模拟的因子投资组合。因子模拟投资组合在尽可能贴近标准因子投资组合的同时也保证了组合是可交易的，因此在实践中被广泛使用（下文所说的因子投资组合是指可实现且可交易的模拟投资组合）。

一般来说，因子模拟投资组合为多空组合。当加入仅做多的限制后，可能会使得模拟投资组合表现和一般结论不符，这也成为众多学者持续探索因子模拟投资组合构建方式的动力。在之前的研究中，我们提出每单位跟踪误差的因子暴露（factor exposure per unit of tracking error）可作为评估因子模拟投资组合的一个关键指标。同时也有一些学者提出了如因子效率比（factor efficiency ratio, Hunstad

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明

- 3 -

and Dekhayser 2015)、目标因子风险比率(the percent of risk from the targeted factor, Brown et al. 2019a)等指标。我们将在后文对不同的指标进行对比。

其中, 因子风险贡献比率(因子风险占组合总风险的比率)是一个经常被研究的指标。一般来说, 我们认为因子能够解释组合的风险比率越高, 说明因子模型效果越好, 因此一个投资组合的因子风险贡献比率应该越高越好。然而, 我们发现因子风险贡献比率在具体使用和解释上有一些混乱。例如, 对于多空投资组合和仅多头组合, 投资者期望的合理比率水平应当是多少? 有多少偏离为正常水平? 还有什么其他方面会影响比率取值? 这个指标的标准是否有一定限制, 较高的比率是否一定更好? 我们将在下述文章中阐明这些问题。

## 2、因子模拟投资组合构建方式介绍

Ross (1976)、Rosenberg 和 Marathe (1976) 所提出的因子概念仅为理论层面的定义, 如 APT 模型并未对具体因子进行设定, 而仅给出了相关模型框架。因此, 目前的因子研究一般遵循 Fama 和 French(1992,1993)首创的定价模型与 Rosenberg、Marathe(1976)提出的基本因子框架。这些因子(如价值、规模、质量和动量等)是直观的, 可以认为是经验上稳健的收益来源。事实上, 宏观和统计等因子框架也经常使用, 然而 Fama 和 French 的方法相较统计因子更加直观, 同时相较宏观因子更稳健(Connor(1995))。

在基本因子模型中, 通常使用多元横截面回归得到纯因子收益。具体的, 纯因子投资组合采用回归模型得到因子暴露, 并依据个股暴露计算个股权重来构建多空组合。纯因子投资组合对目标因子的暴露为 1, 对其他因子的暴露为 0 (Menchero 和 Morozov(2010))。

下面我们介绍将纯因子投资组合转变为可投资组合的几种方法:

1) **基于完全复制方法构建因子模拟多空投资组合**: 此方法与纯因子收益类似, 使用回归结果得到股票权重。但正如 Melas、Suryanarayanan 和 Cavaglia(2010)所强调的, 这种类型的投资组合不一定是事前风险(ex ante risk)最小的因子投资组合。

2) **基于优化方法构建因子模拟多空投资组合**: 此方法使用均值方差模型得到股票权重。具体的, 其通过最大化目标因子的暴露, 保持投资组合风险较小来维持组合对其他因子的零暴露。

3) **基于优化方法构建因子模拟多头投资组合**: 此方法同样使用均值方差模型, 但增加了多头约束。

Melas, Suryanarayanan 和 Cavaglia(2010)使用前两种方法构建了因子模拟投资组合。结果表明, 对于价值、动量等因子, 使用优化方法构建因子模拟投资组合是纯因子投资组合的一个很好的近似(这些因子的跟踪误差为 1% -1.5%)。对于其他因子, 比如低波动性(Lee, Ruban, and Melas 2014), 使用这两种方式构建投资组合效果较差。

Lee、Ruban 和 Melas(2014)基于第三种方法构建了 Barra 十因子的多头投资组合。不难发现, 仅做多约束对因子投资组合的影响是巨大的。他们提出, 即使提

高杠杆率，这一影响依旧明显。这个结果符合预期，Israel 和 Moskowitz（2012）就提出因子空头对收益的影响十分显著，与多头不相上下。

**同时跟踪误差是这些论文的主要判定标准：对纯因子组合的跟踪误差越小，效果越好。**例如，Lee、Ruban 和 Melas(2014)展示了 USE4 动量投资组合的跟踪误差在 3%-4% 之间，其他大多数因子都在 1%-3% 之间。然而跟踪误差只是一个维度，并不能反映全局。在实践中，由于基于因子的绩效归因的广泛使用，我们可以衡量投资组合有多少收益和风险来自于目标因子，以及有多少特异性收益与风险。例如 Melas、Suryanarayanan 和 Cavaglia(2010)的多-空全复制组合的平均特异性风险为 1.17%，总风险为 2.5%，即 79% 的方差可归因于因子，剩余 21% 的方差具有特异性。以上研究也促使了因子风险贡献比率指标的提出，一部分基金经理选择用此比率来对因子投资组合的优劣进行评价。

**那么为什么因子风险贡献比率很重要呢？**尽管量化分析师使用因子投资已有几十年，但目前的因子投资形式（Smart Beta 等）使这些策略变得透明，投资者可以通过 ETF 等工具构建因子投资策略。在 2010 年代，许多基金转向了基于因子的投资。而颇具讽刺意味的是，因子(尤其是多因子策略)在 2017 年和 2018 年经历了巨大回撤。**这一趋势使我们产生一个疑惑：多因子策略是否真的完成了其最初目标，即利用因子溢价。**而因子风险贡献比率可以度量因子所能解释的组合风险，使得我们了解多因子策略对因子溢价的使用情况。

本文的主要内容如下：

首先，我们探讨实践中因子风险贡献比率可达到的范围。具体来说，我们构建了价值因子模拟投资组合，并对其因子风险贡献比率进行计算，给出相应的实证结果。

其次，我们测试哪些因素和假设会影响因子风险贡献比率的大小。

第三，我们探讨越高的因子风险贡献比率是否一定是更好的，以及这一指标的局限性。

最后，我们给出了绩效归因的内在含义。

### 3、文章实证

#### 3.1 实证框架

根据因子模型，任何股票投资组合的风险都可以事先分解为因子风险和特异性风险。即投资组合的方差可以写成：

$$\sigma^2 = h'(XFX' + D)h \quad (3-1)$$

其中：

$h$  ( $s \times 1$  维向量)：投资组合权重的向量， $s$  为股票数；

$X$  ( $s \times N$  维矩阵)：股票对各因子暴露的矩阵， $N$  为因子数；

$F$  ( $N \times N$  维矩阵)：因子的协方差矩阵；

$D$  ( $s \times s$  维矩阵)：对角特定风险矩阵。

一般我们所说的风险模型便是指估计  $X$ ,  $F$ ,  $D$ 。一些供应商(如 Axioma 和



Barra)的标准基本因子模型中，因子协方差矩阵  $F$  通常采用指数加权方式计算，同时每天（或每月）的协方差矩阵是通过因子收益的横截面回归得到的。而特异性风险矩阵  $D$  一般使用建模方法得到。每只股票的特异性收益为证券总收益减去总因子收益（证券所有因子暴露乘以因子收益总和）。有些学者也会对基本风险模型进行改进，例如加入动态波动率调整。就本文而言，我们认为基本的风险模型已经可以对风险进行可靠的估计。

下面我们使用 Axioma USE4 模型中的价值因子作为重点关注对象（Axioma 将价值定义为市净率）。风险模型的估计范围一般为在纽交所和纳斯达克上市、拥有足够规模和市场流动性的股票，这与罗素 3000 指数成分股类似。因此本文选择罗素 3000 成分股作为选股池，进行下述模拟：

1. 利用优化方法构建因子模拟多空投资组合(1%跟踪误差)；
2. 利用优化方法构建因子模拟多头投资组合(1%跟踪误差)。

我们选择的模型为 Axioma 的 USE4 Medium Horizon 模型(Axioma 2019)，预测期为 3-6 个月。模型中有：1) 七个基于市场的因子：流动性、市场敏感性、波动性、规模、中市值、中期动量和汇率敏感性；2) 六个基本因子：价值、收益、杠杆率、成长、盈利能力和股息率；3) 68 个行业因子。我们设置每只证券对某个行业的风险暴露为 0 或 1。同时在行业约束的同时，我们采用单阶段、多元、加权方式进行回归，并利用回归结果估计因子收益。在后续分析中，我们统一使用 USE4 中模型的事前风险预测。

本文使用的优化问题目标函数如下：

$$\text{Maximize } h'X \quad (3-2)$$

约束条件为：

$$\delta \leq \text{目标 TE}$$

行业与非目标风格暴露为 0（软约束）

$$\sum_i^s h_i = 1$$

同时若针对只做多组合：

$$0 \leq h_i \leq 1$$

换句话说，我们在目标跟踪误差水平下追求因子暴露最大化，同时将所有非目标因子的暴露设置为 0。但需要注意的是，为保证方程有解，我们将非目标因子暴露的约束设置为软约束。事实上，目标函数还有其他设置方式，例如我们可以使用  $\lambda$ (风险厌恶系数)来平衡因子暴露和跟踪误差，或我们可以在给定的暴露水平上尽量减少跟踪误差。但由于我们的目标为衡量不同跟踪误差的影响，因此更倾向于使用以上目标函数。

同时，我们将杠杆率限制在 0%-100%，这意味着我们允许杠杆率变化，以实现最大的因子暴露。本文的跟踪误差基准为市值加权投资组合。注意，我们在本文中使用跟踪误差的方式不同于 Melas, Suryanarayanan 和 Cavaglia(2010)的方法（他们的基准为纯因子投资组合）。我们选择市值加权基准的主要原因为：我们希望构建主动风险最小的因子模拟投资组合，这与 Brown 等人(2019a, 2019b)的方法相同。

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明

下面我们从 1997 年 12 月到 2017 年 12 月按年度构建投资组合。同时我们可以计算每一个时间点的事前风险（总风险、因子风险、特异性风险）。我们使用主动方差作为事前风险度量，因此下文也将因子风险贡献比率称为因子方差贡献比率。

### 3.2 实证结果

模拟结果如图表 1 所示。可以看出，因子模拟多空组合的平均事前因子方差贡献比率并未达到 100%。事实上，此比率仅为 78%。我们知道基于完全复制方法构建的因子模拟多空投资组合与纯因子有着一样的收益。然而这并不代表事前的特异性风险为 0。Melas、Suryanarayanan 和 Cavaglia(2010)的研究结果与我们的类似，他们提出价值投资组合的平均因子方差贡献比率为 79%，动量投资组合为 92%。

从图表 1 中得出的第二个结论是，仅做多因子投资组合的平均事前因子方差贡献比率下降了一个不小的数额，从多空组合的 78% 下降到 61%。尽管如此，组合总方差的大部分还是可以归因于各种因子。

图表 1、价值因子模拟结果（1997.12-2017.12）

	Average Active Ex Ante Factor-to- Total Variance Ratio	Tracking Error (benchmark = Russell 3000)	Active Factor Exposure (targeted factor)
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4

资料来源：THE JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT，兴业证券经济与金融研究院整理

如果我们增加跟踪误差会发生什么呢？我们以 2% 和 3% 的跟踪误差重新进行模拟。图表 2 为具体结果。可以看出，当跟踪误差增大时，多空投资组合的事前因子方差贡献比率变化不大。同时当跟踪误差增大时，多空和多头投资组合的主动因子暴露都有所增加。然而，可以看出多头投资组合是通过扩大了特异性风险实现的。

图表 2、价值因子不同跟踪误差下的结果（1997.12-2017.12）

	Average Active Ex Ante Factor-to- Total Variance Ratio	Tracking Error (benchmark = 3000)	Active Factor Exposure (targeted factor)
<b>Tracking Error = 1% (base case)</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4
<b>Tracking Error = 2%</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	80%	2.0%	1.0
Long-Only Factor Portfolio	46%	2.0%	0.7
<b>Tracking Error = 3%</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	80%	3.0%	1.5
Long-Only Factor Portfolio	33%	3.0%	0.8

资料来源：THE JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT，兴业证券经济与金融研究院整理

从直觉上来看，随着跟踪误差增加，投资组合的权重变化范围也随之增加。由于投资组合受仅做多限制，其能够减持的权重是有限的。这也导致仅做多投资组合的权重会变得越来越集中，离最优的多空投资组合越来越远。这些结果得到 Brown 等人(2019b)的支持。利用 Axioma 盈利因子，他们同样表明当跟踪误差较高时，只做多约束对组合的影响更大。根据他们的说法：不能做空的限制为对多头

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明

组合造成较大影响，且基准越集中影响越大。Brown 等人(2019b)证实了我们的发现，即跟踪误差越高，不做空约束的影响越大，分散特异性风险的难度也越大。

## 4、因子风险贡献比率的影响因素探讨

我们已经知道，跟踪误差的大小对于因子风险贡献比率很重要。下面我们测试其他可能影响结果的维度。

### 4.1 估计范围与投资范围的偏差

首先测试的因素为风险模型估计范围和可投资范围的偏差。商业风险模型供应商在为模型指定估算范围时通常会面临难题。估计范围与可投资策略范围越接近，与投资组合的预期目标相比，风险分解结果通常就越直观。

由于我们一般采用市值加权或根号市值加权回归，因此因子收益受估计范围中的大市值证券的影响更大。这也使得可能出现下面这种情况：价值股中的小市值策略有正向的收益，但如果大市值的价值股表现弱，风险模型将显示负收益。与此同时，风险模型可能会被用于全市场的股票，但若基金经理试图评估各种策略的风险，一致性其实是很重要的。

图表3展示了在较小股票范围内的因子投资组合结果——罗素1000指数和标准普尔500指数成分股。可以看出，在这两种情况下，因子方差贡献比率随着可投资范围的缩小而急剧下降。

图表3、投资范围的影响（1997.12-2017.12）

	Average Active Ex Ante Factor-to- Total Variance Ratio	Tracking Error (benchmark = Russell 3000, Russell 1000, or S&P 500, respectively)	Active Factor Exposure (targeted factor)
<b>Limited Misalignment (base case, investable universe = Russell 3000)</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4
<b>Larger Misalignment (base case, investable universe = Russell 1000)</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	59%	1.0%	0.4
Long-Only Factor Portfolio	46%	1.0%	0.4
<b>Larger Misalignment (base case, investable universe = S&amp;P 500)</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	38%	1.0%	0.3
Long-Only Factor Portfolio	28%	1.0%	0.3

资料来源：THE JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT，兴业证券经济与金融研究院整理

### 4.2 因子定义的偏差

因子组合中使用的因子定义与风险模型中使用的因子定义之间的不一致也会影响因子方差贡献比率。举一个简单的例子，我们可以将USE4中的价值因子定义换成了市销率，然而在USE4中市销率并非风险因子。

已有一些论文研究了风险因子和alpha因子不以相同的方式定义时会发生什么(例如，Lee和Stefek 2008)。传统的量化投资方法（如均值-方差优化方法）更青睐那些不属于风险模型的alpha因子。例如，如果证券的alpha被定义为市净率和动量，动量不属于风险模型而市净率却属于，那么投资组合在其他条件保持不

请务必阅读正文之后的信息披露和重要声明



变的情况下,自然会更多暴露于高动量证券 (相对于市净率)。

图表 4 展示了当 alpha 因子中的价值因子与风险模型中定义的价值因子不同时会发生什么。可以看出,平均因子方差贡献比率急剧下降,多空投资组合从 78% 下降到 10%, 仅做多投资组合从 61% 下降到 32%。当一部分阿尔法被风险模型完全捕捉 (市净率)但一部分阿尔法没有(市销率)时,优化过程中阿尔法的风险因子成分将被惩罚,导致了因子方差贡献比率下降。这种效应在允许做空时表现得更为明显。

图表 4、因子定义的影响 (1997.12-2017.12)

	Average Active Ex Ante Factor-to- Total Variance Ratio	Tracking Error (benchmark = Russell 3000)	Active Factor Exposure (targeted factor)
<b>No Misalignment (base case)</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4
<b>Misaligned (alpha as equal weighted average of value and sales to price)</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	10%	1.0%	1.0
Long-Only Factor Portfolio	32%	1.0%	0.4

资料来源: THE JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT, 兴业证券经济与金融研究院整理

### 4.3 特异性风险厌恶系数

最后,我们分析了特异性风险厌恶系数大小的影响。我们使用与前文所描述的相同的目标函数,但对优化使用的协方差矩阵做了一些调整:

$$\sigma^2 = h'(XFX' + D)h + \gamma h'Dh \quad (4-1)$$

其中:  $\gamma$  为特异性风险厌恶系数。基准情况下,  $\gamma=1$ 。在接下来的分析中,我们将协方差矩阵中的特定风险系数分别设为 100 和 10000。

从图表 5 可以看出,增加特异性风险厌恶系数可以使多空组合的事前因子方差贡献比率从 78% 增加到 81%, 仅做多投资组合的事前因子方差贡献比率从 61% 增加到 70%。然而,这一比率进一步上升的可能性是有限的。当我们进一步将系数  $\gamma$  从 100 增加到 10000 时,因子方差贡献比率的增加是最小的。

图表 5、特异性风险厌恶系数的影响 (1997.12-2017.12)

	Average Active Ex Ante Factor-to- Total Variance Ratio	Tracking Error (benchmark = Russell 3000)	Active Factor Exposure (targeted factor)
<b>Risk Aversion Coefficient Same for Both Factor and Specific (base case)</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4
<b>Risk Aversion Coefficient Increased for Specific by 100 Times</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	81%	1.2%	0.6
Long-Only Factor Portfolio	70%	0.9%	0.4
<b>Risk Aversion Coefficient Increased for Specific by 10,000 Times</b>			
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	81%	1.2%	0.6
Long-Only Factor Portfolio	70%	0.9%	0.4

资料来源: THE JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT, 兴业证券经济与金融研究院整理

## 5、因子风险贡献比率越高越好吗？

到目前为止，我们已经讨论了哪些维度影响因子方差贡献比率。我们看到，这个比率对我们考虑的一些因素很敏感。现在，我们转向最重要的问题：**更高的因子风险贡献比率是否意味着因子投资组合能更好地利用因子溢价？**答案是，不一定。

我们下面考虑一个简单的五分位投资组合：根据 Axioma 因子值的暴露对罗素 3000 指数的成分股进行排名，同等权重取最上面的五分之一。图表 6 为五分位投资组合的平均因子方差贡献比率。令人惊讶的是，五分位投资组合的比率高达 95%，甚至高于因子模拟多空投资组合的 78%（尽管跟踪误差非常高(13.5%)）。

这个结果可能是因为简单的五分位数投资组合在其因子风险中嵌入了来自非目标因子的风险，包括风格和行业。我们从图表 6 可以看出，因子方差贡献比率并没有区分来自于目标因子或非目标因子的风险。此外，由于目标因子的风险是该因子暴露和该因子的风险的函数，因此，目标因子的风险可能并不是很大，这也导致非目标因子的暴露会大幅度增加因子风险贡献比率。总得来看，这导致该投资组合仍有很强的风险暴露，只是没有反映在风险分解中。

**图表 6、五分位投资组合结果**

	Average Active Ex Ante Factor- to-Total Variance Ratio	Tracking Error (benchmark = Russell 3000)	Active Factor Exposure (targeted factor)
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4
Long-Only Simple Quintile Factor Portfolio	95%	13.5%	1.9

资料来源：THE JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT，兴业证券经济与金融研究院整理

与此同时，一些其他的评价指标也被提出，包括：

• **单位风险(或跟踪误差)的因子暴露**:投资组合对目标因子的暴露程度除以单位风险(跟踪误差)。即在考虑风险的情况下，投资组合实现了多少暴露程度(Bender, Sun, and Wang 2016)。

• **目标因子的风险贡献**:该度量是目标因子对投资组合风险的风险贡献(Brown et al. 2019a)。

• **因子效率比**:该指标是投资组合的目标因子暴露除以绝对非目标因子暴露的总和(Northern Trust 2015)。注意，因子效率比也表示为目标因子的风险贡献除以非目标因子的风险贡献。

图表 7 为五分位投资组合相对于前文模拟投资组合的三个额外指标表现。可以看出，五分位投资组合在其他三个指标的得分都很低。

图表 7、额外指标的评价结果

	Average Active Ex Ante Factor- to-Total Variance Ratio	Tracking Error (benchmark = Russell 3000)	Active Factor Exposure (targeted factor)	Exposure per unit of TE (targeted factor)	Percent of variance contribution (targeted factor)	Factor Efficiency Ratio
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5	51	91%	43
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4	44	71%	30
Long-Only Simple Quintile Factor Portfolio	95%	13.5%	1.9	17	10%	0.4

资料来源: THE JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT, 兴业证券经济与金融研究院整理

图表 8 展示了本文迄今为止所展示的所有因子模拟投资组合的这三个关键指标表现。在 12 个模拟中, 我们的主要观察结果如下:

- 对于只做多的投资组合, 跟踪误差越高, 因子方差贡献比率越低。这一趋势通常还伴随着每单位跟踪误差的因子暴露率较低、因子效率比较低以及目标因子的风险贡献比较低。综上所述, 提高跟踪误差对各指标来说具有一致的效果。然而, 这种效应对于多空组合来说并不明显。

- 估计和可投资范围的不一致对因子方差贡献比率有重大影响。当失调程度增加时, 因子方差贡献比率大幅度下降。此偏差也会对其他三个指标产生重大影响, 导致跟踪误差单位的因子暴露等指标的下降。

- 因子定义中的偏差对因子方差贡献比率有类似的显著影响。在多空投资组合中, 目标因子暴露由于较高的销售价格比暴露而显著增加, 而因子方差贡献比率因为相同的原因显著下降。在只做多的投资组合中, 这种差异也同样巨大, 尽管没有那么明显。

- 增加特定风险的厌恶系数可能会增加因子方差贡献比率, 但有一定的限制。对其他替代度量指标的影响并不显著。

图表 8、所有因子模拟投资组合结果对比 (1997.12-2017.12)

	Average Active Ex Ante Factor- to-Specific Ratio	Tracking Error (benchmark = Russell 3000)	Active Factor Exposure (targeted factor)	Exposure per Unit of TE (targeted factor)	Percent of Variance Contribution (targeted factor)	Factor Efficiency Ratio
<b>Base Case (Exhibit 1)</b>						
Base Case (RJK, TE = 1%)						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5	51	91%	43
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4	44	71%	30
<b>Varying Tracking Error (Exhibit 2)</b>						
Base Case (RJK, TE = 1%)						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5	51	91%	43
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4	44	71%	30
Higher TE (RJK, TE = 2%)						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	80%	2.0%	1.0	49	86%	82
Long-Only Factor Portfolio	46%	2.0%	0.7	36	46%	29
Highest TE (RJK, TE = 3%)						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	80%	3.0%	1.5	49	85%	120
Long-Only Factor Portfolio	33%	2.9%	0.8	29	34%	23
<b>Universe Mismatch (Exhibit 3)</b>						
Base Case (RJK, TE = 1%)						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5	51	91%	43
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4	44	71%	30
Large Mismatch (Investable universe = Russell 1000)						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	59%	1.0%	0.4	44	69%	37
Long-Only Factor Portfolio	46%	1.0%	0.4	38	53%	27
Larger Mismatch (Investable universe = S&P 500)						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	38%	1.0%	0.3	35	44%	29
Long-Only Factor Portfolio	28%	1.0%	0.3	28	31%	24
<b>Factor Definition Mismatch (Exhibit 4)</b>						
No Mismatch (Base case)						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5	51	91%	43
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4	44	71%	30
Mismatched Factor Definition						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	10%	1.0%	1.0	96	13%	81
Long-Only Factor Portfolio	32%	1.0%	0.4	44	35%	33
<b>Varying Specific Risk Aversion (Exhibit 5)</b>						
Base Case						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5	51	91%	43
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4	44	71%	30
Risk Aversion Coefficient Increased for Specific by 100 Times						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	81%	1.2%	0.6	49	83%	46
Long-Only Factor Portfolio	70%	0.9%	0.4	44	70%	20
Risk Aversion Coefficient Increased for Specific by 10,000 Times						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	81%	1.2%	0.6	48	82%	47
Long-Only Factor Portfolio	70%	0.9%	0.4	44	70%	20
<b>Simple Quintile Portfolio (Exhibit 6)</b>						
Long-Short Factor Mimicking Portfolio	78%	1.0%	0.5	51	91%	43
Long-Only Factor Portfolio	61%	1.0%	0.4	44	71%	30
Long-Only Simple Quintile Factor Portfolio	95%	13.5%	1.9	17	10%	0.40

资料来源: THE JOURNAL OF PORTFOLIO MANAGEMENT, 兴业证券经济与金融研究院整理

## 6、如何将事前风险与事后收益率联系起来？

到目前为止，我们的分析集中于事前风险/方差分解，那么这种事前风险如何与事后收益率挂钩？事实上，我们的文章是 Stubbs 和 Jeet(2016)之前研究的补充，他们将研究重点放在了事后的因子绩效归因上。然而，绩效归因常常会将资产的因子和特异性贡献分类错误。举个例子，一个投资组合的特异性风险理论上应该在事前、事后都不相关。然而，在实践中，完全不相关是几乎不可能的。因此，特异性风险可能会比理论上的更小。Stubbs 和 Jeet(2016)提出了一种调整方法来改变这一现象。

而我们的研究是对 Stubbs 和 Jeet(2016)工作的支持和补充，强调了模型中经常会将因子风险和特异性风险混淆。同时事前风险与事后收益率的关系极其复杂。事前风险不同于事后风险，事后风险又不同于事后收益。事前风险和事后风险有以下不同：

- 1) 事前风险是对投资组合在某一特定时间点的风险预测，该投资组合通常会随着时间的推移而不断地重新平衡(也就是说，它会在事后一段时间内发生变化)。
- 2) 事后风险对所使用的收益率的时间段和频率非常敏感，因此使用三年以上的月度收益率得到的数字与使用一年以上的日收益率得到的数字会有显著差异。
- 3) 事前风险估计中使用的预测协方差矩阵只是一个预测；与所有的预测一样，它也不是一个完美的预测工具。

而事后风险与事后收益率也大不相同。在现实中，我们倾向于看到一个较高的事后收益率，它落在事前和事后风险的预期范围之外。这与收益率往往不为正态分布有一定关系。同时因子的预期  $\alpha$  实际上为时变的，以 1-5 或 20 年为周期衡量因子收益，会产生显著不同的结果。平均预期主动收益是动态的，这意味着跟踪误差对事后主动收益所暗示的范围也是动态的。

正如 Stubbs 和 Jeet(2016)指出的那样，特异性收益可能会因为风险模型设定不同而不同。同时我们发现不同的模型设定会对事前因子方差贡献比率造成很大影响，从而说明我们在使用风险分解和绩效归因结果时需要考虑到模型设定的一些要素。

## 7、结论

随着因子投资理论的盛行，基于因子的风险分解和绩效归因也被广泛使用。传统的因子模型提出可将组合风险分解为因子风险和特异性风险。因此基金经理也常常使用因子风险占组合风险的比率（因子风险贡献比率）来衡量因子投资策略成功与否。

根据直觉，因子风险贡献比率越高越好。然而，我们的研究表明，即使是基于完全复制方法构建的因子多空模拟投资组合，其因子风险贡献比率也无法达到 100%，总有部分风险是因子无法解释的。以价值因子为例，一个价值因子模拟多空投资组合的平均事前因子方差贡献比率（在实践中我们将方差作为风险度量，

因此因子风险贡献比率也称因子方差贡献比率) 仅为 80%。更重要的是, 因子方差贡献比率具有误导性, 因为它无法对来自目标因子和非目标进行的风险进行区分。例如, 一个简单的五分数投资组合可能会因为非目标因子的暴露而有很高的因子风险贡献比率。

最后, 投资组合的因子风险贡献比率除模型设定的跟踪误差外还受到估计范围与投资范围的偏差、因子定义的偏差、特异性风险厌恶系数等因素的影响。文中我们对各因素对因子方差贡献比率的具体影响进行了分析。

同时, 上文的研究中, 我们忽略了: 1) 投资组合分散化需求, 即个股权重限制; 2) 投资组合的实际交易条件限制, 如个股涨跌停等交易条件。然而这两个维度在实际因子投资组合应用中是至关重要的。我们将在未来的研究中增加对这两个维度的考虑。



## 参考文献

- 【1】Axioma. “Axioma United States Equity Factor Risk Models.” Axioma AXUS3 United States Equity Factor Risk Models, 2019.
- 【2】Bender, J., T. Blackburn, and X. Sun. 2019. “Clash of the Titans: Factor Portfolios versus Alternative Weighting Schemes.” The Journal of Portfolio Management (Quantitative Special Issue) 45 (3): 38–49.
- 【3】Bender, J., X. Sun, and T. Wang. 2016. “A New Metric for Smart Beta: Factor Exposure per Unit of Tracking Error.” The Journal of Index Investing 7 (2): 109–118.
- 【4】Brown, M., E. Mezey, I. Onat, and D. Vandebussche. “What, Exactly, Is a Factor?” Axioma White paper, April 2019a.
- 【5】——. “What is a Factor? Part 2: The Impact of the Long-Only Constraint.” Axioma White paper, 2019b.
- 【6】Connor, G. 1995. “The Three Types of Factor Models: A Comparison of Their Explanatory Power.” Financial Analysts Journal 51 (3): 42–46.
- 【7】Fama, E., and K. French. 1992. “The Cross-Section of Expected Stock Returns.” The Journal of Finance 47 (2): 427–465.
- 【8】——. 1993. “Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds.” Journal of Financial Economics 33 (1): 3–56.
- 【9】Hunstad, M., and J. Dekhayser. 2015. “Evaluating the Efficiency of ‘Smart Beta’ Indexes.” The Journal of Index Investing 6 (1): 111–121.
- 【10】Israel, R., and T. Moskowitz. 2012. “The Role of Shorting, Firm Size, and Time on Market Anomalies.” Journal of Financial Economics 108 (2): 275–301.
- 【11】Lee, J. H., O. Ruban, and D. Melas. “Capturing Factor Premia: Creating Investable Factor Portfolios through Optimization.” MSCI Research Insight, April 2014.
- 【12】Lee, J. H., and D. Stefek. 2008. “Do Risk Factors Eat Alpha?” The Journal of Portfolio Management 34 (4): 12–25.
- 【13】Melas, D., R. Suryanarayanan, and S. Cavaglia. 2010. “Efficient Replication of Factor Returns: Theory and Applications.” The Journal of Portfolio Management 36 (2): 39–51.
- 【14】Menchero, J., and A. Morozov. “Capturing Equity Risk Premia.” MSCI Research Insight, August 2010.
- 【15】Northern Trust. “Evaluating the Efficiency of Smart Beta Indices: A New Metric.” Northern Trust Line of Sight, April 2015.
- 【16】Rosenberg, B., and V. Marathe. “Common Factors in Security Returns: Microeconomic Determinants and Macroeconomic Correlates.” University of California Institute of Business and Economic Research, Research Program in Finance, Working paper No. 44, 1976.
- 【17】Ross, S. 1976. “The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing.” Journal of Economic Theory 13 (3): 341–360.
- 【18】Stubbs, R. A., and V. Jeet. 2016. “Adjusted Factor-Based Performance Attribution.” The Journal of Portfolio Management 42 (5): 67–78.
- 【19】Ung, D. 2017. “Smart Beta Efficiency versus Investability: Introducing the Cost-Adjusted Factor Efficiency Ratio.” The Journal of Index Investing 8 (1): 6–18.

**风险提示：**文献中的结果均由相应作者通过历史数据统计、建模和测算完成，在政策、市场环境发生变化时模型存在失效的风险。

## 分析师声明

本人具有中国证券业协会授予的证券投资咨询执业资格并注册为证券分析师，以勤勉的职业态度，独立、客观地出具本报告。本报告清晰准确地反映了本人的研究观点。本人不曾因，不因，也将不会因本报告中的具体推荐意见或观点而直接或间接收到任何形式的补偿。

## 投资评级说明

投资建议的评级标准	类别	评级	说明
报告中投资建议所涉及的评级分为权益评级和行业评级(另有说明的除外)。评级标准为报告发布日后的12个月内公司股价(或行业指数)相对同期相关证券市场代表性指数的涨跌幅。其中：A股市场以上证综指或深圳成指为基准，香港市场以恒生指数为基准；美国市场以标普500或纳斯达克综合指数为基准。	权益评级	买入	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅大于15%
		审慎增持	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅在5%~15%之间
		中性	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅在-5%~5%之间
		减持	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅小于-5%
		无评级	由于我们无法获取必要的资料，或者公司面临无法预见结果的重大不确定性事件，或者其他原因，致使我们无法给出明确的投资评级
	行业评级	推荐	相对表现优于同期相关证券市场代表性指数
		中性	相对表现与同期相关证券市场代表性指数持平
		回避	相对表现弱于同期相关证券市场代表性指数

## 信息披露

本公司在知晓的范围内履行信息披露义务。客户可登录 [www.xyzq.com.cn](http://www.xyzq.com.cn) 内幕交易防控栏内查询静默期安排和关联公司持股情况。

## 使用本研究报告的风险提示及法律声明

兴业证券股份有限公司经中国证券监督管理委员会批准，已具备证券投资咨询业务资格。

本报告仅供兴业证券股份有限公司（以下简称“本公司”）的客户使用，本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。本报告中的信息、意见等均仅供客户参考，不构成所述证券买卖的出价或征价邀请或要约。该等信息、意见并未考虑到获取本报告人员的具体投资目的、财务状况以及特定需求，在任何时候均不构成对任何人的个人推荐。客户应当对本报告中的信息和意见进行独立评估，并应同时考量各自的投资目的、财务状况和特定需求，必要时就法律、商业、财务、税收等方面咨询专家的意见。对依据或者使用本报告所造成的一切后果，本公司及/或其关联人员均不承担任何法律责任。

本报告所载资料的来源被认为是可靠的，但本公司不保证其准确性或完整性，也不保证所包含的信息和建议不会发生任何变更。本公司并不对使用本报告所包含的材料产生的任何直接或间接损失或与此相关的其他任何损失承担任何责任。

本报告所载的资料、意见及推测仅反映本公司于发布本报告当日的判断，本报告所指的证券或投资标的的价格、价值及投资收入可升可跌，过往表现不应作为日后的表现依据；在不同时期，本公司可发出与本报告所载资料、意见及推测不一致的报告；本公司不保证本报告所含信息保持在最新状态。同时，本公司对本报告所含信息可在不发出通知的情形下做出修改，投资者应当自行关注相应的更新或修改。

除非另行说明，本报告中所引用的关于业绩的数据代表过往表现。过往的业绩表现亦不应作为日后收益的预示。我们承诺也不保证，任何所预示的收益会得以实现。分析中所做的收益预测可能是基于相应的假设。任何假设的变化可能会显著地影响所预测的收益。

本公司的销售人员、交易人员以及其他专业人士可能会依据不同假设和标准、采用不同的分析方法而口头或书面发表与本报告意见及建议不一致的市场评论和/或交易观点。本公司没有将此意见及建议向报告所有接收者进行更新的义务。本公司的资产管理部门、自营部门以及其他投资业务部门可能独立做出与本报告中的意见或建议不一致的投资决策。

本报告并非针对或意图发送予或为任何就发送、发布、可得到或使用此报告而使兴业证券股份有限公司及其关联子公司等违反当地的法律或法规或可致使兴业证券股份有限公司受制于相关法律或法规的任何地区、国家或其他管辖区域的公民或居民，包括但不限于美国及美国公民（1934年美国《证券交易所》第15a-6条例定义为本「主要美国机构投资者」除外）。

本报告的版权归本公司所有。本公司对本报告保留一切权利。除非另有书面显示，否则本报告中的所有材料的版权均属本公司。未经本公司事先书面授权，本报告的任何部分均不得以任何方式制作任何形式的拷贝、复印件或复制品，或再次分发给任何其他人，或以任何侵犯本公司版权的其他方式使用。未经授权的转载，本公司不承担任何转载责任。

## 特别声明

在法律许可的情况下，兴业证券股份有限公司可能会利差本报告中提及公司所发行的证券头寸并进行交易，也可能为这些公司提供或争取提供投资银行业务服务。因此，投资者应当考虑到兴业证券股份有限公司及/或其相关人员可能存在影响本报告观点客观性的潜在利益冲突。投资者请勿将本报告视为投资或其他决定的唯一信赖依据。

## 兴业证券研究

上海	北京	深圳
地址：上海浦东新区长柳路36号兴业证券大厦15层	地址：北京西城区锦什坊街35号北楼601-605	地址：深圳市福田区皇岗路5001号深业上城T2座52楼
邮编：200135	邮编：100033	邮编：518035
邮箱：research@xyzq.com.cn	邮箱：research@xyzq.com.cn	邮箱：research@xyzq.com.cn