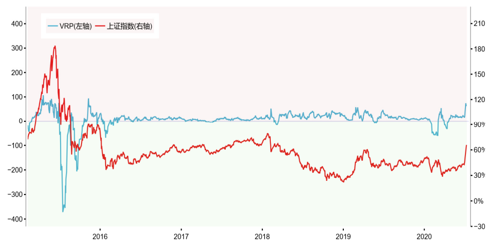
从 VIX 到 VRP——方差风险溢价与股市预测

分析师：包赞
电话：18017505196
执业证书编号：S0740520100001
Email：baozan@zts.com.cn

VRP 与上证指数



一个参数下的 VRP 择时

风险提示：不建议使用单一指标，需配合其它指标。

报告摘要

◆研究背景

股票收益可预测吗？不管是业界还是学界，这个老话题仍然是所有研究中争议最大的问题之一。就国外文献目前已经达成共识而言，从长期视角来看，回报的可预测性似乎是不错的。国外大量文献证明，中性测度下“无模型”隐含波动率和真实经验方差之间的差异，我们称之为方差风险溢价（Variance Risk Premium，VRP），可以显著预测股票市场的收益。该指标与风险偏好也有很密切的联系，都是一种描述市场情绪的指标，中性概率下的隐含波动率可以代表风险厌恶的程度，真实经验方差表示经济的不确定性。

◆方差风险溢价（VRP）

理论上讲，方差风险溢价是两个概率空间下的波动率差异，即中性概率测度下的收益率二次变分减去收益率序列的真实经验方差：

$$VRP_{t,t+\tau}=E_t^Q\left[QV_{t,t+\tau}\right]-E_t^P\left[QV_{t,t+\tau}\right]$$

为了计算 $VRP_{t,t+\tau}$，我们需要计算相应标的中性测度下的条件方差、真实概率下的条件方差。在方差风险溢价的文献中，$E_t^Q\left[QV_{t,t+\tau}\right]$ 的估计主要利用非参数下的估计量，比如用方差互换的信息或者隐含波动率的方差，即 VIX^2，我们下文会严格证明，中性测度下的条件方差是可以利用 VIX^2 来表示的。真实概率下的条件方差 $E_t^P\left[QV_{t,t+\tau}\right]$ 则利用高频的指数收益率的方差计算得到，我们用的是 GARCH 模型体系。

◆VRP 对股市的预测

很多文献表示方差风险溢价能够预测未来的股票收益率，这是合乎逻辑的，因为 VRP 蕴含了关于规避市场总体风险情绪的信息。我们首先使用方差溢价作为股票收益率的预测变量进行回归。回归方程右侧的变量 X 是逐日计算的 VRP，回归方程左侧的 Y 变量是领先不同期限的股票超额回报率。

回归分析显示，VRP 指标在领先 5 个交易日时，对向前累积 10 个交易日的收益率没有解释作用，系数不显著，**但是领先时间更长的情况，比如 20 个交易日，系数都是显著的，这表明 VRP 指标适合判断一个月后的市场走势，**这个与期权数据的期限是吻合的，也和国外文献的相关研究是吻合的。**对未来长期预测的大多数参数下，系数的显著性都很高，这表明 VRP 指标，确实是一个可以预测未来走势的领先指标。**从系数大小来看，**近期的系数为正，表示 VRP 的升高，会带来风险溢价的上升，远期的系数为负数，表示避险情绪上升带来的长期影响是导致未来收益的下降。**关于 VRP 期限结构的研究，我们后面会继续深入。

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

正文目录

图表目录

Variance Risk Premium and Stock Return Predictability

Abstract
A number of recent studies have argued that aggregate U.S. stock market return is predictable over horizons ranging up to two quarters based on the difference between option-implied and actual realized variation measures, or the so called variance risk premium(VRP). The variance risk premium is formally defined as the difference between the risk-neutral and statistical expectations of the future return variation. It may be interpreted as a measure of both aggregate risk aversion and aggregate economic uncertainty. Our investigations are essentially threefold. First, to prove that risk-neutral expectations of the future return variation could be substituted by the square of VIX. Second, to compute VRP time series and prepare data for next stage's empirical research. Last, using a large options data set based on first two steps, we synthesize variance swap rates and investigate the historical behavior of variance risk premium(VRP) on stock index.

"慧博资讯"专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

1. 引言

股票市场的收益是可以预测的吗？不管是业界还是学界，这个老话题仍然是所有研究中争议最大的问题之一。就国外文献目前已经达成共识而言，从长期视角来看，回报的可预测性似乎是不错的，也有证据表明可预测性在最近20年内已经有些减弱了。国外大量文献证明，“无模型”隐含波动率和已实现方差之间的差异，我们称之为方差风险溢价（Variance Risk Premium，VRP），可以很大程度地预测股票市场的收益，该指标与风险偏好也有很密切的联系，都是一种描述市场情绪的指标，我们下文会详细描述。

方差风险溢价，严格的定义是市场中性下的收益率方差与真实概率下的收益率方差的差额。常用VIX的平方表示中性测度下的收益率方差，理论证明见正文，VIX指数是指数合约的“风险中性”预期方差，由期权价格计算得到。Bollerslev、Tauchen和Zhou（2009）表明，对这种方差溢价的估计可以预测股票收益；Bekaert、Hoerova和Lo Duca（2013）表明，货币政策和方差溢价之间存在着强烈的相互作用，这表明货币政策可能会影响市场的风险偏好。对于风险偏好的计算，利用的也是中性概率密度与真实密度二者差异的方差，只是风险偏好是直接利用密度的差异，方差风险溢价利用的是概率密度表征到收益率上面的差异，所以VRP更具有代表性和预测性。下面等式是风险溢价的算式，具体证明请见我们之前报告。

$$Risk\ \ \Pr emium_t = \frac{1}{R_{t+1}^f}\operatorname{var}\left(\frac{f_{t+1}^*(s)}{f_{t+1}(s)}\right)$$

其实，关于两种测度下的收益表现研究有很多，Tarashev 等人（2003）首先对风险中性和主观概率密度函数进行比较。这种方法的缺点是，忽视了无风险利率的重要性。Hayes 等人（2003）表明，风险中性概率与投资者主观概率之比的变化可能反映出了投资者对流动性（无风险利率）的担忧。然而，这种方法又过于关注流动性因素，它并不总是影响风险偏好。Bollerslev 等人（2004）使用期权价格计算了隐含波动率，并使用高频历史数据计算主观波动率。Beak 等人（2005）利用布雷迪债券剥离收益率利差，研究市场评估的主权风险溢价的决定因素。Hermosillo（2008）使用结构向量自回归方法，分析了过去十年的金融承压期间，发达国家和发展中国家之间债券利差的动态关系。他挖掘了特质因素，并将全球市场风险因素作为基本驱动力。与此类似，Gai 和 Vause（2006）通过计算风险中性密度和主观密度之比的方差，提出了一种新的评价方法。他们针对无风险利率建立了风险偏好

请务必阅读正文之后的声明部分
“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

指标，以反映货币流动性。Kanh（2008）分析了全球风险偏好对土耳其风险溢价的影响。他发现，风险溢价波动只随着土耳其经济的风险偏好恶化而变动。实证结果也验证了这种不对称性。

我们对方差风险溢价的实证分析是相对创新的。学术上，一些研究主张使用所谓的无模型真实经验方差，该方差是通过日内高频收益率的平方之和来计算的，与基于每日或更粗频率收益观测值的传统样本方差相比，这类型的度量通常可以提供对实际收益变化的更准确的观察（Andersen et al. 2001a; Barndorff-Nielsen and Shephard 2002; Meddahi 2002)。另一方面，所谓的无模型隐含方差提供了对未来收益率方差的事前风险中性预期。与基于 Black-Scholes 定价公式或者其它算法下的期权隐含方差相比，“无模型”隐含方差是根据一组期权价格计算得出的，**无需使用特定的定价模型。**

我们下文实证的主要发现是，“无模型”隐含波动率和已实现方差之间的差异能够显著预测股市收益，这是本文最有价值的发现。此外，将方差风险溢价（VRP）与其他一些预测变量相结合，可以得到更高的预测能力和显著性，这位我们判断市场提供了一种角度和框架。本文的其余部分安排如下。第 2 节讨论方差风险溢价的定义，并给出中性测度下的方差就是 VIX 平方的证明。第 3 节报告了我们计算 VRP 的具体方法和细节。第 4 节使用了方差溢价与股票市场波动性预测股票收益。

2. 方差风险溢价

业界对方差风险早有认知，在美国市场，关于指数和个股的方差互换或者叫波动率互换交易量不小，2003年9月22号，CBOE重新定义了VIX的算法，把过去基于Black-Scholes模型的隐含波动率换成了基于方差互换合约的数值方法计算。2004年3月26日，CBOE发起了CFE用来交易VIX期货。这些期货合约提供了一种简便方法去交易未来一段时间的方差。

2.1. 方差风险溢价定义

风险溢价是代表着和未来价格水平不确定性有关的补偿，方差风险溢价是代表着和随时变化的价格水平方差

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

有关的风险补偿。让 Q 代表风险中性密度，则风险溢价可以被定义为：

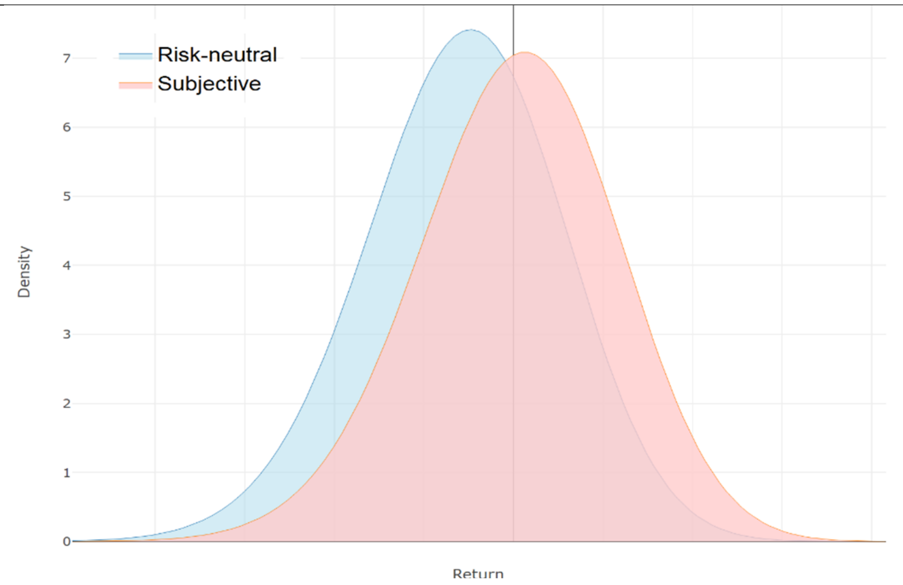
$$ERP_{t,t+\tau} \equiv \frac{1}{\tau}\left(\mathbb{E}_t^{\mathrm{P}}\left(\frac{F_{t+\tau}-F_t}{F_t}\right)-\mathbb{E}_t^{Q}\left(\frac{F_{t+\tau}-F_t}{F_t}\right)\right)$$

方差风险溢价的严格定义是：

$$VRP_{t,t+\tau}=E_t^Q\left[QV_{t,t+\tau}\right]-E_t^P\left[QV_{t,t+\tau}\right] \tag{1}$$

其中，$QV_{t,t+\tau}$ 是潜在价格过程的二次变分，期望上面的字母 Q 和 P 分别表示风险中性测度和真是概率测度。在美国市场，VRP 就表示买入方差互换的期望收益， Ait-Sahalia 等教授(2015)对方差互换有详细的描述（参考文献 1）。为了和风险溢价表述一致，也有人把上面等式的倒数作为 VRP，我们还是沿用 Bollerslev, Tauchen, and Zhou (2009)的表述，用中性测度减去真实概率下的方差作为方差风险溢价。

图 1：风险中性密度与真实密度



资料来源：中泰证券研究所

为了计算$VRP_{t,t+\tau}$，我们需要计算相应标的中性测度下的条件方差、真是概率下的条件方差。在方差风险溢

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

价的文献中，$E_t^Q\left[QV_{t,t+\tau}\right]$ 的估计主要利用非参数下的估计量，比如用方差互换的信息或者隐含波动率的方差，即VIX^2，我们下文会严格证明，中性测度下的条件方差是可以利用VIX^2来表示的。真实概率下的条件方差$E_t^P\left[QV_{t,t+\tau}\right]$ 则利用高频的指数收益率的方差计算得到。具体算法会在第三节具体描述。

2.2. 用 VIX 平方表示中性概率下方差的证明

方差风险溢价的第一项是收益率在中性测度下的二次变分，我们这一节，主要是证明，这一项等于 VIX 的平方，因为 VIX 是可计算的、现成的，只要证明了二者的等价，就为我们下文的实证提供了极大的方便。

引理 1： Carra 和 Madan (1998) 和 Demeterfi 等 (1999)的方法展示了如何使用 Breeden 和 Litzenberger(1978)的方法来找到来找出基于欧式看涨期权和看跌期权的价格决定的该合同的价 $P_{\log}$：

$$P_{\log} \equiv e^{-rT}\mathbb{E}^* \log R_T = rTe^{-rT} - \int_0^{F_{0,T}} \frac{1}{K^2}\text{put}_{0,T}(K)dK - \int_{F_{0,T}}^{\infty} \frac{1}{K^2}\text{call}_{0,T}(K)dK \tag{2}$$

引理 2:

$$\text{VIX}^2 \equiv \frac{2e^{rT}}{T}\left\{\int_0^{F_{0,T}} \frac{1}{K^2}\text{put}_{0,T}(K)dK + \int_{F_{0,T}}^{\infty} \frac{1}{K^2}\text{call}_{0,T}(K)dK\right\} \tag{3}$$

证明:

我们从一个信息流概率空间开始$\left(\Omega,\left(\mathbb{F}_t\right)_{0\le t\le T},P\right)$，满足一般假设， 例如信息是完全和右连续的。在这个空间内，我们给定一个 Wiener 过程$\left(z_t\right)_{0\le t\le T}$和一个满足几何布朗运动的股票价格过程:

$$\frac{dS_t}{S_t} = rdt + \sigma dz, \quad 0 \le t \le T \tag{4}$$

$r \ge 0$ 为无风险利率，$\sigma \ge 0$ 是股票价格的波动率。在风险中性概率度量下，我们知道时刻T时股票的远期

"慧博资讯"专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

价格满足：

$$E\left(S_T\right) = S_0 \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \frac{\sigma^2 T}{2}\right)$$

求解 σ^2 可得：

$$E\left(\sigma^2\right) = \frac{2}{T}\ln\frac{F}{S_0} - \frac{2}{T}E\left[\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right)\right] \tag{5a}$$

这里 F 是股票的远期价格，$F{=}E\left(S_T\right)$。

利用 Ito's Lemma，并结合等式(4)，对时间从 0 到 T 积分可得：

$$\frac{1}{2}\sigma^2 T = \int_0^T \frac{dS}{S} - \ln\frac{S_T}{S_0} \tag{5b}$$

将执行价格范围内的欧式看跌期权和看涨期权的损益进行积分，并按执行价格平方的倒数加权，即可得出以下公式：

$$\int_0^{S^*} \frac{1}{K^2}\max\left(K - S_T, 0\right)dK + \int_{S^*}^{\infty} \frac{1}{K^2}\max\left(S_T - K, 0\right)dK = \ln\frac{S^*}{S_T} + \frac{S_T}{S^*} - 1 \tag{6}$$

上面等式可以通过下面过程证明，我们先看第一项，第二项同理。

（1）如果 $S^* < S_T$，

$$\int_0^{S^*} \frac{1}{K^2}\max\left(K - S_T, 0\right)dK = 0$$

（2）如果 $S^* > S_T$，

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

$$\int_0^{S^*}\frac{1}{K^2}\max\left(K-S_T,0\right)dK=\int_0^{S^*}\frac{1}{K^2}\left(K-S_T\right)dK$$

$$=(\ln K+\frac{S_T}{K})\Big|_{S_T}^{S^*}$$

$$=\ln\frac{S^*}{S_T}+\frac{S_T}{S^*}-1$$

这里S^*是S 的某些取值。现在，我们假设分别有无数的执行价格为K的看涨期权和看跌期权。用$c\left(K\right)$和$p\left(K\right)$分别表示看涨期权和看跌期权的价格。在风险中性度量条件下对（6）等式取期望，可以发现从时间 0 到时间T平均方差的期望值为:

$$E\left(\sigma^2\right)=\frac{2}{T}\ln\frac{F}{S*}-\frac{2}{T}\left[\frac{F}{S*}-1\right]+\frac{2}{T}\left[\int_0^{S*}\frac{1}{K^2}e^{rT}p(K)dK+\int_{S*}^{\infty}\frac{1}{K^2}e^{rT}c(K)dK\right] \quad (7)$$

由于$S*\to F$，所以前面两项为 0。

所以:

$$\mathrm{VIX}^2\equiv\frac{2e^{rT}}{T}\left\{\int_0^{F_{0,T}}\frac{1}{K^2}\mathrm{put}_{0,T}(K)dK+\int_{F_{0,T}}^{\infty}\frac{1}{K^2}\mathrm{call}_{0,T}(K)dK\right\}$$

得证。

定理：中性测度下收益率二次变分与 VIX 平方等价，即： $E_t^Q\left[QV_{t,t+\tau}\right]=\frac{1}{T}\mathrm{var}^*R_T=\mathrm{VIX}^2$

证明： 定义算子：$\mathrm{L}^*(X)\equiv\log\mathbb{E}^*X-\mathbb{E}^*\log X$，我们首先证明:

$$VIX^2=\frac{2}{T}\mathrm{L}^*\left(R_T\right) \quad (8)$$

由（2）式得到:

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

$$\mathbb{E}^{*}\log R_{T}=rT\text{-}e^{rT}\{\int_{0}^{F_{0,T}}\frac{1}{K^{2}}\mathrm{put}_{0,T}(K)dK+\int_{F_{0,T}}^{\infty}\frac{1}{K^{2}}\mathrm{call}_{0,T}(K)dK\}$$

在中性概率下：

$$\log\mathbb{E}^{*}R_{T}=\log e^{rT}=rT$$

并且引理 2 告诉我们：

$$\mathrm{VIX}^{2}\equiv\frac{2e^{rT}}{T}\left\{\int_{0}^{F_{0,T}}\frac{1}{K^{2}}\mathrm{put}_{0,T}(K)dK+\int_{F_{0,T}}^{\infty}\frac{1}{K^{2}}\mathrm{call}_{0,T}(K)dK\right\}$$

所以：

$$\mathrm{VIX}^{2}=\frac{2}{T}\mathrm{L}^{*}\left(R_{T}\right)=\frac{2}{T}\{\log\mathbb{E}^{*}R_{T}-\mathbb{E}^{*}\log R_{T}\}$$

由于：

$$\log\mathbb{E}^{*}R_{T}=\mathbb{E}^{*}\log R_{T}+\frac{1}{2}\mathrm{var}^{*}\log R_{T}$$

所以：

$$\mathrm{VIX}^{2}=\frac{1}{T}\mathrm{var}^{*}\log R_{T}$$

近似地，设 $\mu=\mathbb{E}^{*}\log R_{T}$ 和 $\sigma^{2}=\mathrm{var}^{*}\log R_{T}$；

在短期内就有：

$$\mathrm{var}^{*}R_{T}=e^{2\mu}\left(e^{2\sigma^{2}}-e^{\sigma^{2}}\right)=e^{2\mu}\sigma^{2}+O\left(\sigma^{4}\right)\approx\sigma^{2}=\mathrm{var}^{*}\log R_{T}\text{。}$$

所以：

$$\mathrm{VIX}^{2}=\frac{1}{T}\mathrm{var}^{*}R_{T}$$

所以，方差风险溢价指标计算问题解决了，利用 VIX 平方减去真实波动率即可，具体计算细节我们在下一节描述。

"慧博资讯"专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

3. 方差风险溢价计算

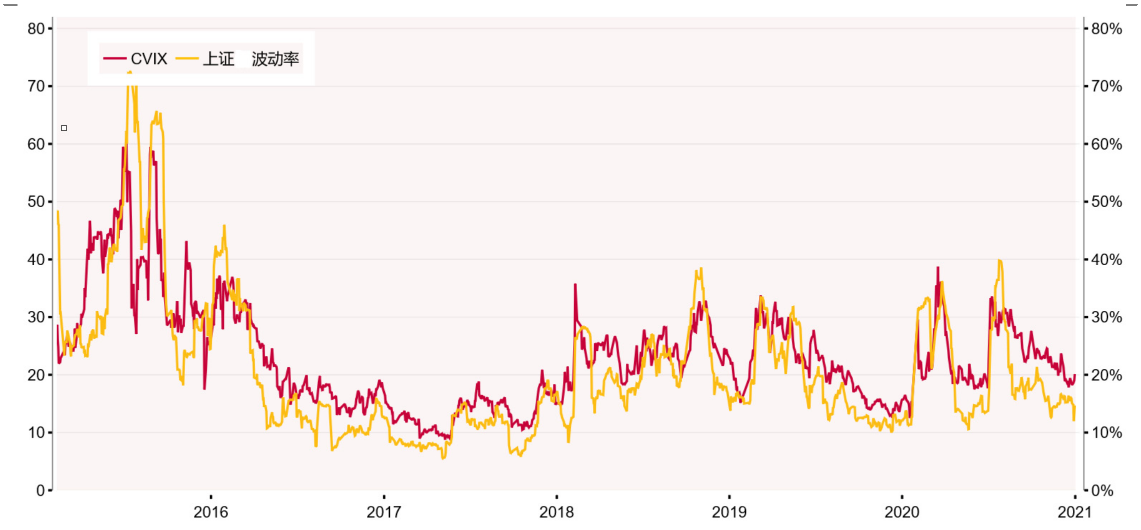
3.1. CVIX 计算

根据上文的证明，方差风险溢价为：

$$VRP_{t,t+\tau} = E_t^Q\left[QV_{t,t+\tau}\right] - E_t^P\left[QV_{t,t+\tau}\right] = CVIX_t^2 - E_t^P[RV_{t+1}^{(22)}] \quad (10)$$

其中 CVIX 是到期期限为 1 个月的上证 50ETF 期权合约的期权隐含波动率，具体算法请参考我们之前报告（代码请联系对口销售），而 $RV_{t+1}^{(22)}$ 是用每 5 分钟收益率测算的上证指数下个月（22 个交易日）的已实现方差。注意到 $RV_{t+1}^{(22)} - VIX_t^2$ 就是在方差互换合约中多头的回报。因此，从技术上讲，方差风险溢价是指 VRP 的负值。但由于这个数字大多为负数，我们更倾向于按照式（10）的方式来定义它。

图 2：CVIX 计算



资料来源：中泰证券研究所

从经济学角度来看，CVIX 平方是使用 "风险中性 "概率测度下的条件收益率方差，而第二项的条件方差则使用真实概率。 风险调整后的测度会将概率密度转移到边际效用较高的状态（也就是更坏的状态），这意味着

"慧博资讯"专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

在现实的经济环境中，**方差溢价会随着避险情绪的加剧会不断增大。**

图 3：方差风险溢价与上证指数

资料来源：中泰证券研究所

方差溢价的无条件期望很容易计算，简单来说就是求：$VIX_t^2 - RV_{t+1}^{(22)}$ 的均值。然而，等式(10)中描述的条件方差溢价，它依赖于真实条件下未来经验方差的期望值。常用的估计方法是由过去信息集中收益率变量的已实现方差推算出预测值，再从 CVIX 的平方中减去这个期望方差的估计值，得到 VRP。因此，式（10）中的问题被简化为一个关于我们常规方差预测的问题。

我们的数据始于 2015 年 2 月 9 日覆盖至 2020 年 12 月 31 日。之所以开始于 2015 年，是因为 CVIX 计算要用到上证 50ETF 期权，受限于期权上市时间，我们只能从 2015 年开始计算。

3.2. 真实概率下的方差估计

关于波动率预测的计量经济学文献很多。现在一般认为，基于高频方差的模型在 GARCH 类的标准模型中占主导地位（见 Chen 和 Ghysels，2012），因此我们研究该类别中最先进的模型。这些模型强调的是持续性（使用滞后的历史经验方差作为预测因子），也兼容了额外信息内容和正负收益率冲击的不对称性（典型的波动不对称，见 Engle 和 Ng，1993）。

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

我们对**经验历史方差的预测模型**可被表述如下:

$$y_t = \mu_t + \sigma_t z_t, z_t \sim i.i.dN(0,1)$$

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \log r_{t-i} + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \log \sigma_{t-i}^2$$

$$\log r_t = \xi + \delta \log \sigma_t^2 + \tau\left(z_t\right) + u_t, u_t \sim N(0,\lambda)$$

这一模型就是 Hansen,Huang 和 Shek2012 提出的经验 GARCH 模型(realGARCH),它为收益率和波动率的经验测度提供了一个很好的框架。与用已实现测度对 GARCH 过程进行简单的补充不同,realGARCH 模型通过一个联立方程将观察到的已实现测度与潜在波动率联系起来,该方程还包括对冲击的不对称反应,从而获得了一个非常灵活和丰富的信息维度。其中 y_t 代表动态收益率,σ_t^2 代表条件方差,即 $var(a_t \mid F_{t-1})$,a_t 为时刻 t 的新息或扰动,F_{t-1} 为过去所有的信息集。$\tau(\bullet)$ 函数代表经验方差对冲击的非对称反应,并拥有一个简单的二阶形式:$\tau\left(z_t\right) = \eta_1 z_t + \eta_2\left(z_t^2 - 1\right)$,显然,该函数的期望为 0。

我们想预测月度(22 个交易日)上证指数的经验方差,用 $E[RV_{t+1}^{(22)}]$ 表示,其中 $RV_{t+1}^{(22)}$ 定义为 22 天内每日的经验方差 RV 之和,$RV_{t+1}^{(22)} = \sum_{j=1}^{22} RV_{t+1-j+1}$。每日经验方差等于 5 分钟收益率的平方和加上收盘至开盘收益的平方,这里的收益率为对数收益率且以百分比形式表示,因为对数收益率具有更容易处理的统计性质。显然,为了计算 $RV_{t+1}^{(22)}$ 的期望值,**我们只需基于 realGARCH 模型求得 RV_{t+1} 的预测值,再与前 21 个交易日的 RV 加和,即为所求。**

通过上述方法,我们能够得到 $E[RV_{t+1}^{(22)}]$ 的每个交易日的时间序列,再结合 CVIX 的每日数据序列,进行式(1)中的运算 $VRP_t = CVIX_t^2 - E_t\left[RV_{t+1}^{(22)}\right]$,其中 $CVIX_t^2$ 为经过月度化处理后的 CVIX 平方指数(平方除以 12),即可求得 VRP 每日数据构成的时间序列,如图 3。

"慧博资讯"专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

4. VRP 对股市的预测

4.1. VRP 对与未来收益的实证分析

VIX 平方指数的两个组成成分均被认为是独立的股票市场收益率预测变量。从 French，Schwert 和 Stambaugh(1987)开始，**大量的文献关注于股票市场收益与其条件方差之间的关系**。在一个简单的静态 CAPM 模型中，股市条件方差的系数是一个加权的风险厌恶系数，但这种关系在动态模型中不一定完全成立。在关于风险-收益关系的文献中，估计值从正到负不等而且关系往往不显著。Lundblad(2007)认为，通常使用的样本期限太短导致无法发现他认为在 150 多年的样本中存在的一个稳定且统计学显著的正相关关系。然而，对股票收益的条件方差的计算方法可能也很重要。

很多文献表示方差风险溢价能够预测未来的股票收益率，这是合乎逻辑的，因为 VRP 蕴含了关于规避市场总体风险情绪的信息。我们首先只使用方差溢价作为股票收益率的预测变量进行回归。使用滚动窗口得到了上证指数收益率的不同区间长度下的收益率观测值，其中窗口大小固定为 10、20、30、50、80 个交易日。回归方程右侧的变量 X 是逐日计算的VRP_t，回归方程左侧的变量是领先不同期限的股票超额回报率（上证指数收益率超过三个月国债到期收益率，以年化形式表示）。

关于**方差溢价 VRP 的预测能力来源**，我们首先看方差风险溢价 VRP 的回归系数可以分解如下：

$$\beta_{VRP}=\beta_{VIX^2}\frac{\operatorname{var}\left[VIX^2\right]}{\operatorname{var}[VRP]}-\beta_{RV}\frac{\operatorname{var}[RV]}{\operatorname{var}[VRP]}$$

经验上看，VIX 平方的方差与历史经验波动率 RV 的方差大小近似，但比方差风险溢价的方差高 3 倍以上。因此，VIX 平方的系数绝对值本来就大于历史波动率的系数，VRP 的系数虽然是两个系数相减，**但绝对值放大了三倍**。

下表 1 为不同期限、不同领先时间段下，VRP 指标对未来指数超额收益或者叫风险溢价的回归。分析显示，股票收益中随时间变化的风险溢价部分是可以被方差风险溢价预测的，大多数时间段 VRP 系数的显著性都很强，

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

因为 VRP 是 VIX 平方减去历史波动率，VIX 的平方是 VRP 的重要组成部分，所以，下面也用到 VRP 和 VIX 的平方这两个变量来预测未来指数超额收益。

从下表 1 我们可以看出，VRP 指标在领先 5 个交易日时，对向前累积 10 个交易日的收益率没有解释作用，系数不显著，但是领先时间更长的情况，比如 20 个交易日，系数都是显著的，这表明 VRP 指标适合判断一个月后的市场走势，这个与期权数据的期限是吻合的，也和国外文献的相关研究是吻合的。对未来长期预测的大多数参数下，系数的显著性都很高，这表明 VRP 指标，确实是一个可以预测未来走势的领先指标。从系数大小来看，近期的系数为正，表示 VRP 的升高，会带来风险溢价的上升，远期的系数为负数，表示避险情绪上升带来的长期影响是导致未来收益的下降。关于 VRP 期限结构的研究，我们后面会继续深入。

表 1：不同参数下 VRP 对未来指数收益的预测

领先天数	累积天数	Model 1		Model 2		
		VRP	R^2	VRP	CVIX^2	R^2
5	10	-0.002 (-0.071)	0.000	-0.016 (-0.571)	-0.129*** (-4.607)	0.016
	20	0.086*** (3.185)	0.007	0.072*** (2.667)	-0.134*** (-4.963)	0.025
	30	0.117*** (4.333)	0.014	0.097*** (3.593)	-0.184*** (-6.815)	0.047
	50	-0.039 (-1.393)	0.002	-0.074*** (-2.846)	-0.337*** (-12.962)	0.114
	80	-0.083*** (-3.074)	0.007	-0.121*** (-4.654)	-0.359*** (-13.808)	0.134
10	10	0.041 (1.464)	0.002	0.027 (1.000)	-0.127*** (-4.704)	0.018
	20	0.145*** (5.370)	0.021	0.133*** (4.926)	-0.113*** (-4.185)	0.034
	30	0.086*** (3.185)	0.007	0.062** (2.296)	-0.231*** (-8.556)	0.060
	50	-0.075*** (-2.778)	0.006	-0.111*** (-4.269)	-0.340*** (-13.077)	0.120
	80	-0.077*** (-2.852)	0.006	-0.116*** (-4.462)	-0.371*** (-14.269)	0.142
20	10	0.163*** (6.037)	0.027	0.160*** (5.926)	-0.031 (-1.148)	0.028
	20	0.078*** (2.889)	0.006	0.057** (2.111)	-0.197*** (-7.296)	0.044

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

	30	-0.026 (-0.929)	0.001	-0.055** (-2.037)	-0.280*** (-10.370)	0.078
	50	-0.140*** (-5.185)	0.020	-0.171*** (-6.577)	-0.287*** (-11.038)	0.101
	80	-0.100*** (-3.704)	0.010	-0.137*** (-5.269)	-0.354*** (-13.615)	0.134
30	**10**	-0.056** (-2.000)	0.003	-0.081*** (-3.000)	-0.243*** (-9.000)	0.062
	20	-0.152*** (-5.630)	0.023	-0.186*** (-7.154)	-0.324*** (-12.462)	0.127
	30	-0.225*** (-8.333)	0.050	-0.261*** (-10.440)	-0.351*** (-14.040)	0.172
	50	-0.211*** (-7.815)	0.044	-0.241*** (-9.269)	-0.287*** (-11.038)	0.126
	80	-0.140*** (-5.185)	0.020	-0.177*** (-6.808)	-0.347*** (-13.346)	0.139
50	**10**	-0.165*** (-6.111)	0.027	-0.180*** (-6.667)	-0.139*** (-5.148)	0.046
	20	-0.189*** (-7.000)	0.036	-0.199*** (-7.370)	-0.099*** (-3.667)	0.045
	30	-0.138*** (-5.111)	0.019	-0.147*** (-5.444)	-0.090*** (-3.333)	0.027
	50	-0.092*** (-3.407)	0.009	-0.110*** (-4.074)	-0.166*** (-6.148)	0.036
	80	0.125*** (4.630)	0.016	0.108*** (4.000)	-0.169*** (-6.259)	0.044

资料来源：中泰证券研究所 　　 *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

4.2. VRP 对与股市预测

从上表可以看出，VRP 指标对领先 20 个交易日、并向前累积十个交易日的收益率预测能力最强，系数最大，显著性也很高，所以，我们在此仅用这个参数举例，来显示方差风险溢价的择时作用。下图 4，我们直观的展示，VRP 指标在三十个交易日内与指数的正相关作用。

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

图 4：VRP 与指数走势的短期相关性

资料来源：中泰证券研究所

上图 4 是一种直观展示，我们下面严格按照 VRP 指标在未来 20 个交易日与指数的正相关走势的规律，建立一种简单的回测规则：当 VRP 大于过去二十个交易日的均值加上一倍标准差，我们就做多 T+20 到 T+30 的指数，否则空仓。得到下图。从下图看，该指标的择时能力良好，**当然，实际投资过程中，不可能只利用 VRP 一个预测变量，我们在此只是简单展示 VRP 的预测性能。**

图 5：利用一组参数对指数进行择时

资料来源：中泰证券研究所

风险提示：不建议使用单一指标，需配合其它指标。

"慧博资讯"专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

附录

1、参考文献

[1] Ait-Sahalia, Y., M. Karaman, and L. Mancini (2015). The Term Structure of Variance Swaps, Risk Premia and the Expectation Hypothesis. Working paper.

[2] Carr, P., & Madan, D. (2001). Towards a Theory of Volatility Trading. In E. Jouini, J. Cvitanic, & M. Musiela (Eds.), Handbooks in Mathematical Finance: Option Pricing, Interest Rates and Risk Management (pp. 458-476). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511569708.013

[3] Andersen, T. G., T. Bollerslev and F. X. Diebold (2007). Roughing It Up: Including Jump Components in the Measurement, Modeling, and Forecasting of Return Volatility. Review of Economics and Statistics 89(4), 701-720.

[4] Ang, A. and G. Bekaert (2007). Stock Return Predictability: Is it There?. Review of Financial Studies, 20(3), 651-707.

[5] Bollerslev, T., G. Tauchen and H. Zhou (2009). Expected Stock Returns and Variance Risk Premia. Review of Financial Studies 22(11), 4463-4492.

[6] Chernov, M (2007). On the Role of Risk Premia in Volatility Forecasting.Journal of Business & Economic Statistics 25(4), 411-426.

[7] Christensen, B.J. and N.R. Prabhala (1998). The Relation between Implied and Realized Volatility.Journal of Financial Economics 50(2), 125-150.

[8] Corsi F., D. Pirino and R. Renò (2010). Threshold Bipower Variation and the Impact of Jumps on Volatility Forecasting. Journal of Econometrics 159(2), 276-288.

[9] French, K., W. Schwert and R. Stambaugh (1987). Expected Stock Returns and Volatility. Journal of Financial Economics 19, 3-29.

[10] Gwilym, O. A., Buckle, M., (1999). Volatility forecasting in the framework of the option expiry cycle. European Journal of Finance 5, 73 − 94.

[11] The CBOE Volatility Index-VIX, White paper, CBOE, 2019.

[12] Robert E Whaley. Understanding VIX. 2008.

[13] Kresimir Demeterfi, Emanuel Derman, Michael Kamal, and Joseph Zou, (1999). More Than You Ever Wanted To Know About Volatility Swaps, Quantitative Strategies Research Notes, March.

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

2、R代码

```
library(xlsx);library(readxl);library(WindR);w.start();library(writexl);library(rugarch);library(xts);library(lmtest);library(sandwich)
;library(lubridate);library(PerformanceAnalytics);library(plm);library(data.table)
library(stargazer);this_path=dirname(rstudioapi::getSourceEditorContext()$path);setwd(this_path)

sz_5 = read_excel(paste(this_path,'/sz_5min.xlsx',sep=""), sheet = 1)
ed = tail(sz_5$DATETIME,1)
t_d=w.tdays(as.Date(ed)+1,Sys.Date())$Data$DATETIME

if(length(t_d)>1){
  use_d = tail(t_d,2)[1]
  renew_5min=w.wsi("000001.SH","open,close,pct_chg",paste(ed,"09:00:00",sep=" "),
                   paste(use_d,"15:00:00",sep=" "),"BarSize=5")$Data
  renew_5min$DATETIME=as.character(substr(renew_5min$DATETIME,1,10))
  data_5min=rbind(data,renew_5min)
  write_xlsx(data_5min, "sz_5min.xlsx")
}
sz_5 = read_excel(paste(this_path,'/sz_5min.xlsx',sep=""), sheet = 1)
sz_5$DATETIME = ymd(sz_5$DATETIME)
data=sz_5
#------------realized volatility
rv.fun = function(p){return(sum(((100*log(1+p))^2)))}
temp = aggregate(pctchange~DATETIME, data,FUN = rv.fun)
rv = xts(temp$pctchange,as.Date(temp$DATETIME))

cum.ret.fun = function(p){return(log(prod(1+p)))}
temp = aggregate(pctchange~DATETIME, data,FUN=cum.ret.fun)
ret = xts(temp$pctchange,as.Date(temp$DATETIME))

# #realized GARCH(2,1)--
realgarch = ugarchspec(variance.model = list(model = "realGARCH", garchOrder = c(1,1)),mean.model = list(armaOrder =
c(0, 0), include.mean = FALSE))
realgarchfit = ugarchfit(spec = realgarch, data = ret * 100, solver = 'hybrid', realizedVol = rv)
specf = realgarch
setfixed(specf)<-as.list(coef(realgarchfit))

eco.begin = "2015-01-12";eco.end = "2020-12-31";test.begin = "2015-02-09";perd.test = paste(test.begin,"/",eco.end,sep="")
perd.eco = paste(eco.begin,"/",eco.end,sep="")
rv.test = rv[perd.test];rv.eco = rv[perd.eco];len = length(rv.test)
forc = ugarchforecast(specf, n.ahead = 1, n.roll = len-1, data = ret[perd.test] * 100,
                      out.sample = len-1, realizedVol = rv.test)
mean.rv = forc@forecast[["realizedFor"]]

i = 21
RV.esti = c()
```


“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

```
while (i <= length(rv.eco))
{
    RV.esti = c(RV.esti, sum(rv.eco[(i-20):i]) + mean.rv[i-20])
    i = i + 1
}
df = as.data.frame(RV.esti);rv.temp = as.data.frame(rv.test[1:len]);rownames(df) = as.Date(rownames(rv.temp))
RV = xts(df,as.Date(rownames(rv.temp)))

data=data.table(fread("CVIX.csv"));colnames(data)=c("tradeday","CVIX")
cvix=xts(na.locf(data$CVIX),as.Date(data$tradeday));names(cvix)="cvix"

GD3M.IR=w.edb('S0059741','2015-01-01',ymd(ed),'Fill=Previous')$Data     #   3m
rf=xts(GD3M.IR$CLOSE,as.Date(GD3M.IR$DATETIME))
names(rf) = "rf"

rollapply_ret=function(x,k_cum,k_lead){lag(lag(apply.rolling(ret, FUN=sum, width=k_cum),-(k_cum-1)),-(k_lead-1))}
roll_ret.30.30=rollapply_ret(ret,30,30)
names(roll_ret.30.30)="fret.30.30"

fr.ex.dterm=roll_ret.30.30; cum.term=c(10,20,30,50,80); lead.term = c(5,10,20,30,50);
dt=list()
d.name=list()
for(ct in cum.term){
    for(lt in lead.term){
        dt[[paste("fret",".",ct,".",lt,sep="")]] = rollapply_ret(ret,ct,lt)
        d.name[[paste("fret",".",ct,".",lt,sep="")]] = paste("fret",".",ct,".",lt,sep="")
    }
}
l.name=do.call(c,d.name);dt.fret=do.call(cbind,dt);names(dt.fret)=l.name
#---------data prepare----------------------------------------------------------
cvix.monthly = cvix^2/12;
names(cvix.monthly) = "cvix.monthly"
raw.dataxts = na.omit(cbind(cvix,cvix.monthly,RV,rf,dt.fret))
raw.dataframe = data.frame((raw.dataxts))
fret.dataxts = raw.dataxts[,-c(1:4)];

processdata=function(x){cum.t=as.numeric(substr(names(x),6,7));return(x*(250/cum.t)*100-log(1+raw.dataxts$rf/100)*100)}
fret.excess.dataxts=do.call(cbind,lapply(fret.dataxts,processdata))
names(fret.excess.dataxts)=paste("fret.excess.",substr(names(fret.dataxts),6,nchar(names(fret.dataxts))),sep="")
VRP = raw.dataxts$cvix.monthly-raw.dataxts$RV.esti
names(VRP) = "VRP"
reg.dataxts = cbind(raw.dataxts,VRP,fret.excess.dataxts)
VRP.reg=lapply(fret.excess.dataxts,function(x){lm(scale(x)~scale(reg.dataxts$VRP))})
stargazer(VRP.reg,column.labels=names(fret.excess.dataxts),
          table.placement="H",type="text",font.size="small",column.sep.width = "1pt",align=TRUE,flip=TRUE,
          out=paste(this_path,"/regvrp.html",sep=""))
```


"慧博资讯"专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn

投资评级说明：

	评级	说明
股票评级	买入	预期未来6~12个月内相对同期基准指数涨幅在15%以上
	增持	预期未来6~12个月内相对同期基准指数涨幅在5%~15%之间
	持有	预期未来6~12个月内相对同期基准指数涨幅在-10%~+5%之间
	减持	预期未来6~12个月内相对同期基准指数跌幅在10%以上
行业评级	增持	预期未来6~12个月内对同期基准指数涨幅在10%以上
	中性	预期未来6~12个月内对同期基准指数涨幅在-10%~+10%之间
	减持	预期未来6~12个月内对同期基准指数跌幅在10%以上
备注：评级标准为报告发布日后的6~12个月内公司股价（或行业指数）相对同期基准指数的相对市场表现。其中A股市场以沪深300指数为基准；新三板市场以三板成指（针对协议转让标的）或三板做市指数（针对做市转让标的）为基准；香港市场以摩根士丹利中国指数为基准，美股市场以标普500指数或纳斯达克综合指数为基准（另有说明的除外）。		

重要声明：

中泰证券股份有限公司（以下简称“本公司”）具有中国证券监督管理委员会许可的证券投资咨询业务资格。本报告仅供本公司的客户使用。本公司不会因接收人收到本报告而视其为客户。

本报告基于本公司及其研究人员认为可信的公开资料或实地调研资料，反映了作者的研究观点，力求独立、客观和公正，结论不受任何第三方的授意或影响。但本公司及其研究人员对这些信息的准确性和完整性不作任何保证，且本报告中的资料、意见、预测均反映报告初次公开发布时的判断，可能会随时调整。本公司对本报告所含信息可在不发出通知的情形下做出修改，投资者应当自行关注相应的更新或修改。本报告所载的资料、工具、意见、信息及推测只提供给客户作参考之用，不构成任何投资、法律、会计或税务的最终操作建议，本公司不就报告中的内容对最终操作建议做出任何担保。本报告中所指的投资及服务可能不适合个别客户，不构成客户私人咨询建议。

市场有风险，投资需谨慎。在任何情况下，本公司不对任何人因使用本报告中的任何内容所引致的任何损失负任何责任。

投资者应注意，在法律允许的情况下，本公司及其本公司的关联机构可能会持有报告中涉及的公司所发行的证券并进行交易，并可能为这些公司正在提供或争取提供投资银行、财务顾问和金融产品等各种金融服务。本公司及其本公司的关联机构或个人可能在本报告公开发布之前已经使用或了解其中的信息。

本报告版权归“中泰证券股份有限公司”所有。未经事先本公司书面授权，任何人不得对本报告进行任何形式的发布、复制。如引用、刊发，需注明出处为“中泰证券研究所”，且不得对本报告进行有悖原意的删节或修改。

“慧博资讯”专业的投资研究大数据分享平台
点击进入 http://www.hibor.com.cn