Sistemas Robóticos Autônomos

Técnicas de Controle Cinemático de Robôs Móveis

O Problema de Controle de Robôs Móveis

- Robôs Móveis são sistemas MIMO, Não lineares e, às vezes, subatuados.
- Alguns robôs móveis possuem restrições não holonômicas adicionais.
- Alguns robôs móveis são naturalmente instáveis

$\Rightarrow$ O problema de controle não é trivial.

Controladores Cinemáticos

- Baseados apenas no modelo cinemático:

$$\mathbf{q' = {}^{q}T_{V}.V = {}^{q}T_{V}.{}^{V}T_{W}.W}$$

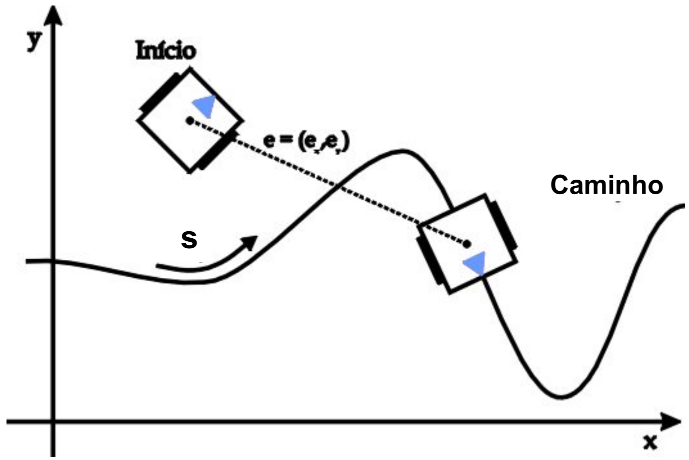
- Pressuposto: ω_D ω_E (ou v e ω) impostas

- Aplicáveis onde efeitos dinâmicos de corpo rígido podem ser desprezados.

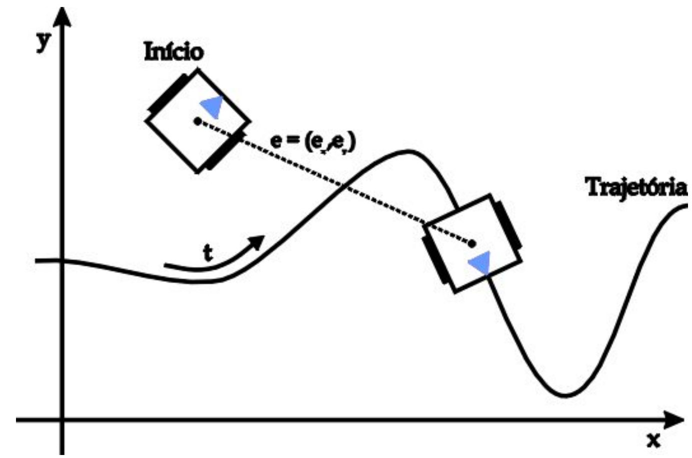
- Aplicáveis em baixas velocidades e acelerações.

Tipos de Controladores

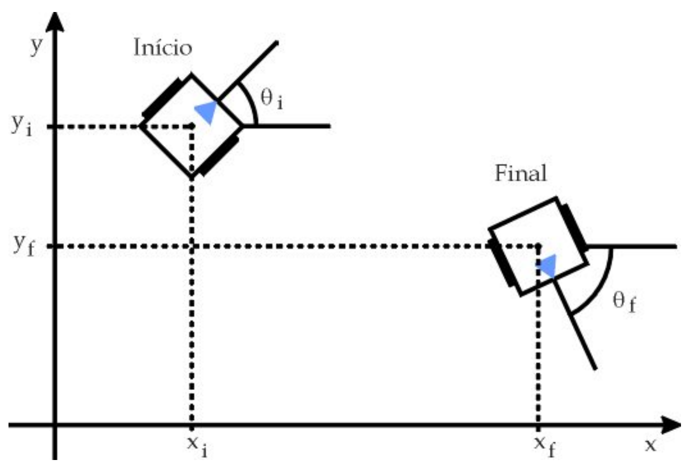
- De acordo com o objetivo de controle:
  - Seguidores de Caminho.
  - Seguidores de Trajetória.
  - Controladores Estabilizantes



Seguidor de Caminho.



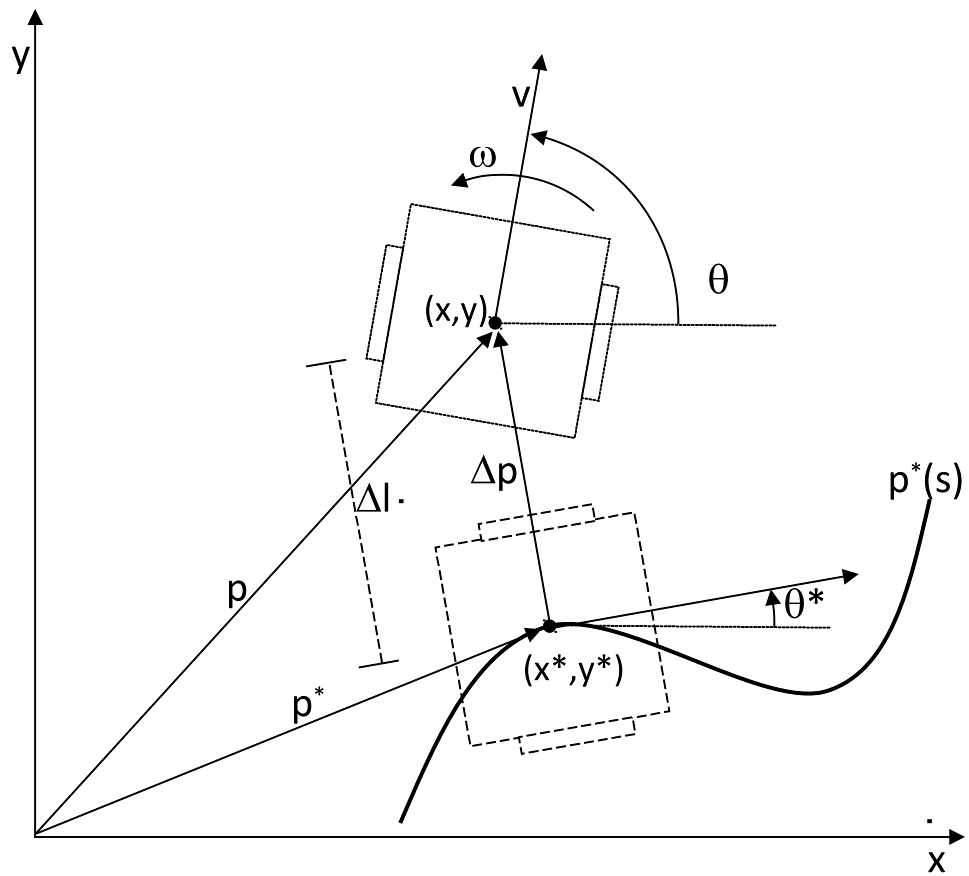
Seguidor de Trajetória.



Controlador Estabilizante.

Seguidor de Caminho [Samson]

- Descrição do robô em relação ao caminho:
  - baseada em um referencial Serret-Frenet
  - vetor tangente, vetor normal e vetor binormal
  - O referencial S-F é localizado no ponto da projeção ortonormal do robô sobre o caminho.
  - O referencial S-F move-se ao longo do caminho.



y
v
ω
θ
(x,y)
Δp
Δl
p*(s)
θ*
p
p*
(x*,y*)
x

- A posição p do robô deve convergir para o alvo virtual $p^*(s)$, que se move com o referencial S-F.

- O controlador deve minimizar os erros:

$$\Delta l = [(x-x^*)^2 + (y-y^*)^2]^{1/2}$$

$$\Delta\theta = \theta - \theta^*$$

- O caminho é caracterizado por uma curvatura κ(s), (inversa só raio de giro).

  θ^* satisfaz: $d(\theta^*)/dt = \kappa(s).d(s)/dt$

- O alvo virtual existe se:
  - κ(s) possui um limite superior ($p^*(s)$ não pode ter curvas abruptas).
  - O robô não pode se afastar muito do caminho (a parametrização Serret-Frenet é local).

- **Modelo cinemático em relação ao referencial S-F** é:

$$d(\Delta l)/dt = v.sen(\Delta\theta)$$

$$d(s)/dt = v.\cos(\Delta\theta)/(1-\kappa(s)\Delta l)$$

$$d(\Delta\theta)/dt = \omega - \kappa(s).v.\cos(\Delta\theta)/(1-\kappa(s)\Delta l) = u$$

- A lei de controle de Samson expressa os erros de seguimento de caminho como:

  $d(\Delta l)/dt = v.sen(\Delta\theta)$

  $d(\Delta\theta)/dt = u$

  onde $u = \omega - \kappa(s).v.\cos(\Delta\theta)/(1-\kappa(s)\Delta l)$ é uma nova entrada de controle para o erro angular

- Lei de controle cinemático de Samson para seguimento de caminho :

v = constante

$u = -(k_\theta.\Delta\theta + k_l.\Delta l.v.sen(\Delta\theta)/\Delta\theta)$ onde $k_\theta, k_l > 0$

$\omega = u + \kappa(s).v.\cos(\Delta\theta)/(1-\kappa(s)\Delta l)$

- Esta lei de controle minimiza a função de Lyapunov:

$\upsilon(\Delta l,\Delta\theta) = (k_l.\Delta l^2 + \Delta\theta^2)/2$

Controle de Trajetória

- Problema mais simples do que o problema de estabilização.
- A referência a ser seguida é apenas a posição $(x^*(t)\ ,\ y^*(t))$.
- A orientação desejada é definida implicitamente pela trajetória seguida.

Trajetória de Referência

- As referências de velocidade em espaço de configuração podem ser mapeadas para referências equivalentes de velocidade linear e angular:

$$v^* = \pm[(x^{*\prime})^2+(y^{*\prime})^2]^{1/2}$$

$$\omega^*=[x^{*\prime}.y^{*\prime\prime}-x^{*\prime\prime}.y^{*\prime}]/[(x^{*\prime})^2+(y^{*\prime})^2]$$

Controle de Trajetória por Linearização da Realimentação Dinâmica

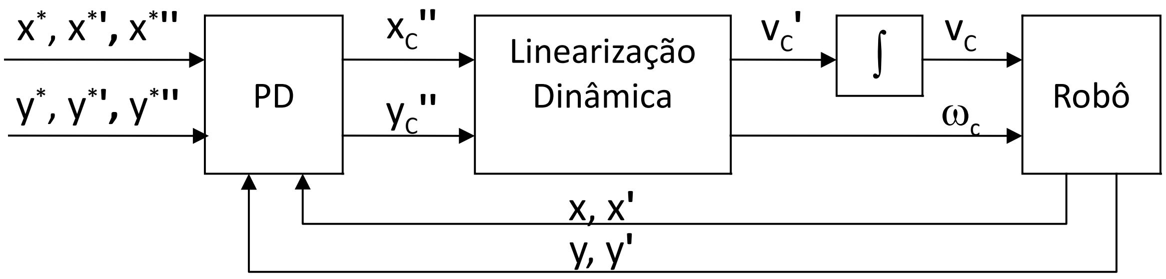
- DFL - *Dynamic Feedback Linearization* (Novel, et al 1995) envolve Realimentação PD e Compensação do Modelo Não Linear.
- Um estado adicional é acrescentado ao sistema, derivando o modelo cinemático $\mathbf{q' = {}^{q}T_{V}.V}$:

$$x' = v.\cos\theta \Rightarrow x'' = \cos\theta.v' - \mathrm{sen}\theta.v.\omega$$

$$y' = v.\mathrm{sen}\theta \Rightarrow y'' = \mathrm{sen}\theta.v' + \cos\theta.v.\omega$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -v.\mathrm{sen}\theta \\ \mathrm{sen}\theta & v.\cos\theta \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} v' \\ \omega \end{bmatrix}$$

Controlador



Requisitos:

- Requer trajetória desejada: $(x^*(t), y^*(t))$ e suas $1^{\underline{a}}$ e $2^{\underline{a}}$ derivadas.
- Requer medição da configuração $[x \;\; y \;\; \theta]^T$ e de x', y',
- Determina a ω e v'. necessárias para impor a trajetória desejada.
- Requer a determinação de v, a partir da integração de v'.

- Realimentação PD – Acelerações de Comando:

$$x_c'' = x^{*}'' + K_{dx}(x^{*}' - x') + K_{px}(x^{*} - x)$$

$$y_c'' = y^{*}'' + K_{dy}(y^{*}' - y') + K_{py}(y^{*} - y)$$

- onde $K_{px}, K_{py} > 0$ (ganhos P) e K_{dx}, $K_{dy} > 0$ (ganhos D).

- Compensação do Modelo Não Linear:

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} v_c' \\ \omega_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \mathrm{sen}\theta \\ -\mathrm{sen}\theta/v & \cos\theta/v \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_c'' \\ y_c'' \end{bmatrix}$$

- Integração - Velocidade linear de comando: $v_c = \int v_c' \, dt$

Resposta em Malha Fechada

A dinâmica do erro $[\Delta x \; \Delta y]^T = [(x^*-x) \quad (y^*-y)]^T$ é de 2ª ordem:

$$s^2.\Delta x(s) + K_{dx}.s.\Delta x(s) + K_{px}.\Delta x(s) = 0$$
$$s^2.\Delta y(s) + K_{dy}.s.\Delta y(s) + K_{py}.\Delta y(s) = 0$$

Observações:

- A trajetória desejada deve ser duplamente derivável.
- O estado inicial do integrador deve ser $v_c \neq 0$.
- A trajetória desejada deve ser persistente, de modo a evitar singularidades.
- Possível modificação para contornar divisão por zero quando $v \rightarrow 0$ é substituir v por $(v + \delta)$, onde $\delta > 0$ e $\delta \ll$ velocidade nominal.

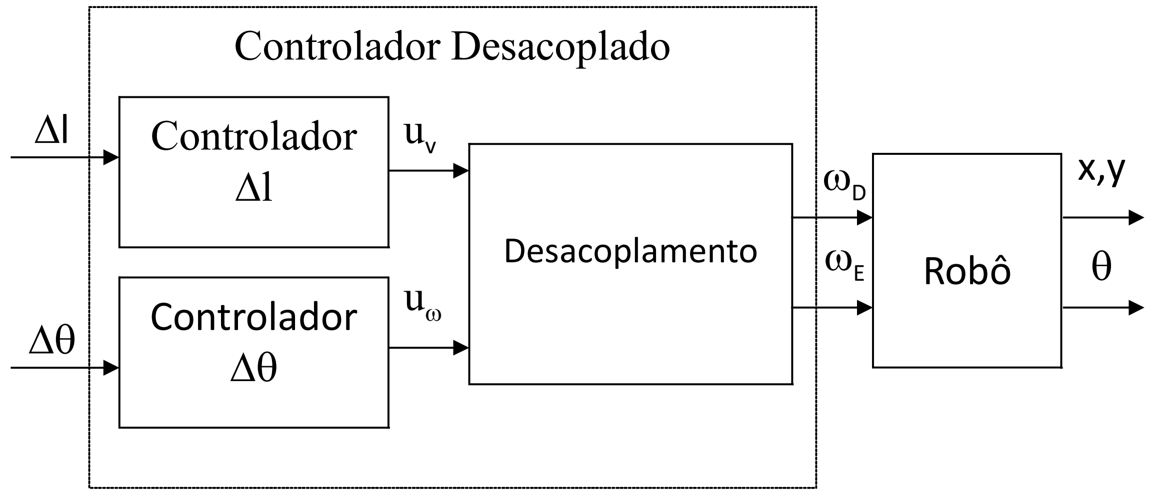
Controle Estabilizante por Referência Variável

- Controle de estabilizante, embora possa ser facilmente simplificado para seguir trajetória

- Não requer sensores de velocidade
  - Configuração final desejada: $\mathbf{q^*} = [x^* \;\; y^* \;\; \theta^*]^T$.
  - Requer apenas medição de $\mathbf{q} = [x \;\; y \;\; \theta]^T$.

- Baseia-se em desacoplamento e usa técnicas clássicas de controle linear monovariável

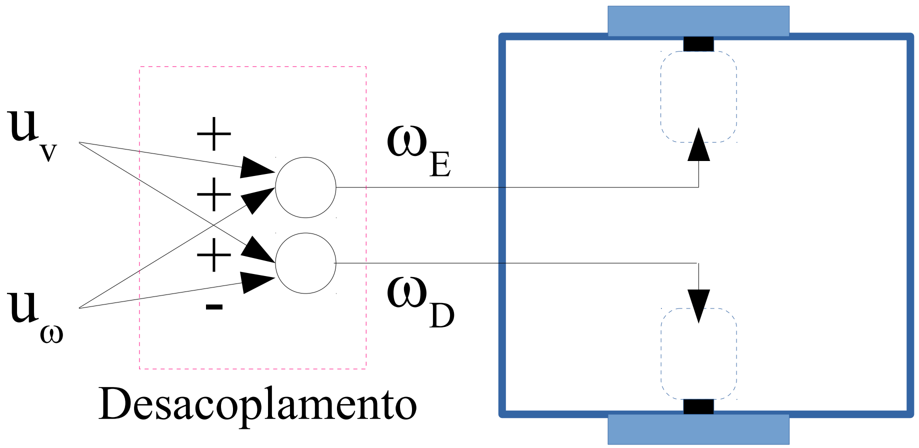
- Controladores Desacoplados para $l(t)$ e $\theta(t)$:



u_v = entrada virtual, que controla $\Delta l(t)$, (ou $v(t)$).

u_ω = entrada virtual, que controla $\Delta\theta(t)$, (ou $\omega(t)$).

Desacoplamento das Entradas



Princípio

- Desacoplamento de sinais de entrada
- Controle linear de erro angular e linear
- Cálculo do erro angular e linear para permitir controle de posição

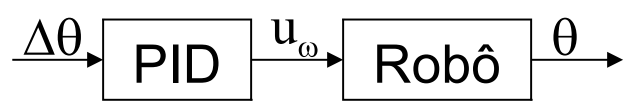
- Problema: como formular o erro $\Delta l(t)$, uma vez que o mesmo não é mensurável.

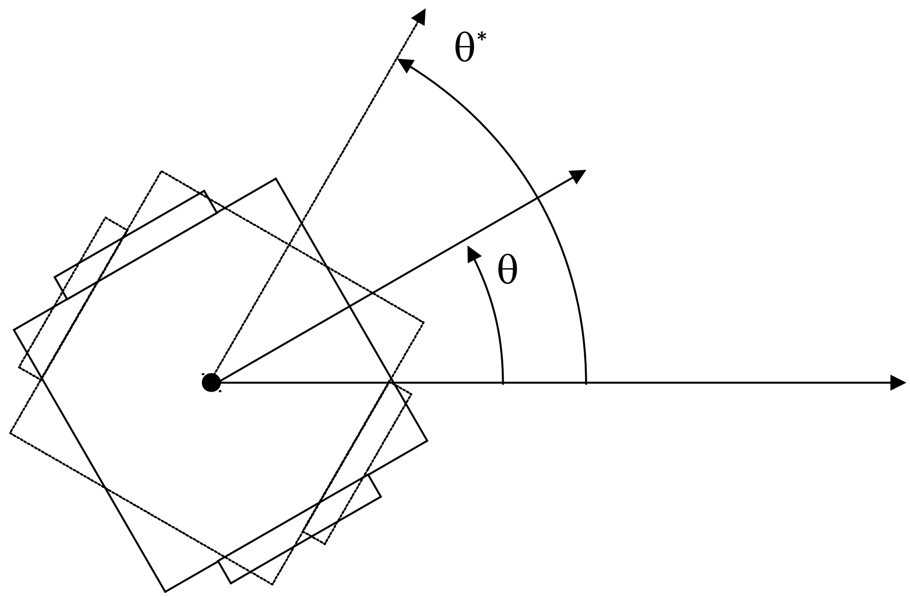
- Solução: utilizar referência variável, de modo a reduzir o problema às situações triviais.

a) Quando na posição desejada, girar (sem sair da posição atual) para atingir a orientação desejada.
b) Quando na orientação desejada, andar em frente para atingir a posição desejada na direção da orientação atual.

- Caso trivial a). Erro de orientação a ser realimentado para o controlador de orientação quando o robô já está na posição final desejada:

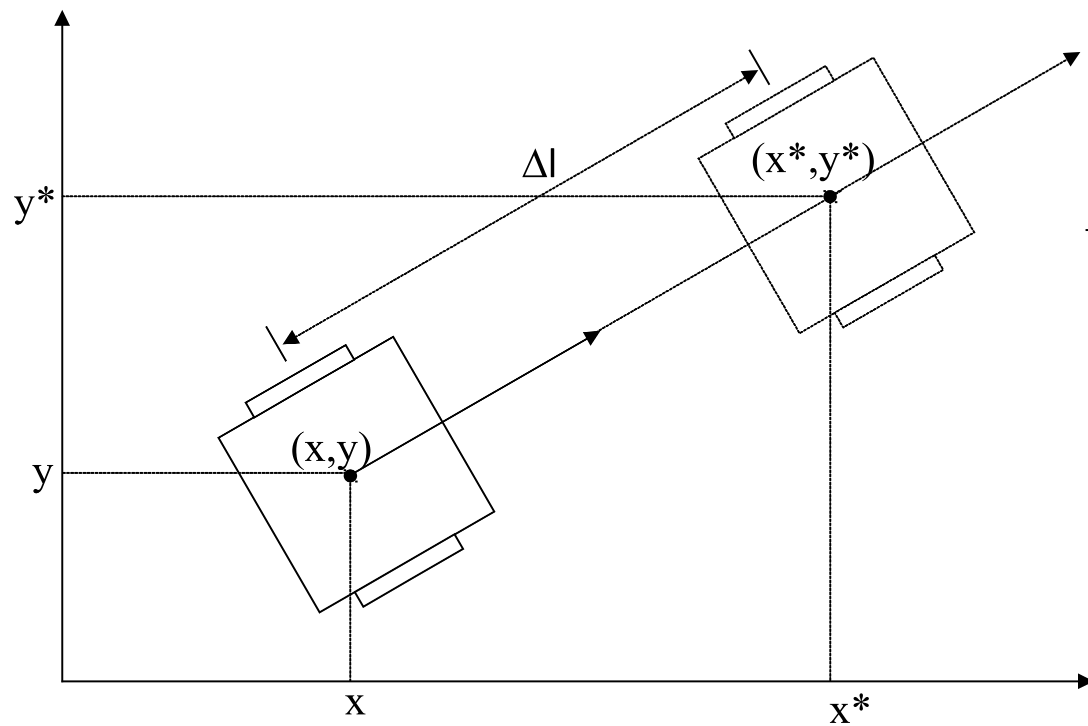
$\Delta\theta = \theta^{*} - \theta$

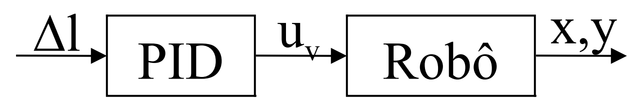




- Caso trivial b). Erro de posição a ser realimentado para o controlador de deslocamento quando o robô já está orientado em direção à posição final desejada:

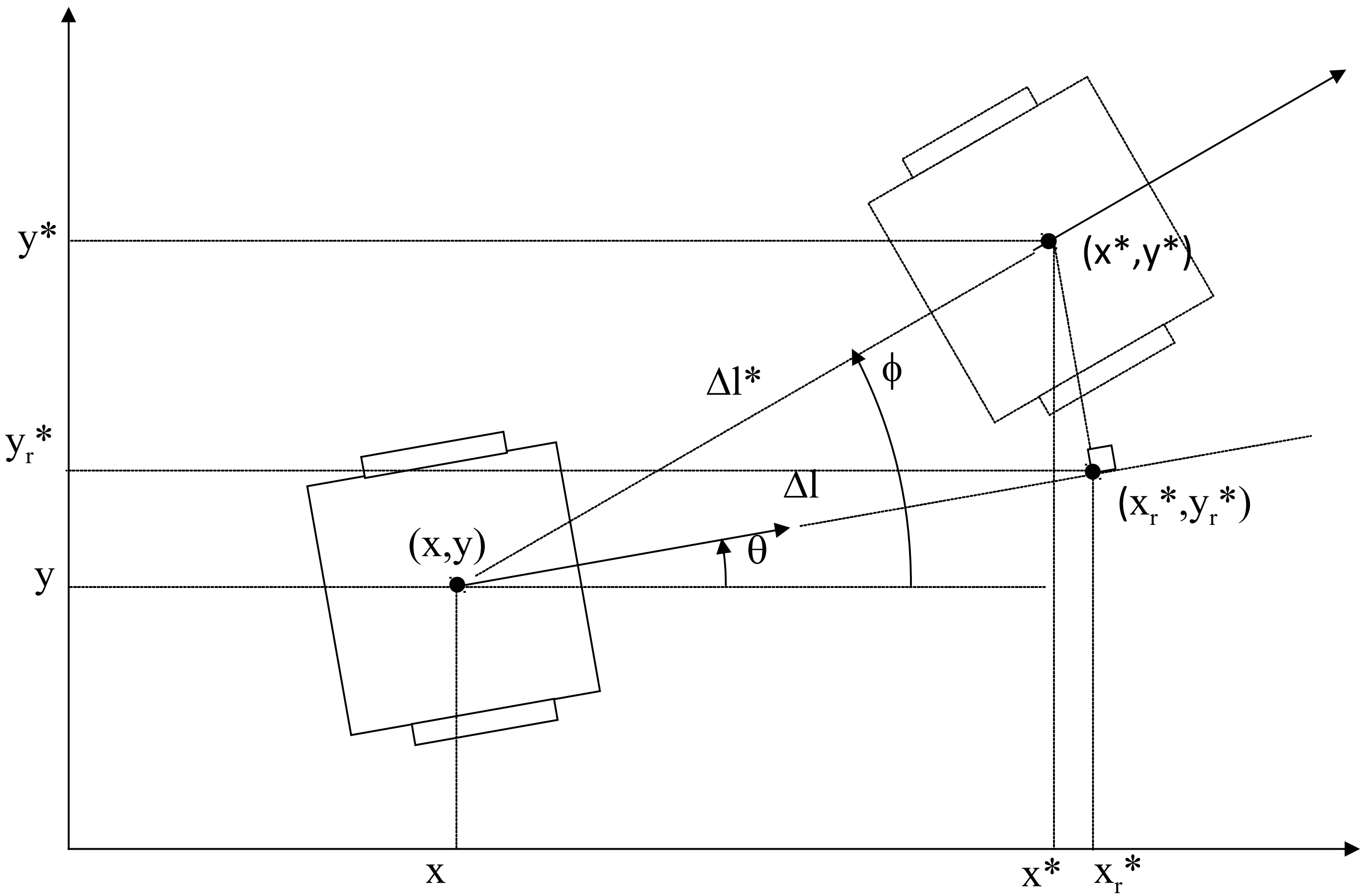
$\Delta l = [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]^{1/2}$ onde: $\Delta x = (x^* - x)$ $\Delta y = (y^* - y)$





Controle de Posição por Referência Variável

- Deseja-se atingir a posição final (x^*,y^*), não importando com que orientação se chegue à mesma (θ^* é escolhido variável, de modo a apontar sempre para o alvo).
- Define-se a referência variável de posição (x_r^*,y_r^*), localizada na projeção da posição final (x^*,y^*) sobre a reta sobre a qual o robô está orientado.



y*
y_r*
y
(x*,y*)
Δl*
ϕ
Δl
(x_r*,y_r*)
(x,y)
θ
x
x*
x_r*

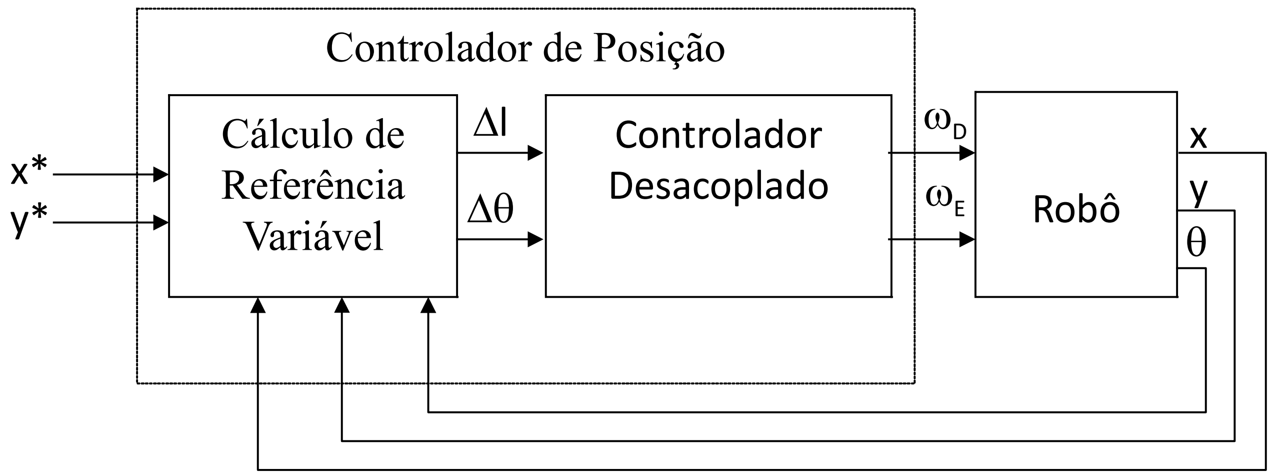
- Os erros de orientação $\Delta\theta$ e de deslocamento Δl a serem fornecidos a os controladores são obtidos a partir de:

$\Delta x = x^* - x$ $\Delta y = y^* - y$

$\theta^* = \phi = \tan^{-1}(\Delta y/\Delta x)$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\Delta\theta = \theta^* - \theta}$

$\Delta l^* = [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]^{1/2}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\Delta l = \Delta l^*.\cos(\Delta\theta)}$

Controle de Posição por Referência Variável



Observações:

- O erro de realimentação Δl fornecido ao controlador de deslocamento é calculado em relação à posição de referência variável (x_r^*, y_r^*) mais próxima da posição desejada (x^*, y^*) e localizada sobre a reta que o robô percorreria com a orientação atual θ. A posição (x_r^*, y_r^*) varia de acordo com a mudança de orientação do robô.

- Como (x_r^*, y_r^*) está na frente do robô, somente neste caso, pode-se saber exatamente qual é o erro Δl: distância euclidiana entre (x, y) e (x_r^*, y_r^*).

Observações:

- O controlador de deslocamento guia o robô ao ponto (x_r^*, y_r^*), que é o mais próximo ao alvo na direção da orientação atual do robô.

- O controlador é responsável por diminuir o erro $\Delta\theta$ de modo a apontar para ao alvo (x^*, y^*). θ^* é variável, sempre na direção do alvo.

- Se o controlador de orientação for mais rápido do que o controlador de deslocamento e garantir que $\Delta\theta \rightarrow 0$ e se o controlador de deslocamento garantir que $\Delta l \rightarrow 0$, então, $\cos(\Delta\theta) \rightarrow +1$ e, logo, devido a que $\Delta l^* = \Delta l/\cos(\Delta\theta)$, temos que $\Delta l^* \rightarrow 0$, ou seja, o robô atinge a posição final.