

## Universidade Federal do Rio Grande do Norte Centro de Tecnologia Dept<sup>o</sup> de Engenharia de Computação e Automação



## Robótica Experimental

Material didático

Adelardo A. D. de Medeiros

Natal, março de 2008.

## Sumário

Sumário				
Lista de Figuras				
1	Cali	bração de câmeras	1	
	1.1	Definições básicas	1	
	1.2	Modelagem	1	
		1.2.1 Modelo <i>pin-hole</i>	2	
		1.2.2 Parâmetros intrínsecos	2	
		1.2.3 Parâmetros extrínsecos	3	
	1.3	Transformação de coordenadas	4	
	1.4	Cálculo dos parâmetros		
	Exer	cícios	6	

# Lista de Figuras

1.1	Diferentes sistemas de coordenadas: vista lateral	2
1.2	Relação entre os sistemas $C$ e $I$	3
1.3	Campo do futebol de robôs: vistas superior e lateral	6

## Capítulo 1

## Calibração de câmeras

Para que se possa usar uma câmera como sensor de posição em robótica, é preciso que se possa extrair, a partir das coordenadas de um pixel na imagem, as coordenadas do ponto correspondente no sistema de coordenadas do mundo. Para isso, é preciso calcular previamente uma série de parâmetros da câmera, em um processo conhecido como calibração.

## 1.1 Definições básicas

**Parâmetros intrínsecos:** conjunto de parâmetros que descrevem as características ópticas da câmera. Estes parâmetros são invariantes, a não ser que sejam feitas modificações ópticas no dispositivo (aumentar zoom, etc.)

**Parâmetros extrínsecos:** parâmetros que descrevem o posicionamento da câmera em relação ao mundo. Devem ser recalculados sempre que a câmera ou o sistema de coordenadas do mundo se moverem.

## 1.2 Modelagem

Na dedução das fórmulas usadas na calibração, serão utilizadas as seguintes convenções de representação:

• **P**, **Q** e **B** são pontos. Os pontos representados por **P** e **Q** têm suas coordenadas (*x*,*y* e eventualmente *z*) expressas em unidades métricas, enquanto os pontos representados por **B** têm coordenadas (*u*,*v*) dadas em pixels. **P** representa pontos tridimensionais (3D), enquanto **Q** e **B** são bidimensionais (2D).

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad \qquad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \qquad \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

 $\bullet$   $\bar{\mathbf{P}}$ ,  $\bar{\mathbf{Q}}$  e  $\bar{\mathbf{B}}$  são pontos expressos em coordenadas homogêneas, ou seja, com um 1 adicional.

$$\mathbf{\bar{P}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \qquad \mathbf{\bar{Q}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \qquad \mathbf{\bar{B}} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$

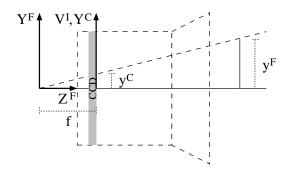


Figura 1.1: Diferentes sistemas de coordenadas: vista lateral

- As letras W, F, C e I representam diferentes sistemas de coordenadas (figura 1.1). Quando associadas a um ponto, indicam em qual sistema de coordenadas o ponto está representado. Por exemplo,  $P^W$  indica que o ponto P em questão está representado no sistema W.
  - W: sistema 3D de coordenadas do mundo (métrico). É neste sistema que as coordenadas dos pontos devem ser calculadas para que possam ser utilizadas pelo robô. Pode estar posicionado e orientado de qualquer forma em relação aos outros sistemas.
  - F: sistema 3D (métrico) cuja origem está localizada no ponto focal da câmera e cujo eixo Z coincide com o eixo óptico da lente. O plano X × Y deste sistema é paralelo ao CCD.
  - C: sistema 2D (métrico) que define um plano que coincide com o plano de formação da imagem (ou seja, o CCD). A origem está sobre o eixo óptico e os eixos X e Y estão alinhados com os eixos correspondentes no sistema F.
  - I: sistema 2D cujas coordenadas, dadas em pixels, correspondem à posição dos pontos na imagem. A origem coincide com a origem da imagem (geralmente no canto superior esquerdo) e os eixos U e V são paralelos aos eixos X e Y do sistema C.

### 1.2.1 Modelo pin-hole

Por semelhança de triângulos, a partir da figura 1.1 tem-se:

$$\frac{x^F}{z^F} = \frac{x^C}{f} \qquad \qquad \frac{y^F}{z^F} = \frac{y^C}{f} \tag{1.1}$$

onde f é a distância focal da lente, em unidades métricas. Expressando em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} x^F \\ y^F \\ z^F \end{bmatrix} = s \cdot \begin{bmatrix} 1/f & 0 & 0 \\ 0 & 1/f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x^C \\ y^C \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad s \cdot \bar{\mathbf{Q}}^C = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{P}^F \qquad (1.2)$$

O termo *s* é um fator de escala que expressa o fato que, a partir de um ponto 2D, existem infinitos pontos correspondentes em 3D.

### 1.2.2 Parâmetros intrínsecos

Na figura 1.2 se representa o posicionamento da origem do sistema *C* na imagem, ou seja, o pixel por onde passa o eixo óptico no sistema *I*. Os parâmetros envolvidos são os seguintes:

• K é o fator de conversão de unidade métrica para pixels.

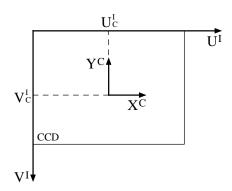


Figura 1.2: Relação entre os sistemas C e I

•  $(U_c^I, V_C^I)$  são as coordenadas da origem do sistema C expressas no sistema I (em pixels).

Expressando-se a conversão sob a forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} u^I \\ v^I \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & 0 & U_c^I \\ 0 & -K & V_c^I \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^C \\ y^C \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \bar{\mathbf{B}}^I = \begin{bmatrix} K & 0 & U_c^I \\ 0 & -K & V_c^I \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{\mathbf{Q}}^C \tag{1.3}$$

Substituindo-se a equação 1.3 na equação 1.2, tem-se:

$$s \cdot \bar{\mathbf{B}}^{I} = \begin{bmatrix} K & 0 & U_{c}^{I} \\ 0 & -K & V_{c}^{I} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{P}^{F} = \begin{bmatrix} F & 0 & U_{c}^{I} \\ 0 & -F & V_{c}^{I} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{P}^{F}$$
(1.4)

onde F = Kf é a distância focal expressa em pixels. A matriz  $\mathbf{M}^{\text{int}}$  que aparece na equação 1.4 é a matriz de parâmetros intrínsecos da câmera:

$$\mathbf{M}^{\text{int}} = \begin{bmatrix} F & 0 & U_c^I \\ 0 & -F & V_c^I \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (1.5)

### 1.2.3 Parâmetros extrínsecos

A relação entre as coordenadas de um ponto nos sistemas de coordenadas do mundo (W) e do ponto focal (F) é dada por uma *matriz de transformação* que envolve uma componente de rotação  $(\mathbf{R})$  e outra de translação  $(\mathbf{T})$ :

$$\bar{\mathbf{P}}^{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \vdots & \mathbf{T} \\ \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \vdots & 1 \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{P}}^{W} \quad \text{ou} \quad \mathbf{P}^{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \vdots & \mathbf{T} \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{P}}^{W}$$
(1.6)

Substituindo-se a equação 1.6 na equação 1.4, tem-se:

$$s \cdot \bar{\mathbf{B}}^{I} = \begin{bmatrix} F & 0 & U_{c}^{I} \\ 0 & -F & V_{c}^{I} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \vdots & \mathbf{T} \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{P}}^{W} = \mathbf{M}^{\text{int}} \cdot \mathbf{M}^{\text{ext}} \cdot \bar{\mathbf{P}}^{W}$$
(1.7)

onde as matrizes  $\mathbf{M}^{\text{int}}$  e  $\mathbf{M}^{\text{ext}}$ , de dimensões  $(3 \times 3)$  e  $(3 \times 4)$ , contêm os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmera, respectivamente.

#### 1.3 Transformação de coordenadas

Conhecendo-se a posição de um ponto no mundo,  $\bar{\mathbf{p}}^W$ , e as matrizes  $\mathbf{M}^{int}$  e  $\mathbf{M}^{ext}$ , pode-se calcular facilmente a sua posição na imagem,  $\bar{\bf B}^I$ , usando o modelo da equação 1.7:

- 1. Calcula-se  $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix}^T = \mathbf{M}^{\text{int}} \cdot \mathbf{M}^{\text{ext}} \cdot \mathbf{\bar{P}}^W$ 2. Conclui-se que  $s = d_3$ , já que o terceiro elemento de  $\mathbf{\bar{B}}^I$  é 1.
- 3. Determina-se  $\bar{\mathbf{B}}^I = (1/s) \cdot \mathbf{D}$

Para fazer a transformação inversa, ou seja, obter a posição no mundo a partir da posição na imagem, a equação 1.7 deve ser reescrita<sup>1</sup>:

$$s \cdot \bar{\mathbf{B}}^I = \mathbf{M}^{\text{int}} (\mathbf{R} \cdot \mathbf{P}^W + \mathbf{T}) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P}^W = \mathbf{R}^T \left[ s \left( \mathbf{M}^{\text{int}} \right)^{-1} \bar{\mathbf{B}}^I - \mathbf{T} \right]$$
 (1.8)

Neste caso, não há como se calcular o valor de s, já que, a partir de um ponto 2D na imagem, existem infinitos pontos no mundo que podem corresponder àquela projeção. A profundidade deve ser obtida através de outras informações que complementam a informação da imagem (tamanho de objetos, distância conhecida entre pontos, etc.). É importante lembrar que o parâmetros s tem um valor diferente para cada ponto.

#### 1.4 Cálculo dos parâmetros

Vamos nos concentrar em um caso particular onde o mundo que interessa ao robô é planar, ou seja, todos os pontos de interesse estão em um mesmo plano. O sistema de coordenadas do mundo W é fixado neste plano de tal forma que, para todos os pontos:

$$\mathbf{\bar{P}}^{W} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Denominando-se  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  e  $\mathbf{r}_3$  as três colunas da matriz  $\mathbf{R}$ , a equação 1.7 pode ser reescrita:

$$s \cdot \bar{\mathbf{B}}^{I} = \mathbf{M}^{\text{int}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{1} & \mathbf{r}_{2} & \mathbf{r}_{3} & \mathbf{T} \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{P}}^{W}$$

$$= \mathbf{M}^{\text{int}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{1} & \mathbf{r}_{2} & \mathbf{T} \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{Q}}^{W} \Rightarrow$$

$$s \cdot \bar{\mathbf{B}}^{I} = \mathbf{H} \cdot \bar{\mathbf{Q}}^{W} \quad \text{onde} \quad \mathbf{H} = \mathbf{M}^{\text{int}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{1} & \mathbf{r}_{2} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$$
(1.9)

Portanto, a relação entre a posição de um ponto em um mundo planar e a posição de sua representação na imagem é dada por uma homografia  $\mathbf{H}$ , uma matriz  $(3 \times 3)$  constante que engloba os parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmera. Para calibrar a câmera neste tipo de situação, basta calcular a homografia H.

Denominando-se  $\mathbf{h}_1$ ,  $\mathbf{h}_2$  e  $\mathbf{h}_3$  as três linhas da matriz  $\mathbf{H}$ , a equação 1.9 pode ser reescrita:

$$s \cdot \bar{\mathbf{B}}^{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1} \\ \mathbf{h}_{2} \\ \mathbf{h}_{3} \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{Q}}^{W} \quad \Rightarrow \quad s = \mathbf{h}_{3} \cdot \bar{\mathbf{Q}}^{W} \quad \Rightarrow \quad (\mathbf{h}_{3} \cdot \bar{\mathbf{Q}}^{W}) \bar{\mathbf{B}}^{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1} \\ \mathbf{h}_{2} \\ \mathbf{h}_{3} \end{bmatrix} \cdot \bar{\mathbf{Q}}^{W}$$
(1.10)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Como a matriz **R** é ortogonal,  $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^{T}$ .

A matriz **H** multiplicada por um fator de escala também será uma solução da equação 1.10. Para que a homografia tenha um valor determinado, fixaremos  $h_{33} = 1$ .

Tomando-se as equações que representam as duas primeiras linhas da equação vetorial 1.10, já que a terceira linha é sempre verdade por construção, chega-se a:

$$\begin{cases} u^{I}x^{W} \cdot h_{31} + u^{I}y^{W} \cdot h_{32} + u^{I} = x^{W} \cdot h_{11} + y^{W} \cdot h_{12} + h_{13} \\ v^{I}x^{W} \cdot h_{31} + v^{I}y^{W} \cdot h_{32} + v^{I} = x^{W} \cdot h_{21} + y^{W} \cdot h_{22} + h_{23} \end{cases}$$
(1.11)

As duas equações do sistema 1.11 foram obtidas a partir de um único ponto na imagem. Havendo n pontos, o conjunto de 2n equações pode ser representado matricialmente por:

$$\begin{bmatrix} x_1^W & y_1^W & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_1^I x_1^W & -u_1^I y_1^W \\ 0 & 0 & 0 & x_1^W & y_1^W & 1 & -v_1^I x_1^W & -v_1^I y_1^W \\ x_2^W & y_2^W & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_2^I x_2^W & -u_2^I y_2^W \\ 0 & 0 & 0 & x_2^W & y_2^W & 1 & -v_2^I x_2^W & -v_2^I y_2^W \\ \vdots & \vdots \\ x_n^W & y_n^W & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_n^I x_n^W & -u_n^I y_n^W \\ 0 & 0 & 0 & x_n^W & y_n^W & 1 & -v_n^I x_n^W & -v_n^I y_n^W \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^I \\ v_1^I \\ u_2^I \\ v_2^I \\ \vdots \\ u_n^I \\ v_n^I \end{bmatrix}$$
 ou  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$  (1.12)

O sistema 1.12 tem 2n equações e 8 incógnitas. Se há 3 ou menos pontos na imagem para os quais se conhece a posição no mundo, é impossível calcular a homografia. Com exatamente 4 pontos, o vetor  $\mathbf{x}$  com os elementos da matriz  $\mathbf{H}$  é determinado por:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \tag{1.13}$$

Com n > 4, o sistema deve ser resolvido de forma a minimizar o erro quadrático médio, através da pseudo-inversa:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \tag{1.14}$$

Como existem ruídos no sistema, de maneira geral a qualidade do resultado obtido será tanto melhor quanto maior for o número de pontos utilizados.

EXERCÍCIOS 6

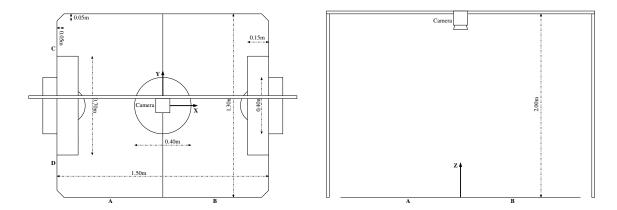


Figura 1.3: Campo do futebol de robôs: vistas superior e lateral

## Exercícios

- A. (1pt) Considere um sistema de futebol de robôs conforme a figura 1.3. O sistema de coordenadas do mundo W e a câmera sobre o centro do campo. A câmera é posicionada a 2m de altura e está orientada de tal forma que seu eixo óptico coincide com o eixo Z do sistema de coordenadas do mundo. Calcule a matriz de parâmetros extrínsicos  $\mathbf{M}^{\text{ext}}$  que relaciona os sistemas W e F.
- B. (1pt) Repita o problema A supondo que a câmera foi movida 15cm para a direita (para o lado B do campo) e 22cm para trás (na direção da metade C do campo).
- C. (1pt) A câmera do futebol de robô está presa a uma barra superior, que por sua vez está apoiada em duas pernas, a perna direita (do lado B do campo) e a perna esquerda (lado A). Repita o problema A supondo que a perna direita foi afastada 10cm (na direção da metade C do campo) e a perna esquerda foi aproximada 10cm (na direção da metade D do campo). O centro óptico da câmera continua posicionado ao longo do eixo Z<sup>W</sup>.
- D. (1pt) Repita o problema A supondo que a perna direita teve seu tamanho aumentado de 10cm e a perna esquerda foi reduzida de 10cm. O centro óptico da câmera continua ao longo do eixo  $Z^W$ .
- E. (2pt) Considere as duas imagens (grade1 e grade2) disponíveis em:

```
http://www.dca.ufrn.br/~adelardo/index.php?corpo=academica.php
```

Estas imagens representam um padrão.colocado no chão de um ambiente onde o robô deve se mover. A origem do sistema de coordenadas do mundo está na origem da grade. O intervalo entre cada linha da grade é de 5cm. Calcule a homografia entre o plano do chão e o plano da imagem.

F. (4pt) Considere as duas imagens (futrobot1 e futrobot2) disponíveis em:

```
http://www.dca.ufrn.br/~adelardo/index.php?corpo=academica.php
```

Utilizando as dimensões do campo indicadas na figura 1.3, para cada imagem:

- 1. Calcule a homografia entre o campo e a imagem;
- 2. A partir dos pontos notáveis que delimitam o campo na imagem, utilize a homografia para calcular a posição deles no campo. Plote estes pontos em um gráfico e verifique a compatibilidade entre o gráfico obtido e as dimensões corretas do campo.