Sistemas Robóticos Autônomos

Espaço de Configuração

Parte 2

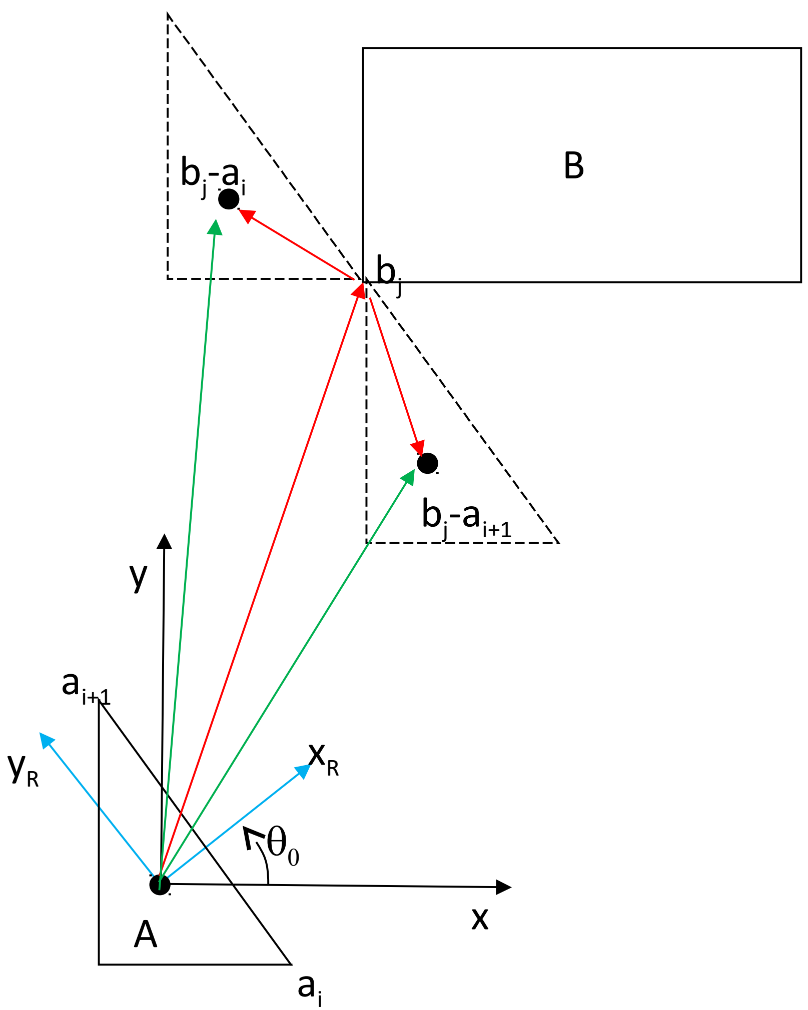
Representação de CB – Caso Translacional

Para uma orientação fixa θ_0, com $q_0 = (0,0,\theta_0)$:

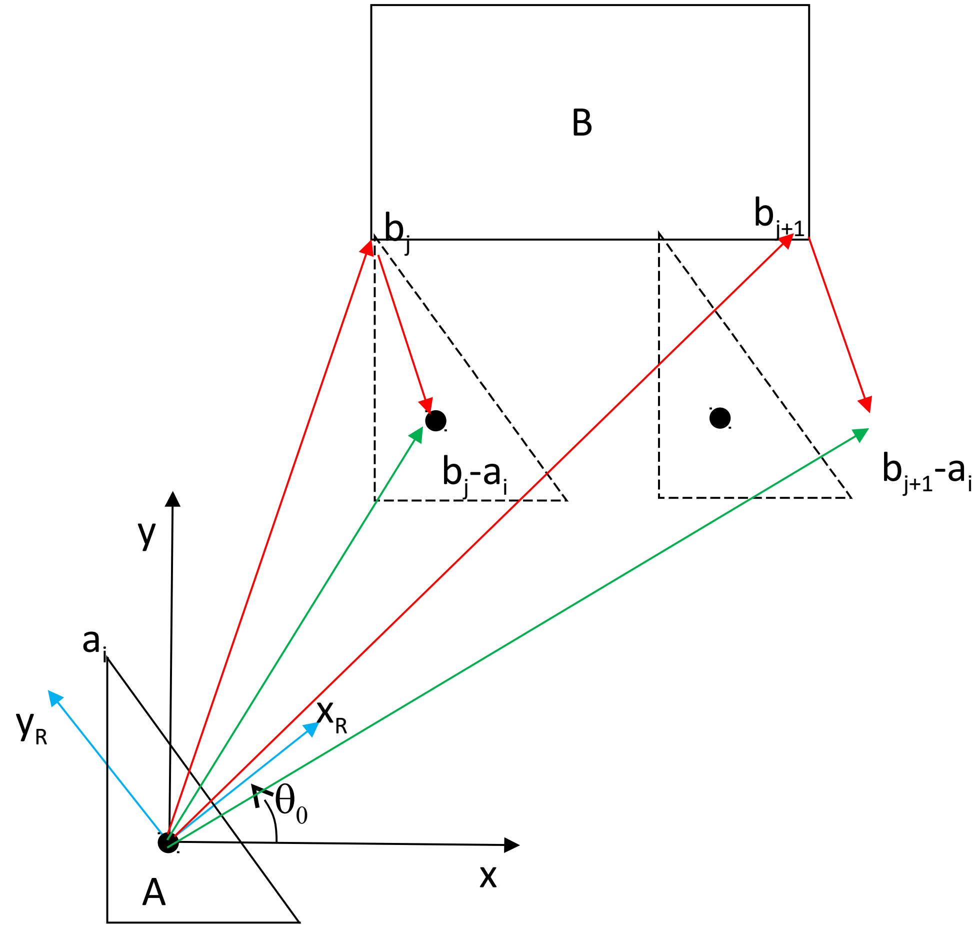
- Se $APL_{ij}^{A}(\theta_0)$ é verdadeira:
  $(b_j - a_i(q_0))$ e $(b_j - a_{i+1}(q_0))$ são vértices de $CB(\theta_0)$.

- Se $APL_{ij}^{B}(\theta_0)$ é verdadeira:
  $(b_j - a_i(q_0))$ e $(b_{j+1} - a_i(q_0))$ são vértices de $CB(\theta_0)$.

Representação de CB – Caso Translacional Contato tipo A



Representação de CB – Caso Translacional Contato tipo B



Representação de CB – Caso Translacional

- Procedimento para construir CB(θ_0):

1. Fixar normais $-V_i^A$ ($i=1,...,n_A$) e V_j^B ($j=1,...,n_B$) em S^1.

2. Varrer S^1 em sentido anti-horário e verificar a condição de aplicabilidade de acordo com $-V_i^A$ e V_j^B :
   - $APL_{ij}^A(\theta_0)$ é verdadeira se $-V_i^A$ está entre V_{j-1}^B e V_j^B.
   - $APL_{ij}^B(\theta_0)$ é verdadeira se V_j^B está entre $-V_{i-1}^A$ e $-V_i^A$.

3. De acordo com a condição de aplicabilidade, criar os n_A+n_B vértices de CB(θ_0):
   - Se $-V_i^A$ está entre V_{j-1}^B e V_j^B, criar o vértice ($b_j-a_i(q_0)$)
   - Se V_j^B está entre $-V_{i-1}^A$ e $-V_i^A$, criar o vértice ($b_j-a_i(q_0)$)

Representação de CB – Caso Translacional

- Observações:

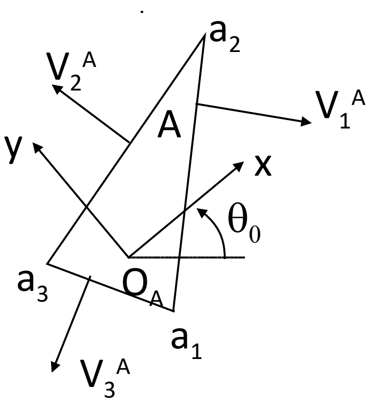
- Para uma orientação crítica θ_0, tal que $E_i^A(q_0)$ se desloca paralelamente em contato com E_j^B, temos $-V_i^A = V_j^B$. Pontos $(b_j\text{-}a_i)$, (b_{j+1},a_i), $(b_j\text{-}a_{i+1})$ e (b_{j+1},a_{i+1}) são co-lineares. Pontos (b_{j+1},a_i) e $(b_j\text{-}a_{i+1})$ não são vértices de $CB(\theta_0)$.

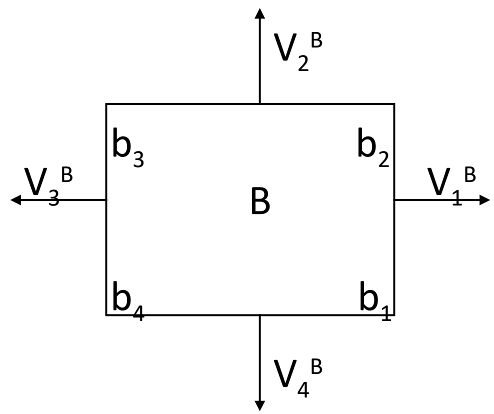
- A complexidade do algoritmo é de ordem $O(n_A+n_B)$.

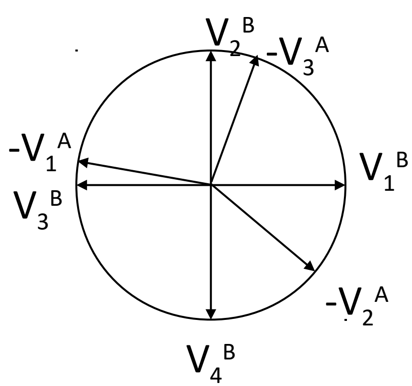
- Para A e B não convexos, decompor em componentes convexas A_i e B_j. Computar CB_{ij} para cada (A_i,B_j). $CB=\cup CB_{ij}$.

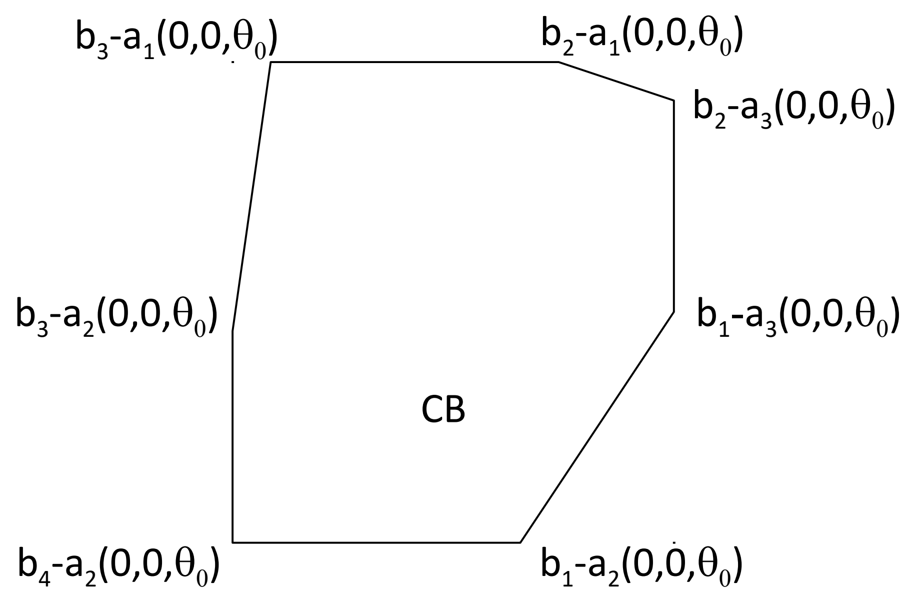
Representação de CB – Caso Translacional

- Exemplo:



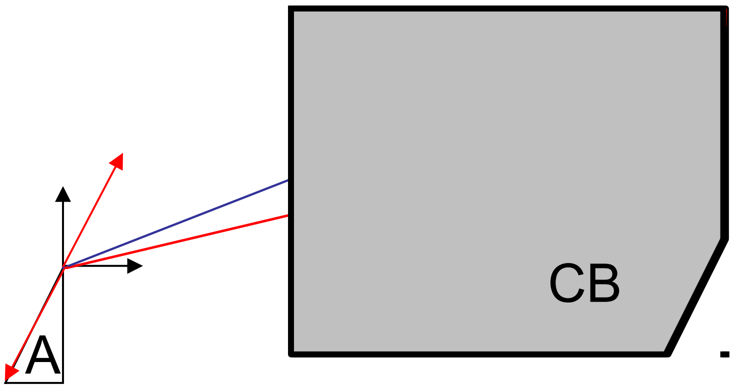




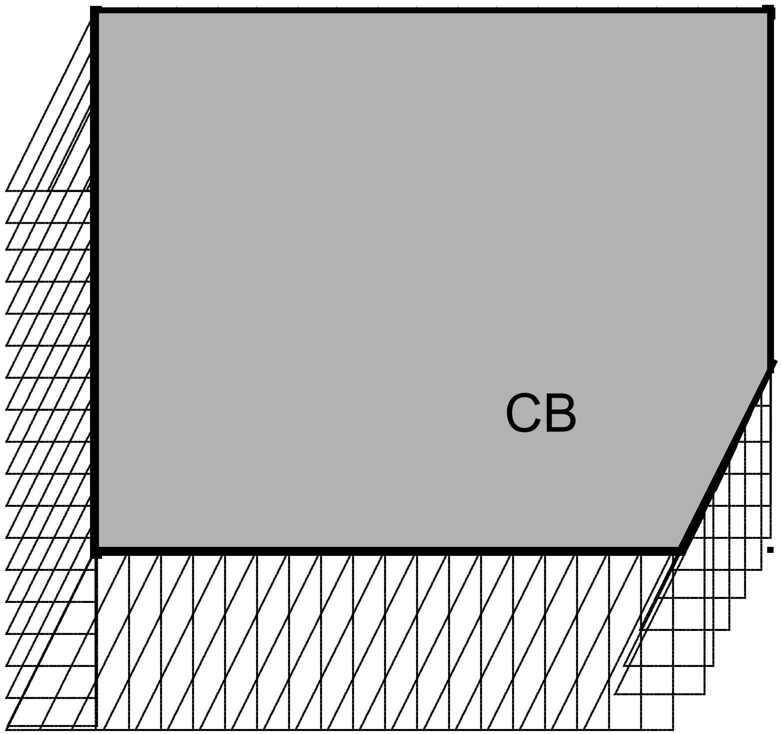


- Exemplo: C-obstáculo em espaço poligonal, robô com orientação fixa θ.

$$CB_\theta = \{P \in W /\ \exists\, b \in B,\ \exists\, a_0 \in A_\theta(0): P = b - a_0\}$$



$\theta = \theta_0$


CB

Representação de CB – Caso Translacional

- A Seção transversal CB(θ_0) é a região de $\mathbf{R}^2$ definida por
  (x, y)$\in$CB(θ_0) $\Leftrightarrow$ $(\wedge \mathbf{RESTR_{ij}^A(x,y,}\theta_0))\wedge(\wedge \mathbf{RESTR_{ij}^B((x,y,}\theta_0))$

- CB(θ_0) é a interseão de um número finito de semi-planos fechados limitados por retas: $f_{ij}^A(\mathbf{x,y,}\theta_0) = 0$ ou $f_{ij}^B(\mathbf{x,y,}\theta_0) = 0$.

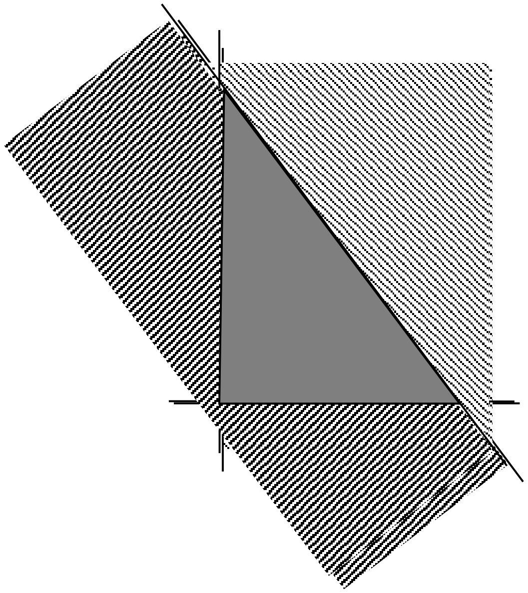
  $f_{ij}^A(x, y, \theta_0) = 0$

  $\Rightarrow$ $-x.\cos(\phi_i+\theta_0)-y.\mathrm{sen}(\phi_i+\theta_0)+||b_j||.\cos(\phi_i+\theta_0-\beta_j)-||a_i||.\cos(\phi_i-\alpha_i) = 0$

  $f_{ij}^B(x, y, \theta_0) = 0$

  $\Rightarrow$ $x.\cos(\xi_j) + y.\mathrm{sen}(\xi_j) + ||a_i||.\cos(\alpha_i+\theta_0-\xi_j) - ||b_j||.\cos(\beta_j-\xi_j) = 0$

Representação de CB – Caso Translacional



Representação de CB – Caso Translacional

- A distância euclidiana de um ponto $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ a estas retas é:

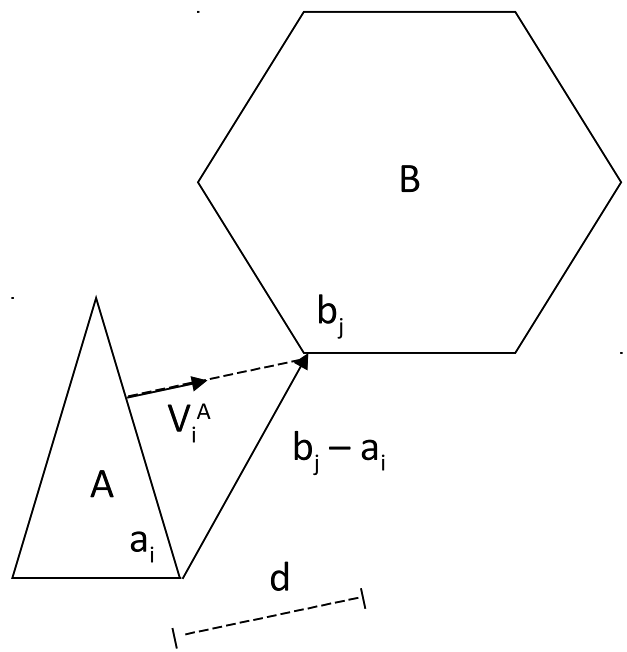
$$|f_{ij}^A(\mathbf{x,y,}\theta_0)| = |V_i^A(\theta_0).(b_j - a_i(\mathbf{x,y,}\theta_0))|$$

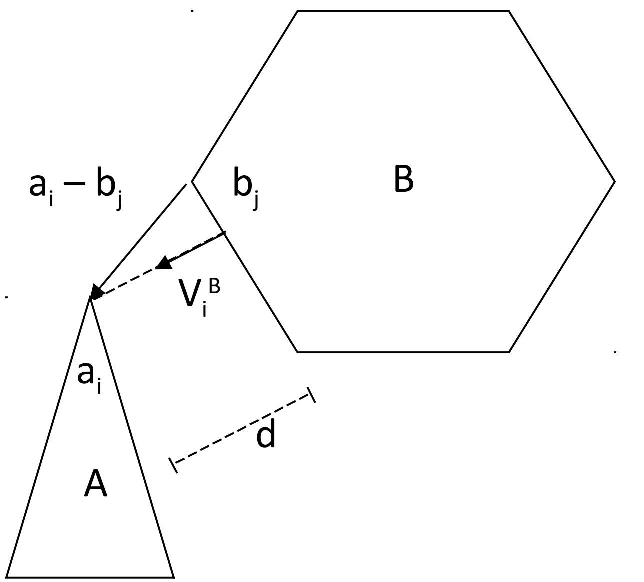
$$|f_{ij}^B(\mathbf{x,y,}\theta_0)| = |V_j^B.(a_i(\mathbf{x,y,}\theta_0) - b_j)|$$

- Estes valores podem ser usados para calcular a distância da configuração (x,y,θ_0) ao C-Obstáculo no subespaço $\theta = \theta_0$.

- A menor de todas as distâncias (E_i^A,b_j), (E_j^B,a_i) é a distância entre o robô e o obstáculo nessa configuração.

Representação de CB – Caso Translacional

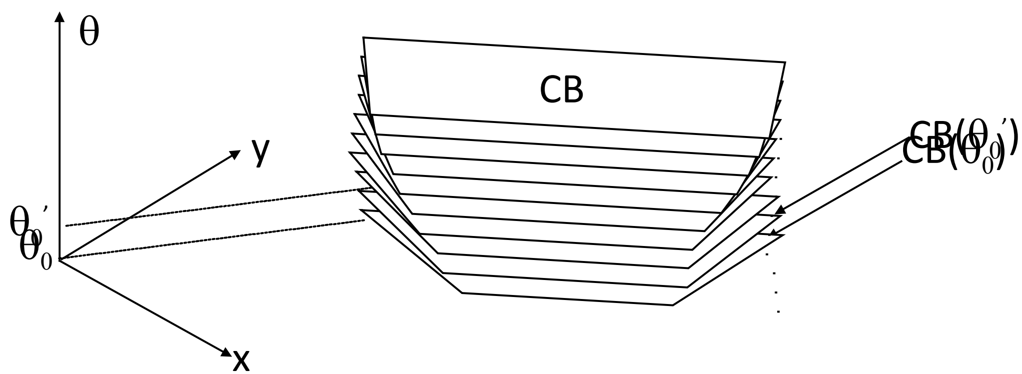




C-Obstáculo em $\mathbf{R}^2 \times [0, 2\pi)$ Orientação Variável - A e B polígonos convexos:

- Para cada valor θ_0 de θ, a seção transversal de CB correspondente é um polígono convexo que representa o C-obstáculo $CB(\theta_0)$ em obtido $\mathbf{R}^2$ quando **A** se desloca com orientação fixa θ_0.

C-Obstáculo em $\mathbf{R}^2 \times [0, 2\pi)$
Orientação Variável - A e B polígonos convexos:



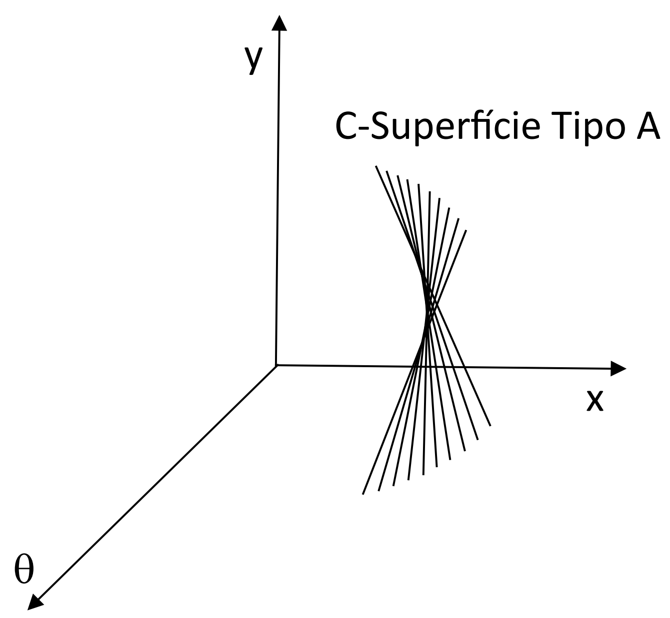
C-Obstáculo em $\mathbf{R}^2 \times [0, 2\pi)$ Orientação Variável - A e B polígonos convexos:

- Os limites de CB são as faces, (retalhos de C-Superfícies), correspondentes a contatos do tipo A ou do tipo B.

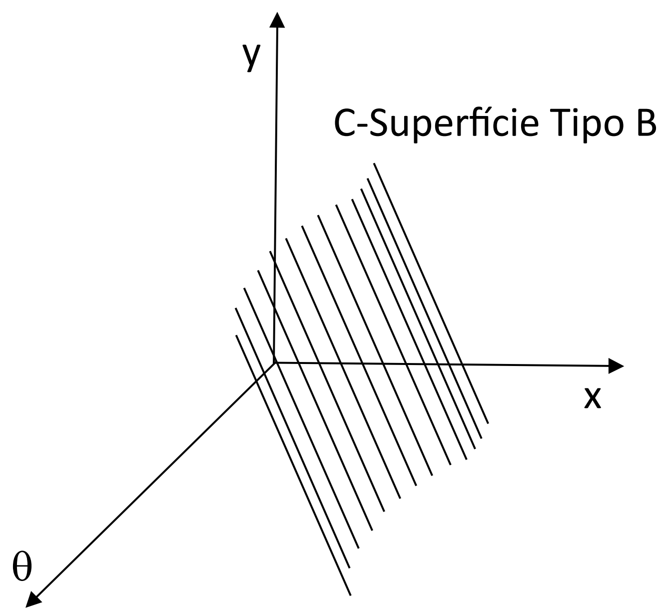
  - Contato tipo A $\Rightarrow$ Face = retalho de helicóide (gerada por uma reta em rotação e translação, paralela ao plano xy).

  - Contato tipo B $\Rightarrow$ Face = retalho de superfície curva em uma única dimensão (gerada por uma reta em translação, paralela ao plano xy).

C-Obstáculo em $\mathbf{R}^2 \times [0, 2\pi)$
Orientação Variável - A e B polígonos convexos:



C-Obstáculo em $\mathbf{R}^2 \times [0, 2\pi)$
Orientação Variável - A e B polígonos convexos:



Teste de Penetração de Polígonos

- O planejamento de movimento de um robô em um espaço povoado de obstáculos envolve a determinação de um caminho livre de colisões.

- Para a modelagem em Espaço Poligonal, para detectar a colisão de polígonos movimentando-se sobre um plano, é necessário testar se sua interseção é não nula, ou seja se há interpenetração entre eles.

- Para realizar este tipo de teste, uma métrica muito utilizada é a distância de um ponto (x_0, y_0) a uma reta definida por dois pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2).

Teste de Penetração de Polígonos

- Dada uma reta definida por dois pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) :

  $a.x + b.y + c = 0$

  os coeficientes a, b e c são:

  $a = y1 – y2$ $b = x2 – x1$ $c = x1.y2 – x2.y1$

- A distancia $d(x_0, y_0)$ de um ponto (x_0, y_0) à reta é dada por:

$$d(x_0, y_0) = (a.x_0 + b.y_0 + c)/(a^2 + b^2)^{1/2}$$

Teste de Penetração de Polígonos

- A reta é orientada, de acordo com o sentido do vetor que vai de (x_1, y_1) ao ponto (x_2, y_2)).

- A distância $d(x_0, y_0)$ é uma função que pode admitir valores positivos, negativos ou nulos:

  - Se $d(x_0, y_0) = 0$, o ponto (x_0, y_0) está sobre a reta.

  - Se $d(x_0, y_0) > 0$, o ponto está no semiplano à esquerda da reta.

  - Se $d(x_0, y_0) < 0$, o ponto está no semiplano à direita da reta.

Teste de Penetração de Polígonos

- Dado um polígono com n_P vértices:

$$P = \{p_k = (x_k,y_k) : 1 \leq k \leq n_P+1\}, \text{ tal que } p_{nP+1} = p_1$$

Pode-se estabelecer um algoritmo a seguir permite determinar se um dado ponto (x_0,y_0) está ou não dentro do polígono P e, em caso afirmativo, o grau de penetração do ponto em P (distância ao lado mais próximo).

Algoritmo de Penetração de um Ponto (x_0,y_0) em um polígono P

1. Inicializar: $k = 1$, d_0 = valor real máximo > perímetro de P.

2. Computar:

   $a = y_k - y_{k+1}$

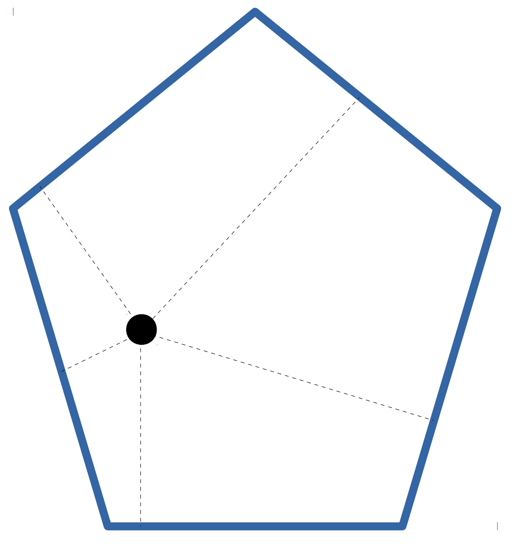
   $b = x_{k+1} – x_k$

   $c = x_k.y_{k+1} – x_{k+1}.y_k$

3. $d = (a.x_0 + b.y_0 + c)/(a^2 + b^2)^{1/2}$

4. Se $d < d_0$, então faça $d_0 = d$

5. Faça $k = k+1$. Se $k \leq n_P$, voltar ao passo 2.



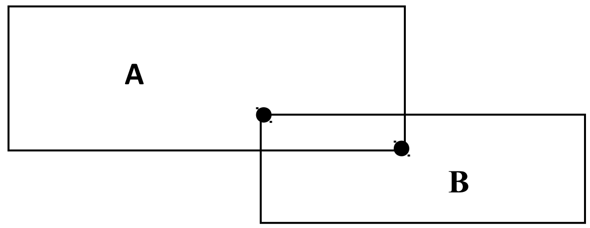
Teste de Penetração de Polígonos

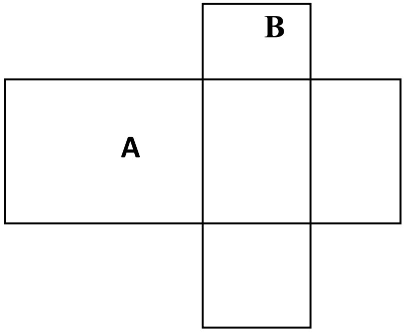
- Para testar se dois polígonos convexos A e B possuem intersecção não nula, devemos testar se qualquer uma das seguintes condições é satisfeita:
  - Verificar se pelo menos um vértice a_i de A está dentro de B.
  - Verificar se pelo menos um vértice b_k de B está dentro de A.
  - Verificar se um pelo menos um lado de A, (L_i^A, definido pelos vértices a_i e a_{i+i}), cruzar com um lado de B, (L_k^B, definido pelos vértices b_k e b_{k+i}).

Teste de Penetração de Polígonos

- As duas primeiras condições verificam a situação em que um vértice de um dos polígonos penetrou dentro do outro polígono.
- A terceira condição verifica a situação em que, mesmo sem existir algum vértice de um polígono dentro do outro, há cruzamento de lados.

Teste de Penetração de Polígonos





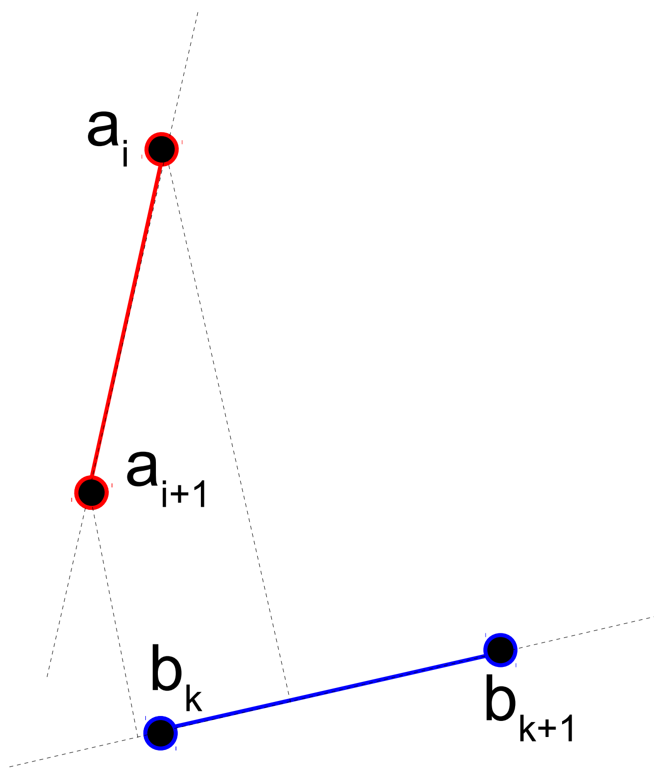
Teste de Penetração de Polígonos

- Duas primeiras condições: executar o algoritmo de penetração para todos os vértices do polígono A em relação ao polígono B e vice-versa.

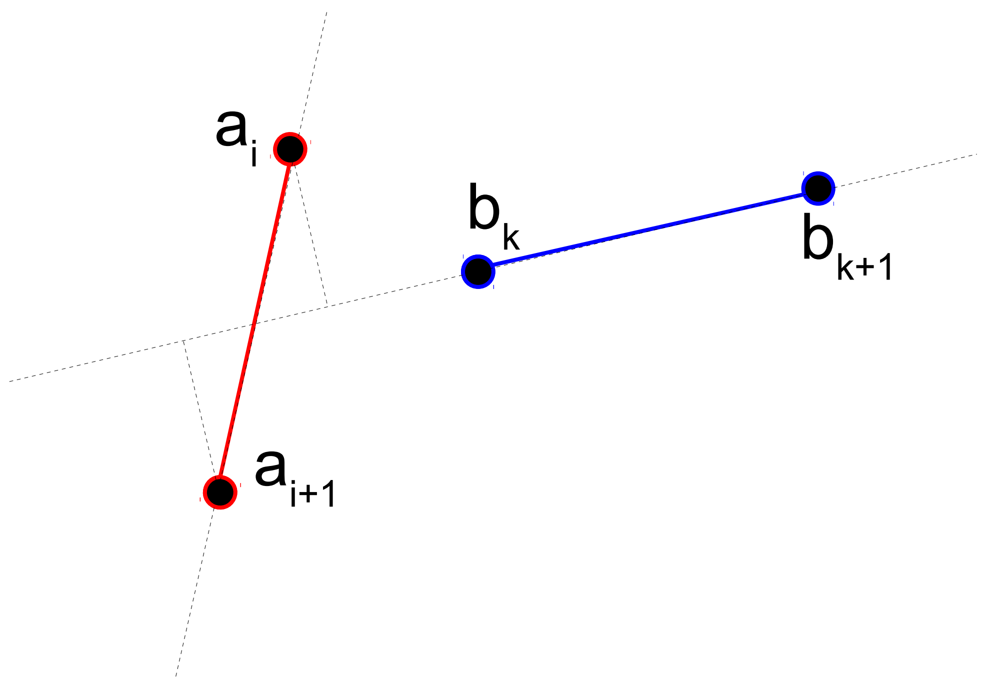
- Terceira condição: verificar se cada um dos lados de A intersecta qualquer um dos lados de B. Dados dois lados quaisquer L_i^A e L_k^B, os mesmos se intersectam se os vértices a_i e a_{i+1} estão em lados opostos de L_k^B e, simultaneamente, os vértices b_k e a_{k+1} estão em lados opostos de L_i^A. Ou seja:

- Para todo par (L_i^A, L_i^B), com $i = 1,..., n_A$ e $k = 1,...,n_B$, testar se as distâncias $d(a_i)$ e $d(a_{i+1})$ a L_k^B possuem sinais opostos. Idem para $d(b_k)$ e $d(b_{k+1})$ a L_i^A.

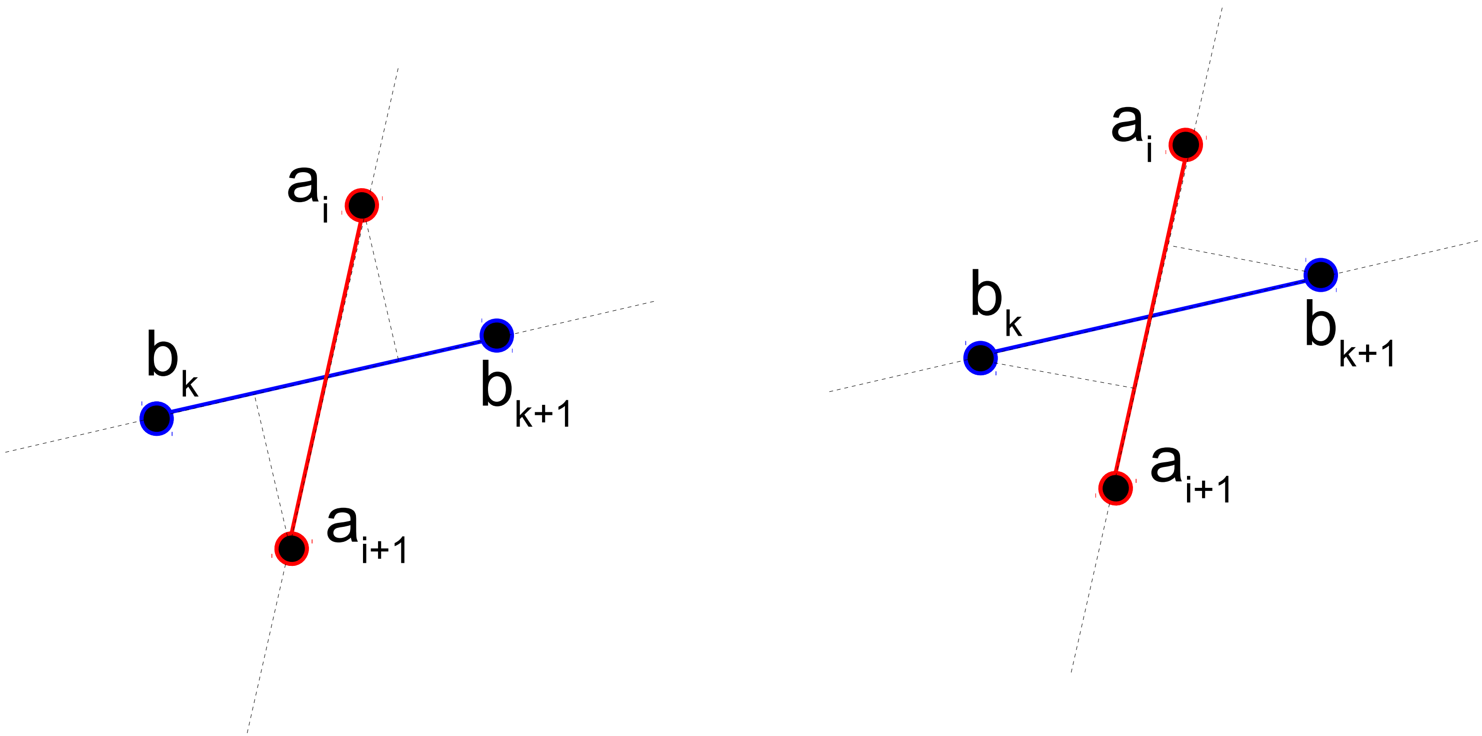
Teste de Penetração de Polígonos



Teste de Penetração de Polígonos



Teste de Penetração de Polígonos



Teste de Penetração de Polígonos

- Na prática, em uma aplicação de planejamento de um caminho contínuo, supondo pequenos deslocamentos incrementais, dificilmente aparecerá o terceiro caso, pois antes ocorrerá algum dos dois primeiros.

⇒ Aplicar o teste de penetração para todos os vértices geralmente é suficiente.

- O teste de cruzamento de lados incorpora os dois primeiros casos, uma vez que quando um vértice está dentro de um polígono, os dois lados que conecta cruzarão algum dos lados desse polígono.

- Devem ser tratadas ainda os casos excepcionais quando um lado de um polígono cruza o limite de outro polígono exatamente através de um vértice.

Sistemas Robóticos Autônomos

Espaço de Configuração

Parte 2