

Lista 1 – Modelos Contínuos de Sistemas Dinâmicos

Questão 1 - Considere o seguinte sistema não-linear descrito através da EDO:

$$\ddot{y} + \sin y + (1 + \dot{y})y = u^2$$

Considerando as condições iniciais $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 0$, faça o que é solicitado:

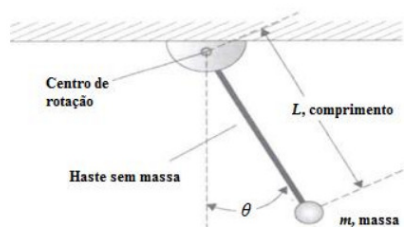
- Linearize a equação em torno do ponto de equilíbrio;
- Para o sistema linearizado, considere como entrada um sinal do tipo degrau unitário e calcule a saída do sistema $y(t)$;
- Calcule a função de transferência do sistema.

Questão 2 - Considere um sistema descrito pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 5}$$

Calcule a saída do sistema para um sinal de entrada do tipo degrau de amplitude 3.

Questão 3 – Considere o seguinte pêndulo simples:



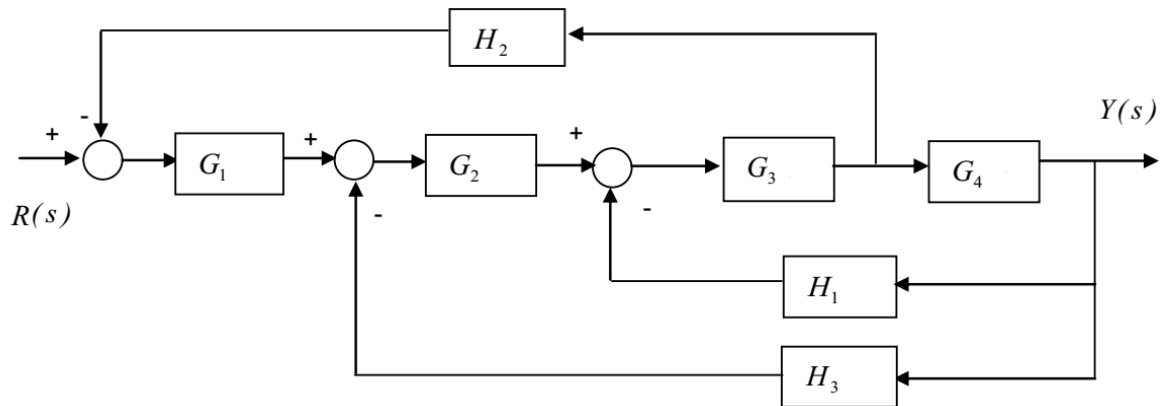
A EDO que descreve seu movimento é dada por:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L} \sin \theta + \frac{k}{m} \dot{\theta} = 0$$

em que L é o comprimento do pêndulo, g é a aceleração da gravidade, m é a massa presa na extremidade do pêndulo e k é o coeficiente de atrito no centro de rotação. Faça o que é pedido:

- Linearize a EDO em torno do ponto de equilíbrio $\theta_{p0} = 0^\circ$;
- Obtenha uma descrição para esse sistema linearizado em variáveis de estado considerando como saída o ângulo θ .

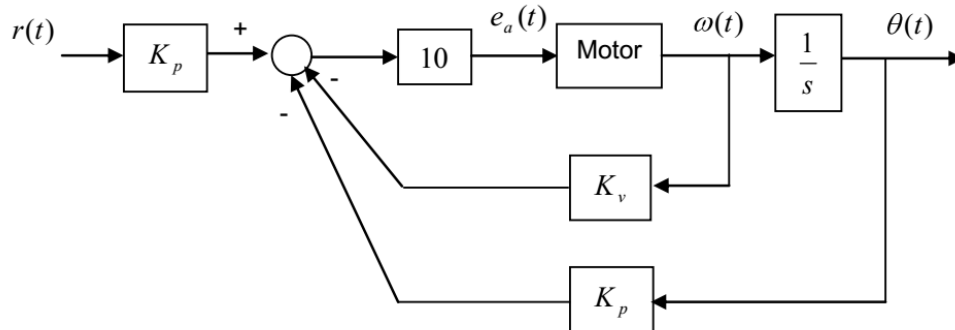
Questão 4 – Considere o seguinte diagrama de blocos:



Faça o que é pedido:

- Calcule a função de transferência $Y(s)/R(s)$ pela redução do diagrama;
- Calcule a função de transferência $Y(s)/R(s)$ utilizando a fórmula de Mason.

Questão 5 – Considere o sistema abaixo:



Trata-se de um sistema de controle de velocidade e posição de um motor em que $r(t)$ é o sinal de referência aplicado ao sistema, $e_a(t)$ é o sinal da tensão aplicada na armadura o motor, $\omega(t)$ é a velocidade angular do eixo do motor e $\theta(t)$ é o ângulo de posição do eixo do mesmo. Todos os sinais descritos estão mostrados como uma função do tempo. Sabendo que o motor, em malha aberta, é regido pela equação diferencial ordinária:

$$2\dot{\omega}(t) + \omega(t) = e_a(t)$$

Faça o que é pedido:

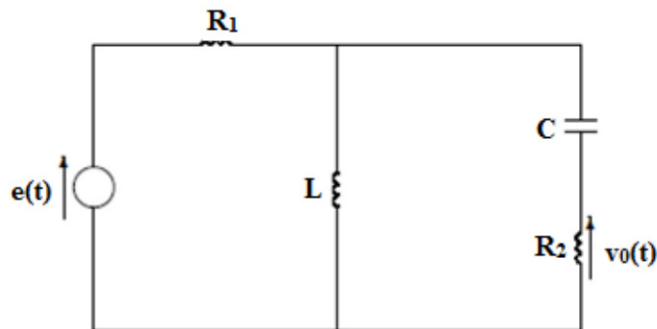
- Calcule a função de transferência que relaciona $\Theta(s)/R(s)$ em que $\Theta(s)$ e $R(s)$ são as transformadas de Laplace de $\theta(t)$ e $r(t)$ respectivamente usando redução de blocos;
- Calcule a função de transferência que relaciona $\Theta(s)/R(s)$ utilizando a fórmula de Mason.

Questão 6 – Considere o modelo de um sistema:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

Calcule a resposta $y(t)$ do sistema para $u=0$ e $x(0)=[1 \ 1]^T$.

Questão 7 - Dado o circuito elétrico abaixo, obter a representação em variáveis de estado, considerando o estado $x_1(t)$ como a corrente no indutor L , o estado $x_2(t)$ como a tensão no capacitor C , a saída do sistema como a queda de tensão no resistor R_2 ($v_0(t)$) e a entrada do sistema como a tensão $e(t)$.



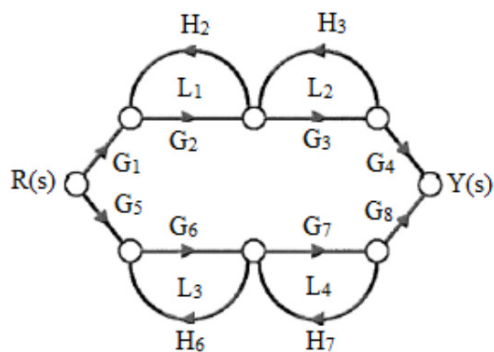
Questão 8 – Dado o modelo do sistema:

$$G(s) = \frac{4}{(s+1)(s+2)}$$

Faça o que é pedido:

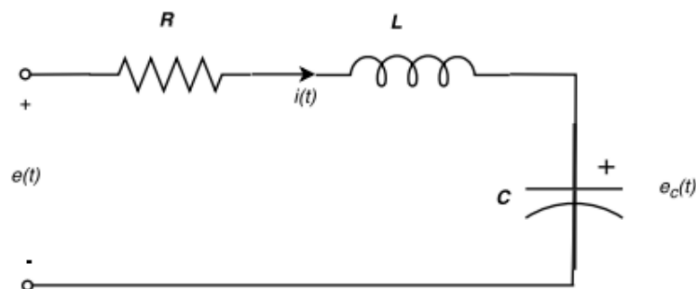
- Obtenha uma representação do mesmo na forma canônica controlável;
- Considerando a representação obtida no item a, calcule e^{At} .

Questão 9 – Considere o seguinte grafo de fluxo de sinal:



Calcule a função de transferência $Y(s)/R(s)$ usando a fórmula de Mason.

Questão 10 – Considere o circuito elétrico:



Considerando $e(t)$ como a entrada e $e_c(t)$ como a saída, obtenha uma representação em variável de estado para o mesmo.