

Introdução aos Elementos de Máquinas (Parte 1)

Professor: Raphael Araújo Cardoso

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Departamento de Engenharia Mecânica

Conteúdo

- Introdução ao projeto
- Revisão mecânica dos sólidos

Introdução

Projeto: O processo de aplicação das várias técnicas e princípios científicos com o intuito de definir um dispositivo, um método ou um sistema suficientemente detalhado para permitir sua realização.



Introdução

Um bom projeto deve ser:

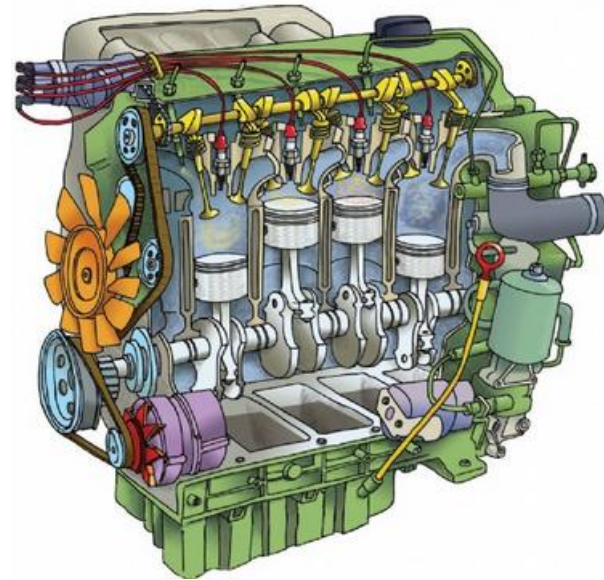
- **Funcional:** desempenho que atenda as necessidades e expectativas do consumidor.
- **Seguro:** o produto não deve oferecer riscos aos usuários e a sua vizinhança (anteparos de proteção, avisos e etc.).
- **Confiável:** o produto deve desempenhar sua função de forma satisfatória e sem falhar por um determinado tempo.
- **Competitivo:** o produto deve ser competitivo no mercado. Na funcionalidade e na valor de mercado.
- **Utilizável:** o produto deve ser amigável ao usuário.
- **Manufaturável:** os componentes do produto devem ser adequados à produção em massa.
- **Mercável:** Após comprado, o produto precisa de assistência técnica.

Introdução

Máquinas, geralmente convertem uma forma de energia em outra (trabalho útil).



Energia elétrica → Trabalho mecânico



Energia de combustão → trabalho mecânico

Introdução

Nesse processo de conversão de energia, forças e movimentos são criados.

Papel do engenheiro projetista: determinar essas forças e movimentos de forma a determinar a dimensão, forma e materiais a serem utilizados na construção de cada peça que integra a máquina.



Exemplo redutor:

- Eixos
- Engrenagens
- Chavetas
- Rolamentos
- Parafusos
- Carcaça

Introdução

Um dos maiores desafios de projeto é que precisamos, necessariamente, projetar cada elemento individualmente ao mesmo tempo que estes vão depender da função e de outros componentes da máquina.

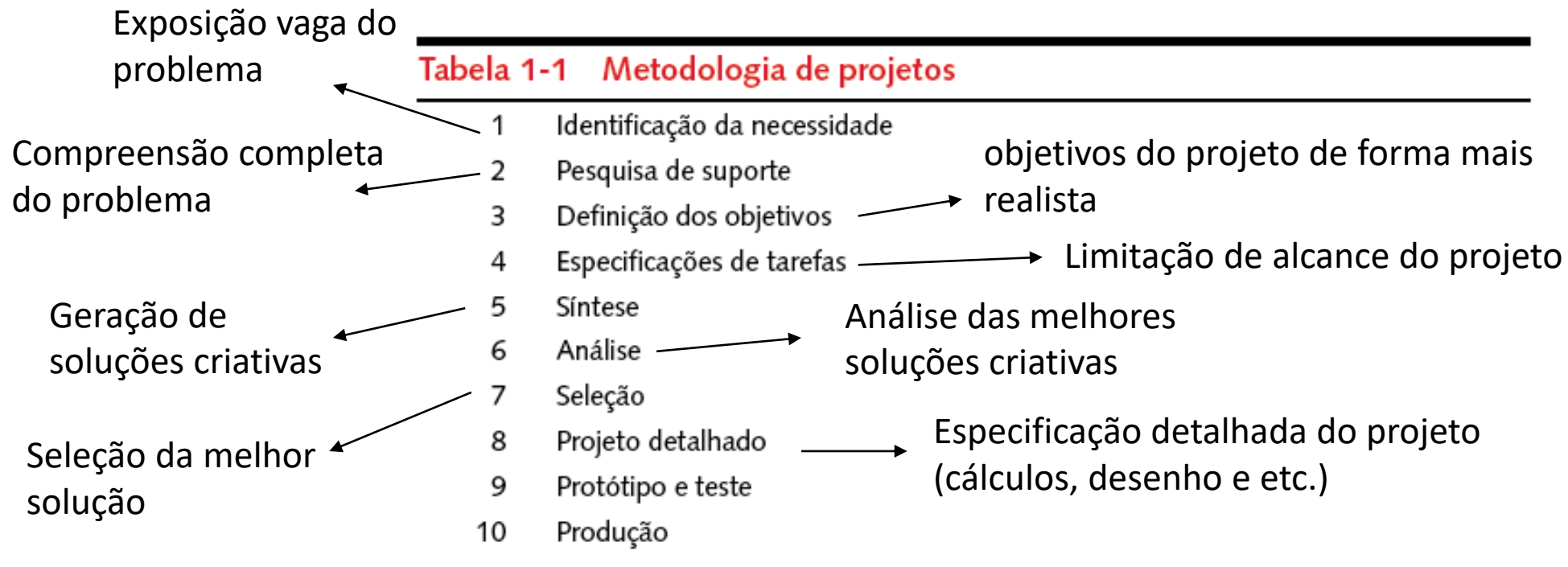
A especificação de cada elemento do projeto de máquinas geralmente requer o conhecimento prévio dos seguintes tópicos:

- Estática
- Dinâmica
- Resistência dos materiais
- Propriedades dos materiais
- Processo de fabricação
- Desenho mecânico
- Entre outras (fluidos, termodinâmica e transferência de calor)

O projeto final geralmente se dá através de um processo iterativo!!!

Metodologia de projetos

Não existe um única e exclusiva metodologia de projeto. Projetos em si são um exercício de criatividade

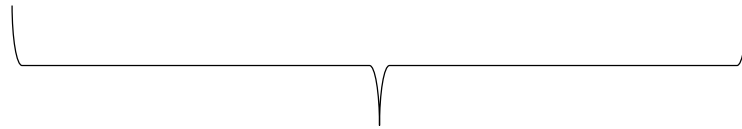


[Norton, 2013]

Iterações são muitas vezes necessárias ao longo do projeto!!!

Considerações do curso

- Neste curso não trabalharemos como todas as etapas do tabela de Metodologia de projetos.
- Trabalharemos com problemas e estudos de caso que já tiveram as etapas 1-4 definidas.
- Focaremos nas etapas de análise e seleção



Mais especificamente na análise de elementos de máquinas: parafusos, rebites, solda, molas, chavetas, mancais, engrenagens, freios, embreagens e etc.

Formulação e cálculo do problema

Projetos mecânicos são complexos e multidisciplinares, portanto requerem uma abordagem metodológica!

Tabela 1-2 Formulação e cálculo do problema

1	Definir o problema		Estágio de definição
2	Declarar os dados		
3	Elaborar hipóteses apropriadas		
4	Decisões preliminares do projeto		Estágio do projeto preliminar
5	Croquis do projeto		
6	Modelos matemáticos		Estágio do projeto detalhado
7	Análise do projeto		
8	Avaliação		Estágio da documentação
9	Documentar resultados		

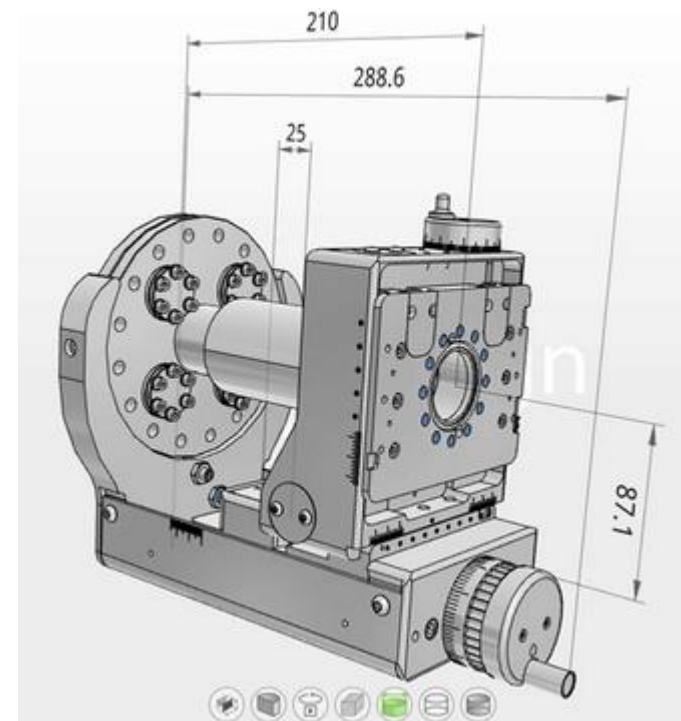
[Norton, 2013]

Projetos auxiliados por computador

O surgimento dos computadores provocou uma verdadeira revolução no projeto e análise de engenharia.

- Facilita a execução de desenho técnicos.
- Reduz o tempo de execução de desenhos.
- Maior facilidade na transmissão e apresentação do projeto.
- Facilidade na modificação e recuperação do desenho.
- Obtenção de propriedades geométricas e de massa importantes no projeto.
- Transferência direta da geometria para códigos de elementos finitos ou até mesmo máquinas CNC (Computer Numerical Control).
- Geração simples de projeções ortográficas bidimensionais

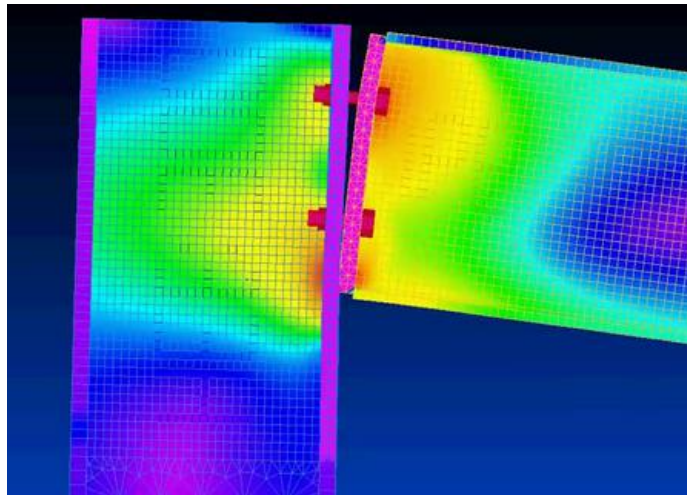
CAD (Computer-Aided Design)



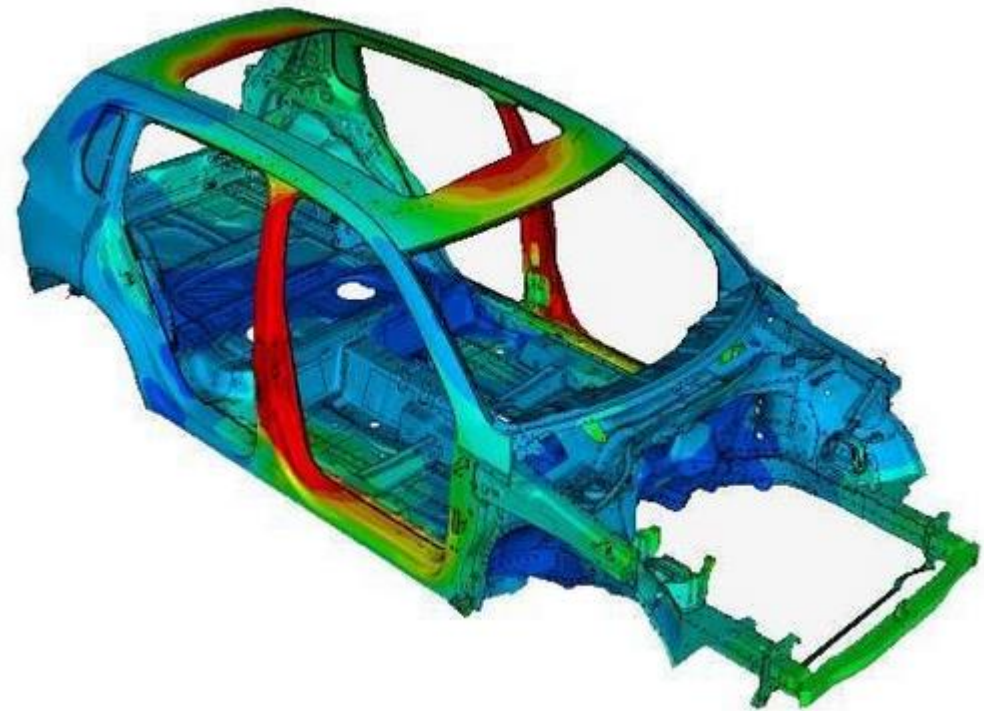
Projeto auxiliado por computador

A maior parte dos problemas do nosso dia a dia não possuem solução analítica.

Técnicas numéricas como o método dos elementos finitos se mostram bem eficientes nesses casos!



CAE (Computer-Aided Engineering)

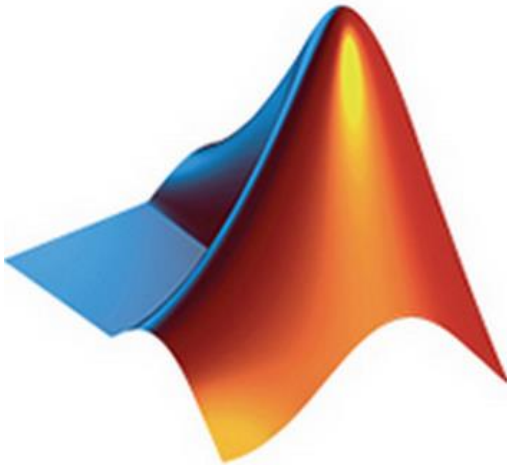


FEA (Finite Element Analysis)

Projeto auxiliado por computador

Outros CAE softwares bastante utilizados
na engenharia

Mathcad



Matlab



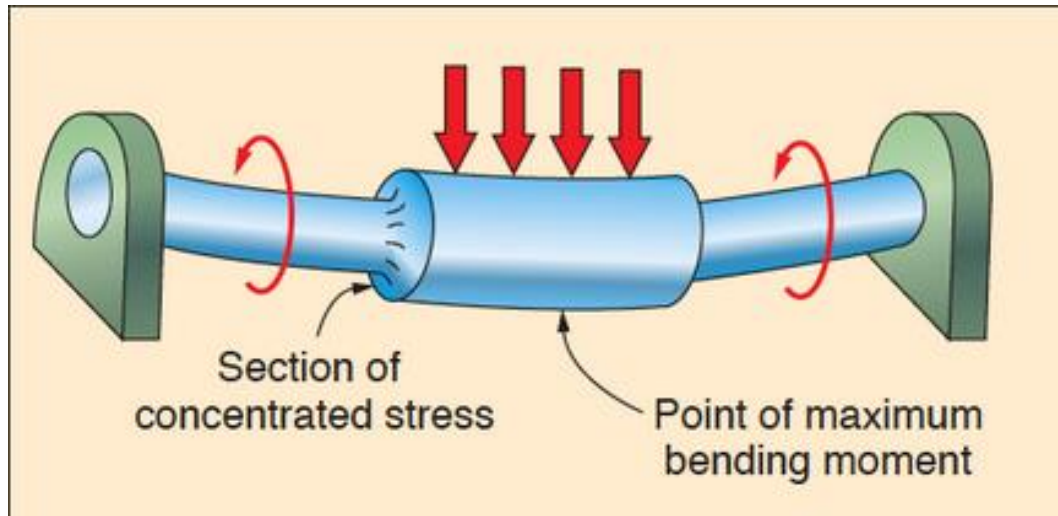
Excel

Coeficiente de segurança

A qualidade de um projeto pode ser medida através de muitos critérios. Um deles é a segurança contra falhas. Nesse caso um ou mais fatores podem ser utilizados.

Coeficiente de segurança: razão entre duas variáveis com mesma ordem de grandeza
(valor permissível)/(valor encontrado em projeto)

Exemplo:



$$n_s = \frac{\sigma_y}{\sigma_{max}}$$

$$n_v = \frac{v_{crit}}{v}$$

$$n_f = \frac{N_f}{N}$$

Obs.

- O menor é sempre o mais importante.
- O projeto deve contemplar situação atípicas.
- $n > 1$

Coeficiente de segurança

As escolha de fatores de segurança pode varia bastante

Fatores de segurança em aeronaves comerciais variam de 1,2 a 1,5.

Aeronaves aeronáuticas podem chegar a $n < 1,1$

(ainda bem que os tripulantes têm paraquedas)

Mas por que aviões usam fatores tão baixos?

- Redução de peso
- Vastas análises computacionais
- Resultados experimentais próprios
- Rigoroso programa de inspeção



Coeficiente de segurança

Já outros meios de transporte estão sujeitos a mais tipos de intemperes e negligência do homem (bicicleta, carros, navio, elevadores, cadeiras e etc.)



Elevadores de passageiros chegam a ter $n = 12$



Coeficiente de segurança

[Norton, 2013]

Tabela 1-3 Fatores utilizados para determinar um coeficiente de segurança para materiais dúcteis

Informações	Qualidade das informações	Fator
		<u>F1</u>
Dados das propriedades dos materiais disponíveis a partir de testes	O material realmente utilizado foi testado	1,3
	Dados representativos de testes do material estão disponíveis	2
	Dados razoavelmente representativos de testes do material estão disponíveis	3
	Dados insuficientemente representativos de testes do material estão disponíveis	5+
		<u>F2</u>
Condições ambientais nos quais será utilizado	São idênticas às condições dos testes de materiais	1,3
	Essencialmente igual ao ambiente de um laboratório comum	2
	Ambiente moderadamente desafiador	3
	Ambiente extremamente desafiador	5+
		<u>F3</u>
Modelos analíticos para forças e tensões	Os modelos foram testados em experimentos	1,3
	Os modelos representam precisamente o sistema	2
	Os modelos representam aproximadamente o sistema	3
	Os modelos são aproximações grosseiras	5+

$$n = \max(F_1, F_2, F_3), \quad n_{frágil} = 2n$$

Normas e recomendações

Pensando na segurança dos projetos, muitas associações de engenharia e agências governamentais desenvolvem normas para áreas específicas de projetos de engenharia.

- Algumas são apenas recomendações
- Outras têm força de lei

Normas e recomendações

American Gear Manufacturers Association (AGMA) – *Associação Americana de Fabricantes de Engrenagem*

<http://www.agma.org/>

American Institute of Steel Construction (AISC) – *Instituto Americano da Construção em Aço*

<http://www.aisc.org>

American Iron and Steel Institute (AISI) – *Instituto Americano do Ferro e Aço*

<http://www.steel.org/>

American National Standards Institute (ANSI) – *Instituto Americano de Normas*

<http://www.ansi.org/>

American Society for Metals (ASM International) – *Sociedade Americana de Metais*

<http://www.asmintl.org/>

American Society of Mechanical Engineers (ASME) – *Sociedade Americana de Engenheiros Mecânicos*

<http://www.asme.org/>

American Society of Testing and Materials (ASTM) – *Sociedade Americana de Testes e Materiais*

<http://www.astm.org/>

American Welding Society (AWS) – *Sociedade Americana de Solda*

<http://www.aws.org/>

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT)

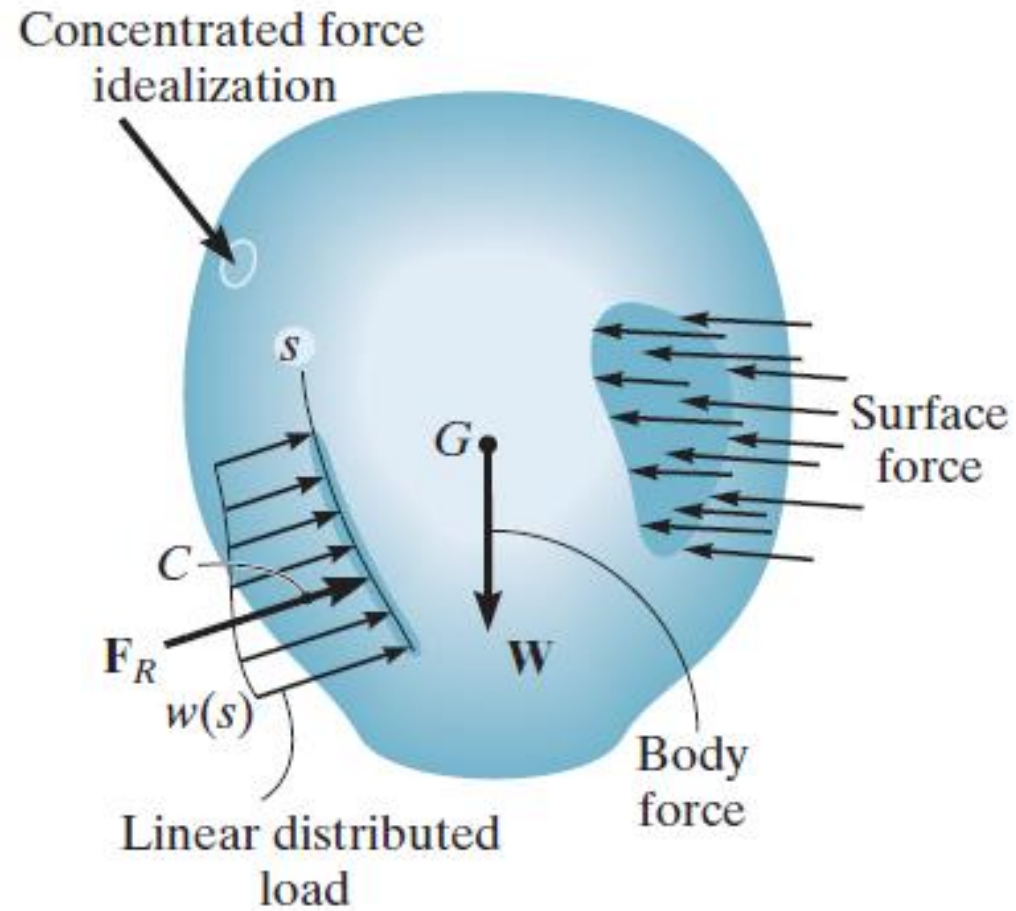
<http://www.abnt.org.br/>

Revisão mecânica dos sólidos

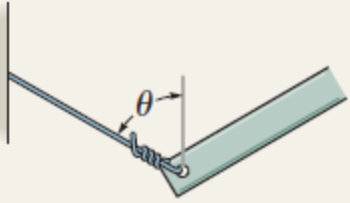
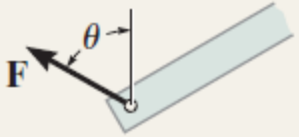
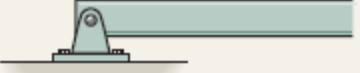
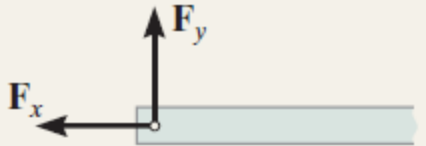

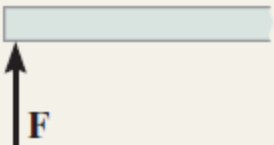

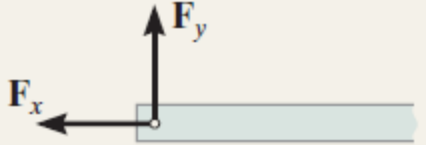

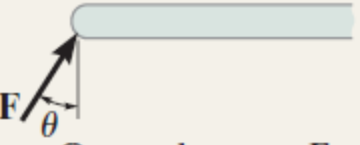

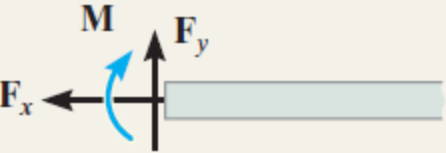
Mecânica dos sólidos é o ramo da engenharia que estuda os efeitos internos de tensão e deformação de um corpo sujeito a cargas externas.

Tensão se relaciona com os esforços internos de um corpo submetido a cargas externas.

Forças externas



Forças de reação

Type of connection	Reaction	Type of connection	Reaction
 <p>Cable</p>	 <p>One unknown: F</p>	 <p>External pin</p>	 <p>Two unknowns: F_x, F_y</p>
 <p>Roller</p>	 <p>One unknown: F</p>	 <p>Internal pin</p>	 <p>Two unknowns: F_x, F_y</p>
 <p>Smooth support</p>	 <p>One unknown: F</p>	 <p>Fixed support</p>	 <p>Three unknowns: F_x, F_y, M</p>

Equações de equilíbrio estático

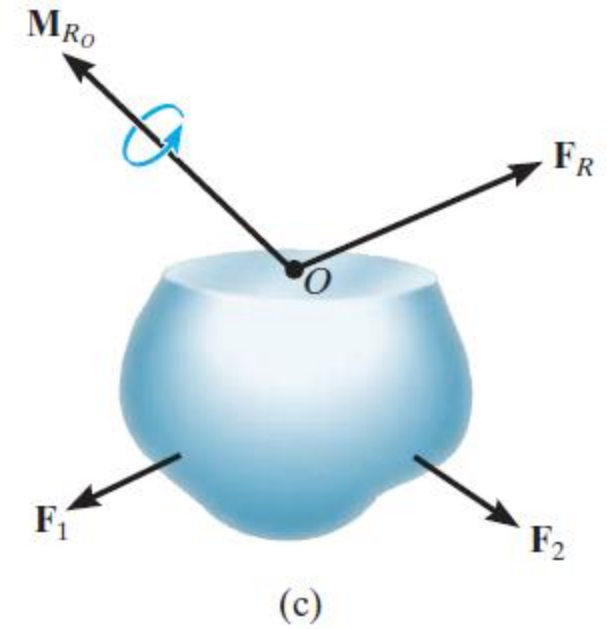
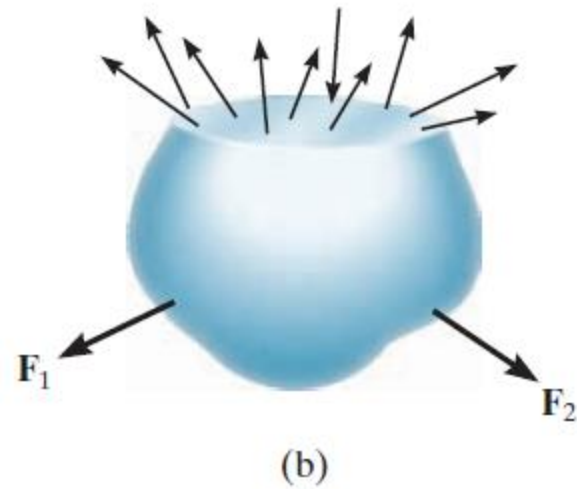
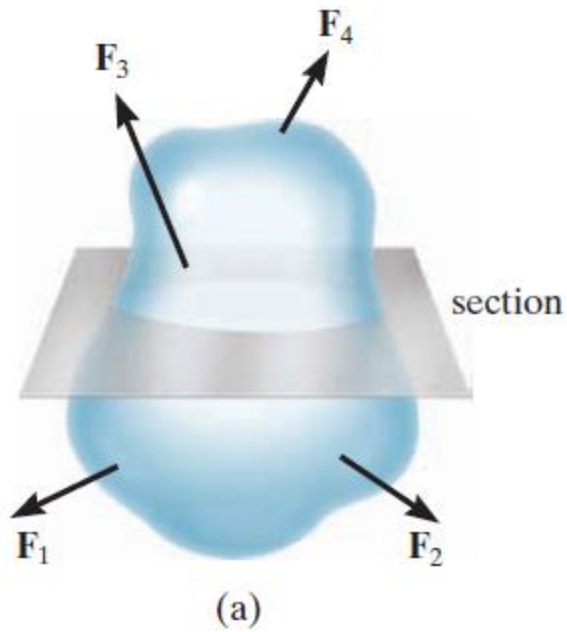
$$\sum \mathbf{F} = 0, \quad \sum \mathbf{M} = 0$$

Para problemas 2D

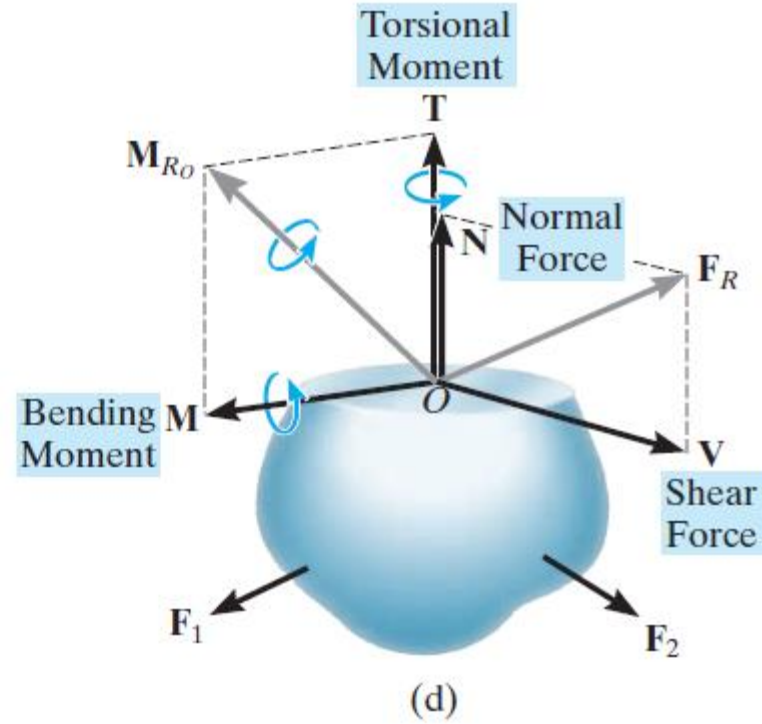
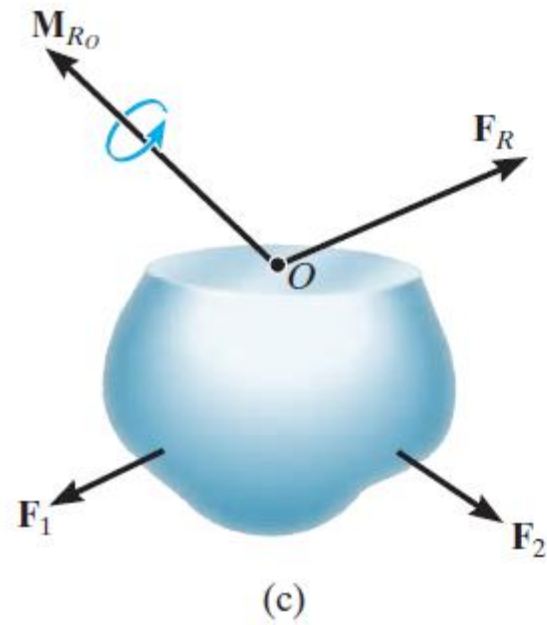
$$F_x = 0, \quad F_y = 0$$

$$M_x = 0, \quad M_y = 0$$

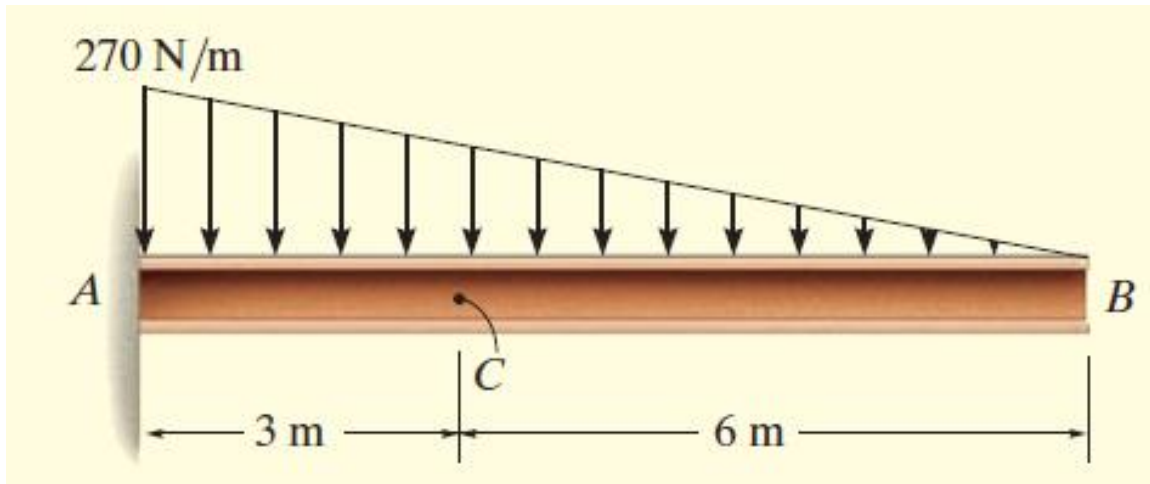
Esforços internos



Esforços internos



Exemplo 01:



Determinar esforços internos em C

Exemplo 01:

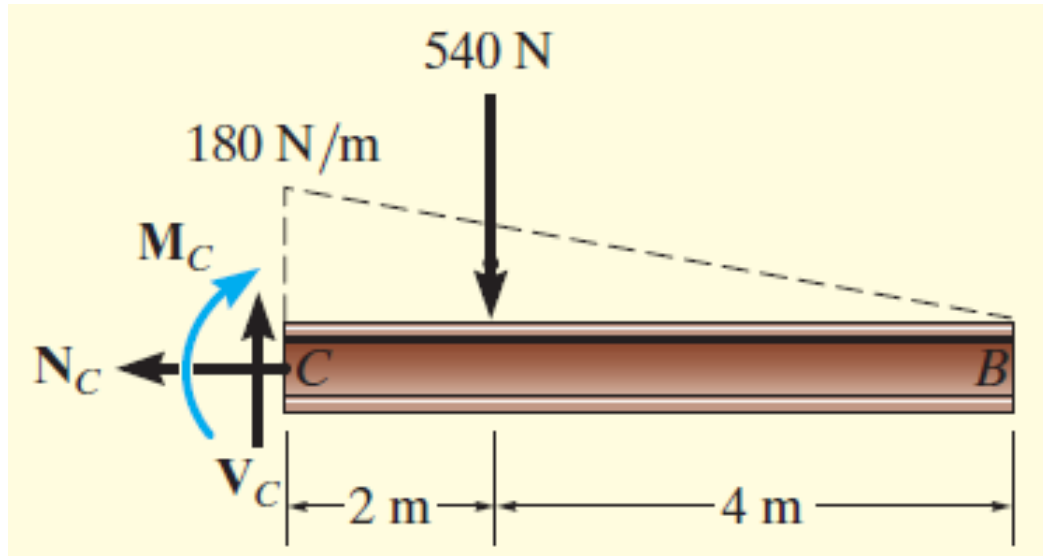


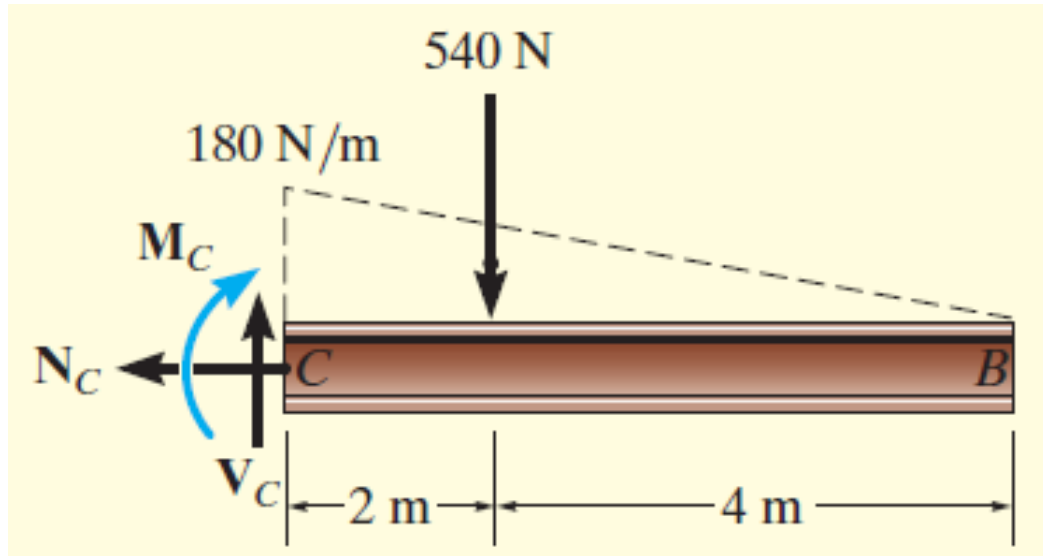
Diagrama de corpo livre parte direita

$$F_R = \int_3^9 q(x) dx$$

$$q(x) = -\frac{270}{9}x + 270 \quad (\text{N/m})$$

$$F_R = 540 \text{ N}$$

Exemplo 01:



$$\sum F_x = 0 \rightarrow -N_c = 0$$

$$N_c = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_c - 540 = 0$$

$$V_c = 540 \text{ N}$$

$$\sum M_c = 0 \rightarrow -M_c - 540 \cdot 2 = 0$$

$$M_c = -1080 \text{ N} \cdot \text{m}$$

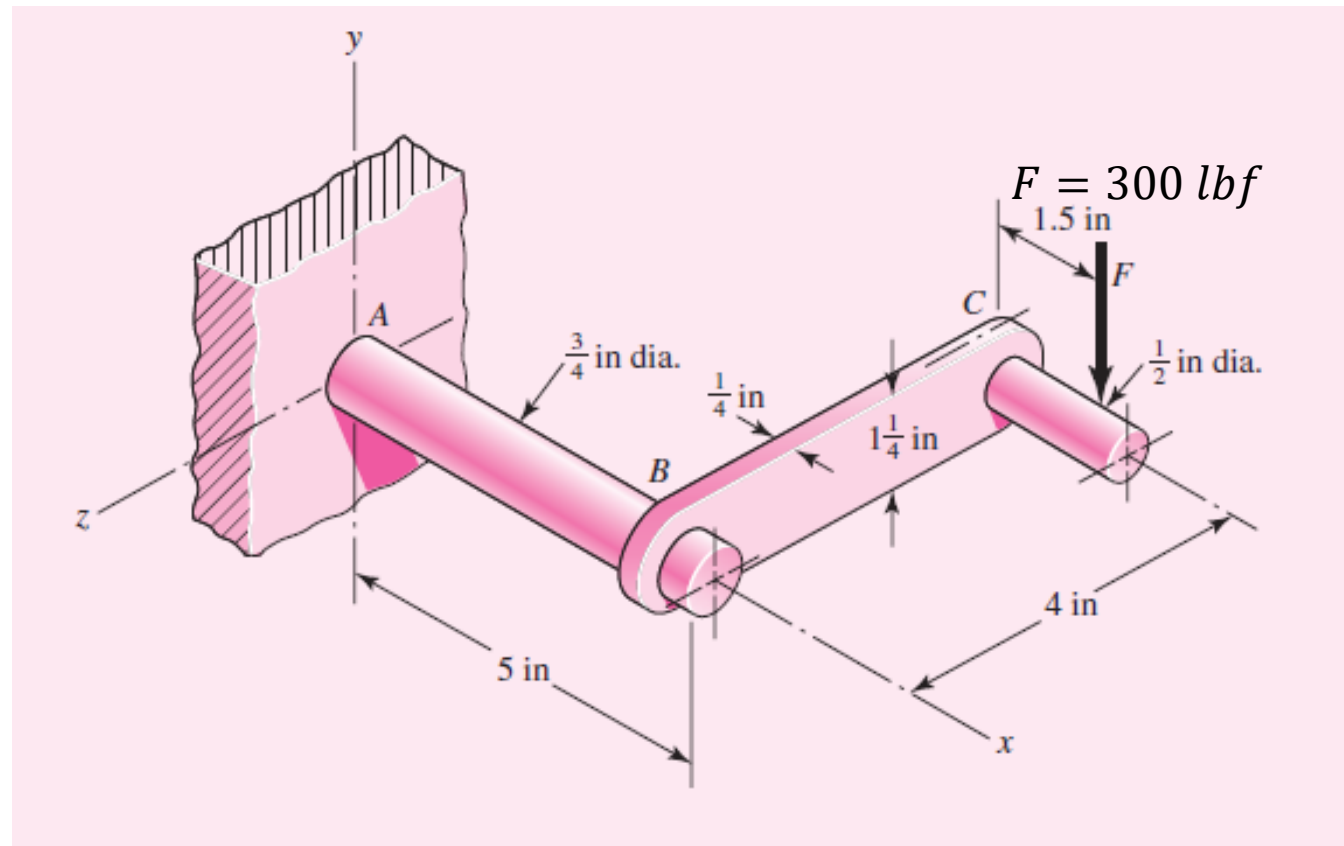
Exercício 01:

Refazer exemplo anterior considerando o diagrama de corpo livre da parte esquerda.

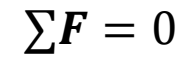
Exemplo 02:

Determine (a) as reações e (b) os esforços internos presente no comprimento médio BC.

Problema 3D



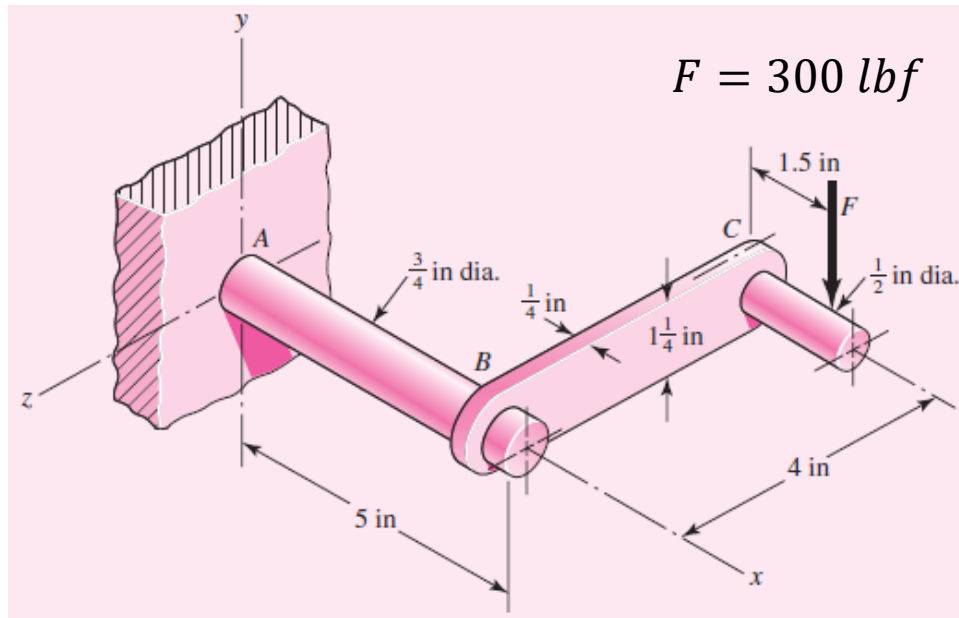
a)



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -300 + V_A = 0$$

$$V_A = 300 \text{ lbf}$$

Exemplo 02:



$$\sum M \text{ em A} = 0 \rightarrow \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_F = 0$$

$$\mathbf{r} = 6,5\mathbf{i} + 0,25\mathbf{j} - 4\mathbf{k} \text{ in}$$

$$\mathbf{F} = -300\mathbf{j} \text{ lbf}$$

$$\mathbf{M}_F = \det \begin{pmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 6,5 & 0,25 & -4 \\ 0 & -300 & 0 \end{pmatrix}$$

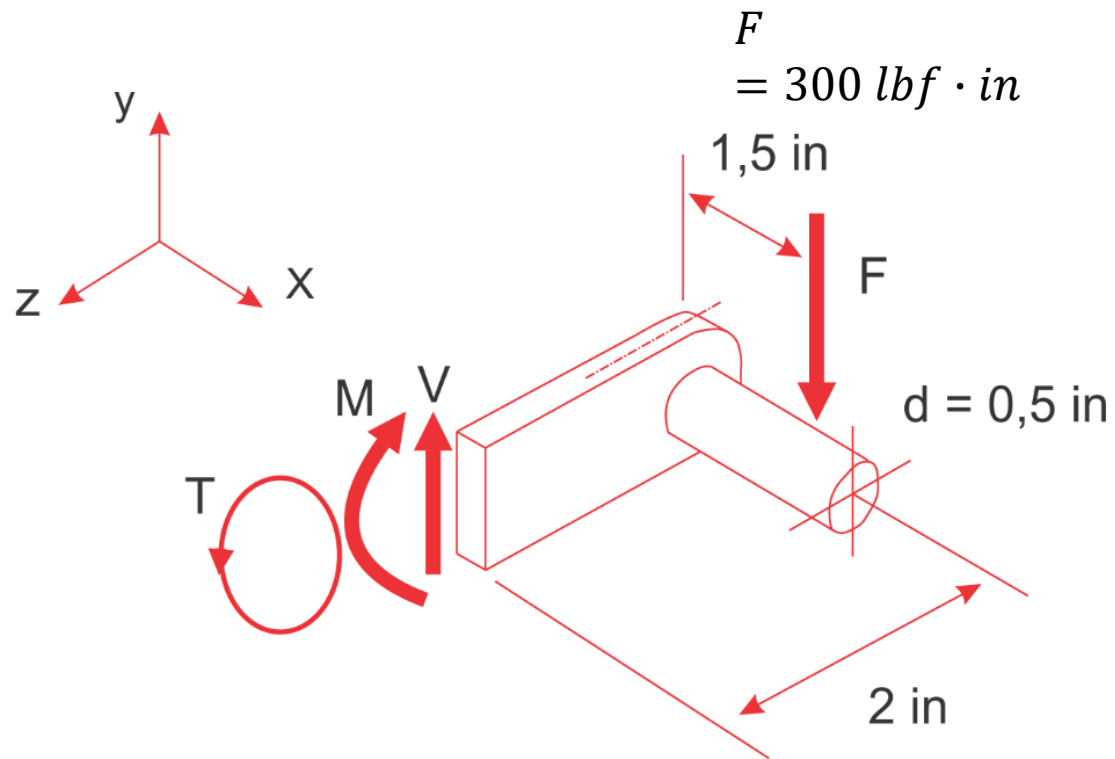
$$\mathbf{M}_F = -1200\mathbf{i} - 1950\mathbf{k} \text{ lbf.in}$$

$$\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_F = 0 \rightarrow \mathbf{M}_A = -\mathbf{M}_F = 1200\mathbf{i} + 1950\mathbf{k} \text{ lbf.in}$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}$ $\underbrace{\hspace{1cm}}$
 Torção Flexão

Exemplo 02

b)



$$\sum F_y = 0$$

$$V - 300 = 0$$

$$V = 300 \text{ lbf}$$

$$\sum M_x = 0$$

$$-M - 300(2) = 0$$

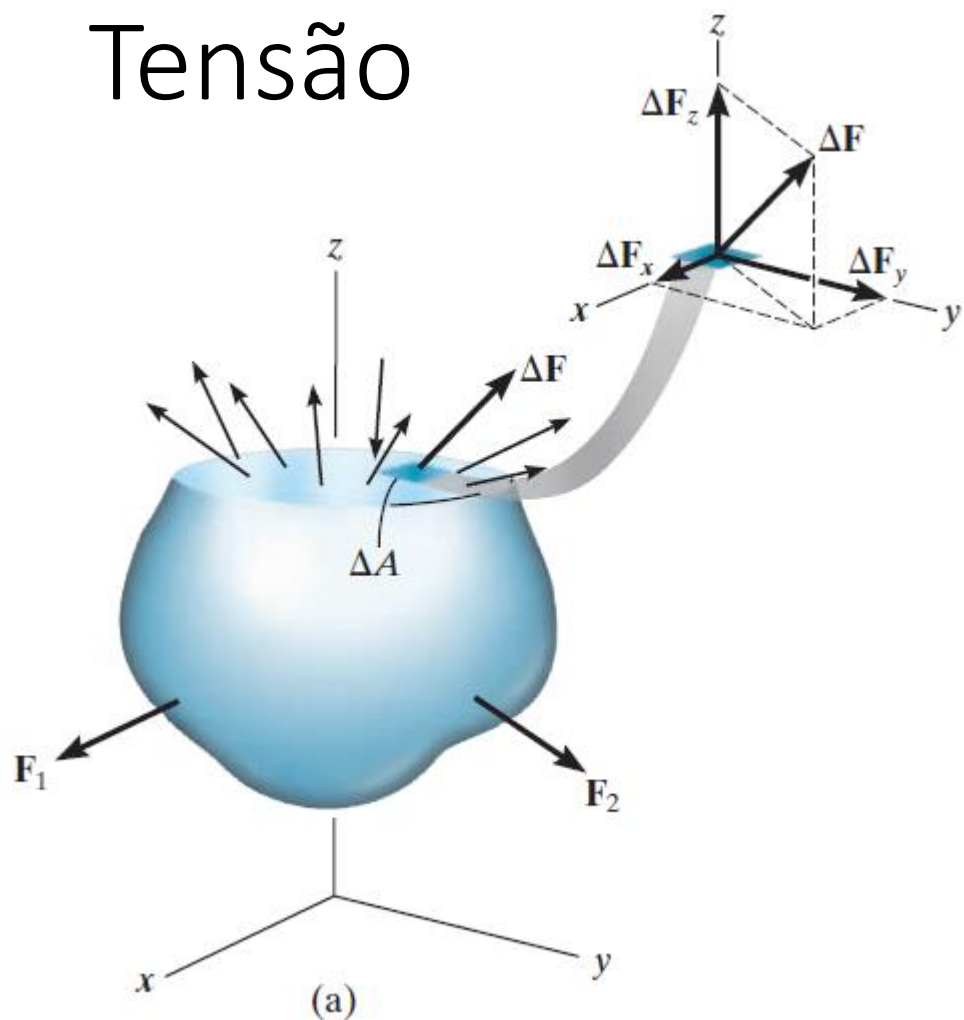
$$M = -600 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

$$\sum M_z = 0$$

$$T - 300(1,5) = 0$$

$$T = 450 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

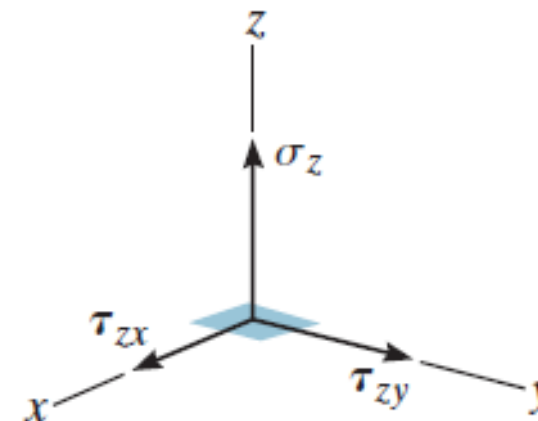
Tensão



$$\sigma_z = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A}$$

$$\tau_{zx} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A}$$

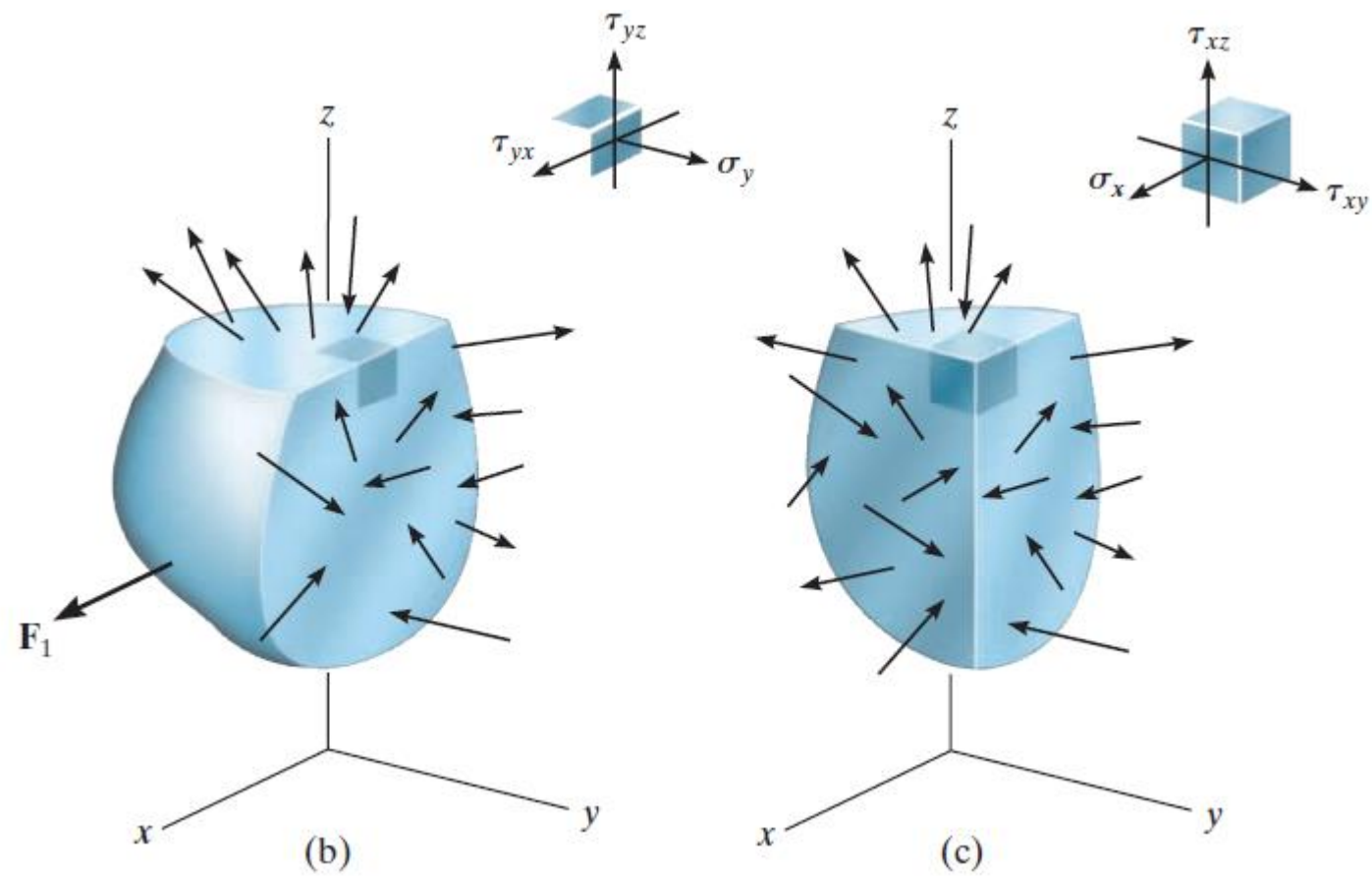
$$\tau_{zy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A}$$



$\sigma > 0$: tração

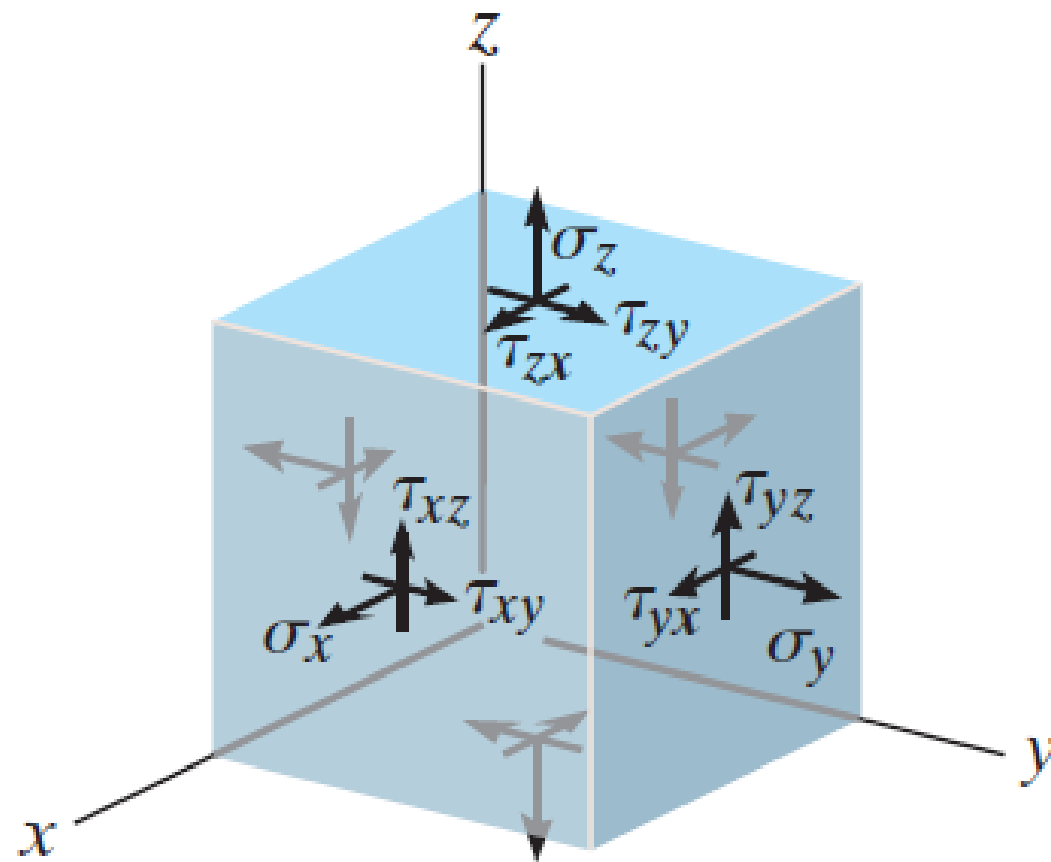
$\sigma < 0$: compressão

Tensão



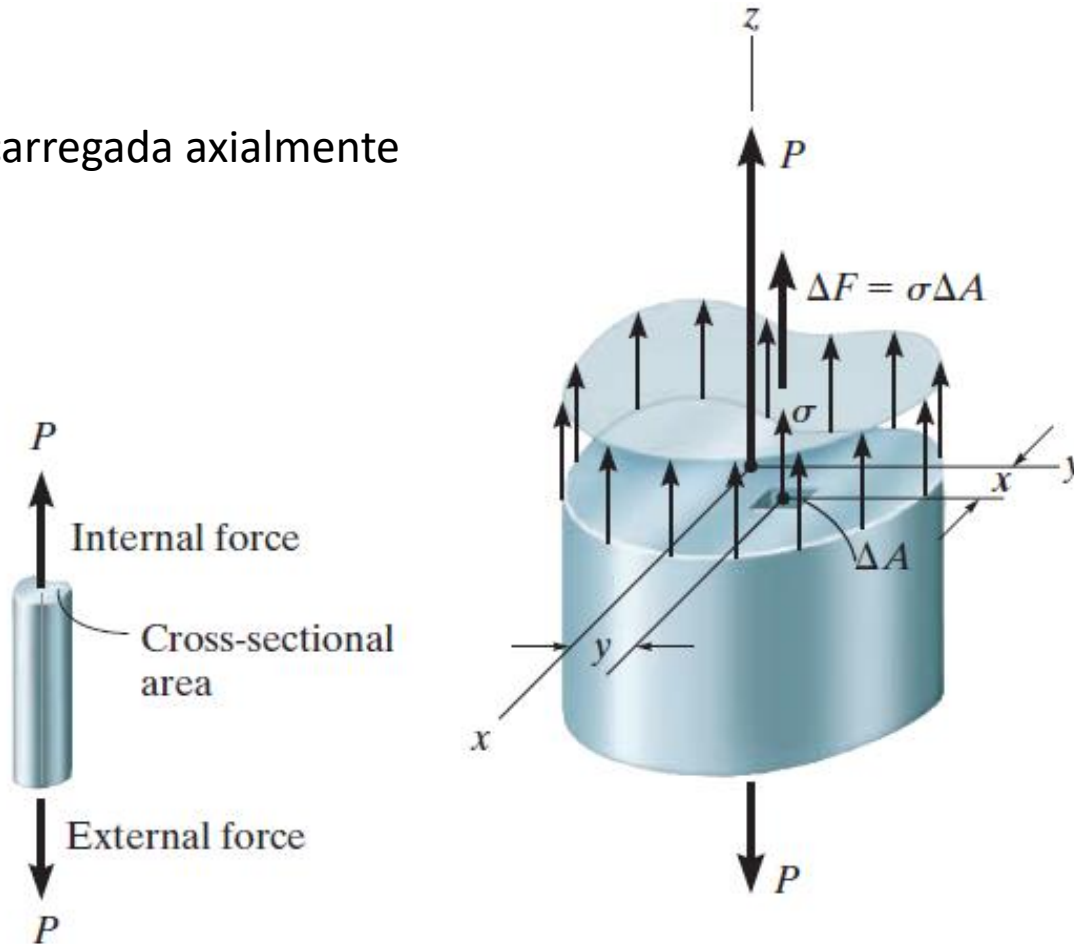
Tensão

Estado geral de
tensões



Distribuição de tensão média

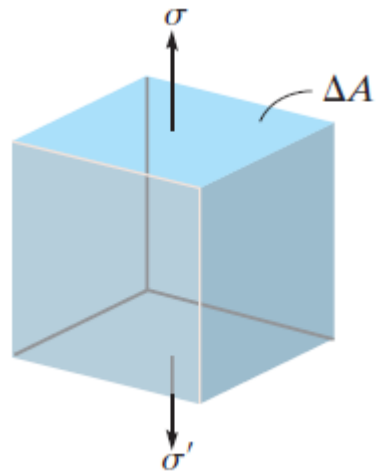
Barra carregada axialmente



$$P = \int_A \sigma dA$$

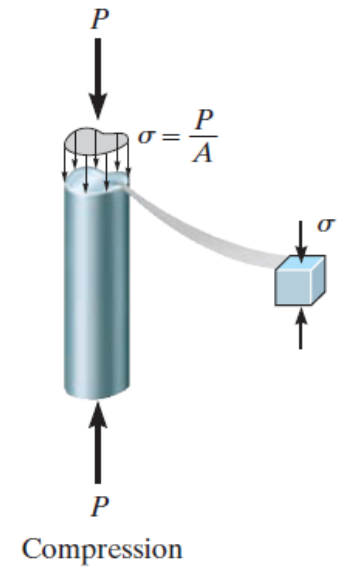
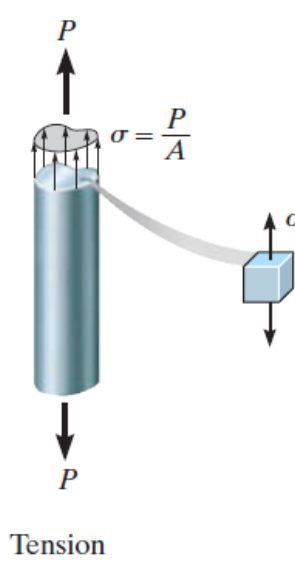
$$P = \sigma A \rightarrow \sigma = \frac{P}{A}$$

Equilíbrio de forças

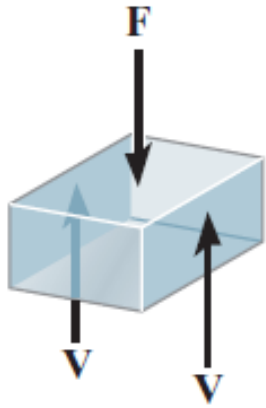
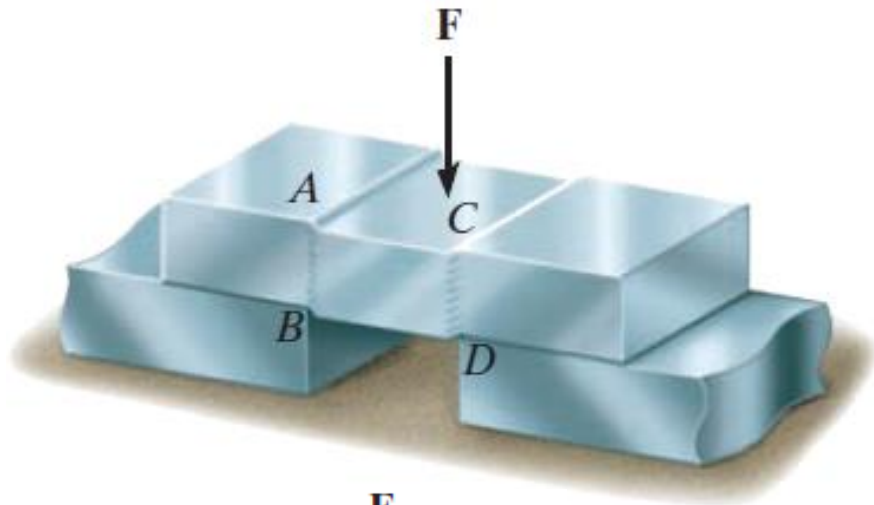


$$\sigma \Delta A - \sigma' \Delta A = 0$$

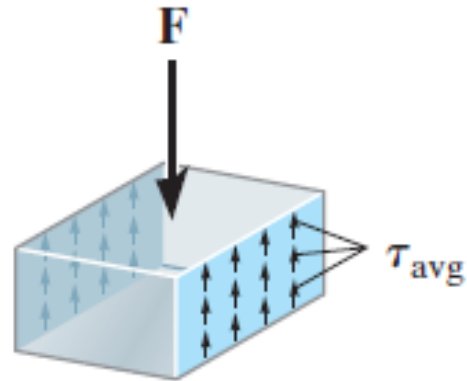
$$\sigma = \sigma'$$



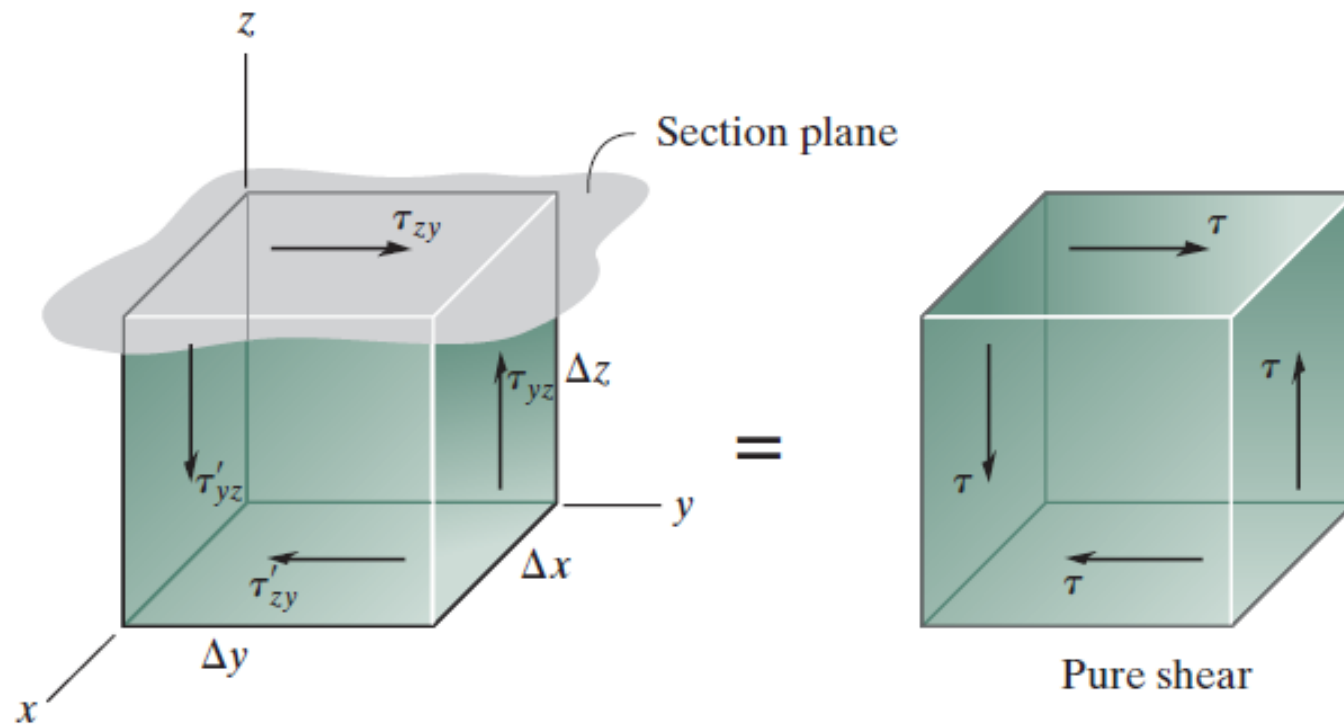
Tensão cisalhante



$$\tau = \frac{V}{A}$$

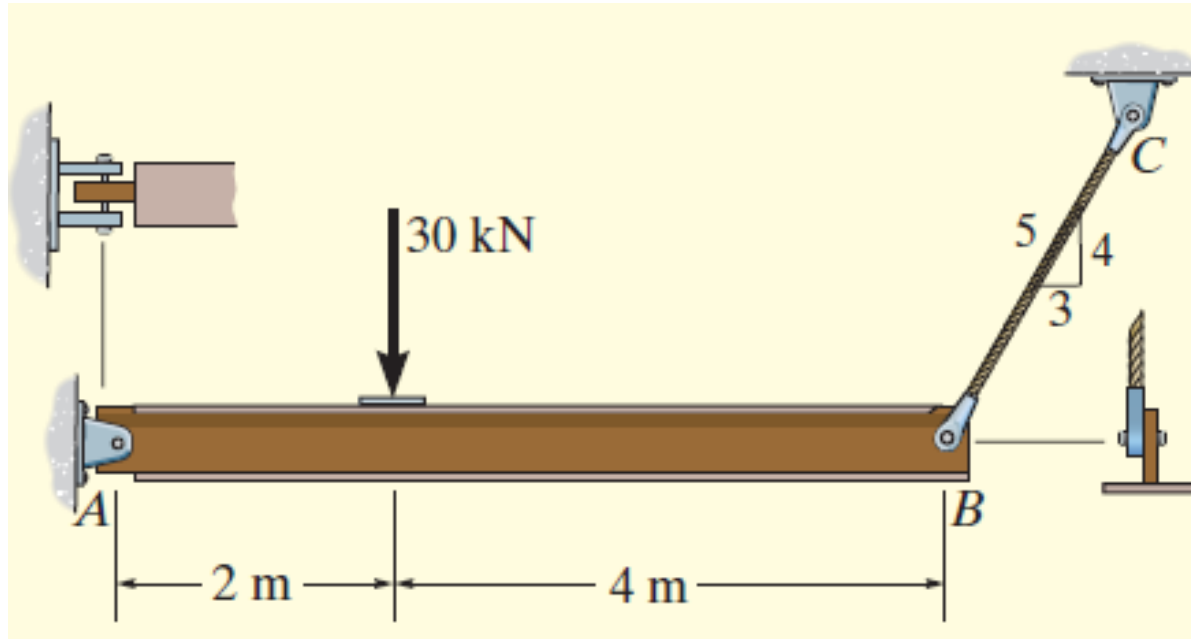


Tensão cisalhante



Equilíbrio de momento

Exemplo 03:



Dados:

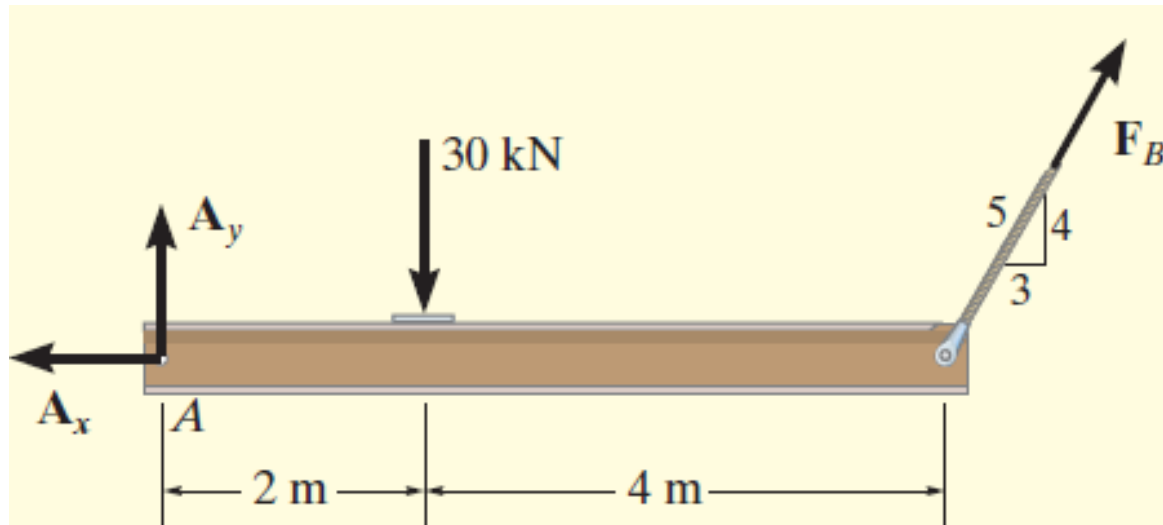
Diâmetro pino A: 20 mm

Diâmetro pino B: 30 mm

Diâmetro da corda: 35 mm

Encontre a tensão normal na corda (BC)
e cisalhante nos pino (A) e (B).

Exemplo 03



$$\sum F_x \rightarrow -A_x + F_B \left(\frac{3}{5} \right) = 0$$

$$\sum F_y \rightarrow A_y - 30 + F_B \left(\frac{4}{5} \right) = 0$$

$$\sum M_A \rightarrow -30(2) + F_B \left(\frac{4}{5} \right) (6) = 0$$

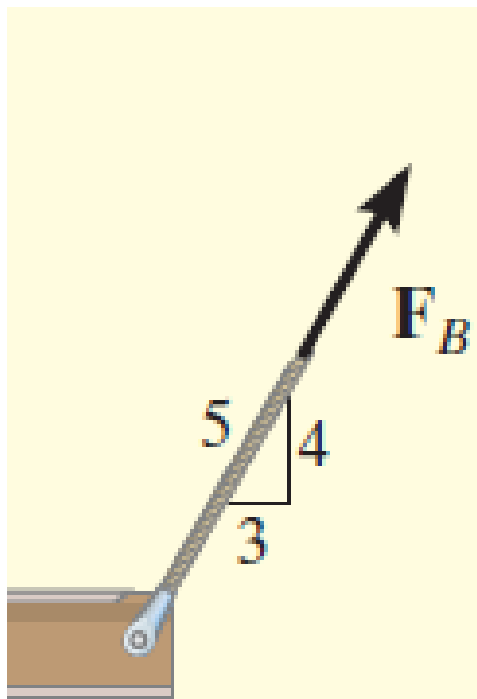
$$F_B = 12,5 \text{ kN}$$

$$A_x = 7,5 \text{ kN}$$

$$A_y = 20 \text{ kN}$$

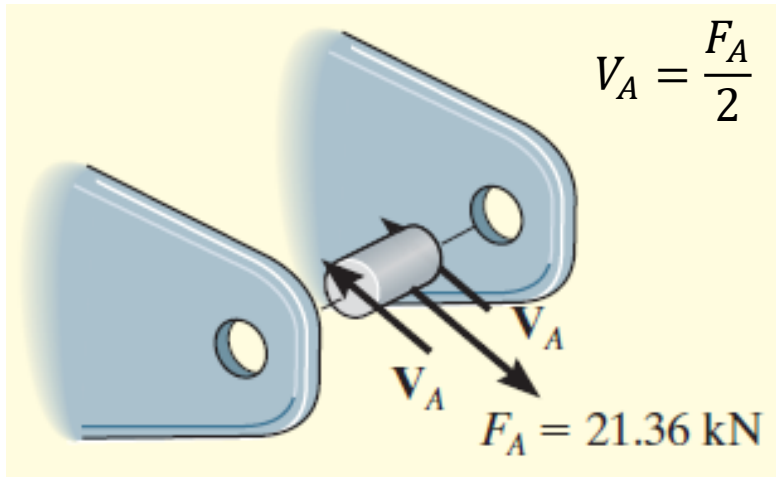
$$F_A = \sqrt{7,5^2 + 20^2} = 21,36 \text{ kN}$$

Exemplo 03



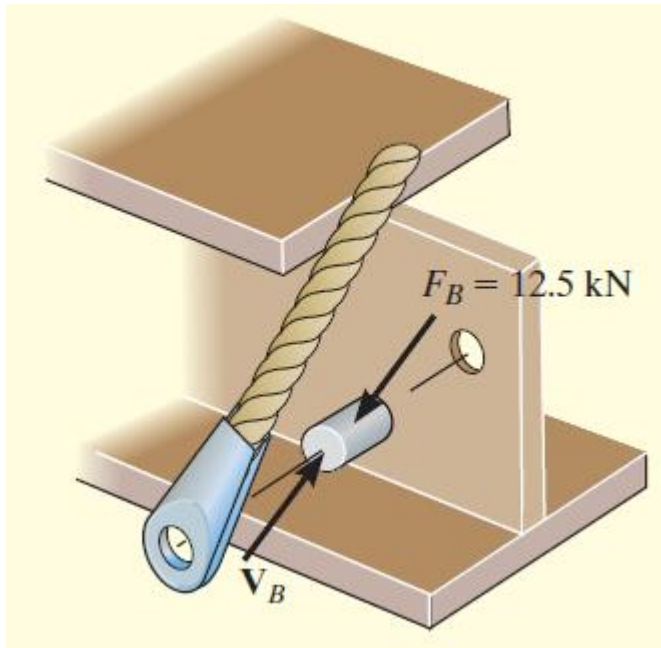
$$\sigma_B = \frac{12,5(10^3)}{\pi(17,5)^2} = 13 \text{ MPa}$$

Exemplo 03



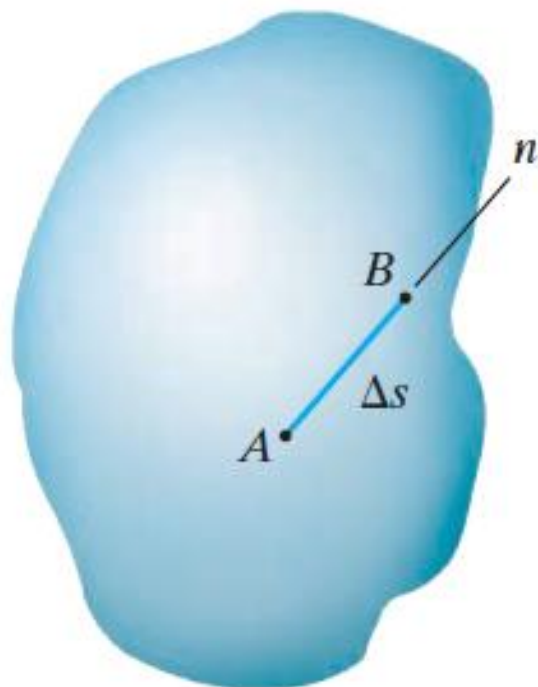
$$\tau_A = \frac{21,36(10^3)/2}{\pi(10)^2} = 34 \text{ MPa}$$

Exemplo 03



$$\tau_B = \frac{12,5(10^3)}{\pi(15)^2} = 17,7 \text{ MPa}$$

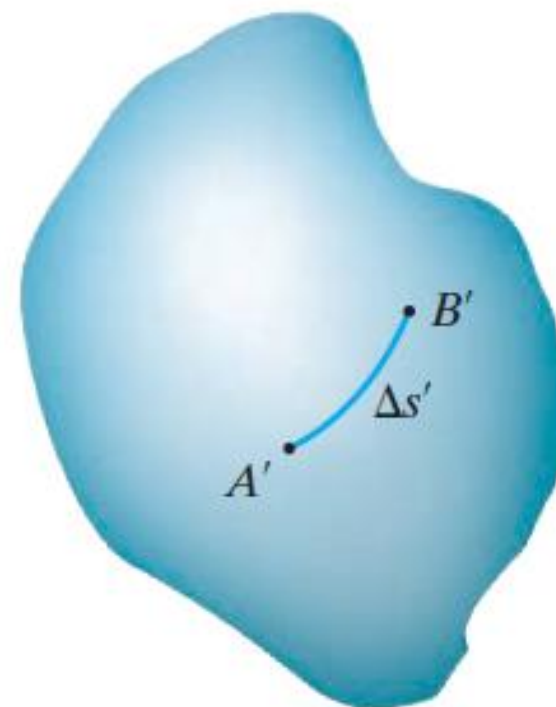
Deformação



Undeformed body

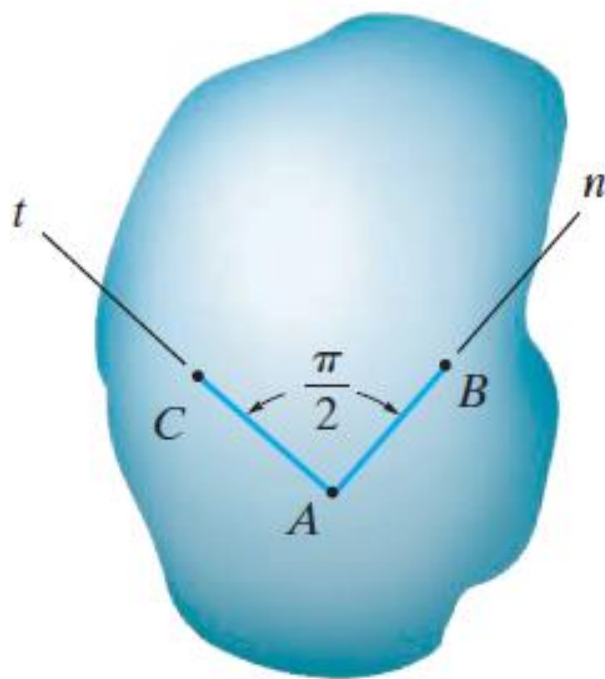
Ação de forças
externas

$$\epsilon = \lim_{B \rightarrow A} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$

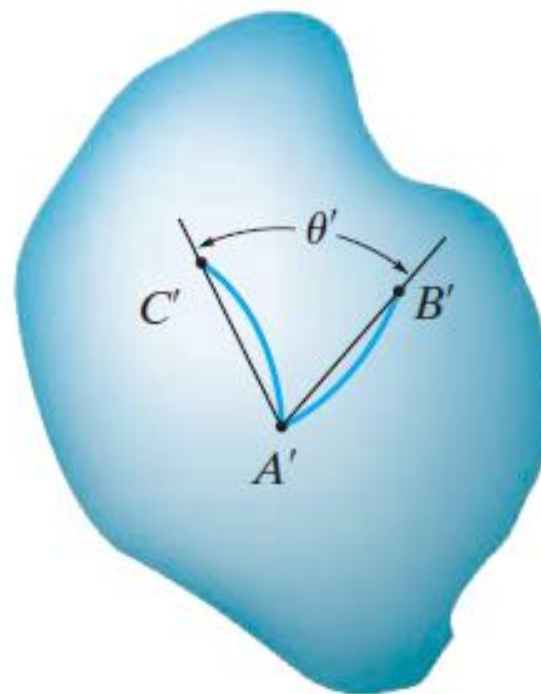


Deformed body

Deformação cisalhante



Undeformed body



Deformed body

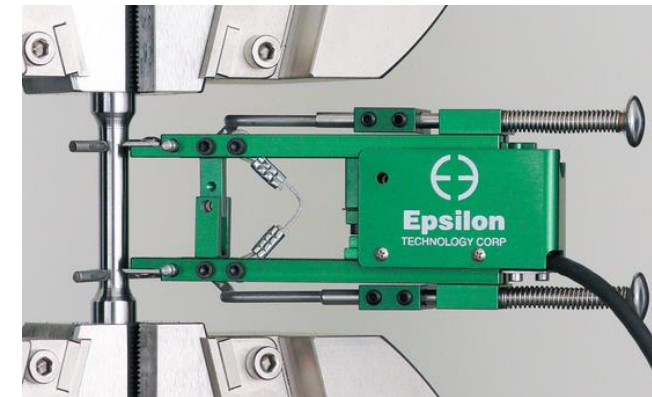
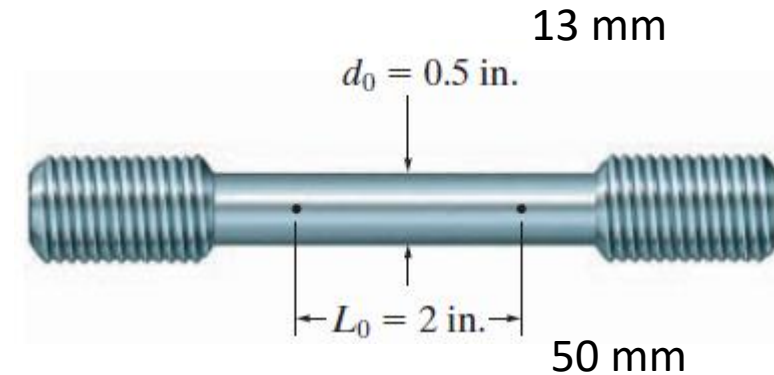
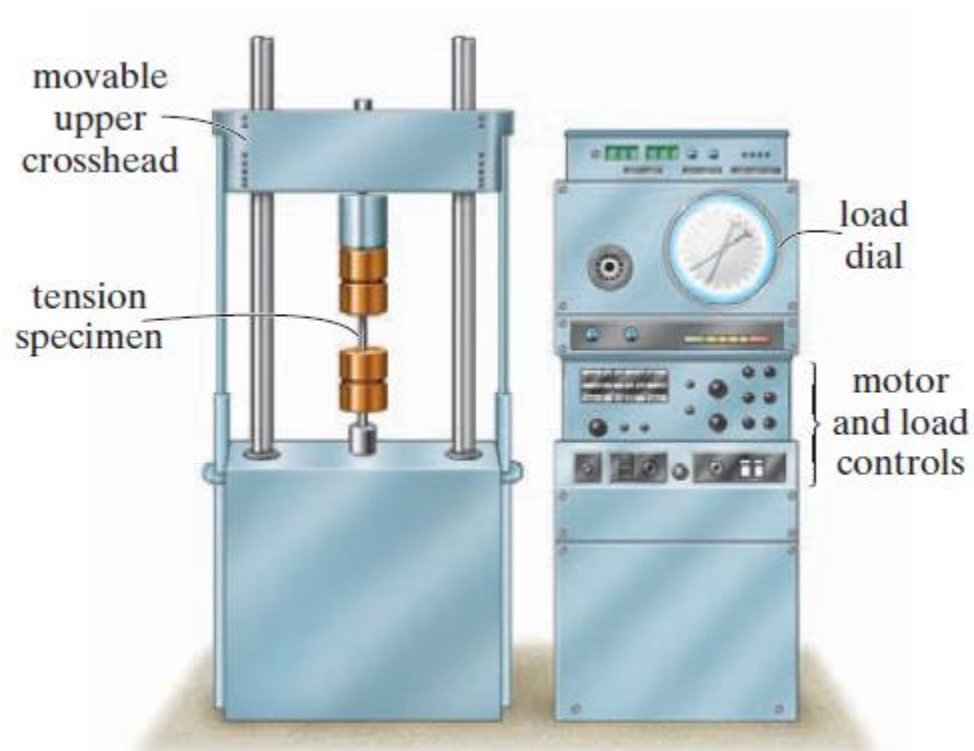
$$\gamma = \lim_{\substack{B \rightarrow A \\ C \rightarrow A}} \left(\frac{\pi}{2} - \theta' \right)$$

Propriedades mecânicas dos materiais

A resistência de um material pode ser traduzida na sua capacidade de suportar cargas sem falhar (romper) ou sofrer deformações permanentes.

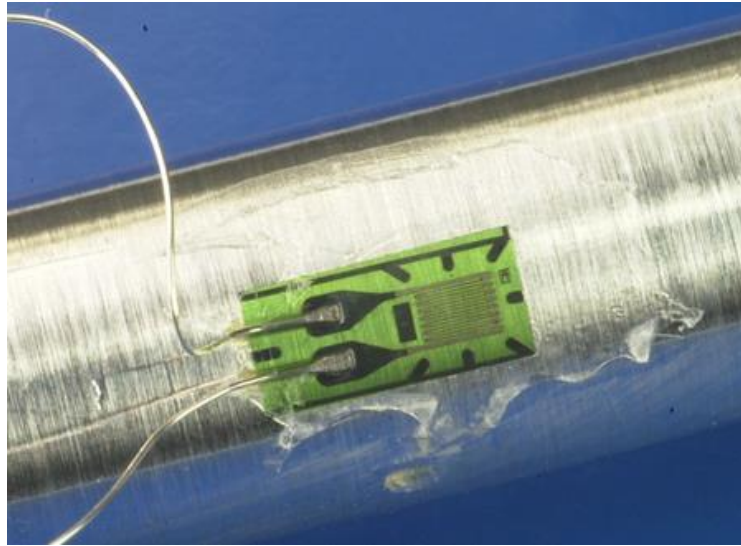
Propriedades mecânicas dos materiais

Um dos ensaios mais utilizados para se levantar as propriedades mecânicas dos materiais é o ensaio de tração ou compressão



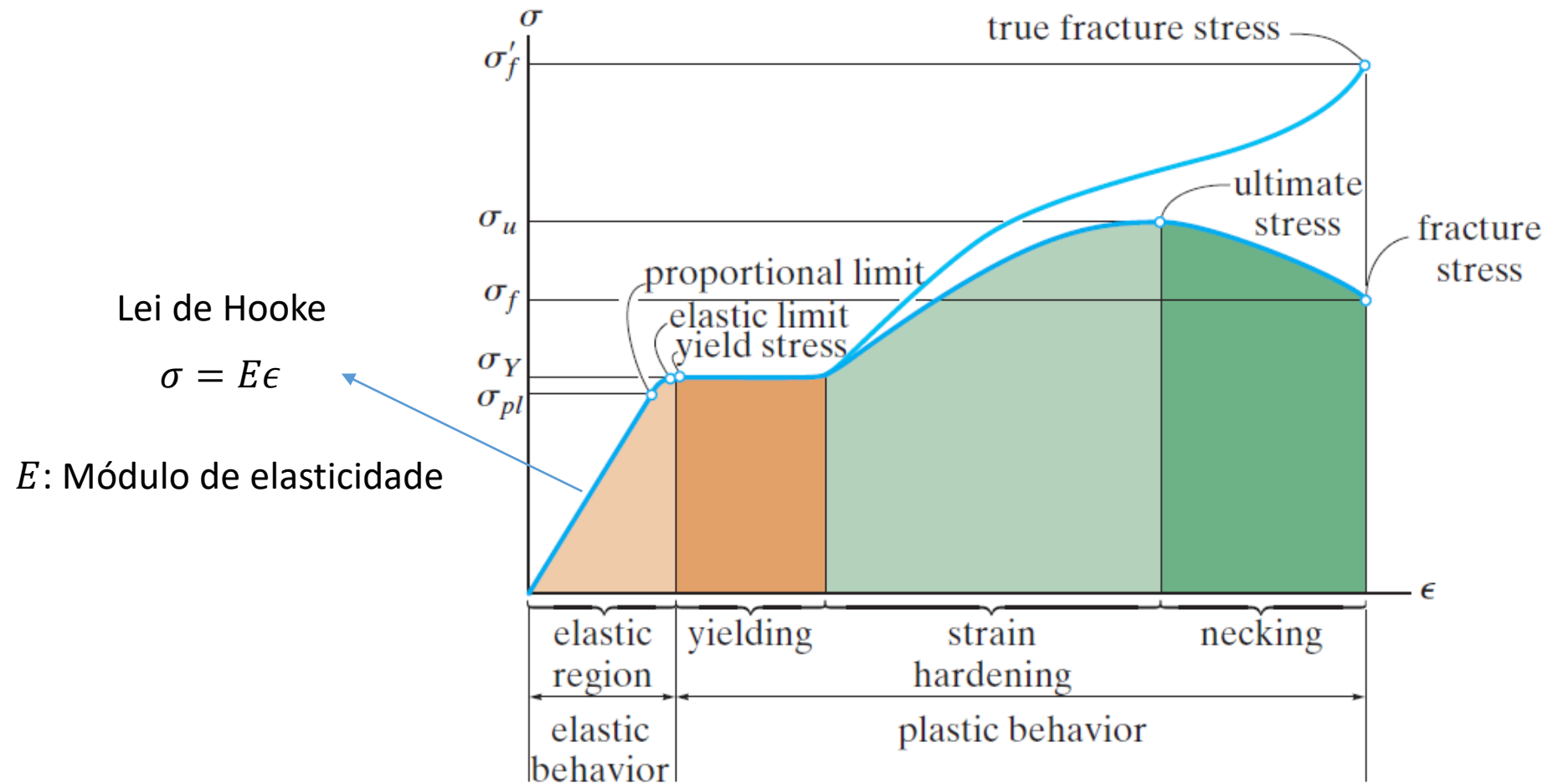
extensômetro

Propriedades mecânicas dos materiais

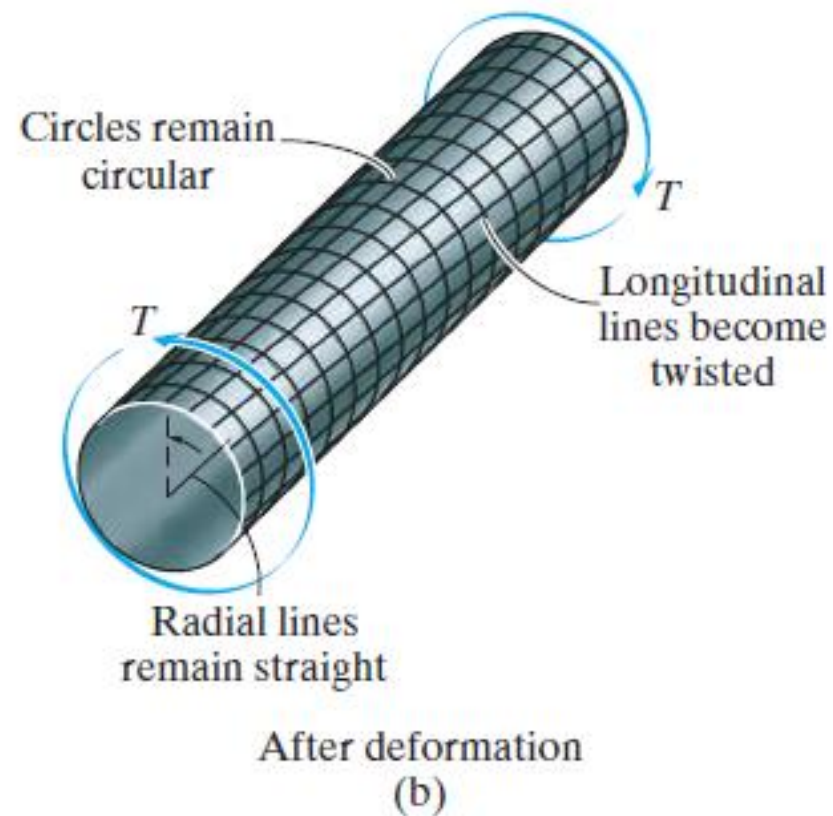
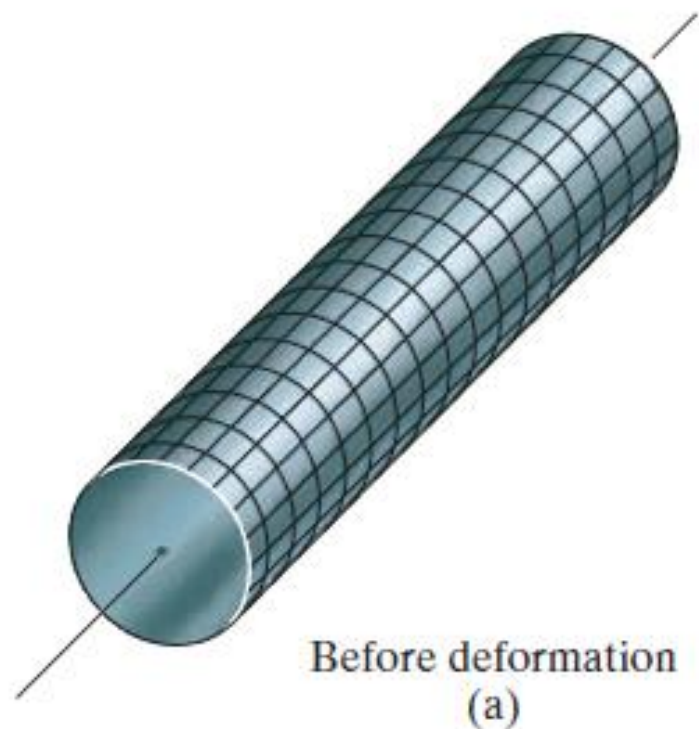


Strain-gauge

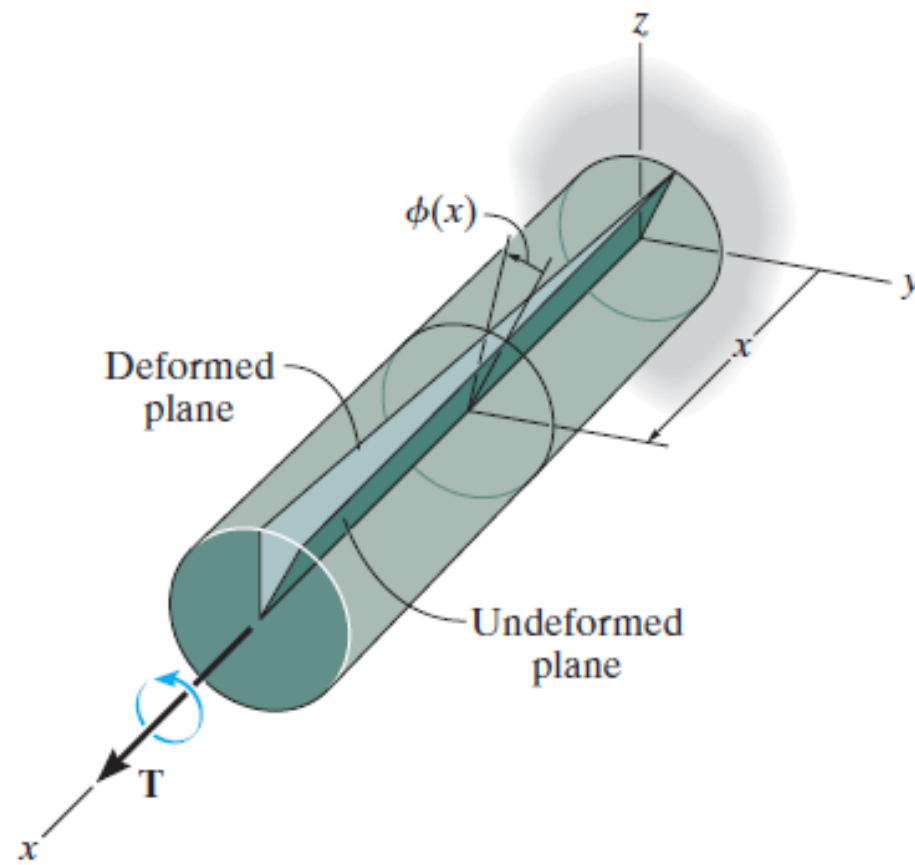
Propriedades mecânicas dos materiais



Tensões e deformações devido a torção

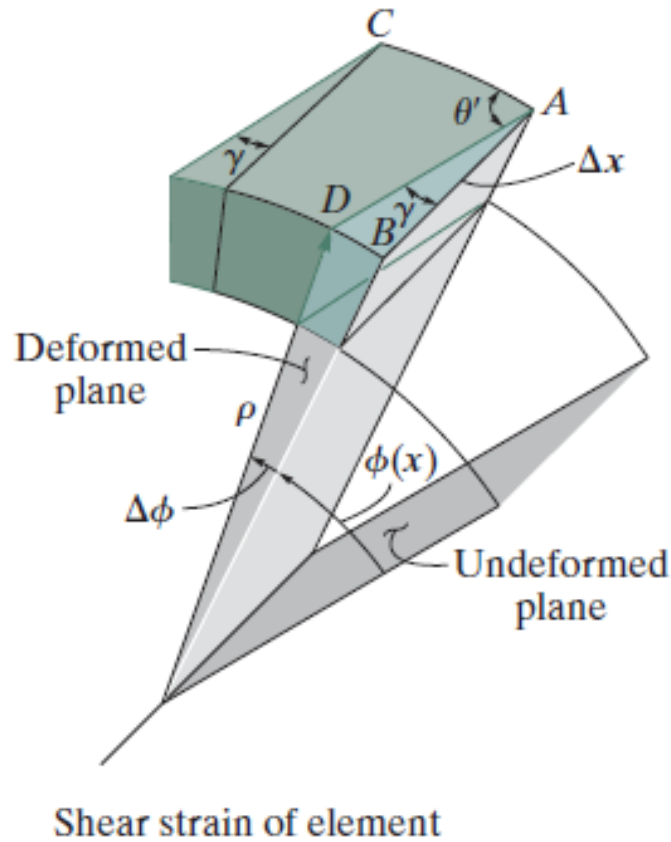


Tensões e deformações devido a torção



Tensões e deformações devido a torção

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta'$$



$$\rho \Delta \phi = \gamma \Delta x$$

Se $\Delta x \rightarrow dx$ e $\Delta \phi \rightarrow d\phi$

$$\gamma = \rho \frac{d\phi}{dx}$$

Para um de determinado x , $d\phi/dx = \text{cte}$

Portanto:

$$\gamma = \left(\frac{\rho}{c}\right) \gamma_{max}$$

Onde c é o raio do eixo

Tensões e deformações devido a torção

A lei de Hooke também é válida para a tensão cisalhante:

$$\tau = G\gamma$$

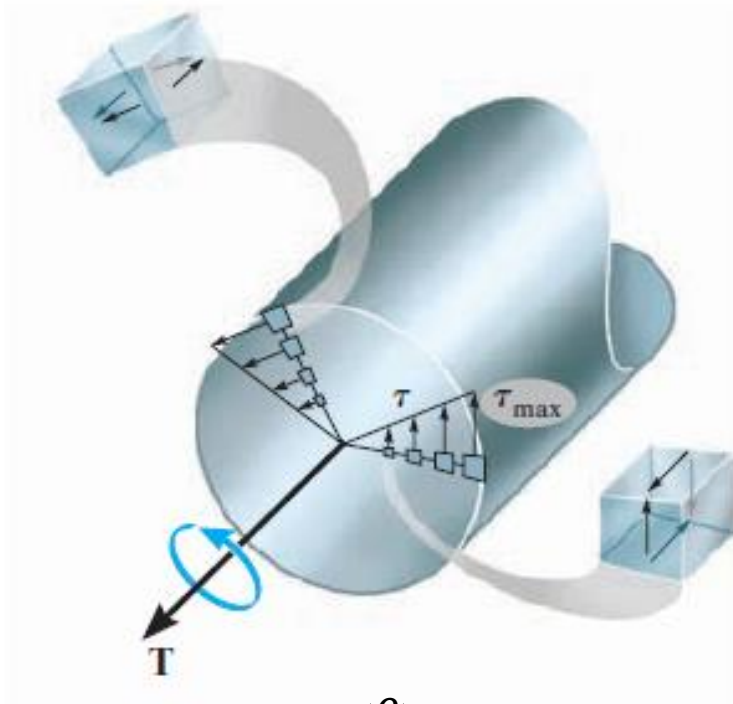
G : Módulo de rigidez

No caso de um eixo circular sobre torção:

$$\tau = G \left(\frac{\rho}{c} \right) \gamma_{max}$$

$$\tau = \left(\frac{\rho}{c} \right) \tau_{max}$$

Tensões e deformações devido a torção



$$\tau = \left(\frac{\rho}{c}\right) \tau_{max}$$

$$T = \int_A \rho(\tau dA) = \int_A \rho \left(\frac{\rho}{c} \tau_{max} dA\right)$$

$$T = \frac{\tau_{max}}{c} \int_A \rho^2 dA$$

$$J = \int_A \rho^2 dA$$

Momento polar
de área

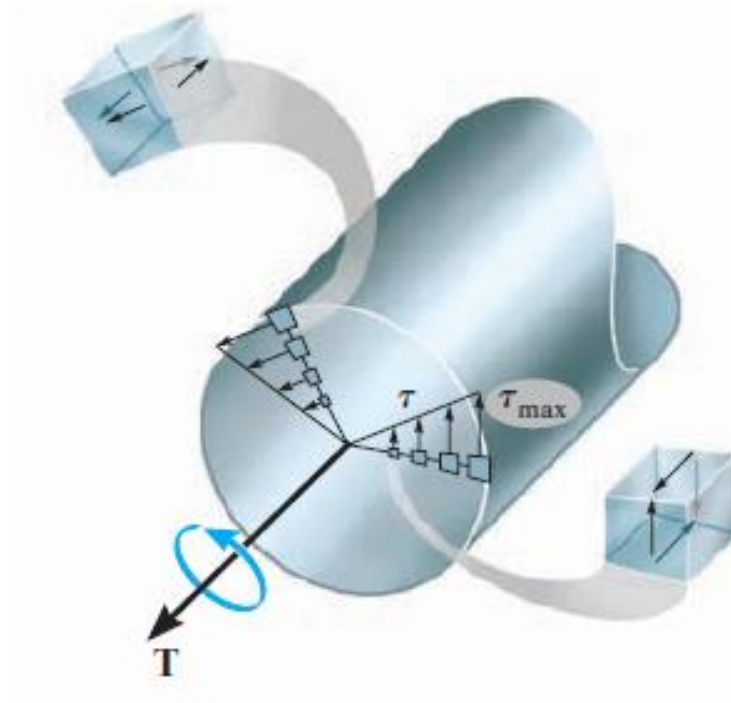
Tensões e deformações devido a torção

$$T = \frac{\tau_{max}}{c} J$$

$$\tau_{max} = \frac{Tc}{J}$$

$$\tau = \frac{\rho}{c} \tau_{max}$$

$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$



$$J = \int_A \rho^2 dA$$

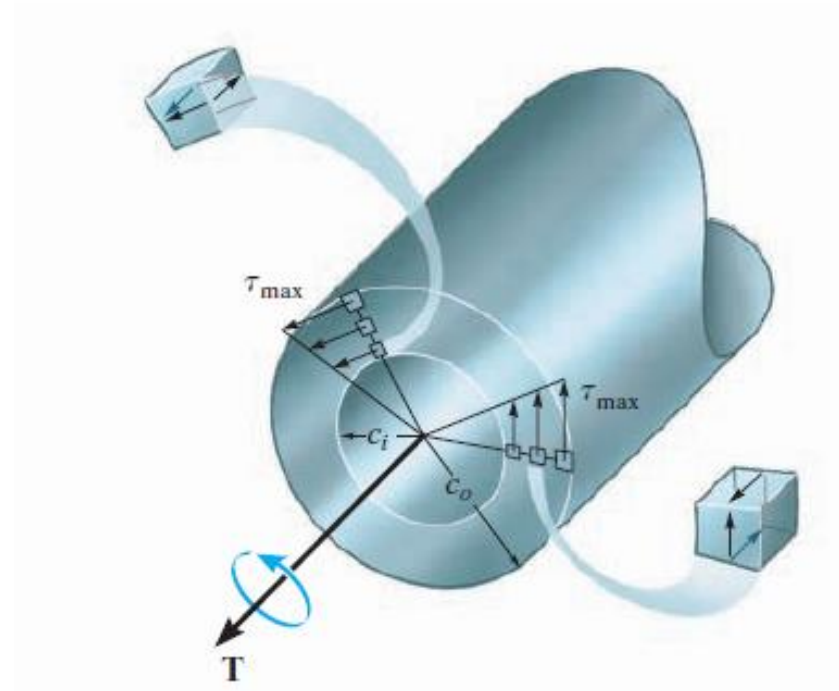
$$J = \int_0^{2\pi} \int_0^c \rho^2 (\rho d\rho d\theta)$$

$$J = \frac{\pi c^4}{2}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32}$$

Onde d é o diâmetro do eixo

Tensões e deformações devido a torção



d_e : diâmetro externo

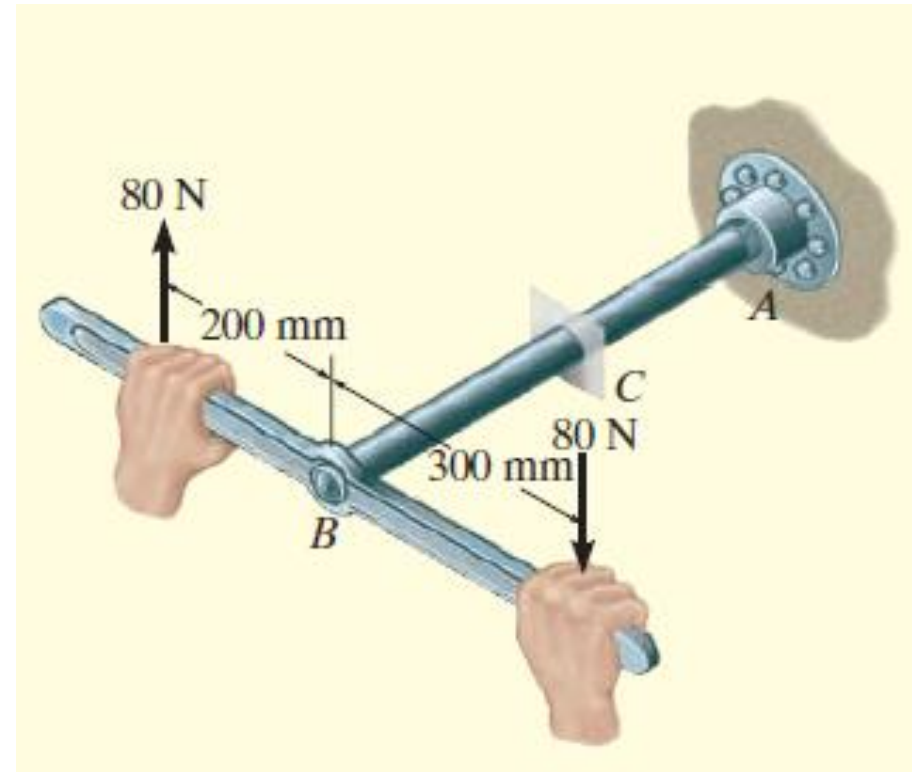
d_i : diâmetro interno

$$J = \frac{\pi(d_e^4 - d_i^4)}{32}$$

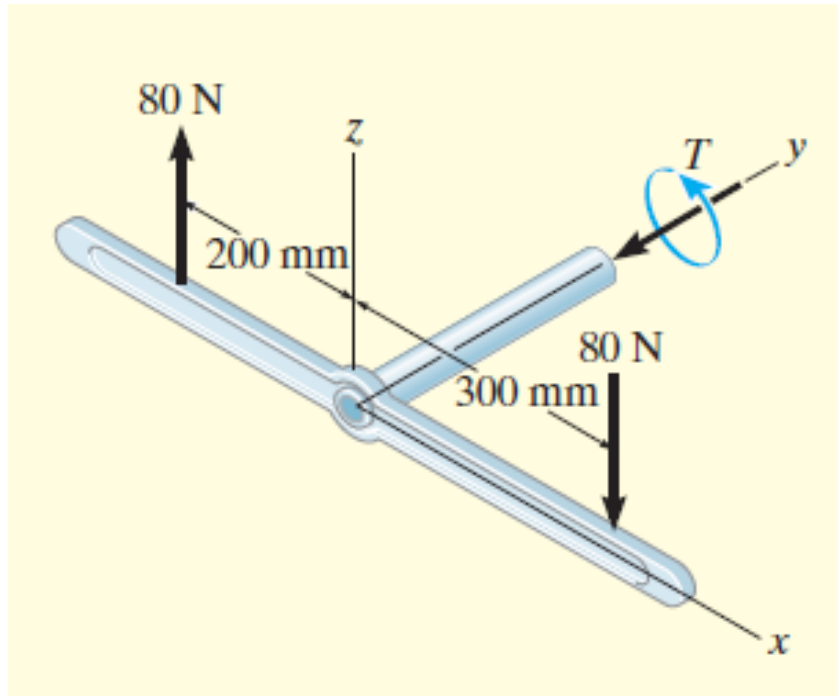
Exemplo 04:

Um tubo com diâmetro interno de 80 mm e diâmetro externo de 100 mm é apertado contra o suporte A através de um torque aplicado em B.

Sabendo que o torque é gerado por forças de 80 N, determine as tensões cisalhantes nas paredes internas e externas do tubo na seção C (porção central do tubo).

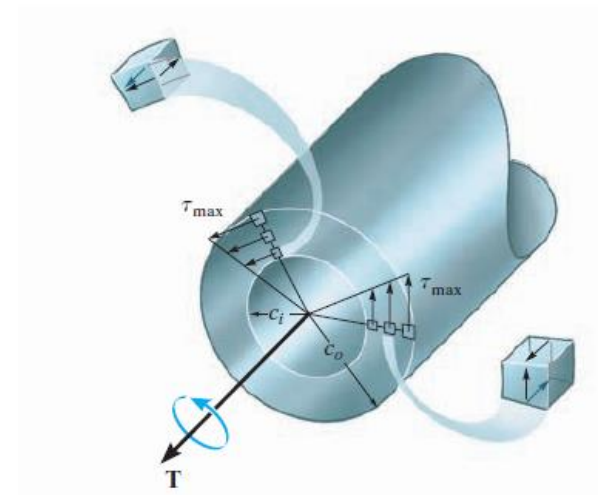


Exemplo 04:



$$\Sigma M_y \rightarrow -T + 80(300) + 80(200) = 0$$

$$T = 40(10^3) \text{ N} \cdot \text{mm}$$



$$J = \frac{\pi(100^2 - 80^4)}{32} = 5,8(10^6) \text{ mm}^4$$

Exemplo 04:

$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$

$$\tau_e = \frac{40(10^3)50}{5,8(10^6)} = 0,345 \text{ MPa}$$

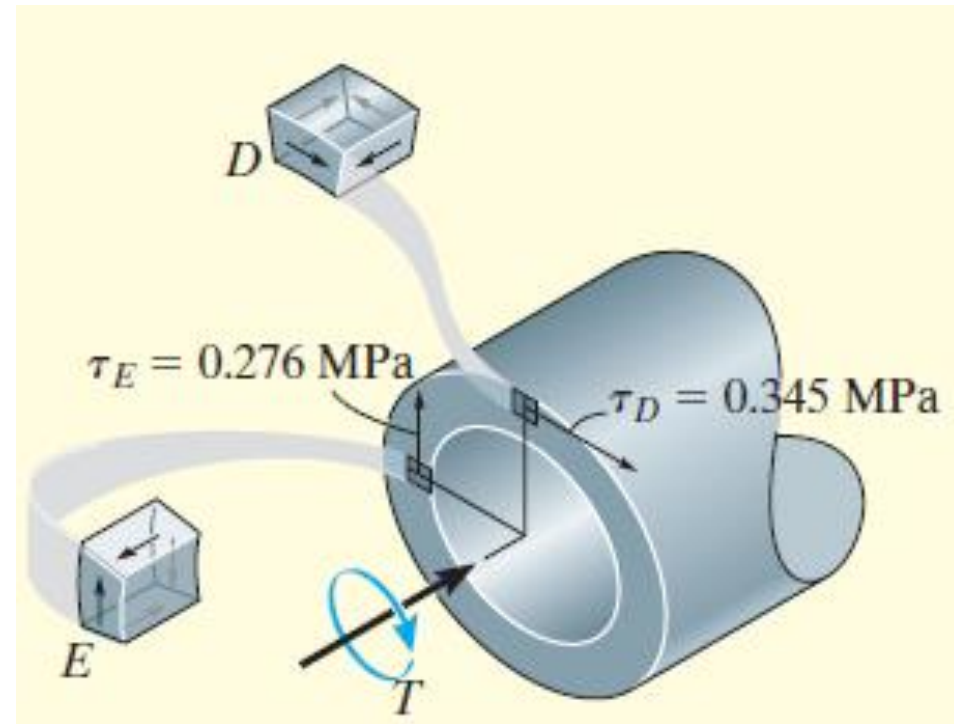
$$\tau_i = \frac{40(10^3)40}{5,8(10^6)} = 0,276 \text{ MPa}$$

$$T = 40(10^3) \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$d_e = 100 \text{ mm}$$

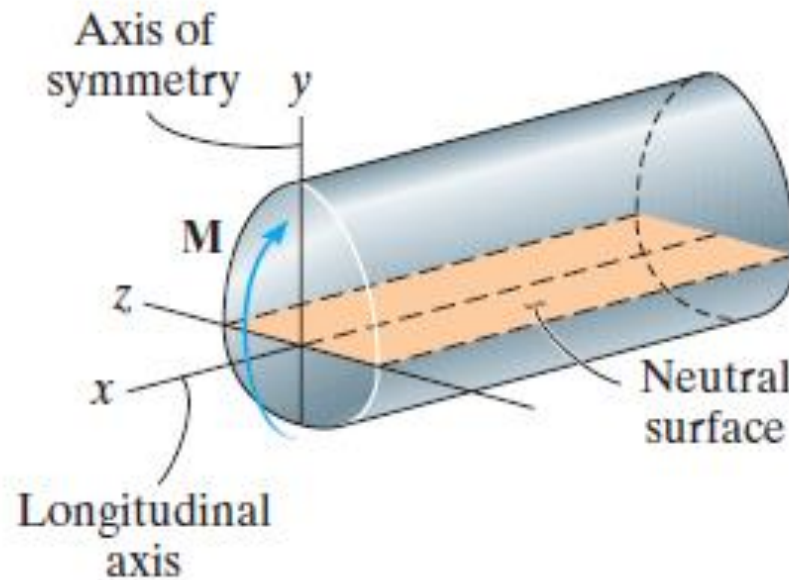
$$J = 5,8(10^6) \text{ mm}^4$$

$$d_i = 80 \text{ mm}$$

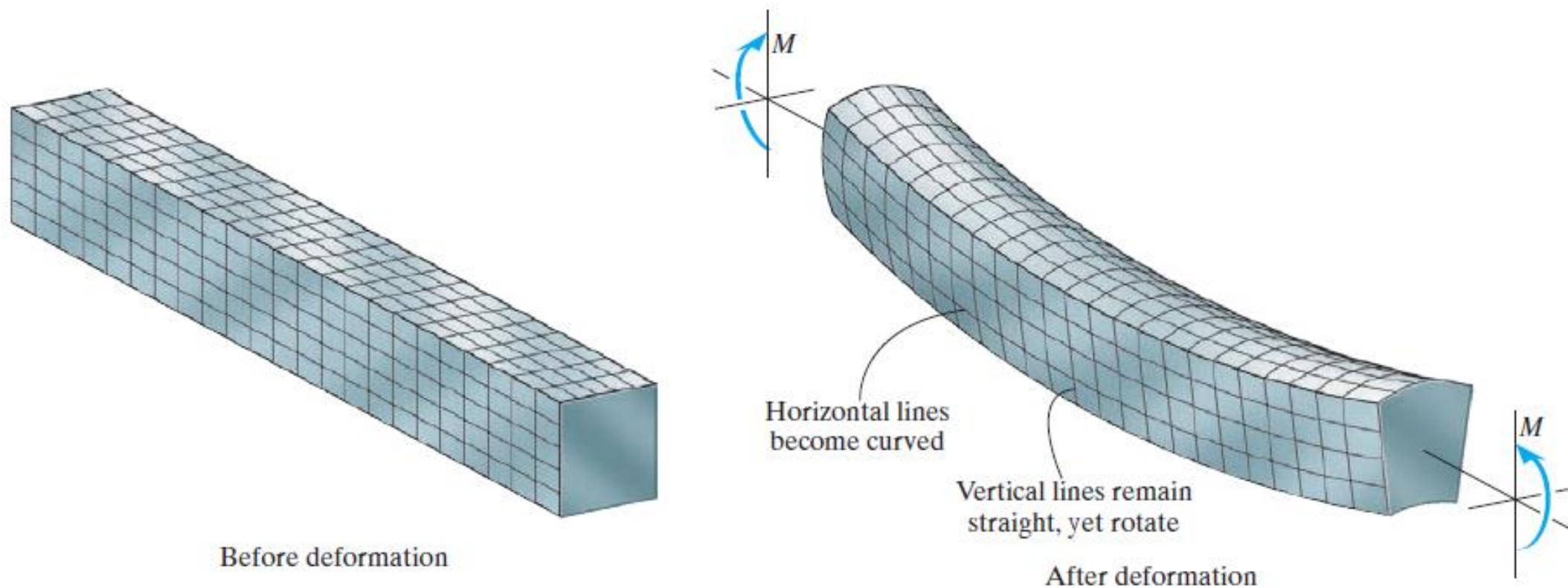


Tensões e deformações devido a flexão

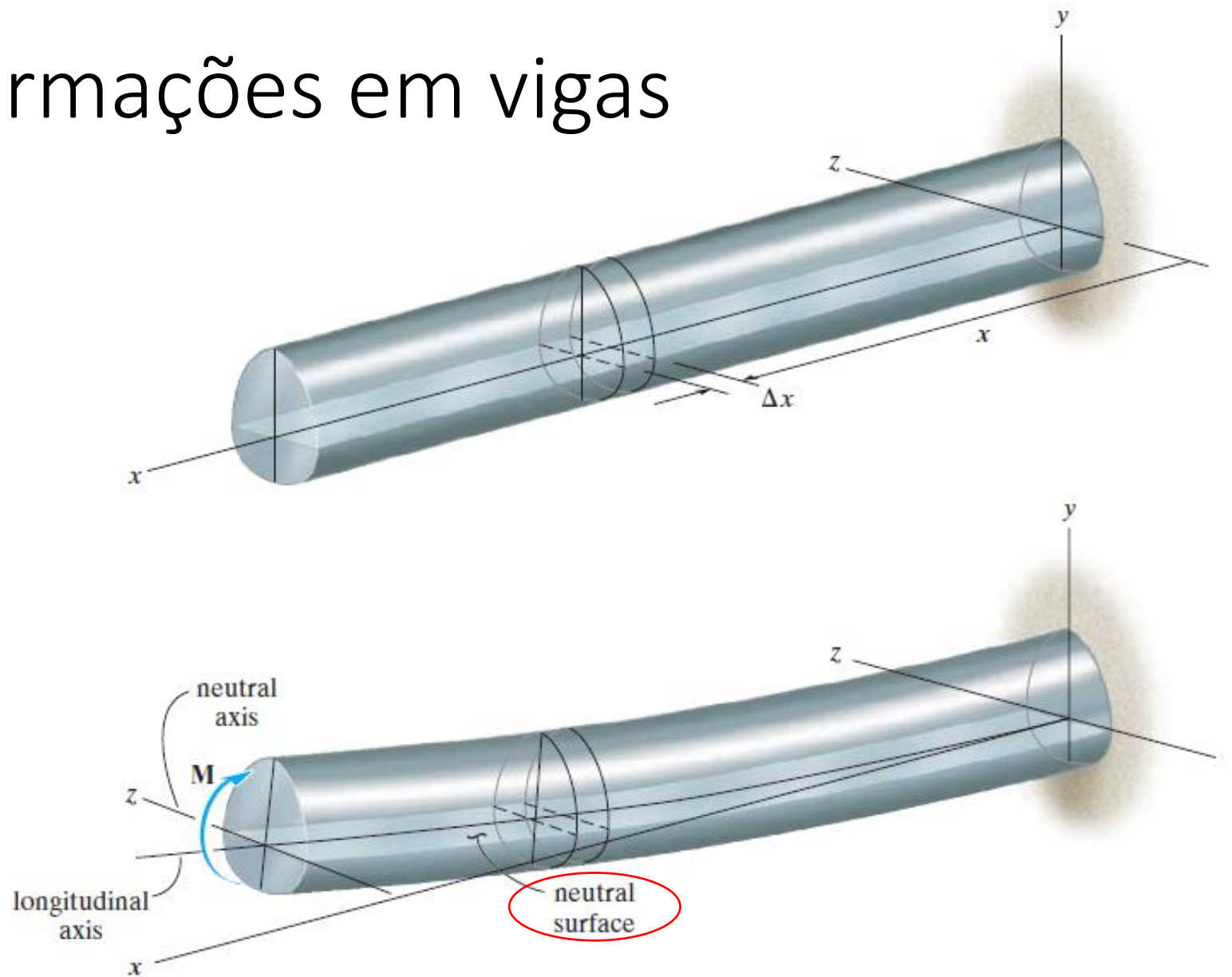
A metodologia aqui apresentada é válida apenas para geometrias cuja a seção transversal seja simétrica em relação ao eixo y e o momento seja aplicado na direção z .



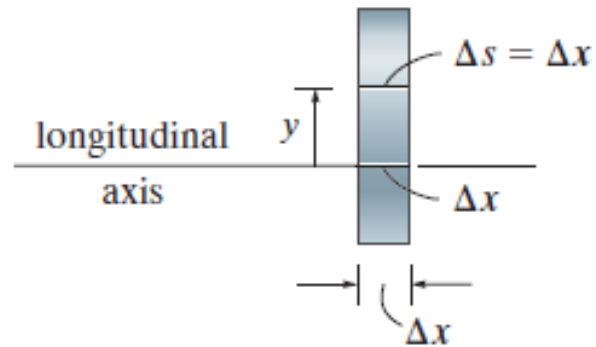
Tensões e deformações em vigas



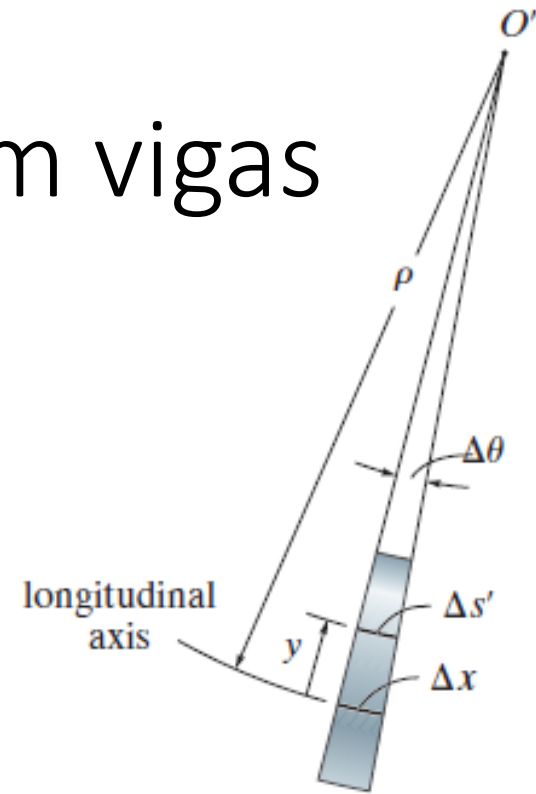
Tensões e deformações em vigas



Tensões e deformações em vigas



Undeformed element



Deformed element

$$\Delta s' = (\rho - y)\Delta\theta$$

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \epsilon = \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s} \rightarrow \lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{(\rho - y)\Delta\theta - \rho\Delta\theta}{\rho\Delta\theta} = -\frac{y}{\rho}$$

Tensões e deformações em vigas

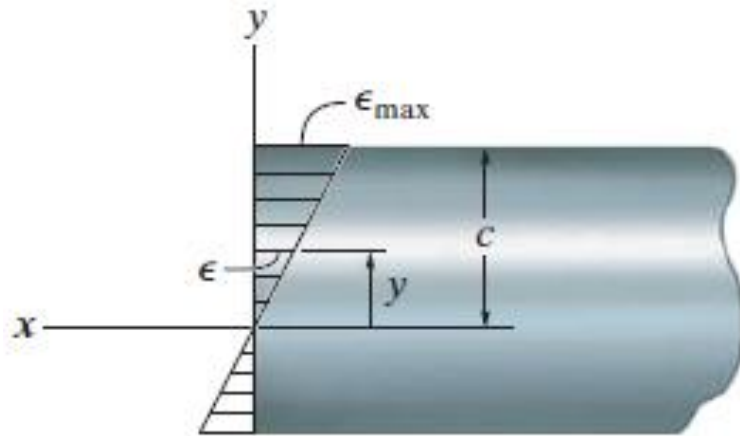
$$\epsilon = -\frac{y}{\rho} \rightarrow -\epsilon_{max} = -\frac{c}{\rho}$$

$$\epsilon = -\left(\frac{y}{c}\right) \epsilon_{max}$$

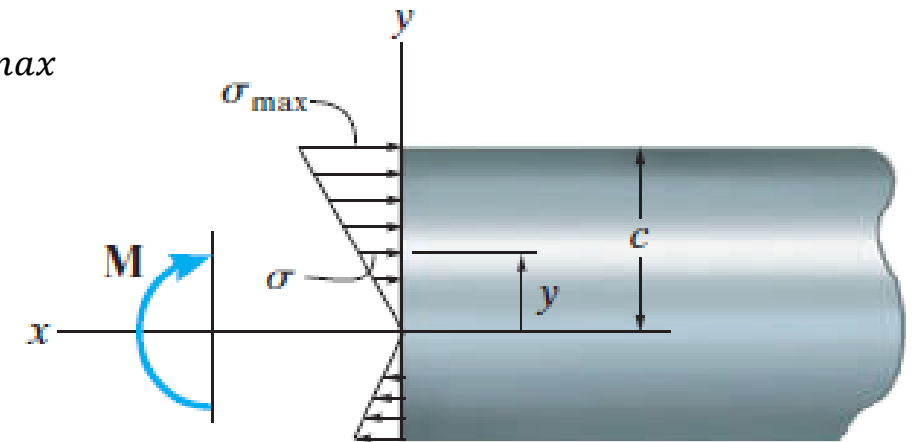
Lei de Hooke:

$$\sigma = E\epsilon$$

$$\sigma = -\left(\frac{y}{c}\right) E\epsilon_{max} \rightarrow \sigma = -\left(\frac{y}{c}\right) \sigma_{max}$$



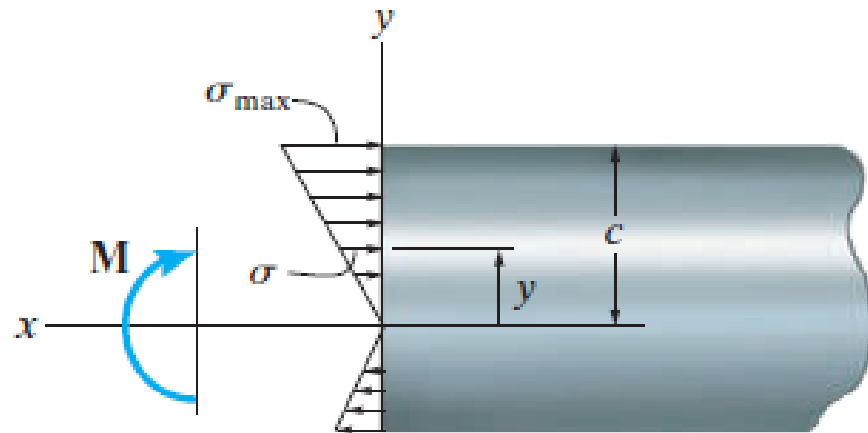
Normal strain variation
(profile view)



Bending stress variation
(profile view)

Tensões e deformações em vigas

Análise de força resultante



Bending stress variation
(profile view)

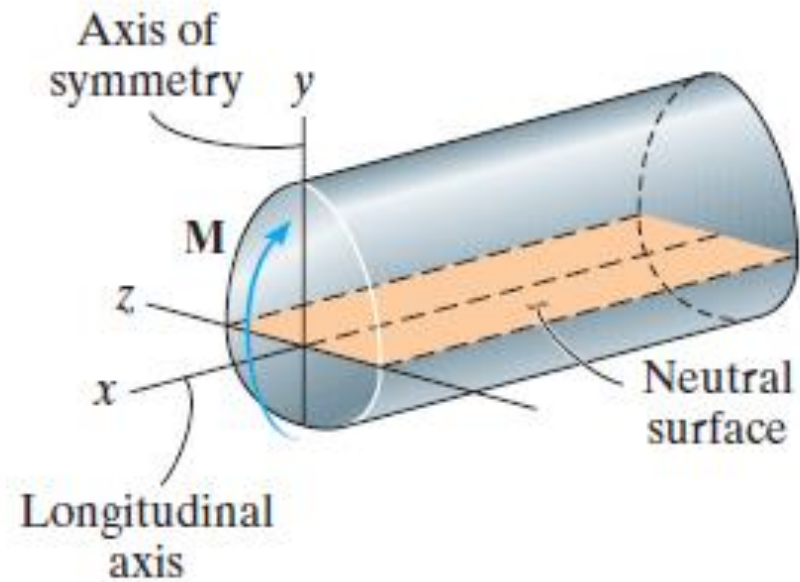
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow \int dF = \int_A \sigma dA = 0$$

$-\left(\frac{y}{c}\right) \sigma_{max}$

$$\int_A y dA = 0$$

Essa condição só é observada se a linha neutra passar pelo centroide da sessão transversal.

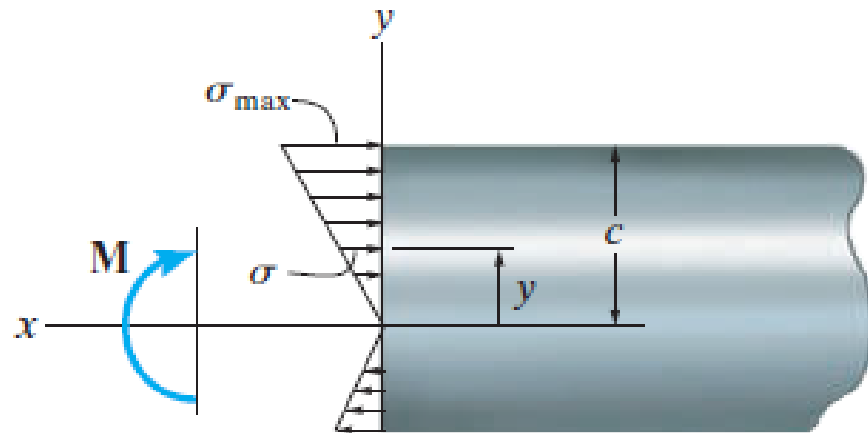
Tensões e deformações em vigas



A linha neutra então localiza-se no centro geométrico da seção transversal da viga.

Tensões e deformações em vigas

Análise de momento



Bending stress variation
(profile view)

$$M = \int y dF \rightarrow - \int_A \left(\frac{y}{c} \right) \sigma_{max} y dA$$

$$M = \frac{\sigma_{max}}{c} \int_A y^2 dA$$

$$I = \int_A y^2 dA \quad (\text{Momento de inercia})$$

Tensões e deformações em vigas

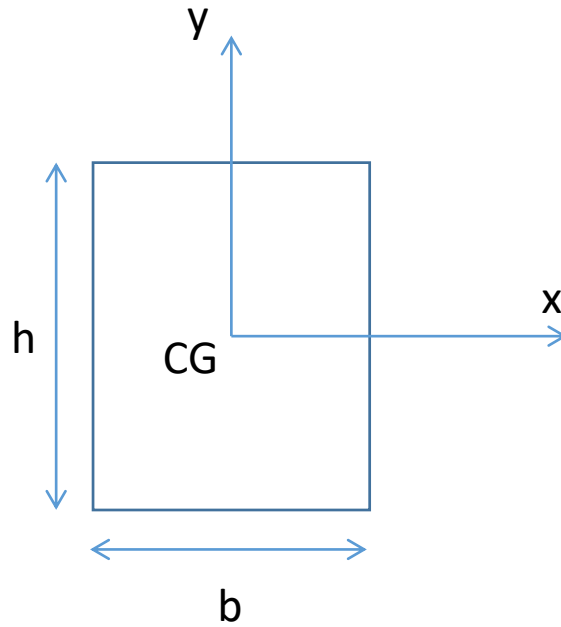
$$M = \frac{\sigma_{max}}{c} \int_A y^2 dA \rightarrow M = \sigma_{max} \frac{I}{c}$$

Mas lembrem-se que:

$$\sigma = -\left(\frac{y}{c}\right) \sigma_{max}$$

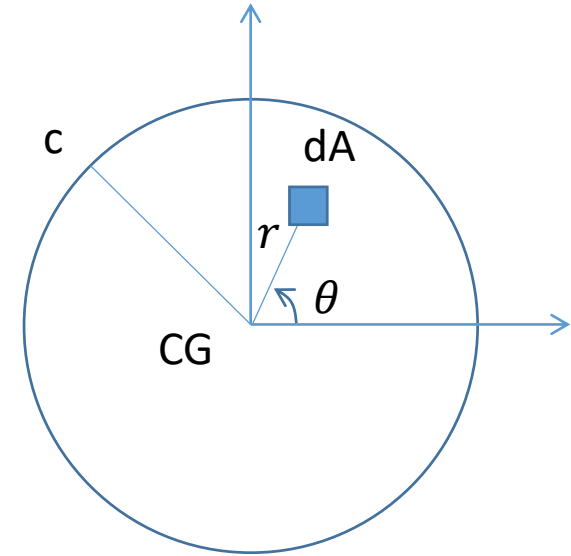
$$\sigma = -\frac{My}{I}$$

Tensões e deformações em vigas



$$I = \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-b/2}^{b/2} y^2 dx dy = \frac{bh^3}{12}$$

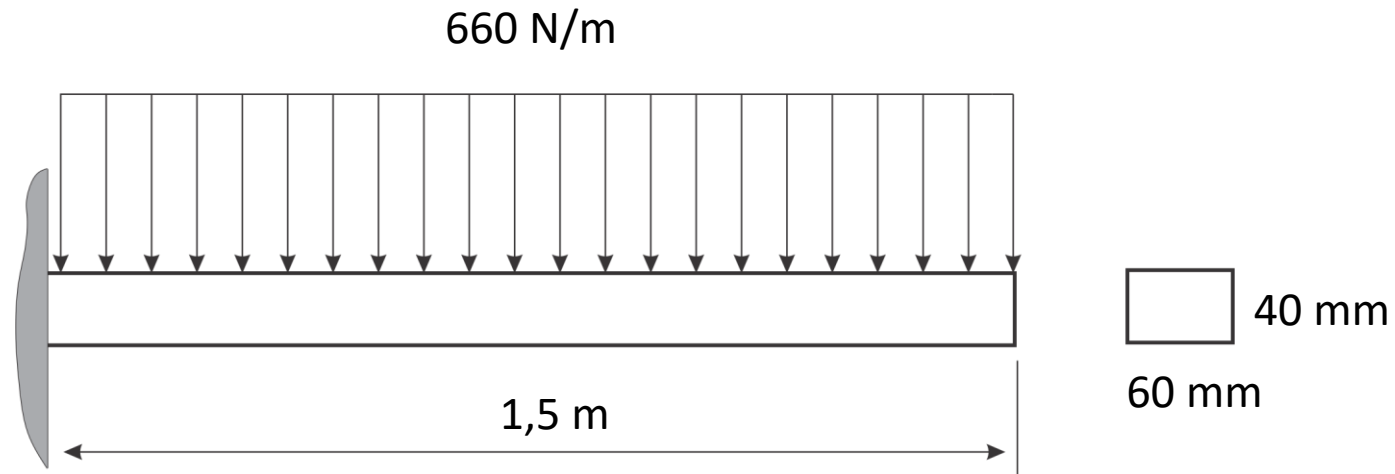
$$I = \int_A y^2 dA$$



$$I = \int_A y^2 dA = \int_0^{2\pi} \int_0^c (r \sin \theta)^2 r dr d\theta$$

$$I = \frac{\pi c^4}{4} \rightarrow I = \frac{\pi d^4}{64}$$

Exemplo 05:



Determine a máxima tensão normal na viga supondo que essa possui uma seção retangular com uma base de 60 mm e uma altura de 40 mm

Exemplo 05:

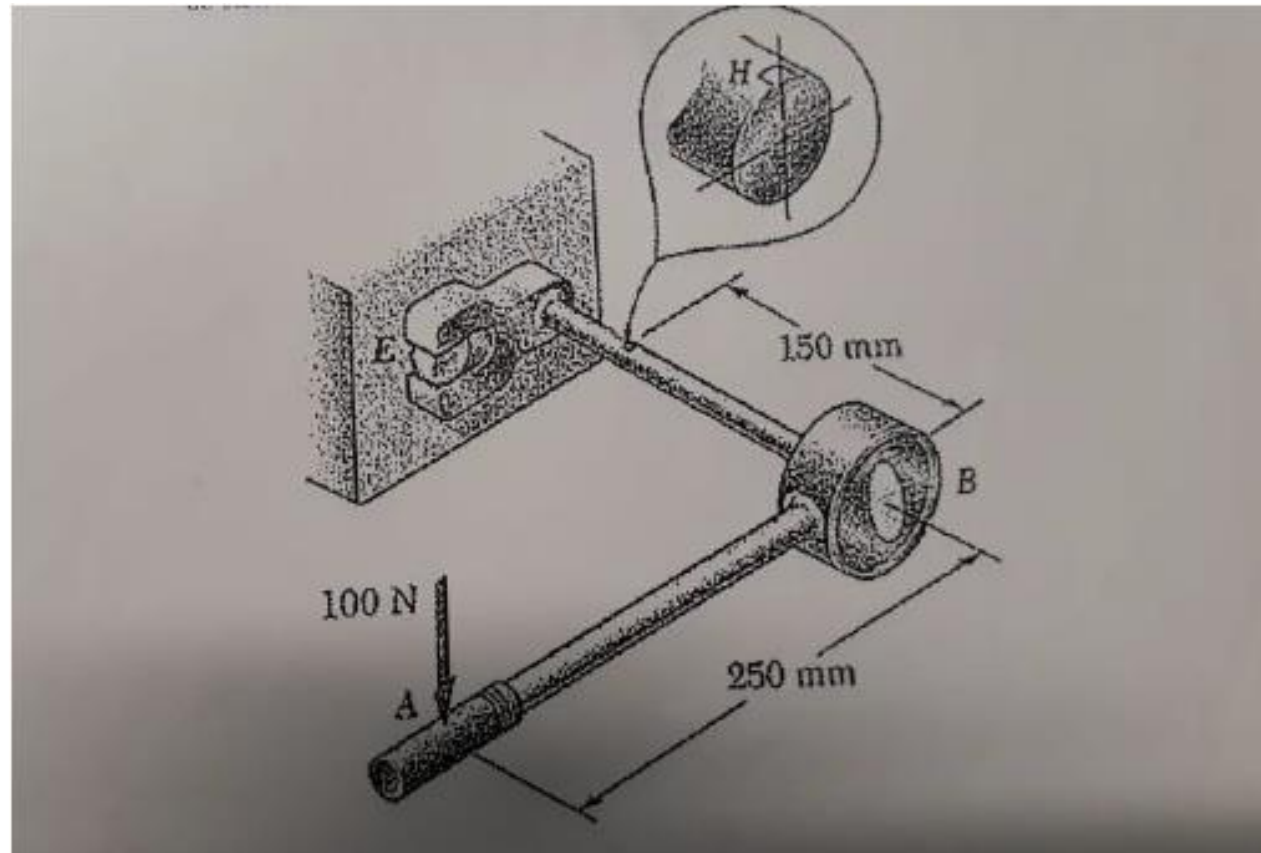
$$M = 742,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$I = 3,2(10^{-7}) \text{ m}^4$$

Resposta: $\sigma = 46,4 \text{ MPa}$

Exemplo 06:

Calcule o estado de tensão no ponto H assumindo que o diâmetro do eixo nessa região é de 18 mm



Exemplo 06:

$$M = 15(10)^3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$T = 25(10^3) \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$I = 5,153(10^3) \text{ mm}^4$$

$$J = 10,306(10^3) \text{ mm}^4$$

$$\sigma = 26,2 \text{ MPa}$$

$$\tau = 21,8 \text{ MPa}$$

