

<u>Introdução</u>:

- Métodos determinísticos de planejamento:
 - ⇒ adequados para espaços de baixa dimensão.
 - ⇒ obstáculos são descritos por modelos contínuos.
- Planejamento em espaços de dimensão elevada:
 - ⇒ obstáculos descritos por grade de ocupação
 - ⇒ métodos probabilísticos mais adequados.

Princípio:

- Amostrar C aleatoriamente.
- Testar se as configurações amostradas estão em C_L.
- Tentar ligar pares configurações amostradas em C_L por caminhos livres.
- Construir uma rede de caminhos livres entre as configurações amostradas em \mathbf{C}_{l} , incluindo \mathbf{q}_{ini} e \mathbf{q}_{fin} .
- Buscar um caminho entre q_{ini} e q_{fin} na rede de caminhos construída.

- Mapa de Rotas Probabilístico (PRM Probabilistic Road Map): Grafo.
- Árvore Aleatória para Exploração Rápida (RRT Rapid-exploring Random Tree): Árvore.

Mapa de Rotas Probabilístico

- Mapa de Rotas Probabilístico (PRM Probabilistic Road Map): versão probabilística de Mapas de Rota.
- Executado em duas etapas:
 - Construção do Mapa de Rotas.
 - Busca de Caminho.

Construção do Mapa de Rotas

- Pressuposto: espaço de trabalho é estático.
- Etapa computacionalmente custosa, mas pode ser feita off-line.
- Nesta etapa é construído um grafo $R(N,E) \subset \mathbf{C}_L$, (N é o conjunto de nós e E o conjunto de arestas).
- R(N,E) busca capturar a conectividade de C_L

Construção do Mapa de Rotas

- Configurações aleatórias são geradas em **C**_L.
- Cada configuração q_{nova} gerada é armazenada em um nó.
- Através de planejamento local, verifica-se quais configurações vizinhas q_k às quais q_{nova} pode se conectar.
- Caso não haja colisão entre q_{nova} e q_i:
- Esta nova em E entre estes dois nós.
- Caso contrário, não criar aresta nova, para evitar gerar laços no grafo.

Busca de Caminho no Mapa de Rotas

*Uma vez construído o mapa de rotas, o mesmo pode ser usado para buscar um caminho livre entre q_{ini} e q_{fin} .

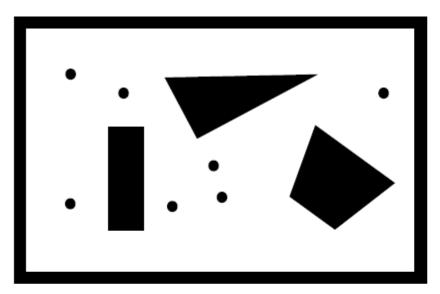
•Esta etapa pode ser feita rapidamente, usando o grafo construído na etapa de construção.

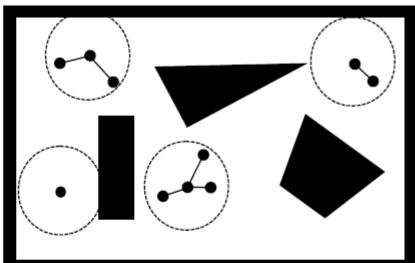
Busca de Caminho no Mapa de Rotas

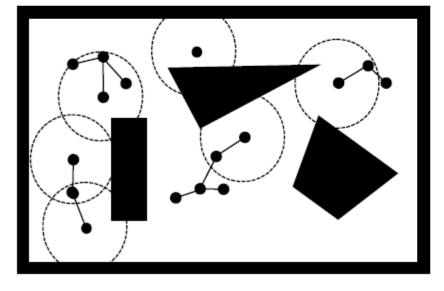
- Liga-se q_{ini} à configuração mais próxima em R, q_{ini} R.
- Liga-se q_{fin} à configuração mais próxima em R, q_{fin} R.
- Inicialmente, verifica-se se q_{ini}^R e q_{fin}^R estão no mesmo componente conexo de R. caso não, reportar falha.
- Caso sim, buscar caminho entre elas em R e retornar o caminho composto pelos nós q_{ini} , q_{ini}^R , sequência de nós ligando q_{ini}^R a q_{fin}^R , q_{fin}^R e q_{fin} .

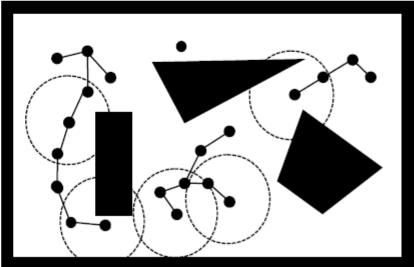
Algoritmo para a Etapa de Construção do PRM

```
R(N,E)
       Inicializar:
       N<sub>max</sub> = Número máximo de configurações do grafo.
       N<sub>vmax</sub> = Número máximo de configurações vizinhas.
       R_V = Raio de vizinhança em torno de configuração nova <math>q_{nova}.
      i \leftarrow 1
      N \leftarrow \emptyset
3
      E \leftarrow \emptyset
4
       enquanto i < N<sub>max</sub> faça
5
                      q<sub>nova</sub> ← configuração aleatória em C
6
                      se q_{nova} \in C_L então
                                     i \leftarrow i+1
8
                                      inserir q<sub>nova</sub> em N
9
                                      selecionar até N<sub>vmax</sub> configurações vizinhas q<sub>k</sub>
                                                    (k = 1, ..., N_{\text{umax}}), tal que ||q_k - q_{\text{nova}}|| < R_V
                                      para j = 1 até N_{vmax} faça
10
11
                                          se (\exists caminho livre entre q_k e q_{nova}) e
                                          (q<sub>k</sub> e q<sub>nova</sub> ∉ mesmo componente conexo de R) então
12
                                                     inserir em E nova aresta conectando q<sub>k</sub> e q<sub>nova</sub>
13
                                          fim se
14
                                      fim para
15
                      fim se
16
       fim enquanto
```









Observações:

- Após construído o Mapa de Rotas, pode ser utilizado eficientemente para busca de caminhos (etapa de buscas).
 - ⇒ Adequado para ambientes estáticos.
- O método pode ser utilizado em espaços de dimensões elevadas, pois, após a etapa de construção, a informação de conectividade é capturada implicitamente em R.

O número máximo de nós N_{max} depende da topologia de C_{L} .

 N_{max} pequeno pode no garantir conectividade insuficiente, **R** pode não conter a solução, mesmo existindo.

A probabilidade de sucesso (caso exista solução) cresce exponencialmente com o número de amostras.

Método probabilisticamente completo. Caso exista solução, a $Pr(sucesso) \rightarrow 1$ quando $N \rightarrow \infty$.

N_{max} grande pode exigir muitos recursos computacionais.

- Vários métodos podem ser utilizados para gerar novas amostras (q_{nova} na linha 5 do algoritmo), influenciando bastante no desempenho.
- A seleção das N_{vmax} configurações vizinhas a q_{nova} situadas a uma distância menor que R_v , (na linha 9 do algoritmo), pode não ser simples.
- Em espaços de dimensão elevada, esta seleção pode consumir bastantes recursos computacionais, exigindo a escolha de estruturas de armazenamento e mecanismos de busca eficientes.

- A busca de um caminho livre entre q_k e q_{nova} (linha 11) pode ser feita de várias maneiras por planejamento local.
- Se apenas caminhos constituídos por segmentos de retas são admitidos, um simples teste de visibilidade resolve o problema, caso contrário, outros métodos de planejamento podem ser utilizados, melhorando o desempenho.
- O algoritmo a seguir executa um planejamento local simples entre duas configurações q_j e q_k tentando conectá-las através de um segmento de reta, parametrizado por $\lambda \in [0,1]$, traçado incrementando λ com resolução $\Delta\lambda$, de q_i a q_k .

Algoritmo de Planejamento Local entre q_i e q_k

```
\overline{P}LAN(q_i,q_k)
       Inicializar:
       q_i, q_k \in C_L
       \Delta \lambda \in (0,1), tal que 1/\Delta \lambda \in \mathbb{Z}
      \lambda \leftarrow 0
      q \leftarrow q_i
3
       enquanto \lambda \le 1 faça
4
                      se q \notin C_L então
5
                                      retornar Status conexão(q_i, q_k) = Falso
6
                      Se não
                                     \lambda \leftarrow \lambda + \Delta \lambda
                                     q \leftarrow (1-\lambda).q_i + \lambda.q_k
9
                      fim se
10
       fim enquanto
       retornar Status conexão(q_i, q_k) = Verdadeiro
11
```

Árvore Aleatória para Exploração Rápida

 RRT – Rapid-exploring Random Tree: método inicialmente apresentado como um algoritmo de planejamento para buscas rápidas em espaços de alta dimensionalidade.

Árvore Aleatória para Exploração Rápida

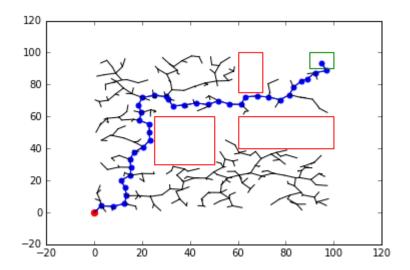
Princípio:

 polarizar a busca em regiões pouco exploradas de C_L amostrando pontos no mesmo e polarizando a busca na direção dessas regiões de forma incremental.

Mecanismo de Busca

- A partir de q_{ini}, uma árvore T é construída amostrando configurações aleatórias em e tentando conectá-las à arvore corrente, expandindo T.
- Isto leva a uma cobertura uniforme de \mathbf{C}_{L} , permitindo alcançar \mathbf{q}_{fin} ou uma vizinhança \mathbf{Q}_{fin} de \mathbf{q}_{fin} .
- O algoritmo executa a construção incremental da Árvore T.
- A cada passo, o algoritmo tenta expandir T adicionando um novo nó que é polarizado por uma configuração escolhida aleatoriamente q_{al} .

Árvore Aleatória para Exploração Rápida



- Uma vantagem de RRT sobre PRM é que, enquanto em PRM, o número de nós é determinado a priori, no RRT os nós são gerados de forma incremental.
- Versões mais eficientes: busca bidirecional, construindo duas árvores, a partir de q_{ini} e q_{fin} .
 - A busca acaba quando as árvores se encontram.
 - Não precisa cobrir a maior parte de C₁.

Algoritmo para construção da RRT

CONSTRUIR_RRT(q_{ini})

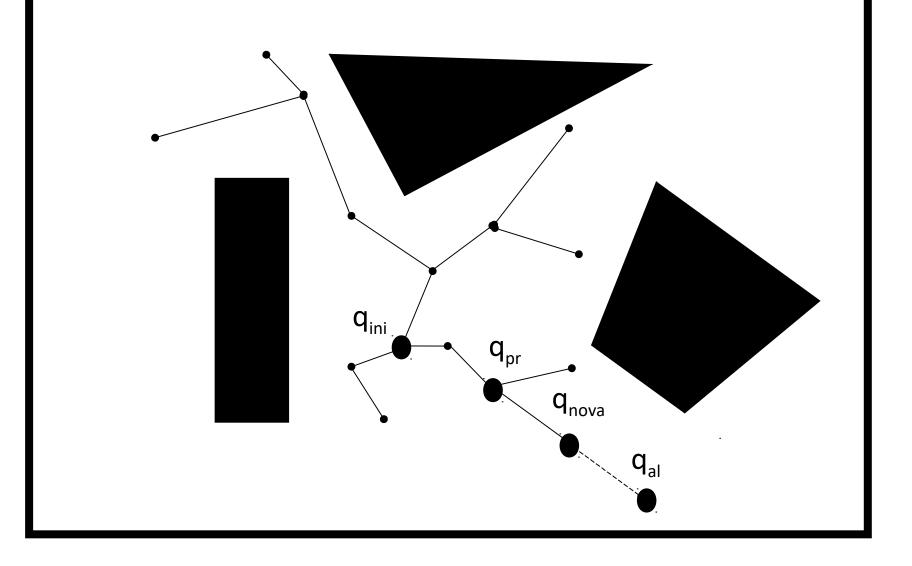
N_{max} = Número máximo de nós na árvore.

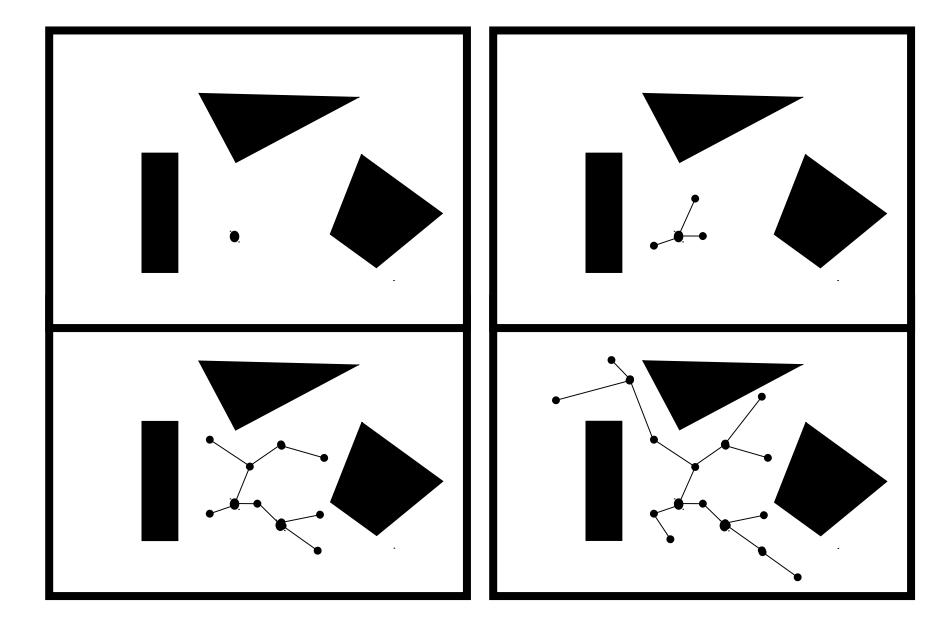
- 1 $T.ini(q_{ini})$
- 2 para i = 1 até N_{max} faça
- 3 q_{al} ← configuração aleatória em C
- 4 **EXPANDIR_RRT** (T,q_{al})
- 5 Retornar T

Algoritmo para Expansão da RRT

EXPANDIR_RRT (T,q_{a1})

- 1 $q_{pr} \leftarrow VIZINHO_MAIS_PROXIMO((T,q_{al}))$
- 2 $q_{nova} \leftarrow PLAN(q_{pr}, q_{al})$
- 3 T.adiciona_nó(q_{nova})
- 4 T.adiciona_aresta(q_{pr},q_{nova})
- 5 se $(q_{nova} = q_{al})$ então
- 6 retornar Status conexão (q_{pr}, q_{al}) = Alcançada
- 7 senão
- 8 **retornar** Status conexão $(q_{pr}, q_{al}) = Avanço$
- 9 fim se
- 10 **retornar** Status conexão $(q_{nova}, q_k) = Bloqueada$





- Para polarizar a busca em regiões pouco exploradas de C_L, a probabilidade de amostrar q_{al}, (linha 3 de CONSTRUIR_RRT (q_{ini})), pode ser inversamente proporcional à densidade de amostras em C_L medida localmente.
- q_{al} é selecionada com maior probabilidade em áreas menos densas.
- O vizinho mais próximo a q_{al} (na linha 1 de EXPANDIR_RRT(T,q_{al})), é escolhido de acordo com a métrica adotada para o espaço de configuração C.

No planejamento local PLAN(q_{pr} , q_{al}), (linha 2 de EXPANDIR_RRT(T, q_{al})), que tenta conectar q_{pr} a q_{al} , temos três situações:

- $-q_{nova} = q_{al}$. A configuração selecionada foi alcançada e a mesma é adicionada à árvore. (Linha 6).
- $-q_{nova} \neq q_{al}$. O planejador avançou até uma q_{nova} , após a qual há um obstáculo. Neste caso, esta última q_{nova} é adicionada à árvore. (Linha 8).
- O planejador não consegue avançar em direção a q_{al} a partir de q_{pr} (conexão Bloqueada). Neste caso, nenhum novo nó é adicionado a T. (Linha 10).

Planejamento por RRT

- RRT pode ser usado para planejamento de caminhos entre q_{ini} e q_{fin}, uma vez que a medida que a árvore cresce, uma cobertura uniforme de C_L é alcançada.
- Se q_{fin} é alcançável, a probabilidade de alcançar uma vizinhança de q_{fin} tende a 1 quando o tempo tende a infinito. Assim, q_{fin} deverá ser alcançada, desde que se tenha suficiente tempo de convergência.
- Converge devagar.

Planejamento RRT – Goal Bias

- Variante do RRT que converge mais rapidamente para o alvo.
- Na amostragem de q_{al} , (linha 3), em lugar de escolher uma configuração totalmente aleatória, faz-se esta escolha com uma probabilidade alta ou escolhe-se a configuração final q_{fin} com probabilidade baixa (por exemplo: 0,05).
- Acelera bastante a convergência ao alvo.

Planejador RRT Bidirecional

- Melhor desempenho pode ser obtido por busca bidirecional.
- Duas árvores são construídas concorrentemente: T_{ini} partindo de q_{ini} e T_{fin} partindo de q_{fin} .
- A solução é obtida quando as duas árvores se encontram.
- A construção de T_{ini} e T_{fin} deve ser polarizada de modo a assegurar que as duas arvores se encontrem bem antes de que uma cobertura uniforme de todo $\mathbf{C}_{\mathbf{L}}$ seja alcançada.

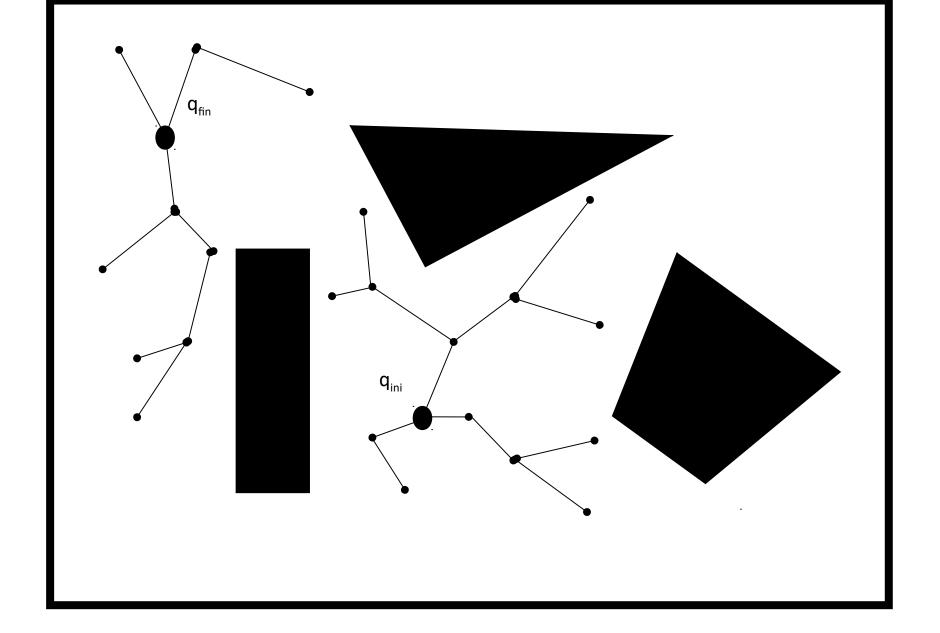
Algoritmo RRT Bidirecional

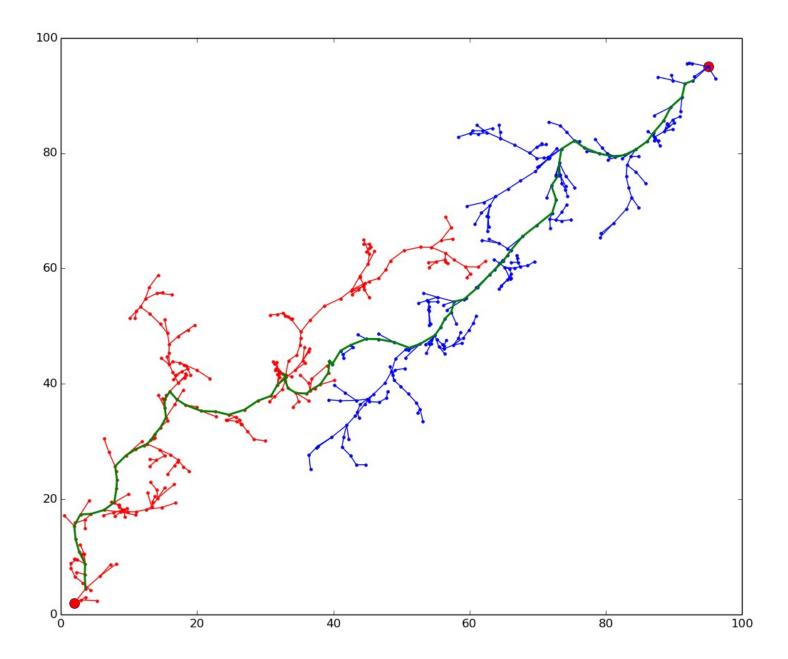
```
RRT_Bidirecional(q<sub>ini</sub>,q<sub>fin</sub>)
      T.ini(q_{ini}), T.fin(q_{fin})
      para i = 1 até N_{max} faça
3
                 q<sub>al</sub> ← configuração aleatória em C
                 se (n\tilde{a}o(EXPANDIR\_RRT(T_{ini},q_{al}) = Bloqueado)) ent\tilde{a}o
                            se (EXPANDIR_RRT(T_{fin}, q_{nova}) = Alcançada)) então
                                       retornar Caminho(T_{ini}, T_{fin})
6
                            fim se
                 fim se
                 Alternar(T_{ini}, T_{fin})
10
      fim para
11
      retornar Falha
```

Observações:

• A cada iteração, a árvore corrente é expandida e tentase conectá-la ao nó mais próximo da outra árvore.

 A seguir, invertem-se os papeis, alternado as duas árvores.





Recursos:

OMPL: https://ompl.kavrakilab.org/

OMPL Web: http://omplapp.kavrakilab.org/

Planner arena: http://plannerarena.org/

