

Modelo matemático e heurísticas para o problema de balanceamento de linhas de produção e designação hierárquica de trabalhadores

Nicolas Porto Campana e Mayron César de O. Moreira

Departamento de Ciência da Computação,
Universidade de Federal de Lavras,
nicolas.campana@computacao.ufla.br
mayron.moreira@dcc.ufla.br

Resumo

Estudamos o problema de balanceamento de linhas de produção e designação hierárquica de trabalhadores (ALBHW, do inglês: *assembly line balancing with hierarchical worker assignment*), presente em vários sistemas de manufatura. O ALBHW caracteriza-se pela presença de trabalhadores com habilidades hierarquicamente definidas, de forma que trabalhadores em níveis superiores geram mais custos à linha de produção, mas executam as tarefas com maior eficiência. O objetivo consiste em escolher quais tipos de trabalhadores devem ocupar cada estação de forma que o custo seja minimizado, respeitando restrições tecnológicas do problema, como precedência de tarefas, tempo de ciclo e capacidade na execução das tarefas por parte dos indivíduos. Investigamos se a proposição de um novo modelo para o ALBHW, além de métodos heurísticos ainda inéditos para este problema, podem resultar em soluções com melhor qualidade que as reportadas na literatura. Coube ao aluno, postulante ao prêmio PIC/SBPO, realizar um estudo de artigos selecionados pelo orientador, além de busca por outras fontes científicas que pudessem enriquecer seu trabalho. O aluno implementou o único modelo conhecido na literatura e a nova formulação proposta, além de heurísticas construtivas e de busca local apresentadas neste documento. Na fase experimental, o estudante codificou rotinas de sumarização dos resultados e com o amparo de seu orientador, realizou as análises e conclusões a respeito dos dados coletados. Conclui-se que o modelo proposto se mostrou competitivo com o já existente na literatura. Considerando as heurísticas, nota-se que o tempo computacional gasto é pequeno (menos de 1s, em média), com desvios em relação às melhores soluções conhecidas variando de 2% a 5%. No âmbito de uma iniciação científica, este projeto contribuiu para a formação do discente ao estimular a habilidade de se resolver um problema desafiador através de ferramentas exatas e heurísticas da área de otimização combinatória.

Palavras-chave: Linhas de produção; designação hierárquica; modelagem matemática; heurísticas.

Abstract

We study the assembly line balancing with hierarchical worker assignment (ALBHW), present in several manufacturing systems. The ALBHW characterizes by the existence of hierarchical skilled workers such that high level workers lead more costs to assembly line, but execute tasks more efficiently. The objective is to select a type of worker to occupy each station in such that the total cost is minimized, respecting technological constraints of the problem as task precedence, cycle time and worker task skills. We investigate if a proposition of a new mathematical model for ALBHW, and heuristic methods still unpublished for this problem, can result in improved solutions compared with the ones reported in the literature. It was up to the student, postulant to the PIC/SBPO award, conduct a study taking into account the articles selected by his advisor and look for new papers to enrich his work. The student has coded the single model known in literature and a new proposed model. Moreover, he has developed constructive heuristics and local search methods. In the experimental phase, the student have coded routines to summarize results and with the support of his advisor, he has executed analysis and conclusions respect to collected data.

We conclude that the proposed model is competitive compared with the existent one in literature. Considering the heuristics, we note that computational time spent is low (less than 1s, on average), with deviations related to the best solutions varying from 2% to 5%. Within an undergraduate research project, this study contributes to stimulate student skills to solve a challenging problem through exact and heuristic tools in the field of combinatorial optimization.

Keywords: Assembly lines; hierarchical assignment; mathematical modeling; heuristics.

1 Introdução

O problema de balanceamento de linhas de produção está presente em indústrias de manufatura de fabricação em larga escala. O contexto estudado neste relatório considera trabalhadores com diferentes níveis hierárquicos de desempenho. Cada tipo de trabalhador possui um custo, e quanto maior este custo, menor será seu tempo de execução das tarefas da linha. O objetivo consiste em designar trabalhadores e tarefas a estações respeitando restrições tecnológicas do sistema, otimizando os custos de implantação da linha.

Neste projeto, focamos no estudo do problema de balanceamento de linhas de produção e designação hierárquica (ALBHW, do inglês: *assembly line hierarchical assignment and balancing problem*). A hipótese investigativa busca responder à seguinte pergunta: “É possível desenvolver um novo modelo e algoritmos eficientes que encontrem soluções melhores que as reportadas na literatura do ALBHW?”. Para tanto, os objetivos delineados neste projeto são: (i) estudo de trabalhos relativos ao ALBHW e a problemas correlatos; (ii) elaboração de uma nova modelagem matemática para o ALBHW; (iii) proposição de heurísticas construtivas e de busca local para o ALBHW; (iv) execução de testes computacionais para constatar a qualidade das abordagens propostas.

Este relatório apresenta os desenvolvimentos realizados no período de 01/03/2017 a 28/02/2018. A Seção 2 apresenta as atividades desenvolvidas pelo aluno no período da bolsa. Resultados computacionais das abordagens implementadas são expostos na Seção 3. A Seção 4 conclui o conteúdo do relatório, indicando próximos passos desta pesquisa e as contribuições para a formação básica do aluno.

2 Atividades desenvolvidas

2.1 Revisão de literatura

A questão do planejamento da força de trabalho está presente em contextos variados, tais como saúde, telecomunicações, transportes e militar (De Bruecker et al.; 2015). O problema de escalonamento de trabalhadores (PSP) consiste na contratação de trabalhadores e a designação de tarefas aos mesmos. Van den Bergh et al. (2013) afirma que este problema é um dos desafios enfrentados atualmente por grandes corporações, uma vez que o planejamento da mão-de-obra (em geral, heterogênea) tem um grande impacto econômico. Fatores como contratos flexíveis de trabalho, preferências individuais dos empregados, capacitação na realização de tarefas e imposições legislativas são alguns dos elementos que tornam este problema de otimização complexo. Em linhas de produção, o planejamento da contratação de trabalhadores é observado nos mais distintos sistemas de manufatura.

Problemas de balanceamento de linhas de produção (ALBs, do inglês: *assembly lines balancing problems*) são intensamente estudados na literatura (Battaia and Dolgui; 2013). Miralles et al. (2007) iniciaram estudos envolvendo linhas de produção com trabalhadores deficientes, introduzindo o ALWABP. Este problema está presente em centros especiais de emprego, nos quais a maior parte dos trabalhadores possui algum tipo de deficiência. Os

tempos de execução das tarefas são dependentes de quem as executam e existe a possibilidade de infactibilidades trabalhador/tarefa. O objetivo consiste em minimizar o tempo de ciclo sujeito à dupla designação de tarefas e de trabalhadores às estações de trabalho, respeitando as precedências de tarefas. Desde então, trabalhos envolvendo métodos exatos (Borba and Ritt; 2014; Vilà and Pereira; 2014, e.g.) e heurísticos (Moreira et al.; 2012; Polat et al.; 2016, e.g.) foram propostos para o ALWABP.

Linhas de produção compostas trabalhadores classificados por níveis de desempenho também possuem destaque na literatura de ALBs. Estudos desta natureza inserem, em geral, custos na determinação da melhor solução do problema (Hazır et al.; 2015). Desde o trabalho pioneiro de Mansoor (1968), outras abordagens foram desenvolvidas, apresentando em sua maioria aplicações em indústrias reais (Gel et al.; 2002; Corominas et al.; 2008, e.g.).

Sungur and Yavuz (2015) introduzem o ALBHW, apresentando um modelo matemático linear inteiro e um conjunto de instâncias para este problema. Esta formulação, apesar de eficaz para exemplos pequenos, não resolve de maneira eficiente problemas de médio porte na otimalidade, mesmo com tempo limite de 7200s. Ao nosso conhecimento, esta obra consiste no único estudo que trata deste problema diretamente.

2.2 Modelagem matemática

Consideremos uma linha de produção tradicional, simples e dedicada à produção de apenas um tipo de produto. Sejam $T = \{1, \dots, n\}$ o conjunto de tarefas indivisíveis a serem alocadas na linha e $S = \{1, \dots, m\}$ o conjunto de estações, em que o número de tarefas é o limite superior do número de estações ($m = n$). Denotamos por $i \preceq j$ se a tarefa i deve ser executada antes da tarefa j na linha de produção. A rede de precedências de tarefas é representada por meio do grafo direcionado acíclico $G = (T, E)$, sendo $E = \{(i, j); i \preceq j\}$.

Definimos $K = \{1, \dots, l\}$ e $H = \{1, \dots, l\}$ como conjuntos de tipos de tarefas e de tipos de trabalhadores, respectivamente, em que l indica o total de níveis de qualificação, determinados hierarquicamente. Deste modo, os trabalhadores do tipo 1 são os mais qualificados, enquanto trabalhadores do tipo l são os menos capacitados. Cada tarefa i possui um tipo k_i , de forma que só possa ser executada por trabalhadores do tipo h tal que $h \leq k_i$.

Cada tarefa i possui seu tempo de execução t_{ih} dependente do trabalhador do tipo h que a executa. Assumimos que o tempo de execução das tarefas aumenta quanto menor for o nível de capacitação do trabalhador, ou seja, $t_{i1} < t_{i2} < \dots < t_{il}$. O custo da presença do trabalhador c_h na linha de produção é proporcional ao seu nível de qualificação, de modo que $c_l < \dots < c_2 < c_1$. Dado um tempo de ciclo Z , o problema consiste em encontrar a melhor designação de trabalhadores a estações de trabalho de forma a minimizar o custo total de contratação, respeitando restrições de nível de qualificação, tempo de ciclo e precedência de tarefas.

O modelo proposto neste trabalho se baseia na formulação existente para o *problema de balanceamento de linhas de produção e integração de trabalhadores* (ALWIBP) (Moreira et al.; 2015). Seja x_{si} uma variável binária igual a 1 se e somente se a tarefa i é designada a estação s . Definimos y_{hs} como uma variável binária igual a 1 se e somente se um trabalhador do tipo h está alocado na estação s . Tomando $F_i \subseteq T$ como o conjunto de tarefas imediatamente sucessoras a tarefa i e $M_h = \sum_{i \in T} (t_{ih} - t_{i1})$ como uma constante suficientemente grande, apresentamos o novo modelo para o ALBHW.

$$\text{minimize } \sum_{h \in H} c_h \sum_{s \in S} y_{hs} \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{s \in S} x_{si} = 1 \quad \forall i \in T \quad (2)$$

$$\sum_{h \in H} y_{hs} \leq 1 \quad \forall s \in S \quad (3)$$

$$\sum_{s \in S, s \geq u} x_{si} \leq \sum_{s \in S, s \geq u} x_{sj} \quad \forall i, j \in T | j \in F_i, \forall u \in S \setminus \{1\} \quad (4)$$

$$\sum_{i \in T} x_{si} \leq |N| \sum_{h \in H} y_{hs} \quad \forall s \in S \quad (5)$$

$$\sum_{i \in T, h \leq k_i} t_{ih} x_{sj} \leq Z + M_h(1 - y_{hs}) \quad \forall s \in S, \forall h \in H \quad (6)$$

$$\sum_{h \in H} y_{h,s+1} \leq \sum_{h \in H} y_{hs} \quad \forall s \in S \quad (7)$$

$$x_{si} + y_{hs} \leq 1 \quad \forall s \in S, \forall h \in H, \forall i \in T | h > k_i \quad (8)$$

$$x_{si} \in \{0, 1\} \quad \forall s \in S, \forall i \in T \quad (9)$$

$$y_{hs} \in \{0, 1\} \quad \forall h \in H, \forall s \in S. \quad (10)$$

A função objetivo (1) minimiza o custo total da linha. As restrições (2) garantem que toda tarefa será designada a exatamente uma estação de trabalho com um trabalhador do tipo h . Restrições (3) estabelecem que haverá no máximo um trabalhador de algum tipo na estação s . Restrições de precedência de tarefas são impostas por meio das inequações (4). O acoplamento entre as variáveis x_{si} e y_{hs} é feito através das restrições (5): caso não exista trabalhador do tipo h alocado na estação s , então nenhuma tarefa será designada ao trabalhador desta qualificação. A capacidade da máquina ou tempo de ciclo pré-estabelecido é garantido pelas restrições (6), enquanto as desigualdades (7) eliminam simetrias no modelo ao forçar consecutividade na abertura de estações de trabalho. Restrições (8) evitam que trabalhadores do tipo h executem tarefas que não estão capacitados. Por fim, as restrições (9)-(10) definem o domínio das variáveis do problema. O novo modelo possui complexidade de $O(|S||T| + |S||H|)$ variáveis e $O(|S||T|^2 + |T||H||S|)$ restrições.

2.3 Métodos heurísticos

Nesta seção, apresentamos a heurística construtiva baseada em regras de prioridade para o ALBHW, assim como algoritmos de busca local para este mesmo problema.

A *heurística construtiva* (HC) para o ALBHW foi inspirada nos trabalhos de Scholl and Voß (1997) e Moreira et al. (2012). Sua ideia consiste em a cada iteração, escolher a tarefa (dentre as disponíveis) com maior prioridade (de acordo com uma regra) e alocá-la a uma determinada estação de trabalho, respeitando relações de precedência e tempo de ciclo. Ainda, devemos tomar a decisão de qual tipo trabalhador mais apropriado a ser alocado na estação, que minimize o custo da solução final e respeite as características do mesmo. Nesta pesquisa, oito regras de prioridade de tarefas foram adotadas:

- **MaxF (MaxIF)**: ordem decrescente da quantidade de sucessores (sucessores imediatos);
- **MinTimeMax (MaxTimeMax)**: ordem crescente (decrescente) dos maiores tempos de execução;
- **MinTimeMin (MaxTimeMin)**: ordem crescente (decrescente) dos menores tempos de execução;

- **MaxPWMin (MaxPWMax)**: ordem decrescente do *positional weight* mínimo (máximo) de uma tarefa i , dado pelo menor (maior) tempo de uma tarefa, considerando todos os tipos de trabalhadores, acrescido do somatório do menor (maior) tempo de cada uma de suas tarefas sucessoras.

O Algoritmo 1 apresenta o pseudo-código da HC. Os dados de entrada consistem no conjunto de tarefas (T), conjunto de estações disponíveis (S), conjunto de tipos de trabalhadores (H), a regra de prioridade para a designação de tarefas (rt) e a regra de prioridade para a alocação do tipo de trabalhador (rw). Como saída, temos a quantidade de estações instaladas (m^*), conjunto de tarefas designadas a cada estação ($\{T_1, \dots, T_{m^*}\}$) e quais tipos de trabalhadores foram alocados em cada posto de trabalho ($\{S_1, \dots, S_{m^*}\}$). As linhas 3-10 consistem no laço principal, executado enquanto hajam tarefas a serem alocadas na linha. Assim, para cada estação aberta, calculamos as tarefas que cada tipo de trabalhador pode executar (linhas 5-7) através da função PR , de acordo com as tarefas disponíveis, o tipo de trabalhador analisado e a regra rt . Como critério de desempate, as regras **MaxF**, **MaxIF**, **MaxPWMin** e **MaxPWMax** priorizam a tarefa com menor tempo de execução pelo trabalhador em questão e seu índice lexicográfico. Já as regras **MinTimeMax** e **MinTimeMin** utilizam o fecho transitivo direto de uma tarefa e seu índice lexicográfico. Na linha 8, escolhemos o trabalhador mais apropriado para a estação atual por meio da função $getBest$, mediada pela regra de escolha de trabalhador rw . Adotamos os critérios abaixo para a escolha do tipo de trabalhador para uma dada estação s^* . Como critério de desempate, priorizamos o trabalhador de menor custo. Os conjuntos são atualizados na linha 9.

- **Crit1**: calcula uma estimativa do custo do restante da linha, levando em conta a não escolha do trabalhador atual nas próximas iterações. Para tanto, seja $\mathcal{V}_h = \{i \in U; h = k_i\}$ tal que $\bigcup_{h \in H} \mathcal{V}_h = U$ e $\bigcap_{h \in H} \mathcal{V}_h = \emptyset$. Denotemos $\lambda_h = \sum_{h' \in H; h' \neq h} c_{h'} \lceil \sum_{i \in \mathcal{V}_{h'}} t_{ih'} / Z \rceil$ e c_{curr} como o custo da solução parcial. Logo, $h^* = \arg \min_{h \in H} \{c_{curr} + c_h + \lambda_h\}$;
- **Crit2**: menor custo pela quantidade de tarefas, $h^* = \arg \min_{h \in H} \frac{c_h}{|\mathcal{T}_h|}$;
- **Crit3**: menor divisão do tempo das tarefas executadas pelo custo, $h^* = \arg \min_{h \in H} \sum_{i \in T} t_{ih} / c_h$;

Entrada: T, S, H, rt, rw .

Saída: $m^*, \{T_1, \dots, T_{m^*}\}, \{S_1, \dots, S_{m^*}\}$.

```

1  $m^* = 0, T_i = S_i = \emptyset, i = 1, \dots, m$ ;
2  $U = T$  {Conjunto de tarefas não-designadas};
3 repita
4    $m^* = m^* + 1$ ;
5   para  $h \in H$  faça
6      $\mathcal{T}_h = PR(U, h, rt)$ ;
7   fim
8    $h^* = getBest(\{\mathcal{T}_1, \dots, \mathcal{T}_l\}, H, rw)$ ;
9    $T_{m^*} = \mathcal{T}_{h^*}, S_{m^*} = h^*, U = U - T_{m^*}$ ;
10 até  $U \neq \emptyset$ ;
```

Algoritmo 1: Heurística Construtiva (HC) para o ALBHW.

Após a execução da HC, propomos dois procedimentos de busca local como fase de pós-otimização. Os algoritmos utilizam a estratégia de vizinhança do tipo MIP (do inglês: *mixed integer programming*) e iniciam a resolução com a solução da HC. Note que o limite superior do número de estações nas duas buscas locais torna-se m^* (resultado obtido pela HC).

A *busca local 1* (BL1) consiste em explorar vizinhanças de soluções formadas pela inserção de tarefas de uma estação s em estações que estão ao lado desta ($s-1$ e $s+1$, quando

existirem). Além disso, a alocação do tipo do trabalhador em cada estação é designada ao *solver*. Seja $s(i)$ a estação a qual a tarefa i foi alocada pela HC. Definimos $\mathcal{N}(i)$ como o conjunto de estações às quais a tarefa i pode ser alocada, de modo que $\mathcal{N}(i) = \{1, 2\}$, se $s(i) = 1$; $\mathcal{N}(i) = \{m^* - 1, m^*\}$, se $s(i) = m^*$; e $\mathcal{N}(i) = \{s(i) - 1, s(i), s(i) + 1\}$, se $2 \leq s(i) \leq m^* - 1$. O modelo para encontrar a melhor solução a partir da vizinhança proposta na BL1 é dado por: minimize $\sum_{h \in H} c_h \sum_{s=1}^{m^*} y_{hs}$, sujeito ao espaço de busca formado pelo conjunto das inequações $\{(3) - (10), \sum_{s \in \mathcal{N}(i)} x_{si} = 1 \forall i \in T\}$.

A *busca local 2* (BL2) permite que a alocação das tarefas da solução advinda da HC fique a cargo do *solver*, forçando que a quantidade dos tipos de cada trabalhador obtidos pela HC se mantenha. Como o objetivo do ALBHW consiste em minimizar o custo total dos trabalhadores da linha, é necessário que o rearranjo das tarefas gere estações vazias. Definimos, então, as variáveis auxiliares $\beta_s \in \{0, 1\}$, $s = 1, \dots, m^*$ igual a 1 se e somente se a estação s não possui tarefa designada, e $\alpha_s \in \mathbb{R}$, $s = 1, \dots, s^*$ como o custo do trabalhador que está alocado a s quando $\beta_s = 1$. Tomemos \tilde{h} como a quantidade de trabalhadores do tipo h alocados ao fim da HC e $S^* = \{1, \dots, m^*\}$. A BL2 é dada por: maximize $\sum_{s \in S^*} \alpha_s$, sujeita ao conjunto de restrições $\{(2) - (10), \sum_{s \in S^*} y_{hs} = \tilde{h} \forall h \in H, 1 - \beta_s \leq \sum_{i \in T} x_{si} \forall s \in S^*, \sum_{i \in T} x_{si} \leq |T|(1 - \beta_s) \forall s \in S^*, \alpha_s \leq \sum_{h \in H} c_h y_{hs} \forall s \in S^*, \alpha_s \leq c_1 \beta_s \forall s \in S^*\}$. A função objetivo maximiza a economia ao excluir alguns trabalhadores da linha, o que equivale a deixar estações de trabalho vazias. O segundo grupo de restrições garantem que a mesma quantidade de tipos de trabalhadores encontrada pela heurística vai se manter, não indicando por sua vez qual tipo de trabalhador estará em cada estação. As restrições remanescentes definem as variáveis β_s e α_s , respectivamente, para todo $s \in S^*$.

3 Resultados computacionais

Os resultados computacionais apresentados neste relatório compreendem duas análises: (i) comparação entre o novo modelo ALBHW (vide Seção 2.2), denotado por *MCM*, e o modelo proposto por Sungur and Yavuz (2015), denotado por *MSY*; (ii) comparação entre as soluções das heurísticas com as melhores soluções conhecidas para cada instância. Utilizamos o *benchmark* proposto por Sungur and Yavuz (2015), que divide as instâncias em pequenas (20 tarefas) e médias (50 tarefas), num total de 360 instâncias (180 para cada grupo). Nestes exemplares, consideramos dois parâmetros: w_1 e w_2 correspondendo ao percentual de acréscimo do tempo de execução de uma tarefa e a variação do custo de um trabalhador de uma classe hierárquica para a outra, respectivamente. Os valores adotados foram $w_1 \in \{1, 10; 1, 20\}$ e $w_2 \in \{0, 70; 0, 85\}$. Os testes foram submetidos em um computador Intel Core i5-4590 Processor Quad Core, 3.30GHz Turbo, 6MB, 4 GB de RAM, com sistema operacional Linux Ubuntu 17.04. A linguagem de programação utilizada foi C++, e os modelos implementados por meio do Gurobi 7.0, com limite de tempo igual a 7200s e 1 *thread*. As buscas locais BL1 e BL2 foram executadas em no máximo 60s, com 1 *thread*.

A Tabela 1 apresenta a comparação das soluções dos dois modelos, em que **Opt(%)** corresponde ao percentual médio de instâncias resolvidas na otimalidade, **Gap(%)** o *gap* médio de otimalidade e **t(s)** o tempo computacional médio gasto (em segundos). Para instâncias pequenas, os modelos MCM e MSY tiveram o comportamento bem próximo analisando os critérios **Opt(%)** e **Gap(%)**. Ao verificar as instâncias que não chegaram a otimalidade no modelo MCM, constatou-se que possuíam soluções com o mesmo valor de função objetivo que a formulação MSY, nos levando a concluir que as soluções obtidas pelas duas modelagens foram idênticas. Analisando as instâncias médias, vemos a superioridade numérica do modelo MSY em detrimento do modelo MCM. No entanto, a partir da mesma análise feita anteriormente, observou-se que as soluções que não chegaram a otimalidade

Table 1: Comparações entre os modelos *MCM* e *MSY*.

			<i>MCM</i>			<i>MSY</i>		
	w₁	w₂	Opt(%)	Gap(%)	t(s)	Opt(%)	Gap(%)	t(s)
 T = 20	1,10	0,70	100,0	0,0	117,8	100,0	0,0	27,4
		0,85	100,0	0,0	130,4	100,0	0,0	29,5
	1,20	0,70	95,6	0,2	504,1	100,0	0,0	54,5
		0,85	100,0	0,0	102,9	100,0	0,0	13,4
Média			98,9	0,0	213,8	100,0	0,0	31,2
 T = 50	1,10	0,70	51,1	6,1	4091,8	68,9	2,0	2997,3
		0,85	53,3	4,4	3995,9	53,3	1,6	3737,4
	1,20	0,70	33,3	9,9	5983,7	51,1	3,3	4071,8
		0,85	51,1	6,7	4506,1	57,8	1,6	3542,4
Média			47,0	6,8	4644,4	57,8	2,1	3587,2

no MCM tinham o mesmo valor das soluções com a otimalidade comprovada pelo MSY, indicando que o que faltou à formulação MCM foi a conclusão de que a solução obtida era ótima. No quesito tempo computacional, o modelo MSY foi superior ao modelo MCM.

A Tabela 2 compara o desempenho dos métodos heurísticos, levando em conta a melhor solução conhecida para cada instância. Os algoritmos apresentaram comportamento similar nos 8 grupos de instância testados. Constatou-se que a heurística HC está aproximadamente entre 4% a 5% das melhores soluções do problema, executando em tempo computacional irrisório na prática (menos de 1s, em média). As regras de prioridade de tarefas MinTimeMax, MaxPWMin e MaxTimeMax, associadas às regras para trabalhadores Crit2 e Crit1, apresentaram os melhores desempenho global. A busca local BL1 foi superior a busca local BL2, reduzindo a função objetivo advinda pela heurística pela metade. Note que mesmo apresentando resultado inferior à BL1, a BL2 consegue na maioria das instâncias uma melhoria em relação à solução original.

Table 2: Comparações entre as heurísticas HC, BL1 e BL2 em relação do desvio percentual médio em relação à melhor solução conhecida.

	w₁	w₂	HC	BL1	BL2
 T = 20	1,10	0,70	3,7	1,8	2,4
		0,85	5,4	2,5	4,8
	1,20	0,70	3,3	2,0	2,3
		0,85	5,0	2,4	4,7
Média			4,4	2,2	3,6
 T = 50	1,10	0,70	5,3	2,9	3,4
		0,85	4,8	2,4	4,0
	1,20	0,70	5,5	2,9	3,9
		0,85	5,6	2,8	4,9
Média			5,3	2,8	3,9

4 Conclusões

Este relatório apresenta os estudos a respeito de uma nova formulação matemática e métodos heurísticos para o problema de balanceamento de linhas de produção e designação hierárquica de trabalhadores (ALBHW). Constatamos que apesar da formulação MCM apresentar percentual de soluções ótimas e *gap* de otimalidade inferiores à MSY, os valores de função

objetivo de MCM e MSY são idênticos nos casos em que MSY prova a otimalidade e MCM não prova. Uma solução para sanar este problema é inspirada nas ideias propostas em (Jans and Desrosiers; 2013), por meio de novas desigualdades válidas e regras de simetria, a fim de acelerar a convergência do modelo MCM. Considerando as heurísticas desenvolvidas, os resultados se mostram satisfatórios, visto que as soluções obtidas variaram em média de 2% a 5% em relação às melhores soluções conhecidas para o ALBHW. O tempo computacional gasto por esses algoritmos é baixo, mesmo considerando as duas buscas locais desenvolvidas. Ainda assim, está previsto para o futuro testes estatísticos com as regras atuais e proposição de novas regras de prioridade. Podemos afirmar que hipótese de encontrar soluções melhores que as reportadas na literatura não foi confirmada a partir deste estudo. Todavia, as contribuições deste trabalho abrem oportunidade para variantes de algoritmos e modelos do ALBHW. No âmbito de uma iniciação científica, este projeto contribuiu para a formação do discente ao estimular a habilidade de resolver um problema desafiador através de ferramentas exatas e heurísticas da área de otimização combinatória. A escrita científica e a apresentação oral foram incentivadas com a redação deste relatório e apresentação dos resultados parciais desta pesquisa em um simpósio local de iniciação científica.

Agradecimentos

Aos autores agradecem o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), Edital 06/2016 - PIBIC/FAPEMIG, ao Departamento de Ciência da Computação (DCC/UFLA) e a Universidade Federal de Lavras (UFLA).

References

- Battaia, O. and Dolgui, A. (2013). A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches, *International Journal of Production Economics* **142**: 259–277.
- Borba, L. and Ritt, M. (2014). A heuristic and a branch-and-bound algorithm for the assembly line worker assignment and balancing problem, *Computers and Operations Research* **45**: 87–96.
- Corominas, A., Pastor, R. and Plans, J. (2008). Balancing assembly line with skilled and unskilled workers, *Omega* **36**: 1126–1132.
- De Bruecker, P., Van den Bergh, J., Beliën, J. and Demeulemeester, E. (2015). Workforce planning incorporating skills: State of the art, *European Journal of Operational Research* **243**(1): 1–16.
- Gel, E. S., Hopp, W. J. and Van Oyen, M. P. (2002). Factors affecting opportunity of worksharing as a dynamic line balancing mechanism, *IIE Transactions* **34**: 847–863.
- Hazır, Ö., Delorme, X. and Dolgui, A. (2015). A review of cost and profit oriented line design and balancing problems and solution approaches, *Annual Reviews in Control* **40**: 14–24.
- Jans, R. and Desrosiers, J. (2013). Efficient symmetry breaking formulations for the job grouping problem, *Computers & Operations Research* **40**(4): 1132–1142.
- Mansoor, E. M. (1968). Assembly line balancing: a heuristic algorithm for variable operator performance levels, *Journal of Industrial Engineering* **19**: 618–629.

- Miralles, C., García-Sabater, J. P., Andrés, C. and Cardos, M. (2007). Advantages of assembly lines in sheltered workcentres for disabled. A case study, *International Journal of Production Economics* **110**: 187–197.
- Moreira, M. C. O., Miralles, C. and Costa, A. M. (2015). Model and heuristics for the Assembly Line Worker Integration and Balancing Problem, *Computers & Operations Research* **54**: 64–73.
- Moreira, M. C. O., Ritt, M., Costa, A. M. and Chaves, A. A. (2012). Simple heuristics for the assembly line worker assignment and balancing problem, *Journal of Heuristics* **18**(3): 505–524.
- Polat, O., Kalayci, C. B., Mutlu, Ö. and Gupta, S. M. (2016). A two-phase variable neighbourhood search algorithm for assembly line worker assignment and balancing problem type-II: an industrial case study, *International Journal of Production Research* **54**(3): 722–741.
- Scholl, A. and Voß, S. (1997). Simple assembly line balancing—heuristic approaches, *Journal of Heuristics* **2**(3): 217–244.
- Sungur, B. and Yavuz, Y. (2015). Assembly line balancing with hierarchical worker assignment, *Journal of Manufacturing Systems* **37**: 290–298.
- Van den Bergh, J., Beliën, J., De Bruecker, P., Demeulemeester, E. and De Boeck, L. (2013). Personnel scheduling: A literature review, *European Journal of Operational Research* **226**(3): 367–385.
- Vilà, M. and Pereira, J. (2014). A branch-and-bound algorithm for assembly line worker assignment and balancing problems, *Computers & Operations Research* **44**: 105–114.