1-

Com a negação e a conjunção, podemos construir qualquer função lógica. Por exemplo, para construir a disjunção (v) entre duas proposições p e q, podemos utilizar a identidade de De Morgan e a negação: p v q = ¬(¬p ∧ ¬q)

Com a negação e a disjunção, podemos construir qualquer função lógica. Por exemplo, para construir a conjunção (Λ) entre duas proposições p e q, podemos utilizar a identidade de De Morgan e a negação: p Λ q = ¬(¬p ∨ ¬q)

Nand é um conectivo lógico que produz verdadeiro (1) para todas as combinações de entrada, exceto quando ambas as entradas são verdadeiras (1).

Utilizando apenas o nand, podemos construir qualquer função lógica. Por exemplo, para construir a negação (¬) de uma proposição p, podemos utilizar o nand da seguinte forma: ¬p = p ⊼ p

Portanto, o alfabeto {nand} é completo

Nor é um conectivo lógico que produz falso (0) para todas as combinações de entrada, exceto quando ambas as entradas são falsas (0).

Utilizando apenas o nor, podemos construir qualquer função lógica. Por exemplo, para construir a negação (¬) de uma proposição p, podemos utilizar o nor da seguinte forma: ¬p = p ↓ p

Portanto, o alfabeto {nor} é completo.

2-

R= (¬P v Q) v (¬Q v P)] v (¬R v S)

3-

R= G = P ∧ (R NAND S)

4-

R= não é possível expressar ¬p (negação de p) utilizando apenas o conectivo v (disjunção) e

(¬P -> Q) usando essa expressão conseguimos a equivalência com a fórmula (P v Q)

5)

(¬P ∨ R) ∨ (¬Q ∨ R) essa expressão é a Forma Normal Disjuntiva (FND) da expressão original.

(¬P ∨ ¬Q ∨ R) essa expressão é a Forma Normal Conjuntiva (FNC) da expressão original.

6)-

a) fórmula equivalente, utilizando apenas os conectivos do conjunto {¬, V}, é: H = (¬(¬P V Q) V (¬(¬(¬Q V R) ^ (Q V ¬R) ^ (R V ¬Q)) V (¬R ^ ¬P))

b) a fórmula equivalente na FND é: H = (¬P ^ ¬Q V ¬R) V (¬Q V ¬R) V (¬Q V R) V (Q V ¬R) .

FNC= H = (¬P ∨ Q) ^ (¬P ∨ R) ^ (¬R ^ ¬P)

7)-

a)formula em FNC= - H = ((¬P ∨ Q) ∧ (R ∧ P)) ∨ ((P ∧ ¬Q) ∧ (¬R ∧ ¬P))

formula em FND = H = ((¬P ∨ Q) ∧ R ∧ P) ∨ ((P ∧ ¬Q) ∧ ¬R ∧ ¬P)

b) formula em FNC= G = ((P ∧ ¬Q) ∨ (P v Q)) ^ ((Q ∧ ¬P) ∨ (P v Q))

formula em FND =G = ((P ∧ ¬Q) ∨ (P v Q)) ∧ ((Q ∧ ¬P) ∨ (P v Q))

8)

a)- (2k² + 4k + 2) / 2 = (k² + 2k + 1) = (k + 1)²

Portanto, a soma dos primeiros k + 1 números inteiros é igual a (k + 1) (k + 1 + 1) / 2, o que significa que a fórmula é válida para n = k + 1.

9)

(P -> (¬P -> P)) (Aplicação do Axioma da implicação com P = ¬P)

((P -> (¬P -> P)) -> ((P -> ¬P) -> (P -> P))) (Aplicação do Axioma da dedução com Q = ¬P e R = P)

1. ((P -> ¬P) -> (P -> P)) (Aplicação do Modus Ponens em 1 e 2)
2. ((¬P -> P) -> (¬P -> ¬¬P)) (Aplicação do Axioma da dedução com Q = P e R = ¬¬P)
3. ((¬P -> P) -> (¬P -> P v ¬P)) (Aplicação do Axioma da dedução com Q = P e R = P v ¬P)
4. (¬P -> P) (Aplicação do Axioma da implicação com P = P)
5. (¬P -> P v ¬P) (Aplicação do Modus Ponens em 5 e 6)
6. P v ¬P (Aplicação do Modus Ponens em 3 e 7)

10)-

1. ¬S → P (Hipótese β)
2. R v ¬P (Hipótese β)
3. ¬S (Hipótese β)
4. ¬P (Suposição para prova por absurdo)
5. ¬S → ¬¬P (Modus Ponens aplicado a partir de 1 e 4)
6. ¬¬P (Modus Ponens aplicado a partir de 3 e 5)
7. P (Dupla negação aplicada a 6)
8. R v ¬P (Hipótese β)
9. P v ¬P (Lei do terceiro excluído aplicada a 7)
10. P (Eliminação de disjunção aplicada a 8 e 9)

Portanto, provamos P a partir das hipóteses β utilizando apenas o Modus Ponens (MP) como regra de inferência

11) -

Aplicando o Modus Ponens em 1 e 3, obtemos:

B (Modus Ponens em 1 e 3)

Aplicando o Modus Ponens em 2 e 4, obtemos:

C (Modus Ponens em 2 e 4)

Portanto, a partir das hipóteses A → B, B → C e A, inferimos C usando apenas o Modus Ponens.

12)-

C: "Chover hoje"

H: "Ter churrasco hoje"

A: "Ter churrasco amanhã"

A conclusão (C → A) não é necessariamente verdadeira com base nas premissas (C → ¬H) e (¬H → A).

13)-

E: "Você me enviar um e-mail"

P: "Eu terminar de escrever o programa"

D: "Eu vou dormir cedo"

R: "Eu vou acordar revigorado"

Assumindo ¬P como verdadeiro, usando (1) temos que E é falso. Usando (2), obtemos D como verdadeiro, pois ¬E é verdadeiro. Finalmente, usando (3), concluímos que R é verdadeiro.

Portanto, a partir das hipóteses dadas, podemos inferir que se eu não terminar de escrever o programa (¬P), então eu vou acordar revigorado (R).