PROVA 6 - CÁLCULO I

KAILANE EDUARDA FELIX DA SILVA

② $xF'(x) - x^2 \cdot \cos(x-1) = 1$ tal que $F(1) = -2$

① isolar $F'(x)$:

$$xF'(x) = 1 + x^2 \cdot \cos(x-1)$$

$$F'(x) = \frac{1}{x} + \frac{x^2 \cdot \cos(x-1)}{x}$$

$$F'(x) = \frac{1}{x} + x \cdot \cos(x-1)$$

② calculando a anti-derivada:

$$F(x) = \int \frac{1}{x}\, dx + \int x \cos(x-1)\, dx$$

$$F(x) = \ln(x) + \int x \cos(x-1)\, dx^{(I)}$$

③ calculando "I" separadamente:

$\int x \cdot \cos(x-1)\, dx$ é um produto de funções, logo, vale aplicar a estratégia de integração por partes.

sendo:

$u = x$, $du = dx$

$dv = \cos(x-1)$, $v = \sin(x-1)$

→ Fazemos: $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$ →

$$\int x \cos(x-1)\, dx = x \cdot \sin(x-1) - \int \sin(x-1) \cdot dx^{(II)}$$

(3.1) resolvendo "II" separadamente:

$\int \sin(x-1) \cdot dx$ → sendo: $u = x-1$ → $du = dx$

Fazemos: $\int \sin(u)\, du$ → $-\cos(u)$

substituindo "u":

$$\int \sin(x-1)dx = -\cos(x-1)$$

(3.2) juntando à equação inicial do passo 3.0:

$$= \sin(x-1)x + \cos(x-1) + C$$

④ juntar o resultado de 3.2 na equação de 2.0.

$$F(x) = \ln(x) + \sin(x-1)x + \cos(x-1) + C$$

* agora temos que encontrar um "C" que satisfaça $F(1) = -2$

→ substituindo:

$$-2 = \ln(1)^{\nearrow 0} + \sin(0)^{\nearrow 0} \cdot 1 + \cos(0)^{\nearrow 1} + C$$

$$-2 = 1 + C \rightarrow C = -3$$

logo:

$$F(x) = \ln(x) + \sin(x-1) + \cos(x-1) - 3$$

1

a) $$\int_0^{\pi/3} \sin(x)\sqrt{\cos(x)+2}\,dx = \int_0^{\pi/3} \sqrt{\cos(x)+2}\cdot \sin(x)$$

sendo $u = \cos(x)+2$

$$\frac{du}{dx} = -\sin(x) \to dx = -\frac{1}{\sin(x)}\,du$$

SUBSTITUINDO:

$$\int_0^{\pi/3} \sqrt{u}\cdot -\frac{1}{\cancel{\sin(x)}}\cdot \cancel{\sin(x)} = -\int_0^{\pi/3} \sqrt{u}\,du = -\frac{2u^{3/2}}{3}$$

SUBSTITUINDO $u = \cos(x)+2$ novamente:

$$= -\left.\frac{2(\cos(x)+2)^{3/2}}{3}\right|_0^{\pi/3}$$

SUBSTITUINDO OS limites DE integração: $F(a) - F(b)$

$$-\frac{2(\cos(0)+2)^{3/2}}{3} + \frac{2(\cos(\pi/3)+2)^{3/2}}{3} \qquad * \cos(\pi/3) = 1/2$$

$$-\frac{2(5/2)^{3/2}}{3} + \frac{2(3)^{3/2}}{3} = 2\sqrt{3} - \frac{5^{3/2}}{3\sqrt{2}} \neq \frac{1}{3\sqrt{2}} \text{ (FALSA)}$$

b) $$\int_0^2 v\cdot du = 7 \quad , \text{ sabemos que } \int u\cdot dv = u\cdot v - \int v\cdot du$$

$$\int_0^2 v\cdot du = u\cdot v\Big|_0^2 - \int_0^2 u\,dv \quad . \text{ SUBSTITUINDO:}$$

$$7 = 6+4 - \int_0^2 u\,dv \to 7-10 = -\int_0^2 u\,dv \rightsquigarrow \int_0^2 u\,dv = 3$$

$3 \neq -3$, FALSA//

3 $\int \frac{x^3}{3}\sqrt{9+x^2}\,dx = \frac{1}{3}\int x^3\sqrt{x^2+9}\,dx$ (I)

Sendo: $u = x^2+9 \rightarrow \frac{du}{dx} = 2x \rightsquigarrow dx = \frac{du}{2x}$

* $\int u^{3/2}\,du = \frac{2u^{5/2}}{5}$

* $\int 9\sqrt{u}\,du = 9 \cdot \frac{2}{3}u^{3/2} = 6u^{3/2}$ //

* resolvendo $\int x^3\sqrt{x^2+9}$:

$$\frac{1}{2}\int (u^{3/2} - 9\sqrt{u})\,du \rightarrow \frac{1}{2}\left[\int u^{3/2}\,du - \int 9\sqrt{u}\,du\right] \rightarrow \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{2u^{5/2}}{5} - 6u^{3/2}\right] \rightarrow$$

$= \frac{u^{5/2}}{5} - 3u^{3/2}$. Agora substituímos $u = x^2+9$ //

$= \frac{(x^2+9)^{5/2}}{5} - 3(x^2+9)^{3/2}$. Temos que: $\int x^3\sqrt{x^2+9}\,dx = \frac{(x^2+9)^{5/2}}{5} - 3(x^2+9)^{3/2}$

* substituindo em (I):

$$\frac{1}{3}\left[\frac{(x^2+9)^{5/2}}{5} - 3(x^2+9)^{3/2}\right] = \frac{(x^2+9)^{5/2}}{15} - (x^2+9)^{3/2} + C$$

⇓

RESPOSTA !