PROVA 4 - CÁLCULO I
KAILANE EDUARDA FELIX DA SILVA
CPF: 125.769.454-57

$$\nearrow \frac{F(x)}{g(x)}$$

① $\lim_{x \to \pi} \frac{\sqrt{1-Tg(x)} - \sqrt{1+Tg(x)}}{\sin(2x)}$ $\lim_{x \to \pi} \frac{\sqrt{1-Tg(\pi)} - \sqrt{1+Tg(\pi)}}{\text{sim}(2\pi)} \to$

$$\lim_{x \to \pi} \frac{\sqrt{1-0} - \sqrt{1+0}}{0} = \frac{0}{0} //$$

- INDETERMINAÇÃO DO TIPO 0/0;
- AS FUNÇÕES SÃO DERIVÁVEIS;

Pelo Teorema de L'Hôspital:

$$\lim_{x \to a} \frac{F(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{F'(x)}{g'(x)}$$

↗ regra da cadeia

* $F'(x) = \left(\frac{1}{2}(1-Tg(x))^{1/2-1} \cdot 0 - \sec^2\right) - \left(\sec^2 + 0 \cdot \frac{1}{2}(Tg(x)+1)^{1/2-1}\right)$

$$F'(x) = -\frac{\sec^2(x)}{2\sqrt{Tg(x)+1}} - \frac{\sec^2(x)}{2\sqrt{1-Tg(x)}} //$$

* $g'(x) = 2\cos(2x)$ // → regra da cadeia

logo, temos =>

$$\lim_{x \to \pi} \frac{-\frac{\sec^2(x)}{2\sqrt{Tg(x)+1}} - \frac{\sec^2(x)}{2\sqrt{1-Tg(x)}}}{2\cos(2x)} \to \lim_{x \to \pi} \frac{-\frac{\sec^2(\pi)}{2\sqrt{Tg(\pi)+1}} - \frac{\sec^2(\pi)}{2\sqrt{1-Tg(\pi)}}}{2\cos(2\pi)} \to$$

$$\lim_{x \to \pi} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{1}} - \frac{1}{2\sqrt{1}}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \frac{-1}{2} \quad \cdot 0 \lim_{x \to \pi} \frac{\sqrt{1-Tg(x)} - \sqrt{1+Tg(x)}}{\text{sim}(2x)} = -\frac{1}{2} //$$

↓
se esse lim existe e é igual a $-1/2$, por L'Hôspital,
sabemos que o lim original também é $-1/2$ //

② $F(x) = \dfrac{(x+1)^2}{1+x^2}$

a) O domínio da função F(x) é dado por:

$$D(F) = \{X \,,\, X \in \mathbb{R}\}$$

* assíntotas

-> horizontais:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(x+1)^2}{1+x^2} \to \lim_{x \to +\infty} \frac{(\infty+1)^2}{(1+\infty^2)} = \frac{\infty}{\infty}$$

-> indetermiração do tipo $\frac{\infty}{\infty}$

-> Funções deriváveis

L'H

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2(x+1)}{2x} \to \lim_{x \to +\infty} \frac{(x+1)}{x} = \frac{\infty}{\infty} \text{ (IND)}$$

L'H

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{1} = 1 \,//$$

Assíntota horizontal em $Y = 1$ //

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{(x+1)^2}{1+x^2} \to \lim_{x \to -\infty} \frac{(-\infty+1)^2}{(1+(-\infty)^2)} \to \frac{\infty}{\infty} \text{ (IND)}$$

L'H

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\cancel{2}(x+1)}{\cancel{2}x} \to \lim_{x \to +\infty} \frac{\cancel{2}(+\infty+1)}{\cancel{2}(-\infty)} \to \frac{-\infty}{-\infty} \text{ (IND)}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{1} = 1 \,//$$

MESMA ASSÍNTOTA $\boxed{Y = 1}$ *

-> VERTICAIS

NÃO EXISTEM ASSÍNTOTAS VERTICAIS, POIS O DOMÍNIO DA FUNÇÃO F(X) SÃO TODOS OS NÚMEROS REAIS.

b) Fazendo o teste da primeira derivada temos:

$$F'(x) = \frac{((x+1)^2)' \cdot (x^2+1) - (x+1)^2 \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} \to F'(x) = \frac{2(x+1) \cdot (1+0)(x^2+1) - 2x(x+1)^2}{(x^2+1)^2}$$

$$F'(x) = \frac{2(x+1)(x^2+1) - 2x(x+1)^2}{(x^2+1)^2} \to \boxed{F'(x) = -\frac{2(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}} \,//$$

Para encontrar as raízes:

$$F'(x) = 0 \to -\frac{2(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2} = 0 \to -2\,\overset{\nearrow 0}{(x-1)}\,\overset{\nearrow 0}{(x+1)} = 0$$

$x - 1 = 0$ $\quad$ $x + 1 = 0$

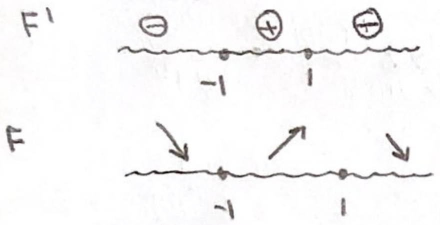
$x_1 = 1$ $\quad$ $x_2 = -1$

Pontos críticos =>

$x_1 = 1 \quad x_2 = -1$

continuação da b:

* INTERVALOS:



F é crescente em $(-1, 1)$ //
e decrescente em $(-\infty, -1)$
e $(1, +\infty)$ //

* $F'(0) = -\dfrac{2(0-1)\cdot(0+1)}{(0^2+1)^2} \rightarrow -\dfrac{-2}{1} = 2$ //

$F'(0) = 2$, $F'(0) > 0$

* $F'(-2) = -\dfrac{2(-2-1)\cdot(0+(-2))}{(-2^2+1)^2} = -\dfrac{12}{25} = -\dfrac{12}{25}$ //

$F'(-2) < 0$

* $F(2) = -\dfrac{2(2-1)\cdot(2+2)}{(2^2+1)^2} = -\dfrac{8}{25}$

$F(2) < 0$

* MÁXIMO E MÍNIMO

$x = -1$ é ponto de mínimo local.
$x = 1$ é " " máximo local.

c) $F'' = -2 \cdot \left(\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}\right)' \rightarrow F'' = -2\, \dfrac{((x-1)(x+1))' \cdot (x^2+1)^2 - (x-1)(x+1)((x^2+1)^2)'}{((x^2+1)^2)^2}$

$$F'' = -\frac{2\left(\left(\overset{1}{(1\cancel{+0})}(x+1) + (x-1)\overset{1}{(1\cancel{+0})}\right)\right)(x^2+1) - 2(x^2+1)\overset{2x}{(2x\cancel{+0})}(x-1)(x+1)}{(x^2-1)^4}$$

$\boxed{F'' = \dfrac{4x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}}$ (simplificada) //

* PONTOS DE INFLEXÃO:

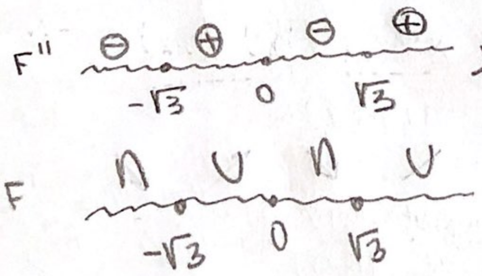
$F'' = 0 \rightarrow \dfrac{4x(x^2-3)}{(x^2+1)^3} = 0 \rightarrow 4x(x^2-3) = 0$

$4x = 0$ $\quad x^2 - 3 = 0$
$x_1 = 0$ $\quad x^2 = 3$
$x_2 = \pm\sqrt{3}$

POSSÍVEIS PONTOS DE INFLEXÃO =>
$x = 0$, $x = \sqrt{3}$
$x = -\sqrt{3}$

* CONCAVIDADE

PONTOS DE INFLEXÃO
$\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}$



concava p/ cima em
$(-\sqrt{3}, 0)$ e $(\sqrt{3}, \infty)$
p/ baixo $(-\infty, -\sqrt{3})$ e $(0, \sqrt{3})$

* $F''(2) = \dfrac{2\cdot 4(2^2-3)}{(2^2+1)^3}$

* $\dfrac{8}{125} > 0$

$F''(-1) > 0$

$F'(-1) = 1$

$F''(-2) = \dfrac{4\cdot 2(-2^2-3)}{(2^2+1)^3} = \dfrac{-8}{125}$

$F''(-2) < 0$

$F''(1) = \dfrac{4(1^2-3)}{(1^2+1)^3}$

$F(1) < 0$

D)