# PERMUTAÇÃO E COMBINAÇÃO

* permutação -> mudar de posição

quando se tem n elementos, temos n! permutações possíveis.

exemplo: numa competição de 100 atletas, apenas a ordem dos 10 primeiros é registrada. Quantos resultados diferentes tem?

$$\frac{100}{1^{\circ}} \cdot \frac{99}{2^{\circ}} \cdot \frac{98}{3^{\circ}} \cdot \frac{97}{4^{\circ}} \cdot \ldots \cdot \frac{91}{10^{\circ}}$$

Teorema: o número de subconjuntos ordenados com k elementos de um conjunto de n elementos é =>

$$\boxed{n(n-1)\ldots(n-k+1)}$$

$$P(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ (permutação)}$$

$N = 100$ atletas, $K = 10$ primeiros.

↳ permutação de 100, 10 a 10//.

* subconjuntos ordenados.

exemplo: quantas possibilidades há para os 3 primeiros lugares em uma corrida de 12 cavalos?

$$\frac{12}{1^{\circ}} \cdot \frac{11}{2^{\circ}} \cdot \frac{10}{3^{\circ}} =>$$

$$P(12,3) = \frac{12!}{(12-3)!} =$$

$$P(12,3) = \frac{12!}{9!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \text{ //}$$

estou contando subconjuntos ordenados de tamanho 3, de um conjunto com tamanho 12//.

* combinação -> quando a ordem não importa, temos que encontrar a quantidade de subconjuntos de tamanho K de um conjunto de tamanho n.

* não ordenados:

$$C = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

dividindo por k! estamos tirando os mesmos conjuntos de ordenações difer.

notação: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

k, de N [ contando subconjuntos de tam k, de um conjunto de tam N//.

$\binom{n}{0} = 1$ (conjunto vazio)

analisando o significado combinatório:

a) $\binom{n}{0}$ -> quantos conjuntos de tam 0 temos dentro de um conj. de tam N?
R = 1// -> conjunto vazio.

b) $\binom{n}{1}$ -> quantos conj. tam 1 temos dentro de um conj. tam N?
R = n// conjunto unitário

c) $\binom{n}{n}$ -> quantos conj. de tam N temos dentro de um conj de tam N?
R = 1 (ele mesmo)

D) $\binom{n}{n-1}$ = R = n//
-> posso fazer uma bijeção entre |n| e |n-1|.

DE MODO GERAL: $\boxed{\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}}$

## igualdades importantes:

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\dots\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n}=2^n$$

$2^n = |P(S)|$ cardinalidade do conj. das partes de S.

## identidade de pascal:

a)
$$\binom{n}{k}=\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}$$

provando usando significado combinatória:

b) $$\binom{n}{k}=\binom{n-2}{k}+2\binom{n-2}{k-1}+\binom{n-2}{k-2}$$

## TEOREMA BINOMIAL

a expansão de $(x+y)^4$ pode ser encontrada usando-se a razão combinatória.

$$\binom{4}{0}x^4+\binom{4}{1}x^3y+\binom{4}{2}x^2y^2+\binom{4}{3}xy^3+\binom{4}{4}y^4$$

o coeficiente $x^{n-k}y^k$ na expansão de $(x+y)^n$ é $\binom{n}{k}$.

exemplo: use o teorema binomial para provar a identidade:

$$2^n=\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\dots\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n}$$

$$\Downarrow$$

$$(x+y)^n=\binom{n}{0}x^n+\binom{n}{1}xy^{n-1}+\dots+\binom{n}{n-1}xy^{n-1}+\binom{n}{n}y^n$$

$$\Downarrow$$

$x=y=1$.

exemplo 2: use teorema binomial para provar a identidade:

$$\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}+\dots=0$$

admitimos $x=1$ e $y=-1$.

$(1+-1)^n = 0^n = 0$

$\downarrow$

aplicar o teorema binomial até chegar na equação acima

* como seria a prova por argumento combinatório?

analisando a identidade, notamos que a quantidade de subconjuntos de tamanho par e de tamanho ímpar são iguais num conjunto de tamanho n. Portanto, se eu adicionar os pares e retirar os ímpares, sempre dará 0.

exemplo: qual o coeficiente de $x^{12}y^{13}$ no desenvolvimento de $(x+y)^{25}$?

$(x+y)^{25}=\binom{25}{0}x^{25}\dots\binom{25}{13}x^{12}y^{13}$

o coeficiente $= \binom{25}{13}$

*importante:

$\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$

$\binom{n}{1}=n$

tilibra