VI ATIVIDADE AVALIATIVA CÁLCULO I

KAILANE EDUARDA FELIX DA SILVA

125.769.454-57

① a) $\int_0^5 (3F(x) - 7g(x))\,dx = 3\int_0^5 F(x) - 7\int_0^5 g(x) \rightarrow$

* Pela propriedade ① das integrais, pois:

$$\int_a^b F(x) + g(x) = \int_a^b F(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$$

Pela propriedade ⑭ das integrais; sabemos que:

$$\int_a^b F(x)\,dx = \int_a^c F(x)\,dx + \int_c^b F(x)\,dx \quad , \text{ com } c \in [a,b].$$

Então:

$$\int_0^5 F(x)\,dx = 1 + (-5) = -4 \quad e \quad \int_0^5 g(x)\,dx = (-2) + (-3) = -5$$

logo: $\int_0^5 (3F(x) - 7g(x))\,dx = 3.(-4) - 7(-5) = 23$

a afirmativa é falsa. $23 \neq -23$.

b) Ⓘ $\int_1^3 \left(\cos(x) + \frac{1}{x^2}\right)dx = \int_1^3 \cos(x)\,dx + \int_1^3 \frac{1}{x^2}\,dx = \text{sen}(x) - \frac{1}{x}\Big|_1^3$

$$= \left(\text{sen}(3) - \frac{1}{3}\right) - \left(\text{sen}(1) - 1\right) = \text{sen}(3) - \text{sen}(1) + \frac{2}{3} = a$$

Ⓘⓘ $\int_1^2 \left(\frac{1+y^2}{\sqrt{y}}\right)dy = \int_1^2 \left(y^{3/2} + \frac{1}{\sqrt{y}}\right)dy = \int_1^2 y^{3/2}\,dy + \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{y}}\,dy \rightarrow$

* POTÊNCIA $\int y^{3/2} = \frac{2y^{5/2}}{5}$

* $\int \frac{1}{\sqrt{y}}\,dy = 2\sqrt{y}$

$$= \frac{2y^{5/2}}{5} + 2\sqrt{y}\Big|_1^2 = \left(\frac{4^{5/2}}{5} + 2\sqrt{2}\right) + \left(\frac{2.1^{5/2}}{5} + 2\sqrt{1}\right) = \frac{18\sqrt{2}}{5} - \frac{12}{5} = b$$

* $a+b = \text{sen}(3) - \text{sen}(1) + \frac{2}{3} + \frac{18\sqrt{2}}{5} - \frac{12}{5}$

a afirmativa é falsa

② $F(x) = \int_{\ln(x)}^{x} \frac{e^T}{T+1}\, dT$

SUPONDO C, TAL QUE $C \in \{\ln(x), x\}$, PODEMOS FAZER:

$\ln(x) \quad C \quad X$, DE MODO QUE:

$$\int_{\ln(x)}^{x} \frac{e^T}{T+1}\, dT \overset{\text{I}}{=} \int_{\ln(x)}^{C} \frac{e^T}{T+1}\, dT \overset{\text{II}}{+} \int_{C}^{x} \frac{e^T}{T+1}\, dT$$

INVERTENDO I, FICAMOS COM:

$$= -\int_{C}^{\ln(x)} \frac{e^T}{T+1}\, dT + \int_{C}^{x} \frac{e^T}{T+1}\, dT$$

, e podemos encontrar $F'(x)$ aplicando o teorema fundamental do cálculo (PARTE I).

$$F'(x) = -\left(\frac{e^{\ln(x)}}{\ln(x)+1} \cdot \frac{1}{x} \right) + \left(\frac{e^x}{x+1} \cdot 1 \right)$$

SUBSTITUINDO $X = 1$:

$$F'(1) = -\left(\frac{e^{\ln(1)}}{\ln(1)+1} \cdot \frac{1}{1} \right) + \left(\frac{e^1}{1+1} \cdot 1 \right)$$

$$= -\left(\frac{1}{0+1} \right) + \left(\frac{e}{2} \right)$$

$$= -1 + \frac{e}{2}$$

③ $y = x^2 - 1$ e $y = 2x + 7$

* Para encontrar os pontos de intersecção:

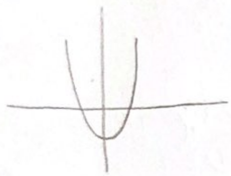
$$x^2 - 1 = 2x + 7$$
$$x^2 - 1 - 2x - 7 = 0$$
$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

* Bhaskara:

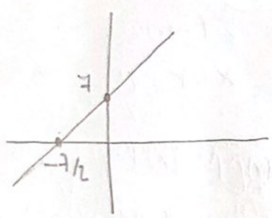
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (-32)}}{2}$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+6}{2} = 4$$
$$x_2 = \frac{2-6}{2} = -2$$

Ⓘ * sabendo que o formato das funções quadráticas são parábolas do tipo



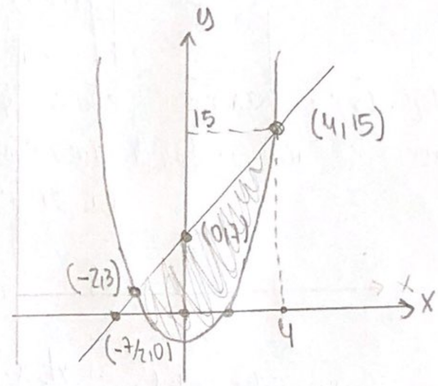
e que a reta $y = 2x + 7$ tem o formato:



$y = 0$, $2x + 7 = 0$
$2x = -7$
$x = -7/2$

$x = 0$, $2 \cdot 0 + 7 = 7$
$y = 7$

Ⓘ * Podemos construir o esboço:



* pontos de intersecção = (4, 15) e (-2, 3) //

* o intervalo da área = (-2, 4) e podemos fazer:

$$\int_{-2}^{4} |F(x) - g(x)|\, dx = \text{ÁREA} \;// \;\rightarrow \int_{-2}^{4} |(2x+7) - (x^2-1)|\, dx$$

$$= \int_{-2}^{4} (2x+7)^{*1} - \int_{-2}^{4} (x^2 - 1)^{*2} = x^2 + 7x \Big|_{-2}^{4} - \frac{x^3}{3} - x \Big|_{-2}^{4} \Rightarrow$$

$*1$ $2\int x\,dx = \frac{x^2}{2} \cdot 2$ e

$7\int 1\,dx = 7x$

logo, a família de primitivas de $(2x+7)$ é $x^2 + 7x + C$

$*2$ $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3}$ e

$\int 1\,dx = x$

logo, a família de primitivas de (x^2-1) é $\frac{x^3}{3} - x + C$

$$= \left[(4^2 + 7 \cdot 4) - ((-2)^2 + 7 \cdot -2)\right] - \left[\left(\frac{4^3}{3} - 4\right) - \left(\frac{(-2)^3}{3} + 2\right)\right]$$

$$= \left[(44) - (-10)\right] - \left[\left(\frac{52}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)\right]$$

$$= 54 - 18 = \underline{\underline{36}} \text{ unidade de área!}$$