

Matemática Discreta para Computação (IF670)

Lista sobre Relações

1. Sabendo que a matriz abaixo representa uma relação:

$$\begin{array}{c} A \quad B \quad C \quad D \quad E \\ \begin{pmatrix} A & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ B & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ C & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ D & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ E & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

- (a) Escreva os elementos desta relação representada pela matriz.
- (b) Informe quais são os fechos reflexivo e simétrico da relação.
2. Sejam R e S duas relações. Prove ou refute as seguintes afirmações
- (a) Se R e S são simétricas, então $R \cup S$ também é.
- (b) Se R e S são transitivas, então $R \cup S$ também é.
3. A partir das relações P e Q definidas a seguir, calcule a relação composta $Q \circ P$

$$P = \{(1,2), (2,4), (4,1), (4,3), (5,4)\}$$
$$Q = \{(1,1), (2,3), (3,4), (4,5)\}$$

4. Prove se as seguintes relações são posets ou relações de equivalência. Caso seja uma relação de equivalência, descreva as classes de equivalência.
- (a) $a R b \iff a \mid b$
- (b) $a R b \iff a \subseteq b$
- (c) $a R b \iff 2 \mid (a - b)$

- (d) $a R b \iff a \equiv b \pmod{3}$
- (e) $a R b \iff a \leq b$
- (f) $(a,b) R (c,d) \iff a \geq c \wedge b \leq d$
5. Liste os pares ordenados nas relações de equivalência produzidas pelas seguintes partições de $\{1,2,3,4,5,6\}$
- (a) $\{1,2\}, \{3,4\}, \{5,6\}$
- (b) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$
- (c) $\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}$
6. Dê um exemplo de uma relação sobre o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ que seja:
- (a) Reflexiva, antissimétrica, mas não seja transitiva.
- (b) Simétrica, antissimétrica, mas não seja reflexiva.
- (c) Não seja nem simétrica e nem antissimétrica.
7. Considerando a relação $R = \{(1,1), (1,2), (2,3), (3,2), (4,4)\}$, construa:
- (a) O fecho reflexivo de R .
- (b) O fecho transitivo de R .
- (c) O fecho simétrico de R .
- Obs.: R é uma relação binária em C , tal que $C = \{1, 2, 3, 4\}$
8. Com base na ordem usual entre os dígitos, ordene as seguintes cadeias conforme a ordem lexicográfica (observe que essa ordem não é necessariamente a ordem numérica).

1073 107 93 52 33