Universidade Federal de Pernambuco
CCEN - Departamento de Matemática - Área II
2020.2 - Cálculo 1
Lista 5 de Exercícios

Q1. Utilizando o teorema fundamental do cálculo (parte 2), obtenha as seguintes integrais:

a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^2\,dx.$ b) $\displaystyle\int_{0}^{1} t^3 - 2t\,dt.$ c) $\displaystyle\int_{-1}^{1} z^{17} - 2z^{13} + 4z^5\,dz$

d) $\displaystyle\int_{1}^{e} \frac{1}{x}\,dx.$ e) $\displaystyle\int_{1}^{4} \frac{1}{2\sqrt{u}}\,du.$ f) $\displaystyle\int_{1}^{\sqrt{2}} \frac{1}{w^2+1}\,dw.$

g) $\displaystyle\int_{1}^{\sqrt{3}} (x^2-4)^{21}\,dx.$ h) $\displaystyle\int_{1}^{e} \frac{2t}{t^2+1}\,dt.$ i) $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \operatorname{sen}(\theta)\,d\theta.$

j) $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x)\,dx.$ k) $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \operatorname{sen}(t)\cos(t)\,dt.$ l) $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} \operatorname{sen}^3(\theta)\cos(\theta)\,d\theta.$

m) $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{e^x+e^{-x}}{2}\,dx.$ n) $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{e^z-e^{-z}}{2}\,dz.$ o) $\displaystyle\int_{0}^{\pi/6} \sec(x)\ \operatorname{tg}(x)\,dx.$

p) $\displaystyle\int_{0}^{\pi/4} \sec^2(\theta)\,d\theta.$ q) $\displaystyle\int_{0}^{\pi/3} \operatorname{tg}(u)\,du.$

Q2. Encontre uma primitiva $g(x)$ para a função $f(x) = \sqrt{x} - x$ que satisfaça a condição $g(1) = 2$.

Q3. Determine uma função $f(x)$ tal que $xf'(x) - \operatorname{sen}(x) = \sqrt{x}$ e $f(1) = 2$.

Q4. Encontre uma função $g(x)$ tal que $\sqrt{x}g'(x) + 2x = 1$ e que satisfaça a condição $g(1) = 0$.

Q5. Calcule, usando o teorema fundamental do cálculo (parte 1), a derivada das seguintes funções:

a) $\displaystyle f(x) = \int_{0}^{x} \sqrt{\ln(t+1)}\,dt.$ b) $\displaystyle g(x) = \int_{\pi}^{\sqrt{x}} \frac{1}{2+\cos(\theta)}\,d\theta.$

c) $\displaystyle h(y) = \int_{1}^{\ln(y)} e^{-x^2}\,dx.$ d) $\displaystyle k(y) = \int_{0}^{\sqrt[3]{y}} \frac{\operatorname{sen}(u^3)}{u^3+1}\,du.$

e) $\displaystyle p(t) = \int_{\sqrt{t}}^{t^2} \sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{2+v}}}\,dv.$ f) $\displaystyle q(t) = \int_{\ln(t)}^{e^{-t}} \frac{\operatorname{tg}(e^{-z})}{1+\operatorname{tg}(e^{z})}\,dz.$

Q6. Calcule $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,dx$ para cada uma das funções f abaixo:

a) $f(x) = \operatorname{sen}(|x|)$. b) $f(x) = |3x^2 - 3|$. c) $f(x) = \begin{cases} 4x^3, & \text{se } x \le 1; \\ 4\sqrt{x}, & \text{se } x > 1. \end{cases}$

Q7. Seja f uma função derivável com derivada contínua, tal que $\int_2^5 f'(x)\,dx = 11$ e $f(2) = 4$. Calcule $f(5)$.

Q8. Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função duas vezes derivável tal que $f''(x)$ é contínua. Sabendo que $f(0) = 2$, $f'(0) = 0$, $f''(0) = -1$, $f(1) = 2$, $f'(1) = 1$, e $f''(1) = -1$, calcule:

a) $\int_0^1 f'(x)\,dx$. b) $\int_0^1 f''(x)\,dx$. c) $\int_0^1 3f''(x) - 2f'(x)\,dx$

Q9. Seja

$$f(x) = \int_1^x \frac{2t+1}{\sqrt{4+t^4}}\,dt.$$

Calcule os valores $f(-1), f(0), f(1), f'(-1), f'(1), f''(-1), f''(1)$.

Q10. Calcule $f''(x)$, onde

$$f(x) = \int_1^x \left(\int_1^{\ln(t)} \sqrt{2+u^3}\,du \right) dt.$$

Q11. Calcule $\int_0^x f(t)\,dt$, onde $f(x) = \begin{cases} 1 - x^3, & \text{se } x \le 0; \\ 1 + x^2, & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Q12. Calcule $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\int_3^x \frac{\cos(t)}{1-t}\,dt}{3-x}$. (**Sugestão:** use a regra de l'Hôspital.)

Q13. Determine $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\int_1^x \left[\int_1^{t^2} \frac{\operatorname{tg}(u)}{4+u^2}\,du \right] dt}{(x-1)^2}$.

Q14. Calcule a área das regiões do plano delimitadas pelas curvas indicadas em cada caso:

a) $y = x^2, \quad y = 4x - x^2$.

b) $y = \cos(x), \quad y = 1 - \cos(x), \quad x = 0, \quad x = \pi$.

c) $y = \sqrt{x-1}, \quad x - y = 1$.

d) $x = y^2 - 2, \quad y = \ln(x), \quad y = -1, \quad y = 1$.

e) $y = x^3 - 2x^2 + x + 1, \quad y = 2x - 1$.