

1. **(15 pts)** Seja T uma árvore enraizada com nós numerados de 1 até n . Os nós de 1 até 6 possuem graus 7,6,5,4,3,2 respectivamente. Os nós de 7 até n são folhas. Determine o valor de n . Justifique a sua resposta usando os teoremas estudados e não a partir do desenho da árvore.
2. **(15 pts)** Suponha que um grafo planar, simples e conexo G possui 8 vértices, cada um com grau 3. A representação planar de G divide o plano em quantas regiões?. Justifique sua resposta usando os teoremas estudados.
3. **(15 pts)** Se G é um grafo simples com 6 arestas e G' (seu grafo complementar) possui 4 arestas, quantos vértices G possui? Justifique sua resposta usando os teoremas estudados.
4. **(60 pts)** Para cada grafo dado a seguir responda: qual a quantidade de nós e arestas; o número cromático e para que valores de n o grafo é planar. Justifique. a) K_n b) W_n c) Q_n
5. **(25 pts)** Responda cada um dos itens abaixo justificando a sua resposta. **(respostas sem justificativa ou com justificativa errada não são consideradas)**
 - a) Toda árvore não trivial com n vértices dos quais $n-1$ são pendentos é isomorfa ao grafo $K_{1,n-1}$?
 - b) Quantas arestas existem em uma árvore binária completa (cheia) com 1000 vértices internos?
 - c) Um circuito pode ser ao mesmo tempo Euleriano e Hamiltoniano?
 - d) Seja G um grafo conexo, simples e que possui um ciclo. Então ao remover uma aresta do ciclo ele pode ficar desconexo?
 - e) Seja $G = (V, E)$ um grafo bipartido, onde a partição que define o grafo é formada pelos subconjuntos V_1 e V_2 de V . Como são os subgrafos induzidos por V_1 e V_2 ?
6. **(20 pts)** Desenhe a árvore enraizada ordenada cujo caminhamento em pré-ordem é: L,R,I,M,P,D,O,N,F,U,E,A,V; onde E, D e N tem 2 filhos cada; R e L possuem 3 filhos cada; e todos os outros vértices são folhas. Qual o caminhamento em pós-ordem?

Questão Bônus – 20 pts

Seja T uma árvore com $p + q$ vértices. Suponha que p dos vértices têm grau 4 e q são folhas. Prove ou refute que $q = 2p + 2$.