# UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

## CCEN - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - ÁREA 2

**CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I**

**III LISTA DE EXERCÍCIOS**

**Professora: Rúbia Esterfânia**

**2020.2**

**Questão 1.** A derivada da função

$$u(w) = (w^{33}+1)^{\frac{1}{33}} \tag{1}$$

com respeito a $w$ é:

(a) $(w^{33}+1)^{\frac{32}{33}}$

(b) $33w^{32}(w^{33}+1)^{-\frac{32}{33}}$

(c) $w^{32}(33w^{32})^{-\frac{32}{33}}$

(d) $w^{32}(w^{33}+1)^{-\frac{32}{33}}$

(e) Nenhuma das alternativas.

Obs: Justifique sua resposta ;)

**Questão 2.** Calcule a derivada das seguintes funções:

(a) $f(x) = \ln(x^2+x)$

(b) $g(x) = \cos\left(x^2 + \sqrt{x^2+1}\right)$

(c) $h(x) = \dfrac{x^3}{1+e^{3x}}$

(d) $p(x) = \ln(\sec(x))$

(e) $q(x) = \dfrac{\operatorname{tg}(5x^3)\cdot(7x^5+8)}{x^2+1}$

(f) $F(x) = 5^x + \log_3 x$

(g) $G(x) = 3^{2x+1} + \log_2(x^2+1)$

(h) $H(x) = x^x \sin(x)$

(i) $q(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

(j) $Q(x) = \ln[\sec(x) + \operatorname{tg}(x)]$

**Questão 3.** Considere $g$ e $h$ funções diferenciáveis com $g$ definida por

$$g(x) \quad = \quad x^3 h(x^2). \tag{2}$$

Sendo $h(4) = 2$ e $h'(4) = -2$, determine $g'(2)$.

**Questão 4.** Considere

$$f(x) \quad = \quad g\left(\frac{x}{h(x)}\right) \tag{3}$$

Calcule $f'(2)$, onde $h(2) = 2$, $h'(2) = 3$ e $g'(1) = 4$.

**Questão 5.** Determine os limites a seguir (**Não** pode usar a regra de l'Hôspital):

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \boxed{x^2 \operatorname{sen}(1/x)} = 0$

(b) $\lim\limits_{u\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(3u)}{6u} = \lim\limits_{u\to 0} \dfrac{1}{2}\dfrac{\operatorname{sen}(3u)}{\frac{6u}{2}} = \lim\limits_{u\to 0} \dfrac{1}{2}\underbrace{\dfrac{\operatorname{sen}(3u)}{3u}}_{1} = \lim\limits_{u\to 0}\dfrac{1}{2} = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

$\boxed{\operatorname{sen}^2 = 1 - \cos^2 t}$

(c) $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{(1 + \cos(2t))}{3t} = \dfrac{1-\cos^2(2t)}{3t\cdot(1+\cos(2t))} = \left(\dfrac{\operatorname{sen}^2(2t)}{3t}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{1+\cos 2t}\right)$

$\lim \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{\operatorname{sen}^2(2t)}{3t\cdot\frac{2}{3}} = \dfrac{2}{3}\underbrace{\dfrac{\operatorname{sen}(2t)}{2t}}_{1} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{3}$

$\dfrac{2}{3}\cdot\lim\dfrac{1}{1+1} = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

(d) $\lim\limits_{y\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(5y)}{\operatorname{sen}(3y)}$

(e) $\lim\limits_{z\to 0} \dfrac{\cos(7z) - 1}{4z^2}$

(f) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\sec(h) - 1}{\operatorname{tg}^2(2h)}$

(g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{|x|} =$

(h) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{4x+9} - 5}{\sqrt{x} - 2}$

**Questão 6.** Dada a função $f(x) = 5\operatorname{sen}(x) - 4\cos(x)$. Assinale V para as alternativas verdadeiras e F para as falsas, justificando-as.

(a) $f^{(29)}(x)$ não é ilimitada;

(b) $f^{(1234)}(x) = f^{(18)}(x)$;

(c) $f^{(128)}(x)$ nunca se anula;

(d) $f^{(317)}(x) = 4\operatorname{sen}(x) + 5\cos(x)$;

(e) A sequência $f'(x), f''(x), f^{(3)}(x), f^{(4)}(x), f^{(5)}(x), \ldots$ tem período 4;

(f) $f^{(2k)}(x) = 5(-1)^k \operatorname{sen}(x) + 4(-1)^{k-1}\cos(x)$, para cada $k \geq 0$.

**Questão 7.** Se $x^y = e^{x-y}$, mostre que:

$$y' = \frac{\log x}{(1+\log x)^2} \tag{4}$$

Dica: Tome o logaritmo em ambos os lados da equação inicial.

**Questão 8. (1EE-2019.2)** Considere a função $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$.

(a) Obtenha a equação da reta tangente ao gráfico de $f$ no ponto de abscissa $x = 3$. Denotamos tal reta por $r$.

(b) Existe uma outra reta $s$ tangente ao gráfico de $f$ e que é paralela à reta $r$ do item anterior. Determine o ponto de tangência desta reta $s$ com o gráfico de $f$.

**Questão 9.** Se derivarmos implicitamente a equação $x^2 + y^2 = 1$, obtemos:

$$2x + 2yy' = 0. \tag{5}$$

Qual (ou quais) regras de derivação utilizamos para chegarmos a esse resultado?

**Questão 10.** Sendo $y = y(x)$, determine $\frac{dy}{dx}$.

(a) $x^2y^2 + x\sin(y) = 4$

(b) $e^y = xy^2 + x$

**Questão 11.** Determine a equação da reta tangente da curva dada pela equação

$$x^2 + 2xy - y^2 + x = 2 \tag{6}$$

no ponto $(1, 2)$.

**Questão 12.** Considere a função $g$ definida por

$$g(x) = \mathrm{tg}(x) + \mathrm{cotg}(x)$$

.

(a) Calcule $g'(x)$.

(b) Expresse $g'(x)$ envolvendo apenas a função $\mathrm{cossec}(2x)$.

(c) Existe reta tangente ao gráfico de $y = g(x)$ que seja horizontal?

**Questão 13.** Considere $h(x) = g(x)e^{x^2+1}$, com $g(x)$ uma função diferenciável. Podemos afirmar que:

(a) A função $h(x)$ é diferenciável com $h'(x) = g'(x)e^{x^2+1}$;

(b) A função $h(x)$ é diferenciável com $h'(x) = g'(x)e^{x^2+1} + g(x)$;

(c) A função $h(x)$ é diferenciável com $h'(x) = g'(x)e^x + 2xe^x$;

(d) A função $h(x)$ pode não ser diferenciável;

(e) Nenhuma das alternativas.

**Questão 14.** A função $f(x) = e^{|x|}$:

(a) É contínua em todos os pontos, mas, não é diferenciável em $x = 0$;

(b) É contínua e diferenciável em todos os pontos;

(c) Não é contínua em $x = 0$;

(d) Nenhuma das alternativas.

**Questão 15.** **(1EE-2017.2)** Dizemos que duas curvas são *tangentes* em um determinado ponto quando possuem a mesma reta tangente em tal ponto. Mostre que a parábola $2y - x^2 = 1$ é tangente à cúbica $y^3 + xy^2 = 2x^3$ no ponto $(1, 1)$.

**Questão 16.** Mostre que as circunferências $x^2 + y^2 + 2x + y = 10$ e $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 20$ são tangentes no ponto $(2, 1)$.

Bons Estudos!