# Universidade Federal de Pernambuco

# 2020.2
# Lista III
# Espaço vetorial e Transformação Linear

**A lista deverá obedecer aos seguintes critérios:**

- Questões com cálculos devidamente desenvolvidos e com suas respectivas justificativas.
- Organizar as respostas pela ordem que lhe seja conveniente desde que identificadas.
- Escrita clara e coesa para facilitar a compreensão.
- Se identificar com nome, login e cpf.

**Questão.1:**

Considere dois vetores $(a, b)$ e $(c, d)$ no plano. Se $ad - bc = 0$, mostre que eles são LD. Se $ad - bc \neq 0$, mostre que eles são LI.

**Questão.2:**

Sejam $W_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbf{R}^4 \mid x + y = 0 \text{ e } z - t = 0\}$ e $W_2 = \{(x, y, z, t) \in \mathbf{R}^4 \mid x - y - z + t = 0\}$ subespaços de $\mathbf{R}^4$.

*a*) Determine $W_1 \cap W_2$.
*b*) Exiba uma base para $W_1 \cap W_2$.
*c*) Determine $W_1 + W_2$.
*d*) $W_1 + W_2$ é soma direta? Justifique.
*e*) $W_1 + W_2 = \mathbf{R}^4$?

**Questão.3:**

Sejam $\beta = \{(1, 0), (0, 1)\}$, $\beta_1 = \{(-1, 1), (1, 1)\}$, $\beta_2 = \{(\sqrt{3}, 1), (\sqrt{3}, -1)\}$ e $\beta_3 = \{(2, 0), (0, 2)\}$ bases ordenadas de $\mathbf{R}^2$.

*a*) Ache as matrizes de mudança de base:

*i*) $[I]^{\beta_1}_{\beta}$ *ii*) $[I]^{\beta}_{\beta_1}$ *iii*) $[I]^{\beta}_{\beta_2}$ *iv*) $[I]^{\beta}_{\beta_3}$

**Questão.4:**

*a*) Ache a transformação linear $T:\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$ tal que $T(1, 0, 0) = (2, 0)$, $T(0, 1, 0) = (1, 1)$ e $T(0, 0, 1) = (0, -1)$.

*b*) Encontre $\mathbf{v}$ de $\mathbf{R}^3$ tal que $T(\mathbf{v}) = (3, 2)$.

**Questão.5:**

Sejam $\alpha = \{(1, -1), (0, 2)\}$ e $\beta = \{(1, 0, -1), (0, 1, 2), (1, 2, 0)\}$ bases de $\mathbf{R}^2$ e $\mathbf{R}^3$ respectivamente e

$$[T]^{\alpha}_{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

*a*) Ache $T$.

*b*) Se $S(x, y) = (2y, x - y, x)$, ache $[S]^{\alpha}_{\beta}$.

*c*) Ache uma base $\gamma$ de $\mathbf{R}^3$ tal que $[T]^{\alpha}_{\gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.