

普通物理学实验 II

电子实验报告

实验名称：多普勒效应频谱分析综合设计与应用

指导教师：杨瀚城

班级：图灵 2303

姓名：张晋恺

学号：3230102400

实验日期：2024年 10 月 23 日 星期 三 上午

浙江大学物理实验教学中心

一、实验综述

1.1 实验背景

多普勒效应是一种由于波源和观察者之间存在相对运动而导致的物理现象。它最初由奥地利物理学家克里斯蒂安·多普勒于 1842 年提出。这一效应在声学、光学和电磁学等多个领域都有重要应用。

多普勒效应的基本原理是：当波源与观察者相对靠近时，观察者接收到的波频率会增加；当波源与观察者相对远离时，观察者接收到的波频率会减小。这种频率的变化与波源和观察者之间的相对速度成正比。

在日常生活中，我们经常可以体验到声波的多普勒效应。例如，当一辆鸣笛的救护车快速驶近时，我们听到的声音频率会变高；当它驶离时，声音频率会变低。

在科学研究和技术应用中，多普勒效应被广泛应用于：

1. 天文学：用于测量恒星和星系的运动速度。
2. 气象学：多普勒雷达用于测量风速和预测天气。
3. 医学：超声多普勒用于检测血流速度。
4. 交通管理：警察使用多普勒雷达测速仪检测车辆超速。
5. 声纳和雷达系统：用于测量目标物体的速度。

多普勒效应的数学表达式为：

$$f' = f \cdot \frac{c \pm v_o}{c \mp v_s}$$

其中， f' 是观察者接收到的频率， f 是波源发出的原始频率， c 是波在介质中的传播速度， v_o 是观察者相对于介质的速度， v_s 是波源相对于介质的速度。正负号的选择取决于观察者和波源的运动方向。

在本实验中，我们将通过实际测量和频谱分析来深入理解多普勒效应，并探索其在实际应用中的潜力。

1.2 实验原理

多普勒效应的表达式可以通过以下步骤推导：

1. 考虑一个静止的观察者和一个以速度 v_s 向观察者移动的波源。
2. 假设波源发出的波的频率为 f ，波长为 λ ，在介质中的传播速度为 c 。
3. 在波源静止时，波的周期 T 为：

$$T = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{c}$$

4. 当波源移动时，在一个周期内，波源移动的距离为 $v_s T$ 。因此，观察者接收到的波长 λ' 为：

$$\lambda' = \lambda - v_s T = \lambda - v_s \frac{\lambda}{c} = \lambda \left(1 - \frac{v_s}{c}\right)$$

5. 观察者接收到的频率 f' 为：

$$f' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda \left(1 - \frac{v_s}{c}\right)} = \frac{f}{1 - \frac{v_s}{c}}$$

6. 如果观察者也在运动，以速度 v_o 靠近波源，则相对速度变为 $c + v_o$ ，因此：

$$f' = \frac{c + v_o}{\lambda'} = \frac{c + v_o}{\lambda \left(1 - \frac{v_s}{c}\right)} = f \cdot \frac{c + v_o}{c - v_s}$$

这就是多普勒效应的一般表达式。注意：

1. 当波源远离观察者时， v_s 为负值。
2. 当观察者远离波源时， v_o 为负值。

因此，多普勒效应的完整表达式可以写为：

$$f' = f \cdot \frac{c \pm v_o}{c \mp v_s}$$

其中，上面的符号用于波源和观察者相对靠近的情况，下面的符号用于相对远离的情况。

这个表达式适用于声波、电磁波等各种波动现象，只需将 c 替换为相应介质中的波速即可。

如果有夹角，设声源与接收器与接收器运动方向之间的夹角为 α_1 ，声源与接收器与声源运动方向之间的夹角为 α_2 ，则有：

$$f' = f \cdot \frac{c \pm v_o \cos \alpha_1}{c \mp v_s \cos \alpha_2}$$

二、 实验内容

本次我们小组设计了三个实验，分别是：

1. 发射器固定，接收器运动，测量声速

2. 接收器固定，发射器运动，测量声速
3. 小车做匀加速运动，根据频率的变化测量加速度

在前两次实验中，我们所处的室温为 19.0°C ，因此声速为

$$c_{air} = 331.45 + 0.61 \times 19.0 = 343.04\text{m/s}$$

1. v 为小车速度
2. f_0 为发射器频率
3. f 为接收器频率
4. c 为声速

2.1 实验 1：发射器固定，接收器运动，测量声速

当接收器朝向发射器运动时，我们有

$$c = \frac{v}{\frac{f}{f_0} - 1}$$

当接收器背离发射器运动时，我们有

$$c = \frac{v}{1 - \frac{f}{f_0}}$$

实验次数	方向	$v \text{ (m/s)}$	$f_0 \text{ (Hz)}$	$f \text{ (Hz)}$	$c \text{ (m/s)}$
1	背离发射器	0.400	6000.0	5992.7	328.77
2	背离发射器	0.200	6000.0	5996.5	342.86
3	背离发射器	0.100	5999.9	5998.5	352.94
4	朝向发射器	0.400	5999.3	6006.2	347.79
5	朝向发射器	0.200	5999.5	6002.9	352.91
6	朝向发射器	0.100	5998.5	6000.4	315.71

平均声速为

$$\bar{c} = \frac{328.77 + 342.86 + 352.94 + 347.79 + 352.91 + 315.71}{6} = 340.16\text{m/s}$$

相对误差为

$$\varepsilon = \frac{|\bar{c} - c_{air}|}{c_{air}} = 0.8\%$$

2.2 实验 2: 接收器固定, 发射器运动, 测量声速

当接收器固定时, 发射器朝着接收器运动时, 我们有

$$c = \frac{v}{1 - \frac{f_0}{f}}$$

当发射器远离接收器时, 我们有

$$c = \frac{v}{\frac{f_0}{f} - 1}$$

实验次数	方向	$v (m/s)$	$f_0(\text{Hz})$	$f(\text{Hz})$	$c (m/s)$
1	背离接收器	0.400	4999.5	4993.7	344.79
2	背离接收器	0.200	4999.5	4996.6	344.61
3	背离接收器	0.100	4999.5	4998.0	333.20
4	朝向接收器	0.400	4998.0	5003.6	357.39
5	朝向接收器	0.200	4998.0	5001.0	333.40
6	朝向接收器	0.100	4999.1	5000.6	333.40

平均声速为

$$\bar{c} = \frac{344.79 + 344.61 + 333.20 + 357.39 + 333.40 + 333.40}{6} = 341.13 m/s$$

相对误差为

$$\varepsilon = \frac{|\bar{c} - c_{air}|}{c_{air}} = 0.6\%$$

2.3 实验 3: 固定发射器, 接收器加速运动, 求加速度

首先求出标准频率为 $f_0 = 19999.5 \text{ Hz}$, $\Delta T = 0.2 \text{ s}$

实验次数	接收器频率 $f(\text{Hz})$	小车速度 $v(m/s)$
1	20002.4	0.0497
2	20004.6	0.0875
3	20007.0	0.128
4	20009.2	0.166
5	20011.2	0.201
6	20012.9	0.229
7	20013.5	0.240

8	20015.2	0.269
9	20016.8	0.297

使用 Matlab 工具拟合, 代码为

```

1 % 定义实验数据
2 t = [0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8];
3 v = [0.0497, 0.0875, 0.128, 0.166, 0.201, 0.229, 0.240,
   ↪ 0.269, 0.297];
4
5 % 拟合多项式
6 p = polyfit(t, v, 1);
7
8 % 生成拟合曲线
9 t_fit = linspace(min(t), max(t), 100);
10 v_fit = polyval(p, t_fit);
11
12 % 绘制实验数据和拟合曲线
13 figure;
14 plot(t, v, 'o', 'DisplayName', '实验数据');
15 hold on;
16 plot(t_fit, v_fit, '-', 'DisplayName', '拟合曲线');
17 xlabel('时间 t (s)');
18 ylabel('小车速度 v (m/s)');
19 title('时间与车速度的关系');
20 legend('show');
21 grid on;
22
23 % 计算加速度
24 a = p(1);
25 disp(['小车的加速度为: ', num2str(a), ' m/s^2']);

```

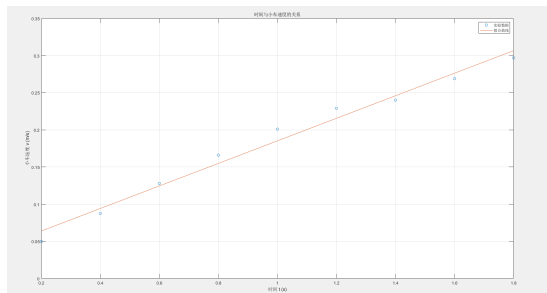


图 1: 拟合图像

求出小车的加速度为 $a = 0.157m/s^2$

2.4 误差分析

2.4.1 实验 1 与实验 2

实验 1 与实验 2 的相对误差分别为 0.8% 和 0.6%，误差较小，其可能的误差来源有：

1. 系统误差

- 仪器声源的频率并非完全稳定，存在一定的波动
- 小车的运动不一定完全匀速，可能存在波动
- 软件频谱分析也做不到完全精确

2. 偶然误差

- 小组成员配合并不能做到完全一致，在小车匀速运动时马上开始录音，这样会导致时间记录有一定的误差，频率会受到影响
- 计算时要求声源与接收器在同一直线上，但难以保证完全在同一直线上，存在一定的误差
- 实验环境比较嘈杂，存在一定的干扰

2.4.2 实验 3

1. 频谱分析时求小车的瞬时速度只是近似分析，并不算完全准确
2. 无法做到在小车开始运动的时候立马开始录音，得到的音频文件本身存在误差

三、 实验拓展

3.1 声波多普勒效应基本原理

声波的多普勒效应（Doppler Effect）描述了波源与接收者之间相对运动时，接收者接收到的频率相较于波源发射频率发生变化的现象。具体而言，当波源与接收者相互靠近时，接收的频率会高于发射频率；当波源和接收者相互远离时，接收的频率会低于发射频率。声波多普勒效应的频率变化公式为：

$$f' = f \frac{v + v_r}{v + v_s}$$

其中：

- f' 为接收到的频率，
- f 为声源的原始频率，
- v 为声波在介质中的传播速度，
- v_r 为接收者的速度（正值表示接近声源），
- v_s 为声源的速度（正值表示远离接收者）。

在多普勒效应的观测中，通过分析频率的变化，可以推断波源与接收者的相对运动状态（如速度和加速度）。

实际上这一问题已经在实验原理部分给出答案；

3.2 基于声波多普勒效应的小车变速运动实验设计

3.2.1 实验目的

利用声波多普勒效应观测小车的运动状态，实时得到小车的速度、加速度，并建立小车运动的方程。

3.2.2 实验设计

1. 实验设备：

- 小车（运动主体）
- 声波发生器（安装在小车上，持续发出已知频率的声波）
- 接收器（固定在一维轨道的某一点，用于接收声波信号）

- 频率分析模块（用于实时分析接收到的声波频率）
- 数据处理模块（用于将频率变化转换为速度、加速度数据）

2. 系统框图

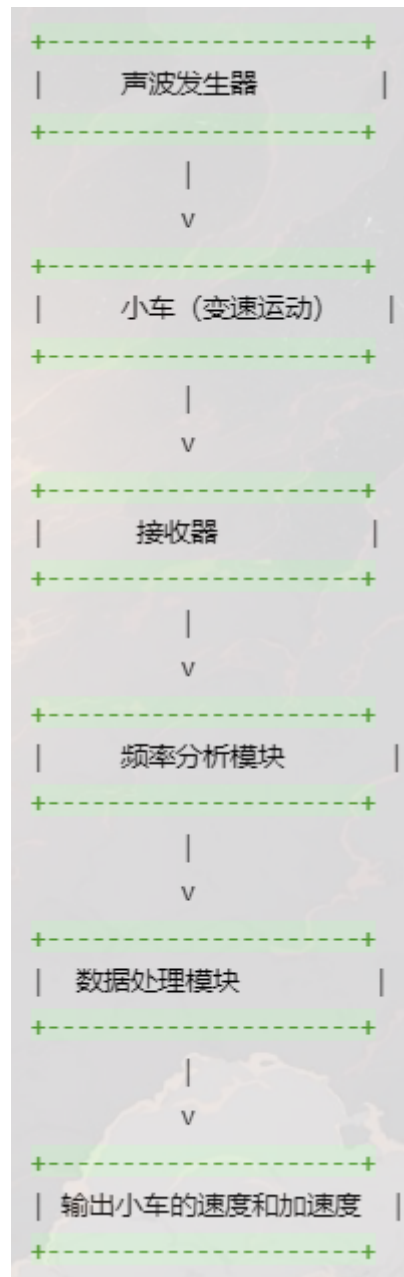


图 2: Caption of the image

3. 实验步骤:

- (a) 在一维轨道上布置好小车、接收器和声波发生器，小车在轨道上变速运动。
- (b) 声波发生器以固定频率 f 发送声波，接收器实时记录声波的接收频率 f' 。
- (c) 通过多普勒效应公式计算小车相对于接收器的速度 v :

$$v_r = \left(\frac{f'}{f} - 1 \right) \cdot v$$

- (d) 使用速度数据对时间进行求导，得到小车的加速度 a 。

4. **运动方程的建立:** 根据实时计算出的速度和加速度，采用数值方法拟合小车的运动方程。假设初始位置为 x_0 ，运动方程可表示为:

$$x(t) = x_0 + \int v(t) dt$$

通过迭代计算得到小车位置 $x(t)$ 的时间函数，结合速度和加速度的变化关系得到完整的运动状态描述。