

某公司现有资金**30万元**可用于投资，**5年内**有下列方案可供采纳：

1号方案：在年初投资1元，2年后可收回1.3元；

2号方案：在年初投资1元，3年后可收回1.45元；

3号方案：仅在第1年年初有一次投资机会。每投资1元，4年后可收回1.65元；

4号方案：仅在第2年年初有一次投资机会。每投资1元，4年后可收回1.7元；

5号方案。在年初存入银行1元，下一年初可得1.1元。

每年年初投资所得收益及银行利息也可用作安排。

问该公司在**5年内**怎样使用资金，才能在第6年年初拥有最多资金？

解:设 x_{ij} 为*i*号方案在第*j*年年初所使用的资金数。

显然，对于**3号及4号方案**，仅有 x_{31} 和 x_{42} 。此外，不考虑 x_{15} ， x_{24} ， x_{25} ，因为其相应投资方案回收期超过我们所讨论的期限。

我们将各年的决策变量(表中虚线起点)及其相应效益(表中虚线终点)列表。

年份 j (年初)					
1	2	3	4	5	6
x11		1.3x11			
x21			1.45x21		
x31				1.65x31	
x51	1.1x51				
	x12		1.3x12		
	x22			1.45x22	
	x42				1.7x42
	x52	1.1x52			
		x13		1.3x13	
		x23			1.45x23
		x53	1.1x53		
			x14		1.3x14
			x54	1.1x54	
				x55	1.1x55

显然，第j年年初可使用的资金之和应等于第j年年初所引用的决策变量之和。于是，根据表所示的各种因果关系，我们不难建立如下模型：

$$\max f = 1.7x_{42} + 1.45x_{23} + 1.3x_{14} + 1.1x_{55}$$

$$\text{s.t. } x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{51} = 300000$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{42} + x_{52} = 1.1x_{51}$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{53} = 1.3x_{11} + 1.1x_{52}$$

$$x_{14} + x_{54} = 1.45x_{21} + 1.3x_{12} + 1.1x_{53}$$

$$x_{55} = 1.65x_{31} + 1.45x_{22} + 1.3x_{13} + 1.1x_{54}$$

$$x_{1j} \geq 0, \quad j=1,2,3,4$$

$$x_{2j} \geq 0, \quad j=1, 2, 3;$$

$$x_{31} \geq 0, \quad x_{42} \geq 0, \quad x_{5i} \geq 0, \quad i=1, \dots, 5$$

Lingo程序:

```

max=1.7*x42+1.45*x23+1.3*x14+1.1*x55;
x11+x21+x31+x51=300000;
x12+x22+x42+x52=1.1*x51;
x13+x23+x53=1.1*x52+1.3*x11;
x14+x54=1.1*x53+1.3*x12+1.45*x21;
x55=1.1*x54+1.3*x13+1.45*x22+1.65*x31;
end

```

结果为:

Global optimal solution found.

Objective value:	565500.0
Infeasibilities:	0.000000
Total solver iterations:	0

Variable	Value	Reduced Cost
X42	0.000000	0.1363636E-01
X23	0.000000	0.000000
X14	435000.0	0.000000
X55	0.000000	0.000000
X11	0.000000	0.000000
X21	300000.0	0.000000
X31	0.000000	0.7000000E-01
X51	0.000000	0.000000
X12	0.000000	0.2363636E-01
X22	0.000000	0.1186364
X52	0.000000	0.1186364
X13	0.000000	0.2000000E-01
X53	0.000000	0.2000000E-01
X54	0.000000	0.9000000E-01

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	565500.0	1.000000
2	0.000000	1.885000
3	0.000000	1.713636
4	0.000000	1.450000

5	0.000000	1.300000
6	0.000000	1.100000