

# MATLAB常微分方程数值解

作者：凯鲁嘎吉 - 博客园 <http://www.cnblogs.com/kailugaji/>

## 1.一阶常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

## 2.欧拉法

$$\begin{cases} y_{i+1} = y_i + hK_1 \\ K_1 = f(x_i, y_i) \end{cases}$$

## 3.改进的欧拉法

$$\begin{cases} y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(K_1 + K_2) \\ K_1 = f(x_i, y_i) \\ K_2 = f(x_{i+1}, y_i + hK_1) \end{cases}$$

## 4.四阶龙格库塔方法

$$\begin{cases} k_1 = f(x_i, y_i) \\ k_2 = f(x_{i+\frac{1}{2}}, y_i + \frac{h}{2}k_1) \\ k_3 = f(x_{i+\frac{1}{2}}, y_i + \frac{h}{2}k_2) \\ k_4 = f(x_{i+1}, y_i + hk_3) \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{cases}$$

## 5.例题

用欧拉法，改进的欧拉法及4阶经典Runge-Kutta方法在不同步长下计算初值问题。步长分别为0.2,0.4,1.0.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = -y(1+xy), \quad 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

matlab程序:

```
function z=f(x,y)
z=-y*(1+x*y);

function R_K(h)
%欧拉法
y=1;
fprintf(' 欧拉法: x=%f, y=%f\n', 0, 1);
for i=1:1/h
    x=(i-1)*h;
    K=f(x,y);
    y=y+h*K;
    fprintf(' 欧拉法: x=%f, y=%f\n', x+h, y);
end
```

```

fprintf('\n');
%改进的欧拉法
y=1;
fprintf('改进的欧拉法: x=%f, y=%f\n',0,1);
for i=1:1/h
    x=(i-1)*h;
    K1=f(x,y);
    K2=f(x+h,y+h*K1);
    y=y+(h/2)*(K1+K2);
    fprintf('改进的欧拉法: x=%f, y=%f\n',x+h,y);
end
fprintf('\n');
%龙格库塔方法
y=1;
fprintf('龙格库塔法: x=%f, y=%f\n',0,1);
for i=1:1/h
    x=(i-1)*h;
    K1=f(x,y);
    K2=f(x+h/2,y+(h/2)*K1);
    K3=f(x+h/2,y+(h/2)*K2);
    K4=f(x+h,y+h*K3);
    y=y+(h/6)*(K1+2*K2+2*K3+K4);
    fprintf('龙格库塔法: x=%f, y=%f\n',x+h,y);
end

```

结果:

```

>> R_K(0.2)
欧拉法: x=0.000000, y=1.000000
欧拉法: x=0.200000, y=0.800000
欧拉法: x=0.400000, y=0.614400
欧拉法: x=0.600000, y=0.461321
欧拉法: x=0.800000, y=0.343519
欧拉法: x=1.000000, y=0.255934

```

```

改进的欧拉法: x=0.000000, y=1.000000
改进的欧拉法: x=0.200000, y=0.807200
改进的欧拉法: x=0.400000, y=0.636118
改进的欧拉法: x=0.600000, y=0.495044
改进的欧拉法: x=0.800000, y=0.383419
改进的欧拉法: x=1.000000, y=0.296974

```

```

龙格库塔法: x=0.000000, y=1.000000
龙格库塔法: x=0.200000, y=0.804636
龙格库塔法: x=0.400000, y=0.631465
龙格库塔法: x=0.600000, y=0.489198
龙格库塔法: x=0.800000, y=0.377225

```

龙格库塔法： x=1.000000, y=0.291009

>> R\_K(0.4)

欧拉法： x=0.000000, y=1.000000

欧拉法： x=0.400000, y=0.600000

欧拉法： x=0.800000, y=0.302400

改进的欧拉法： x=0.000000, y=1.000000

改进的欧拉法： x=0.400000, y=0.651200

改进的欧拉法： x=0.800000, y=0.405782

龙格库塔法： x=0.000000, y=1.000000

龙格库塔法： x=0.400000, y=0.631625

龙格库塔法： x=0.800000, y=0.377556

>> R\_K(1)

欧拉法： x=0.000000, y=1.000000

欧拉法： x=1.000000, y=0.000000

改进的欧拉法： x=0.000000, y=1.000000

改进的欧拉法： x=1.000000, y=0.500000

龙格库塔法： x=0.000000, y=1.000000

龙格库塔法： x=1.000000, y=0.303395

注意：在步长h为0.4时，要将for i=1:1/h改为for i=1:0.8/h。