

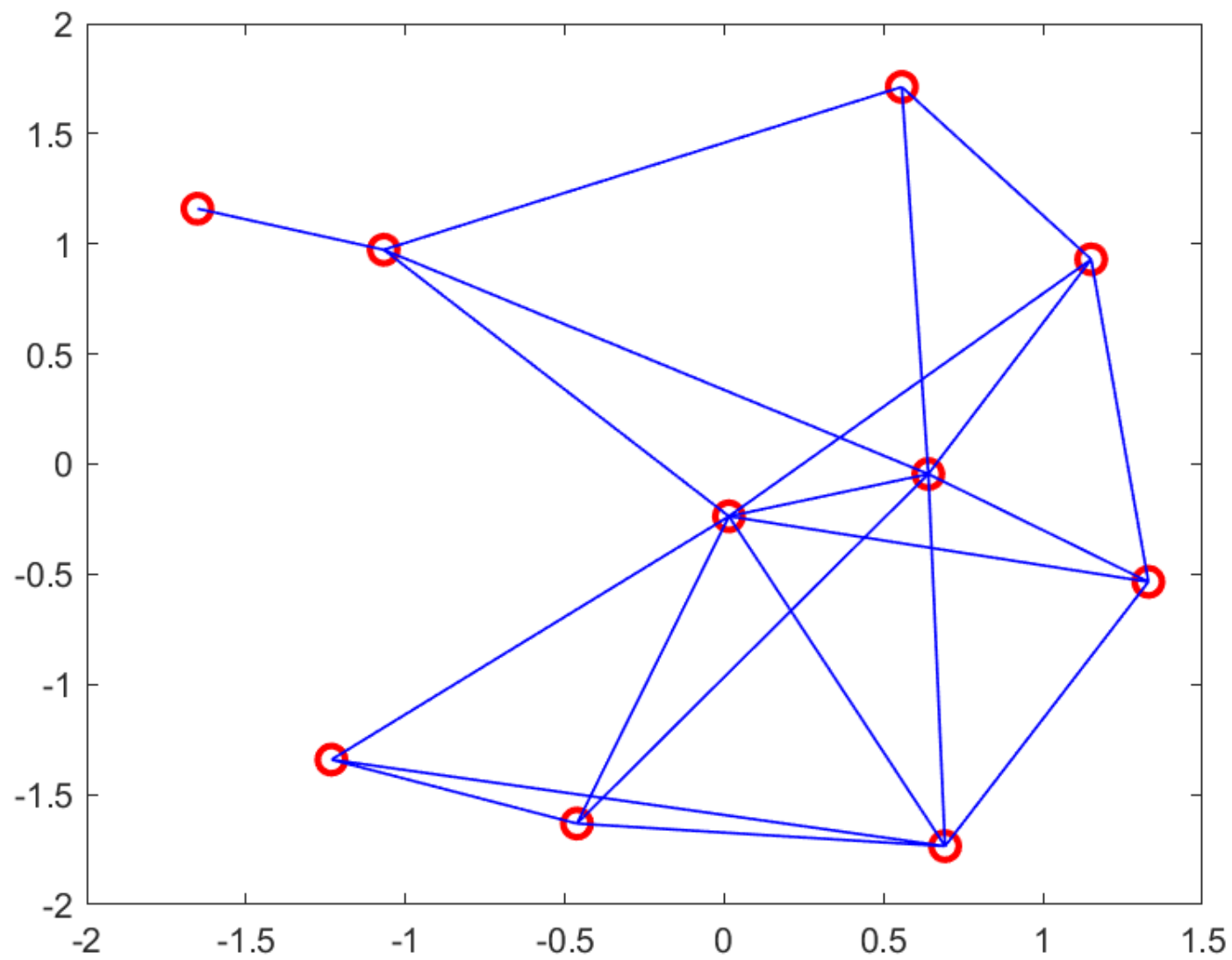
MATLAB小函数：计算Metropolis-Hastings Weights

作者：凯鲁嘎吉 - 博客园 <http://www.cnblogs.com/kailugaji/>

问题：已经得到一个无向连通图，知道各个节点之间的连接情况，求节点之间的Metropolis-Hastings权重。

前提：用[MATLAB实例：构造网络连接图\(Network Connection\)及计算图的代数连通度\(Algebraic Connectivity\)](#)中的函数构造得到网络连接图，并得到Network.mat。

1. 网络连接图



网络连接情况如下:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\max\{d_i, d_j\} + 1}, & i \neq j, \{i, j\} \in \mathcal{E} \\ 1 - \sum_{j \in N_i} \frac{1}{\max\{d_i, d_j\} + 1}, & i = j \\ 0, & i \neq j, \{i, j\} \notin \mathcal{E} \end{cases}$$

其中， d_i 是第*i*个节点的度， N_i 是第*i*个节点所有邻居的集合， $\{i, j\} \in \mathcal{E}$ 表示第*i*个节点和第*j*个节点之间有边的连接。

3. Metropolis_Weights.m

```
function W = Metropolis_Weights(Network)
% Author: kailugaji
% 凯鲁嘎吉 - 博客园 http://www.cnblogs.com/kailugaji/
NodeNum= Network.Conf.NodeNumber; %节点个数
W=zeros(NodeNum, NodeNum);
s=0;
for i=1:NodeNum
```

```

K=length(Network.Nodes.neighbors{i});
% i=j
for k=1:K
    index=Network.Nodes.neighbors{i}(k);
    s=s+1./(max(K,length(Network.Nodes.neighbors{index}))+1);
end
W(i, i)=1-s;
s=0;
% i~=j
for j=1:NodeNum
    if (sum(Network.Nodes.neighbors{i}==j)==1) && (i~=j)
        W(i, j)=1./(max(K,length(Network.Nodes.neighbors{j}))+1);
    elseif (sum(Network.Nodes.neighbors{i}==j)==0) && (i~=j)
        W(i, j)=0;
    end
end
end
end

```

4. 结果

```

>> load('Network_1.mat')
>> format short
>> W = Metropolis_Weights(Network)

```

W =

0.5083	0	0	0	0	0	0	0.1667	0.2000	0.1250	
0	0.8000	0	0	0.2000	0	0	0	0	0	
0	0	0.4750	0.1250	0.2000	0.2000	0	0	0	0	0
0	0	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250
0	0.2000	0.2000	0.1250	0.3500	0	0	0	0	0.1250	
0	0	0.2000	0.1250	0	0.3500	0.2000	0	0	0.1250	
0	0	0	0.1250	0	0.2000	0.3833	0.1667	0	0.1250	

```

0.1667    0    0  0.1250    0    0  0.1667  0.2500  0.1667  0.1250
0.2000    0    0  0.1250    0    0    0  0.1667  0.3833  0.1250
0.1250    0    0  0.1250  0.1250  0.1250  0.1250  0.1250  0.1250  0.1250

```

W										
10x10 double										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.5083	0	0	0	0	0	0	0.1667	0.2000	0.1250
2	0	0.8000	0	0	0.2000	0	0	0	0	0
3	0	0	0.4750	0.1250	0.2000	0.2000	0	0	0	0
4	0	0	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250
5	0	0.2000	0.2000	0.1250	0.3500	0	0	0	0	0.1250
6	0	0	0.2000	0.1250	0	0.3500	0.2000	0	0	0.1250
7	0	0	0	0.1250	0	0.2000	0.3833	0.1667	0	0.1250
8	0.1667	0	0	0.1250	0	0	0.1667	0.2500	0.1667	0.1250
9	0.2000	0	0	0.1250	0	0	0	0.1667	0.3833	0.1250
10	0.1250	0	0	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250

拓展：实际上得到的Metropolis-Hastings权重是一个对称双随机矩阵，即：

双随机矩阵 (doubly stochastic matrix)：元素属于 $[0,1]$ ，行和为1，且列和为1。

参考：

[1] 构造 n 阶对称双随机矩阵[MATLAB实例：对称双随机矩阵](#)

[2] 几种双随机权重矩阵的设计：S. Silva Pereira, "[Distributed consensus algorithms for wireless sensor networks: convergence analysis and optimization](#)," Tesi doctoral, UPC, Departament de Teoria del Senyal i Comunicacions, 2012.中的3.4.1节：Review of Common Weight Matrix Designs