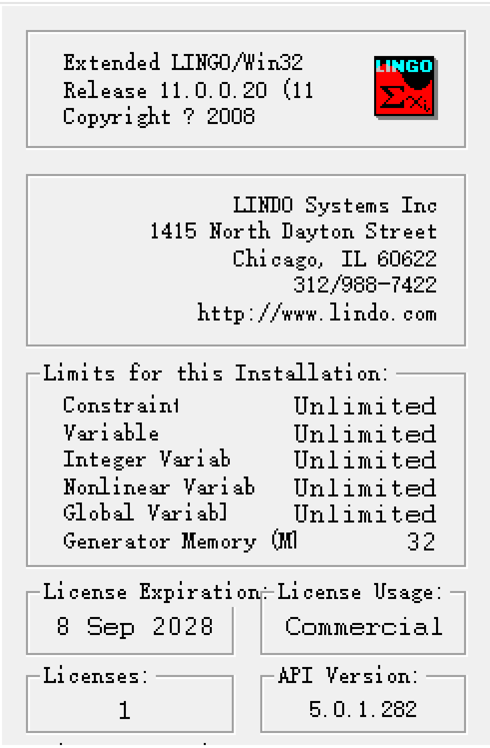
凯鲁嘎吉 - 博客园

http://www.cnblogs.com/kailugaji/

说明：

Lingo版本：



某工厂明年根据合同，每个季度末向销售公司提供产品，有关信息如下表。若当季生产的产品过多，季末有积余，则一个季度每积压一吨产品需支付存贮费O.2万元。现该厂考虑明年的最佳生产方案，使该厂在完成合同的情况下，全年的生产费用最低。试建立模型。

季度j	生产能力a_j(吨)	生产成本d_j (万元 / 吨)	需求量b_j(吨)
1	30	15．O	20

2	40	14.O	20
3	20	15．3	30
4	10	14．8	10

解：现在我们对本问题定义三种不同形式的决策变量，从而从不同的途径来构建模型。

(1)设工厂第j季度生产产品x_j吨。

首先，考虑约束条件：

第一季度末工厂需交货**20吨；故应有**$x_1 \geq 20$；

第一季度末交货后积余(x_1-20)**吨；**

第二季度末工厂需交货**20吨，故应有**$x_1-20+x_2 \geq 20$；**类似地，应有**$x_1+x_2-40+x_3 \geq 30$；

第四季度末供货后工厂不能积压产品，故应有$x_1+x_2+x_3-70+x_4=10$；

又考虑到工厂每个季度的生产能力，故应有$0 \leq x_j \leq a_j$。

其次，考虑目标函数：

第一季度工厂的生产费用为$15.0x_1$，

第二季度工厂的费用包括生产费用$14\,x_2$及积压产品的存贮费$0.2(x_1-20)$；

类似地，第三季度费用为$15.3x_3+0.2(x_1+x_2-40)$，

第四季度费用为$14.8x_4+0.2(x_1+x_2+x_3-70)$。

工厂一年的费用即为这四个季度费用之和。

整理后，得下列线性规划模型：

Min $f = 15.6x_1 + 14.4x_2 + 15.5x_3 + 14.8x_4 - 26$

s.t. $x_1 + x_2 \geq 40$

$x_1 + x_2 + x_3 \geq 70$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 80$

$20 \leq x_1 \leq 30$

$0 \leq x_2 \leq 40$

$0 \leq x_3 \leq 20$

$0 \leq x_4 \leq 10$

Lingo程序：

```
min=15.6*x1+14.4*x2+15.5*x3+14.8*x4-26;
x1>=20;
x1<=30;
x1+x2>=40;
x2<=40;
x1+x2+x3>=70;
x3<=20;
x1+x2+x3+x4=80;
x4<=10;
end
```

结果为：

```
Global optimal solution found.
  Objective value:                              1165.000
  Infeasibilities:                              0.000000
  Total solver iterations:                             0
```

Variable	Value	Reduced Cost
X1	20.00000	0.000000
X2	40.00000	0.000000
X3	10.00000	0.000000
X4	10.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	1165.000	-1.000000
2	0.000000	-0.1000000
3	10.00000	0.000000
4	20.00000	0.000000
5	0.000000	1.100000
6	0.000000	0.000000
7	10.00000	0.000000
8	0.000000	-15.50000
9	0.000000	0.7000000

(2)设第j季度工厂生产的产品为x_j吨，第**j季度初存贮的产品为y_j**吨**(显然，$y_1=0$)。**

因为每季度初的存贮量为上季度存贮量、生产量之和与上季度的需求量之差，又考虑到第四季度末存贮量为零，故有；

x1-20=y2，

y2+x2-20=y3，

y3+x3-30=y4，

y4+x4=10；

同时，每季度的生产量不能超过生产能力：**xj≤aj；而工厂四个季度的总费用由每季的生产费用与存贮费用组成，于是得线性规划：**

min*f*=15.Ox1+O.2y2+14x2+O.2y3+15.3x3+O.2y4+14.8x4

s．t． x1-y2=20

y2+x2-y3＝20

y3+x3-y4=30

y4+x4=10

$0 \le x1 \le 30 \quad 0 \le x2 \le 40$

$0 \le x3 \le 20 \quad 0 \le x4 \le 10$

$0 \le yj \quad j=2,3,4$

Lingo程序:

```
min=15*x1+14*x2+15.3*x3+14.8*x4+0.2*y2+0.2*y3+0.2*y4;
x1-y2=20;
x2+y2-y3=20;
y3+x3-y4=30;
y4+x4=10;
x1<30;
x2<40;
x3<20;
x4<10;
end
```

结果为:

```
Global optimal solution found.
  Objective value:                              1165.000
  Infeasibilities:                              0.000000
  Total solver iterations:                             0


                       Variable           Value        Reduced Cost
                             X1        20.00000            0.000000
                             X2        40.00000            0.000000
                             X3        10.00000            0.000000
                             X4        10.00000            0.000000
                             Y2        0.000000           0.1000000
                             Y3        20.00000            0.000000
                             Y4        0.000000           0.7000000

                            Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              1        1165.000           -1.000000
                              2        0.000000           -15.00000
                              3        0.000000           -15.10000
                              4        0.000000           -15.30000
                              5        0.000000           -14.80000
                              6        10.00000            0.000000
                              7        0.000000            1.100000
```

8	10.00000	0.000000
9	0.000000	0.000000

(3)设第i季度生产而用于第j季度末交货的产品数量为xij吨。

根据合同要求，必须有：

$x_{11}=20$，

$x_{12}+x_{22}=20$，

$x_{13}+x_{23}+x_{33}=30$，

$x_{14}+x_{24}+x_{34}+x_{44}=10$。

又每季度生产而用于当季和以后各季交货的产品数不可能超过该季度工厂的生产能力，故应有。

$X_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}\le 30$，

$x_{22}+x_{23}+x_{24}\le 40$，

$x_{33}+x_{34}\le 20$，

$x_{44}\le 10$。

第**i季度生产的用于第j季度交货的每吨产品的费用$c_{ij}=d_j+0.2(j-i)$，于是，有线性规划模型。**

$\min f=15.0x_{11}+15.2x_{12}+15.4x_{13}+15.6x_{14}+14x_{22}+14.2x_{23}+14.4x_{24}+15.3x_{33}+15.5x_{34}+14.8x_{44}$

s.t. $x_{11}=20$

$x_{12}+x_{22}=20$

$x_{13}+x_{23}+x_{33}=30$

$x_{14}+x_{24}+x_{34}+x_{44}=10$

$x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}\le 30$

$x_{22}+x_{23}+x_{24}\le 40$

$x_{33}+x_{34}\le 20$

$x_{44}\le 10$

$x_{ij}\ge 0$， $i=1$，…，4;$j=1$，…，4，$j\ge i$。

Lingo程序为：

```
min=15*x11+15.2*x12+15.4*x13+15.6*x14+14*x22+14.2*x23+14.4*x24+15.3*x33+15.5*x34+14.8*x44;
x11=20;
x12+x22=20;
x13+x23+x33=30;
x14+x24+x34+x44=10;
x11+x12+x13+x14<30;
x22+x23+x24<40;
x33+x34<20;
x44<10;
end
```

结果为：

```
Global optimal solution found.
  Objective value:                              1165.000
  Infeasibilities:                              0.000000
  Total solver iterations:                             4


                       Variable           Value        Reduced Cost
                            X11        20.00000            0.000000
                            X12        0.000000           0.1000000
                            X13        0.000000           0.1000000
                            X14        0.000000           0.1000000
                            X22        20.00000            0.000000
                            X23        20.00000            0.000000
                            X24        0.000000            0.000000
                            X33        10.00000            0.000000
                            X34        0.000000            0.000000
                            X44        10.00000            0.000000

                            Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              1        1165.000           -1.000000
                              2        0.000000           -15.00000
```

3	0.000000	-15.10000
4	0.000000	-15.30000
5	0.000000	-15.50000
6	10.00000	0.000000
7	0.000000	1.100000
8	10.00000	0.000000
9	0.000000	0.7000000