

某糖果厂用原料A、B和C按不同比率混合加工而成甲、乙、丙三种糖果(假设混合加工中不损耗原料)。原料A、B、C在糖果甲、乙、丙中的含量、原料成本、加工成本、原料限量及糖果售价如表所示。

问该厂对这三种糖果各生产多少公斤，使得到的利润最大？

	含量(%)	j号糖果			原料供应量 ai(公斤)	成本(元 / 公斤)
		甲(1号)	乙(2号)	丙(3号)		
i号原料	A(1号)	≥60%	≥15%		2000	2.50
	B(2号)				2500	2.00
	C(3号)	≤20%	≤60%	≤70%	2200	1.70
加工成本(元 / 公斤)		2.00	1.80	1.60		
售价(元 / 公斤)		12	10	8		

解:设i号原料在j号糖果中的用量为 $x_{ij}$ 公斤。

显然, j号糖果的产量为 $x_{1j}+x_{2j}+x_{3j}$

根据原料供应量情况，有约束条件

$$x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} \leq a_i \quad i=1, 2, 3。$$

根据各种原料在各类糖果中的含量要求，有约束条件：

$$x_{11} \geq 0.6(x_{11} + x_{21} + x_{31})$$

$$x_{31} \leq 0.2(x_{11} + x_{21} + x_{31})$$

$$x_{12} \geq 0.15(x_{12} + x_{22} + x_{32})$$

$$x_{32} \leq 0.6(x_{12} + x_{22} + x_{32})$$

$$x_{33} \leq 0.7(x_{13} + x_{23} + x_{33})$$

又知原料成本为  $2.5 \sum_{j=1}^3 x_{1j} + 2 \sum_{j=1}^3 x_{2j} + 1.7 \sum_{j=1}^3 x_{3j}$

糖果加工成本为  $2 \sum_{i=1}^3 x_{i1} + 1.8 \sum_{i=1}^3 x_{i2} + 1.6 \sum_{i=1}^3 x_{i3}$

糖果出售收入为  $12 \sum_{i=1}^3 x_{i1} + 10 \sum_{i=1}^3 x_{i2} + 8 \sum_{i=1}^3 x_{i3}$

经过整理，本问题的线性规划模型为

$$\begin{aligned} \max &= 10*(x_{11} + x_{21} + x_{31}) + 8.2*(x_{12} + x_{22} + x_{32}) + 6.4*(x_{13} + x_{23} + x_{33}) - 2.5*(x_{11} + x_{12} + x_{13}) - 2*(x_{21} + x_{22} + x_{23}) - 1.7*(x_{31} + x_{32} + x_{33}); \\ &x_{11} > 0.6*(x_{11} + x_{21} + x_{31}); \\ &x_{12} > 0.15*(x_{12} + x_{22} + x_{32}); \\ &x_{31} < 0.2*(x_{21} + x_{31} + x_{11}); \\ &x_{32} < 0.6*(x_{12} + x_{22} + x_{32}); \\ &x_{33} < 0.7*(x_{13} + x_{23} + x_{33}); \\ &x_{11} + x_{12} + x_{13} < 2000; \end{aligned}$$

```
x21+x22+x23<2500;
x31+x32+x33<2200;
y1=x11+x21+x31;
y2=x12+x22+x32;
y3=x13+x23+x33;
end
```

结果为:

Global optimal solution found.  
Objective value: 45180.00  
Infeasibilities: 0.000000  
Total solver iterations: 5

Variable	Value	Reduced Cost
X11	1326.667	0.000000
X21	442.2222	0.000000
X31	442.2222	0.000000
X12	673.3333	0.000000
X22	2057.778	0.000000
X32	1757.778	0.000000
X13	0.000000	5.200000
X23	0.000000	1.200000
X33	0.000000	1.200000
Y1	2211.111	0.000000
Y2	4488.889	0.000000
Y3	0.000000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	45180.00	1.000000
2	0.000000	-4.000000
3	0.000000	-4.000000
4	0.000000	0.000000
5	935.5556	0.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	9.100000
8	0.000000	5.600000
9	0.000000	5.900000
10	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000