Fabio Kauê Araujo da Silva - 16311045
Gabriel Inumaru Esteves- 15453487
Kainã Alves Tureso - 15466391
MatheusSpinellide Paiva - 14598682
Pedro Luís Anghievisck - 15656521

Aplicação do problema da p-mediana na distrubuição de hospitais na cidade de São Carlos - SP

São Carlos - SP
16 de novembro de 2025

Sumário

1 Introdução

Afim de proporcionar um melhor atendimento à população de uma determinada cidade, a um determinado serviço, é crucial que o acesso geográfico seja, em alguma métrica, igualitário entre os indivíduos. Uma dessas formas de se medir esse acesso é através da distância entre os indivíduos e os pontos de atendimento. Assim, o problema da p-mediana (pMP) busca, dado um conjunto de pontos (indivíduos) e um número p, selecionar p pontos (locais de atendimento) de forma a minimizar a soma das distâncias entre cada ponto e o ponto mais próximo selecionado.

Uma das aplicações do pMP é na localização de hospitais em uma cidade, onde o objetivo é minimizar a distância total que os habitantes da cidade precisam percorrer para chegar ao hospital mais próximo. Neste relatório, exploramos a aplicação do problema da p-mediana na distribuição de hospitais na cidade de São Carlos - SP. Utilizando dados geográficos reais, modelamos o problema como um problema de otimização linear e implementamos uma solução computacional utilizando o método Simplex primal.

2 Objetivos

O objetivo desse trabalho é comparar a disposição real de hospitais na cidade de São Carlos-SP com resultados obtidos através da aplicação do pMP como um problema de otimização linear, além de sugirir possíveis novas localizações ótimas (no sentido de minimizar distâncias) para a construção desses estabelecimentos na cidade.

3 Revisão Bibliográfica

3.1 Grafos

As seguintes definições são dadas em (Aurichi, s.d.):

3.1.1 Definição: *Um **grafo** é o par $G = (V, E)$ em que V é um conjunto de pontos denotado **vértices** e $E \subset V^2$ é o conjunto de **arestas**.*

Informalmente, pode-se definir um grafo como um conjunto de pontos ligados de alguma forma. Um exemplo, que será usado nesse estudo, é a malha viária de uma cidade, na qual as ruas representam as arestas e os pontos são as esquinas. Nesse caso, cada rua tem um tamanho, o que torna o grafo **ponderado**.

3.1.2 Definição: *Dizemos que um grafo $G = (V, E)$ não vazio é um **caminho** se é da forma $V = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ e $E = \{(x_1, x_2), (x_2, x_3), \ldots, (x_{n-1}, x_n)\}$*

As duas definições seguintes serão usadas posteriormente para resultados sobre a possibilidade de transformar o pMP em um problema linear.

3.1.3 Definição: *Dizemos que um grafo $G = (V, E)$ é **conexo** se dados dois vértices $u, v \in V$, existe um caminho $A = (P, C)$ tal que $u, v \in P$.*

3.1.4 Definição: *Dizemos que um grafo é um **ciclo** se é um caminho e suas extremidades são iguais.*

3.1.1 Algoritmos de distância mínima

Na Seção 3.2, será necessário avaliar a distância mínima entre cada nó de um grafo ponderado com valores não negativos. Dentre as formas de computar essas distâncias, dois algoritmos principais são considerados: o algoritmo de Dijkstra e o algoritmo de Floyd-Warshall.

O algoritmo de Dijkstra calcula, dado um vértice, a distância mínima entre todos os outros vértices de um grafo com complexidade (a depender da implementação) de $O((|V| + |E|) \log |V|)$, de acordo com (Roughgarden, 2018, p. 106). Note que, para grafos esparsos, ou seja, $|E| = O(|V|)$, podemos aproximar a complexidade para $O(|E| \log |V|)$. Nesse caso, para calcular a distância entre todos os vértices de um grafo, temos que aplicar o algoritmo de Dijkstra $|V|$ vezes, o que resulta em uma complexidade de $O(|V||E| \log |V|) \approx O(|V|^2 \log |V|)$.

O algoritmo de Floyd-Warshall calcula a distância mínima entre todos os pares de vértices de um grafo, com complexidade $O(|V|^3)$, de acordo com (Cormen *et al.*, 2022).

3.2 Problema da p-mediana

3.2.1 p-mediana como problema de otimização linear

3.3 Simplex primal

3.4 Interpolação de dados geográficos

4 Procedimentos e métodos

4.1 Modelagem Matemática

4.2 Coleta e Tratamento de Dados

4.3 Implementação Computacional

5 Resultados

6 Conclusão

Referências

AURICHI, Leandro. **Grafos**. [*S. l.: s. n.*]. https://sites.icmc.usp.br/aurichi/wikimat/doku.php?id=grafos:grafos. Acesso em: 15 nov. 2025.

CORMEN, Thomas H. *et al.* **Introduction to Algorithms**. 4. ed. Cambridge, MA: MIT Press, 2022. ISBN 9780262046305.

ROUGHGARDEN, Tim. **Algorithms Illuminated (Part 2): Graph Algorithms and Data Structures**. [*S. l.*]: Soundlikeyourself Publishing, 2018.