

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MOHAMAD SALEM ISMAIL NETO

**Estimação de Estado para Redes de
Distribuição de Energia Elétrica Avançadas**

São Carlos

2017

MOHAMAD SALEM ISMAIL NETO

**Estimação de Estado para Redes de
Distribuição de Energia Elétrica Avançadas**

Dissertação de mestrado apresentada à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo como parte dos
requisitos para obtenção do título de Mestre
em Ciências, Programa de Engenharia
Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Elétri-
cos de Potência

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Nobuhiro
Asada

São Carlos

2017

Trata-se da versão corrigida da dissertação. A versão original se encontra disponível na
EESC/USP que aloja o programa de Pós Graduação de Engenharia Elétrica.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

I83e Ismail Neto, Mohamad Salem
 Estimação de Estado para Redes de Distribuição de
Energia Elétrica Avançadas / Mohamad Salem Ismail Neto;
orientador Eduardo Nobuhiro Asada. São Carlos, 2017.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em
Sistemas Elétricos de Potência -- Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2017.

1. Estimação de estado. 2. Sistemas de
distribuição. 3. Corrente nos ramos. 4.
Transformadores. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **MOHAMAD SALEM ISMAIL NETO.**

Título da dissertação: "Estimação de estado para redes de distribuição de energia elétrica avançadas".

Data da defesa: 26/05/2017.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **Eduardo Nobuhiro Asada**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Julio Cesar Stacchini de Souza**
(Universidade Federal Fluminense/UFF)

APROVADO

Prof. Dr. **Edgar Manuel Carreno Franco**
(Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha mãe, Sarah, pelo apoio incondicional, pelo incentivo na busca pela excelência e por celebrar comigo todas minhas conquistas.

Ao Prof. Dr. Eduardo Asada pela orientação e dedicação no auxílio da elaboração deste trabalho.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio no desenvolvimento deste projeto de pesquisa (nº 2015/04538-0).

Aos meus amigos e aos meus companheiros de laboratório, Ana Paula, Anna, Antônio, Benvindo, Breno, Camila, Conceição, Diego, Eduardo, Eleandro, Ellen, Fabrício, Fillipe, Guilherme, Julia, Julio, Luan, Marina, Marley, Nuno, Renzo, Rodolfo, Vitória, Wellington e tantos outros, pelo conhecimento compartilhado, pelo apoio dado sempre que necessário, pelos momentos compartilhados e pela importância que tiveram na minha passagem por São Carlos.

*“A tarefa não é tanto ver aquilo
que ninguém viu, mas pensar
o que ninguém ainda pensou
sobre aquilo que todo mundo vê.”
(Arthur Schopenhauer)*

Resumo

ISMAIL NETO, M. S. **Estimação de Estado para Redes de Distribuição de Energia Elétrica Avançadas**. 2017. 138 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2017.

O estimador de estado (EE) foi originalmente desenvolvido para lidar com sistemas de transmissão (ST). Desta maneira, sua aplicação em sistemas de distribuição (SD) exige que os métodos clássicos sejam repensados. Este trabalho teve como objetivo avaliar os métodos disponíveis na literatura para a estimação de estado em SD e explorar a fundo um método escolhido. A abordagem escolhida foi a que utiliza as correntes complexas nos ramos como variáveis de estado. Tal abordagem visa tirar proveito das características específicas dos SD, e apresenta um desempenho computacional superior se comparado a soluções que utilizam as tensões como variáveis de estado. Entretanto, tal método ainda se encontra pouco explorado na literatura, de modo que diversas limitações foram identificadas. A principal limitação encontrada foi no que tange à presença de transformadores no sistema, que foi negligenciada nos trabalhos encontrados na literatura. De modo a aumentar a confiabilidade da estimação, além das correntes em todos os ramos, foi considerada a possibilidade de se incluir no vetor de estado variáveis referentes à tensão na subestação (SE). Na presença de transformadores, tal expansão no vetor de estados gerou um acoplamento do modelo matemático. Neste trabalho, foram propostas soluções para lidar com diferentes conexões de transformadores utilizando o estimador com base nas correntes mantendo uma de suas principais características, que é o desacoplamento entre fases. Na ocasião da estimação da tensão na SE, um método de combinação ótima de variáveis de estado foi proposto de modo a contornar o acoplamento gerado no modelo matemático. Sistemas teste do IEEE foram utilizados para avaliar o desempenho do algoritmo implementado. Os resultados obtidos mostraram que a metodologia escolhida foi capaz de estimar o estado do SD com precisão adequada na presença de diferentes tipos de medidas e topologias. Os modelos propostos neste trabalho se mostraram eficazes na incorporação de transformadores com diferentes conexões na formulação do EE. Por fim, o método proposto para lidar com a estimação da tensão na SE de maneira desacoplada na presença de transformadores foi validado e se mostrou mais eficiente computacionalmente quando comparado ao seu análogo acoplado.

Palavras-chaves: Estimação de estado. Sistemas de distribuição. Corrente nos ramos. Transformadores.

Abstract

ISMAIL NETO, M. S. **State Estimation for Advanced Electric Power Distribution Networks**. 2017. 138 f. Dissertation (Master) - São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, 2017.

The state estimator (SE) was originally developed to deal with transmission networks (TN). Hence, its application in distribution networks (DN) requires the classical methods to be modified. The main aim of this work was to evaluate the methods available in the literature for state estimation in DN and to explore in depth a chosen method. The chosen approach was the one that uses the complex branch currents as state variables. This approach aims to take advantage of the specific characteristics of DN, and presents a superior computational performance when compared to solutions that use voltages as state variables. However, this method is still little explored in the literature, so that several limitations have been identified. The main limitation was in terms of the presence of transformers in the system, which was neglected in the papers found in the literature. In order to increase the reliability of the estimation, in addition to the branch currents, it was considered the possibility of including the substation voltage variables in the state vector. In the presence of transformers, such expansion in the state vector generated a coupled mathematical model. In this work, solutions were proposed to deal with different transformer connections using the branch current SE while keeping one of its main characteristics, that is the decoupling between phases. When the substation voltage is being estimated, an optimal combination of state variables was proposed in order to circumvent the coupling in the mathematical model. IEEE test systems were used to evaluate the performance of the implemented algorithm. The results showed that the chosen methodology was able to estimate the DN state with adequate accuracy in the presence of different types of measurements and topologies. The models proposed in this work proved to be effective in the incorporation of transformers with different connections in the SE formulation. Finally, the proposed method to decouple the branch current SE when dealing with substation voltage estimation in the presence of transformers was validated and proved to be computationally more efficient when compared to its coupled version.

Key-words: State estimation. Distribution networks. Branch currents. Transformers.

Lista de figuras

| | |
|--|-----|
| Figura 1 – Pontos de quebra. | 56 |
| Figura 2 – Sistema teste para modelo de medida de tensão. | 64 |
| Figura 3 – Modelo do transformador trifásico de dois enrolamentos. | 76 |
| Figura 4 – Representação das variáveis de estado do EEC na presença de trans- formadores. | 82 |
| Figura 5 – Sistema teste com transformadores em cascata. | 86 |
| Figura 6 – Sistemas teste para acoplamento entre fases no modelo matemático. . . | 91 |
| Figura 7 – Sistema teste para estimação da tensão na SE. | 95 |
| Figura 8 – Esquema misto do EEC com módulo FSE. | 97 |
| Figura 9 – Sistema teste com transformador no interior de uma malha. | 101 |
| Figura 10 – Distribuição gaussiana. | 136 |
| Figura 11 – Malha formada no sistema IEEE 13 barras. | 137 |
| Figura 12 – Malha formada no sistema IEEE 34 barras. | 137 |
| Figura 13 – Malha formada no sistema IEEE 123 barras. | 138 |

Lista de tabelas

| | |
|--|-----|
| Tabela 1 – Notações | 27 |
| Tabela 2 – Submatrizes da matriz de admitância nodal do transformador. | 77 |
| Tabela 3 – Equações para Transformadores: Varredura Direta. | 81 |
| Tabela 4 – Equações para Transformadores: Varredura Inversa. | 81 |
| Tabela 5 – Valores Possíveis para $D_{ij/km}$ | 86 |
| Tabela 6 – Estrutura da Jacobiana: Medida de módulo de tensão estimando o módulo da tensão na SE. | 98 |
| Tabela 7 – Entrada da Jacobiana: Medida de módulo de tensão estimando o mó- dulo da tensão na SE. | 98 |
| Tabela 8 – Estrutura da Jacobiana: Medida de módulo de tensão estimando a tensão complexa na SE. | 99 |
| Tabela 9 – Entrada da Jacobiana: Medida de módulo de tensão estimando a tensão complexa na SE. | 99 |
| Tabela 10 – Estrutura da Jacobiana: Medida de tensão fasorial estimando a tensão complexa na SE. | 100 |
| Tabela 11 – Entrada da Jacobiana: Medida de tensão fasorial estimando a tensão complexa na SE. | 100 |
| Tabela 12 – Precisão das medidas. | 108 |
| Tabela 13 – Notação adotada para as medidas. | 109 |
| Tabela 14 – Caso A1 - Avaliação geral do algoritmo. | 110 |
| Tabela 15 – Caso A2 - Estimação da tensão na SE para IEEE 13 Barras. | 111 |
| Tabela 16 – Caso A2 - Estimação da tensão na SE para IEEE 34 Barras. | 111 |
| Tabela 17 – Caso A2 - Estimação da tensão na SE para IEEE 123 Barras. | 112 |
| Tabela 18 – Caso A3 - Sistema fracamente malhado. | 113 |
| Tabela 19 – Caso A4 - Processamento de EG. | 114 |
| Tabela 20 – Caso A4 - Processamento de EG em medida de tensão na SE. | 114 |
| Tabela 21 – Caso B1 - Avaliação geral do algoritmo. | 115 |
| Tabela 22 – Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método desacoplado proposto no IEEE 13 Barras. | 116 |
| Tabela 23 – Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método acoplado no IEEE 13 Barras. | 117 |
| Tabela 24 – Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método desacoplado proposto no IEEE 34 Barras. | 117 |
| Tabela 25 – Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método acoplado no IEEE 34 Barras. | 118 |

| | | |
|-----------|---|-----|
| Tabela 26 | – Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método desacoplado proposto no IEEE 123 Barras. | 118 |
| Tabela 27 | – Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método acoplado no IEEE 123 Barras. | 119 |
| Tabela 28 | – Caso B3 - Sistema fracamente malhado. | 120 |
| Tabela 29 | – Caso B4 - Processamento de EG. | 121 |
| Tabela 30 | – Caso B4 - Processamento de EG em medida de tensão na SE para o IEEE 13 barras. | 121 |
| Tabela 31 | – Caso B4 - Processamento de EG em medida de tensão na SE para o IEEE 34 barras. | 122 |
| Tabela 32 | – Caso B4 - Processamento de EG em medida de tensão na SE para o IEEE 123 barras. | 122 |

Lista de abreviaturas e siglas

| | |
|-------|---|
| ANEEL | Agência Nacional de Energia Elétrica |
| AG | Árvore Geradora |
| AGO | Árvore Geradora Observável |
| AT | Alta Tensão |
| BT | Baixa Tensão |
| CCM | Conjunto Crítico de Medidas |
| COM | <i>Component Object Model</i> |
| EE | Estimador de Estado |
| EERI | Estimador de Estado com Restrição de Igualdade |
| EESD | Estimação de Estado em Sistemas de Distribuição |
| EEC | Estimador de Estado baseado nas Correntes |
| EESEP | Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Potência |
| EG | Erro Grosseiro |
| EMS | <i>Energy Management System</i> |
| EMV | Estimador de Máxima Verossimilhança |
| EQM | Erro Quadrático Médio |
| fdp | Função densidade de probabilidade |
| FSE | <i>Fusion State Estimator</i> |
| GD | Gerador Distribuído |
| GPS | <i>Global Positioning System</i> |
| IHM | Interface Homem Máquina |
| LI | Linearmente Independente |
| LTC | <i>Load Tap Changing</i> |

| | |
|-------|--|
| LTK | Lei das Tensões de Kirchhoff |
| MC | Medida Crítica |
| MD | <i>Multisensor Data Fusion</i> |
| MT | Média Tensão |
| NA | Normalmente Aberta |
| PMU | <i>Phasor Measurement Unit</i> |
| pu | Por unidade |
| SCADA | <i>Supervisory Control and Data Aquisition</i> |
| SD | Sistemas de Distribuição |
| SE | Subestação |
| SEP | Sistemas Elétricos de Potência |
| ST | Sistemas de Transmissão |
| VA | Variável Aleatória |
| VDI | Varredura Direta-Inversa |
| VDI-M | Varredura Direta-Inversa para sistemas fracamente Malhados |
| WLS | <i>Weighted Least Squares</i> |

Sumário

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introdução | 25 |
| 1.1 | Estrutura do Documento | 26 |
| 1.2 | Notações | 27 |
| 2 | Conceitos Básicos de Estimação de Estado | 29 |
| 2.1 | Introdução | 29 |
| 2.2 | Tipos de Medidas | 31 |
| 2.3 | Etapas da Estimação de Estado | 32 |
| 2.4 | Estimador de Máxima Verossimilhança e Hipóteses | 33 |
| 2.5 | Estimador de Estado baseado no Método dos Mínimos Quadrados Ponderados | 35 |
| 2.6 | Restrições de Igualdade | 38 |
| 2.6.1 | Método de Lagrange | 38 |
| 2.6.2 | Método da Matriz Aumentada de Hachtel | 39 |
| 2.7 | Observabilidade | 41 |
| 2.7.1 | Observabilidade Topológica | 42 |
| 2.7.2 | Observabilidade Numérica | 42 |
| 2.8 | Erros Grosseiros | 44 |
| 2.8.1 | Tipos de Erros Grosseiros | 45 |
| 2.8.2 | Covariância dos Resíduos | 46 |
| 2.8.3 | Classificação de Medidas | 47 |
| 2.8.4 | Deteção e Identificação de Erros Grosseiros | 48 |
| 2.9 | Considerações Finais | 50 |
| 3 | Estimação de Estado aplicada à Sistemas de Distribuição | 51 |
| 3.1 | Introdução | 51 |
| 3.2 | Fluxo de Potência em Sistemas de Distribuição | 53 |
| 3.2.1 | Varredura Direta-Inversa | 53 |
| 3.2.2 | Varredura Direta-Inversa em Sistemas Fracamente Malhados | 55 |
| 3.3 | Conceitos Iniciais do Estimador de Estado baseado nas Correntes dos Ramos | 58 |
| 3.4 | Modelo Barra-Linha | 60 |
| 3.4.1 | Fluxo de Potência | 60 |
| 3.4.2 | Injeção de Potência | 62 |
| 3.4.3 | Módulo de Corrente | 63 |
| 3.4.4 | Módulo de Tensão | 64 |
| 3.4.5 | Medidas de Tensão Fasorial (PMU) | 69 |
| 3.4.6 | Medidas de Corrente Fasorial (PMU) | 70 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 3.4.7 | Módulo da Tensão na Subestação | 72 |
| 3.4.8 | Tensão Complexa na Subestação | 73 |
| 3.4.9 | Sistema Fracamente Malhado | 74 |
| 3.5 | Incorporação de Modelos de Transformadores e Reguladores de Tensão . . | 75 |
| 3.5.1 | Etapas de Varredura Direta-Inversa | 79 |
| 3.5.2 | Expansão do Vetor de Estado | 80 |
| 3.5.3 | Medidas de Potência | 82 |
| 3.5.4 | Medidas de Corrente | 84 |
| 3.5.5 | Medidas de Tensão | 85 |
| 3.5.6 | Estimação da Tensão na Subestação | 92 |
| 3.5.7 | Sistema Fracamente Malhado | 101 |
| 3.6 | Observabilidade | 103 |
| 3.7 | Erros Grosseiros | 103 |
| 3.8 | Restrições de Igualdade | 105 |
| 3.9 | Considerações Finais | 105 |
| 4 | Simulações Computacionais | 107 |
| 4.1 | Introdução | 107 |
| 4.2 | Grupo A: Modelo Barra-Linha | 109 |
| 4.2.1 | Caso A1 - Avaliação geral do algoritmo | 109 |
| 4.2.2 | Caso A2 - Estimação da tensão na subestação | 110 |
| 4.2.3 | Caso A3 - Sistema fracamente malhado | 112 |
| 4.2.4 | Caso A4 - Processamento de erros grosseiros | 113 |
| 4.3 | Grupo B: Modelo Barra-Linha-Transformador | 115 |
| 4.3.1 | Caso B1 - Avaliação geral do algoritmo | 115 |
| 4.3.2 | Caso B2 - Estimação da tensão na subestação | 116 |
| 4.3.3 | Caso B3 - Sistema fracamente malhado | 119 |
| 4.3.4 | Caso B4 - Processamento de erros grosseiros | 120 |
| 5 | Conclusão | 123 |
| 5.1 | Trabalhos Futuros | 124 |
| 5.2 | Publicações | 125 |
| 5.2.1 | Artigos publicados | 125 |
| 5.2.2 | Artigos submetidos para periódico internacional | 125 |
| | Referências | 127 |
| | APÊNDICE A Conceitos Estatísticos | 133 |
| A.1 | Variáveis Aleatórias | 133 |
| A.2 | Esperança Matemática | 133 |
| A.3 | Variância | 134 |

| | | |
|---|---|------------|
| A.4 | Vetores e Variáveis Aleatórias | 134 |
| A.5 | Distribuição Normal (Gaussiana) | 135 |
| APÊNDICE B Sistemas Malhados | | 137 |
| B.1 | IEEE 13 Barras | 137 |
| B.2 | IEEE 34 Barras | 137 |
| B.3 | IEEE 123 Barras | 138 |

1 Introdução

Tradicionalmente, os sistemas de transmissão (ST) dispõem de um esquema avançado de controle e monitoramento de suas redes. Já os sistemas de distribuição (SD) costumam ser sobredimensionados, o que possibilita que sejam operados com folga (KERSTING, 2001a). Desta maneira, usualmente os (SD) não possuem qualquer sistema de monitoramento da rede, pois conseguem operar de maneira passiva. Entretanto, a evolução dos sistemas de distribuição, que inclui a inserção de geradores distribuídos (GD), a desregulamentação da rede e o avanço para as redes inteligentes traz consigo a necessidade de se aprimorar a segurança e a confiabilidade do sistema.

A segurança e a confiabilidade de um Sistema Elétrico de Potência (SEP) podem ser aprimoradas se um controle central em tempo real é adotado (SCHWEPPE; WILDES, 1970). Tal controle ocorre em dois estágios. O primeiro deles é onde a informação bruta é utilizada como dado de entrada e é digitalmente processada, resultando em informação útil. O segundo estágio utiliza as informações obtidas no estágio anterior para a tomada de decisões de controle, tanto por decisões computacionais automáticas quanto por decisão humana do operador. Este trabalho foca no primeiro estágio de controle, isto é, no algoritmo de processamento em tempo real que será utilizado para converter as informações disponíveis em uma estimativa do estado do sistema.

Os métodos tradicionais de estimativa de estado, amplamente empregados na transmissão, não podem ser utilizados diretamente na distribuição (BARAN; KELLEY, 1995). Isto porque estes dois sistemas possuem características bastante diferentes entre si. Usualmente as redes de transmissão operam de maneira malhada. As linhas dos ST apresentam configuração transposta e possuem uma baixa relação entre resistência e reatância (r/x). Nestes sistemas há ainda um grande número de medidores instalados, o que aumenta a redundância da rede e conseqüentemente a qualidade do estado estimado. Por ser considerado um sistema balanceado, a representação monofásica equivalente pode ser adotada para representar um ST.

As características dos SD são bastante diferentes. Estes sistemas apresentam uma configuração predominantemente radial, linhas com uma alta relação r/x e sem transposição (TENG, 2002). Adicionalmente, o número de medições disponíveis em tempo real é escasso, tornando frequentemente necessário recorrer à pseudomedidas, que são informações provenientes de dados históricos ou previsões de carga e geração (WANG; SCHULZ, 2004). Os alimentadores dos SD podem apresentar ramais trifásicos, bifásicos ou monofásicos, tal como as cargas também podem ser desbalanceadas (KERSTING, 2001a). Desta maneira, a representação de um SD por um sistema monofásico equivalente torna-se

insuficiente para representar de maneira fiel o comportamento do sistema.

Na intenção de resolver o problema de estimação de estado para sistemas de distribuição, vários métodos foram propostos na literatura. Basicamente, os métodos desenvolvidos podem ser divididos em dois grandes grupos de acordo com a variável de estado selecionada. O primeiro deles segue a linha da estimação de estado tradicional e propõe a extensão do estimador de estado para sistemas trifásicos ainda considerando as tensões complexas em todas as barras do sistema como as variáveis de estado. Há ainda uma segunda vertente onde foi proposto utilizar as correntes em todos os ramos do sistema como variáveis de estado. Neste trabalho, optou-se por explorar esta segunda abordagem. Isto porque, ao optar pelas correntes como variáveis de estado, as características específicas dos SD são melhor aproveitadas, e o estimador de estado apresenta um melhor desempenho computacional (PAU; PEGORARO; SULIS, 2013). Apesar disto, este método ainda se encontra pouco explorado na literatura, apresentando diversas limitações. A principal delas é a ausência de um modelo para lidar com a presença de transformadores e suas diferentes conexões.

A principal contribuição deste trabalho foi o desenvolvimento de modelos para lidar com transformadores na rede na presença de todos os diferentes tipos de medidas possíveis, sejam elas tradicionais ou fasoriais sincronizadas, e diferentes topologias, sejam elas radiais ou malhadas. Em algumas situações o modelo passou a exigir uma formulação acoplada entre fases, arruinando uma das principais características do método das correntes, que é a possibilidade de se resolver três subproblemas independentes, um para cada fase. Entretanto, no intuito de se manter esta que é a principal característica do método, soluções foram desenvolvidas neste trabalho para que o desacoplamento entre fases fosse recuperado.

Para dar suporte ao desenvolvimento dos algoritmos deste trabalho, foi utilizado o ambiente de desenvolvimento Spyder, baseado na linguagem de programação Python. O algoritmo implementado neste trabalho possui a capacidade de se comunicar com o *Open Distribution System Simulator* (OpenDSS), que é uma ferramenta desenvolvida para a simulação de sistemas distribuição de energia elétrica. Dentre suas várias funções, neste trabalho o OpenDSS foi utilizado para resolver problemas de fluxo de potência trifásico desbalanceado. O resultado deste fluxo de potência foi utilizado como valor de referência para o algoritmo de estimação de estado.

1.1 Estrutura do Documento

Esta dissertação de mestrado está organizado em 5 capítulos, incluindo esta introdução, descritos a seguir.

- No Capítulo 2 são apresentados os conceitos básicos de estimação de estado, que servirão de base para o Capítulo 3. O segundo capítulo trata do método de estimação de estado baseado nos mínimos quadrados ponderados, tal como métodos de análise e restauração de observabilidade, detecção e identificação de erros grosseiros, e o tratamento de medidas virtuais por meio de restrições de igualdade.
- No Capítulo 3 é apresentada uma modificação no algoritmo clássico de estimação de estado de modo a adequá-lo às características específicas dos sistemas de distribuição. A abordagem explorada é a que utiliza as correntes como variáveis de estado. Uma técnica para lidar com a presença de transformadores na rede foi proposta pelos autores neste capítulo.
- No Capítulo 4 são apresentados os resultados das simulações realizadas para diferentes casos considerados.
- No Capítulo 5 são expostas as conclusões gerais deste trabalho. São expostas também as publicações resultantes deste projeto de pesquisa.

1.2 Notações

As notações utilizadas neste trabalho seguem o padrão exposto na Tabela 1.

Tabela 1: Notações

| Tipo | Notação |
|--|----------------------------------|
| Variável matricial | $\bar{\mathbf{Y}}$ |
| Variável complexa | \mathbf{Y} |
| Variável complexa representada em coordenadas retangulares | $\mathbf{Y} = Y^r + jY^x$ |
| Variável complexa representada em coordenadas polares | $\mathbf{Y} = Y \angle \delta_Y$ |

2 Conceitos Básicos de Estimação de Estado

2.1 Introdução

A operação segura e econômica de um SEP depende de um monitoramento contínuo de suas condições de operação. O conceito de segurança em SEP está associado à probabilidade do sistema manter o suprimento adequado às cargas quando da ocorrência de contingências. Sendo assim, ações de controle são tomadas visando evitar blecautes e danos nos equipamentos do sistema (MONTICELLI, 1999).

O ponto de operação de um SEP pode variar de acordo com o nível de carregamento do sistema e com a ocorrência de contingências. Conforme o ponto de operação muda, o sistema pode atingir três estados operativos diferentes, são eles os estados normal, de emergência e restaurativo (LIACCO, 1974).

É dito que um sistema está operando no estado normal quando a potência de todas as cargas está sendo atendida sem que nenhuma restrição de operação seja violada. As restrições de operação envolvem os limites de fluxo de potência em linhas de transmissão e limites superior e inferior nas magnitudes de tensão. O estado normal é dito seguro se o sistema permanece neste estado mesmo na ocorrência de eventos presentes em uma lista de contingências críticas. Usualmente, as contingências analisadas dizem respeito a perda de linhas e/ou de geradores devido à falha de equipamentos ou a causas naturais como descargas elétricas. Caso essa condição não seja satisfeita, considera-se que o sistema esteja operando no estado normal inseguro. Neste caso, ações preventivas devem ser tomadas para evitar que o sistema atinja o estado de emergência.

A ocorrência de eventos inesperados pode levar o sistema a violar algumas restrições de operação, mesmo na ocasião em que todas as cargas do sistema continuam sendo supridas. Neste caso, o sistema é considerado em estado de emergência. Quando o sistema opera neste estado, ações corretivas devem ser tomadas de modo a evitar que o sistema entre em colapso. Essas ações envolvem a desconexão de cargas, linhas de transmissão, transformadores e outros equipamentos. Como resultado, as violações das restrições de operação são eliminadas e o sistema recupera a estabilidade ao custo de uma carga reduzida ou uma topologia reconfigurada. Este estado de operação é denominado estado restaurativo. Ações de controle restaurativo devem ser tomadas de modo a transferir o sistema do modo restaurativo, que limita o suprimento de algumas cargas, para o estado normal.

A determinação do nível de segurança atual do sistema e a ação de controle a ser tomada é realizada pelas funções de economia e segurança do Sistema de Gerenciamento de

Energia (EMS - *Energy Management System*). Estas funções tem em comum a necessidade de conhecer o ponto de operação do sistema num dado instante de tempo (MONTICELLI, 1999). O ponto de operação pode ser obtido se são conhecidos o modelo da rede e as tensões complexas em todas as barras do sistema. Como o conjunto de tensões complexas são suficientes para se determinar o estado atual do sistema, a este conjunto é designado o nome de vetor de estado (ABUR; EXPOSITO, 2004).

O Sistema de Supervisão e Aquisição de Dados (SCADA - *Supervisory Control and Data Acquisition*) recebe os dados dos medidores presentes no sistema e os disponibiliza para os operadores através de uma interface homem máquina (IHM) para que as devidas ações de controle sejam tomadas. Entretanto, as informações sobre o estado do SEP providas pelo sistema SCADA nem sempre são confiáveis pois podem conter erros de medição e falhas na comunicação. Visando contornar estas limitações, foi proposto o conceito de estimação de estado em sistemas elétricos de potência (ESEP) (SCHWEPPE; WILDES, 1970), (SCHWEPPE; ROM, 1970), (SCHWEPPE, 1970). O objetivo do estimador de estado (EE) é o de estimar os fasores de tensão em todas as barras de um SEP. O estado do sistema é um dado vital não só para as aplicações de suporte a operação e controle em tempo real, mas também para muitas aplicações *off-line* relacionadas com o planejamento do sistema, previsão de carga, expansão de redes, assim como para a análise de cenários nos mercados elétricos (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2011). A introdução da ESEP ampliou a capacidade dos sistemas SCADA, e foi o que levou ao estabelecimento do EMS (ABUR; EXPOSITO, 2004).

O estimador de estado é um algoritmo de processamento de dados que tem a função de converter medidas redundantes e outras informações disponíveis em uma estimação do vetor de estado (SCHWEPPE; WILDES, 1970). A função principal do EE é minimizar os erros e inconsistências presentes nos dados de entrada. Usualmente estes erros são pequenos, causados por ruídos de baixa amplitude proveniente dos instrumentos de medição e sistemas de comunicação. Entretanto, há casos em que os erros podem ser grosseiros, que ocorrem quando uma ou mais medidas apresentam um grau de imprecisão muito superior ao suposto em seus modelos de medição. O estimador de estado possui a capacidade de filtrar os pequenos erros de medição, detectar e identificar os erros grosseiros, e preencher medições indisponíveis devido a falhas no sistema de comunicação (SCHWEPPE; WILDES, 1970).

A estimação de estado está relacionada com o tradicional fluxo de potência. Entretanto, o estimador de estado é capaz de lidar com as incertezas associadas a se obter o estado atual do sistema em tempo real a partir de medições imperfeitas. Essas incertezas se devem principalmente a erros de comunicação dos medidores, medições incompletas, erros nos modelos matemáticos, mudanças súbitas no sistema, etc. São essas incertezas que causam uma grande diferença entre o fluxo de potência realizado *off-line* nas fases de

planejamento do sistema e a estimação em tempo real realizada como parte do sistema de controle do SEP (SCHWEPPE; WILDES, 1970).

As principais diferenças da EESEP em relação ao fluxo de potência são: a presença de medidas redundantes, que permite que o estimador funcione como um filtro; a possibilidade de se estimar o estado em uma barra do sistema sem possuir medidas incidentes diretamente sobre ela, e sim em barras adjacentes; e a capacidade da EESEP de lidar com perda de medidas.

Este capítulo tem como objetivo fornecer a base teórica necessária ao entendimento do processo de estimação de estado. Tais informações servirão de base para a compreensão do Capítulo 3, que trata das extensões realizadas no EESEP de modo a adequá-lo às necessidades específicas dos sistemas de distribuição.

Alguns conceitos estatísticos tornam-se necessários para o entendimento da formulação do estimador de estado. Tais conceitos envolvem variáveis aleatórias, esperança matemática, variância e função densidade de probabilidade gaussiana, e seguem no Apêndice A para consulta.

2.2 Tipos de Medidas

As medidas envolvidas no processo de EESEP, classificadas pela primeira vez por Clements, Krumpholz e Davis (1983), são:

- ❑ Medidas lógicas: são medidas realizadas continuamente e consistem em estados de chaves e disjuntores (aberto/fechado);
- ❑ Medidas analógicas: são medidas realizadas continuamente e consistem tradicionalmente de medidas de potência ativa e reativa e de magnitude de tensão;
- ❑ Medidas virtuais: são medidas de injeção de potência nula em barras passivas do sistema.
- ❑ Pseudomedidas: As medidas disponíveis em tempo real nem sempre são suficientes para se obter o estado do sistema. Nesses casos, recorre-se a utilização de pseudomedidas, que são informações *off-line* a respeito de uma determinada variável baseadas em dados históricos ou de previsão (MUSCAS et al., 2014). As pseudomedidas são modeladas e incorporadas ao modelo da mesma maneira que as medidas em tempo real, mudando apenas a precisão considerada. Podem ser consideradas como pseudomedidas: cargas que permanecem aproximadamente constante ao longo do dia, cargas que obedecem a uma curva de carga aproximadamente constante, fator de potência nominal da carga, potência nominal contratada para o intercâmbio entre

sistemas interconectados e o nível de tensão em geradores e outras barras controladas (SCHWEPPE; WILDES, 1970). A pseudomedida a ser utilizada depende do tipo e da quantidade de medições disponíveis em tempo real.

2.3 Etapas da Estimação de Estado

Tradicionalmente, são 4 as etapas do processo de estimação de estado (ABUR; EXPOSITO, 2004; MONTICELLI, 1999):

1. **Processamento da topologia:** nesta etapa, são processadas informações representadas ao nível de seção de barra, isto é, representação física dos elementos do sistema. A partir de medidas lógicas, bem como de informações quanto ao tipo e a localização dos medidores disponíveis no sistema, o configurador de redes permite determinar a topologia do sistema e a correspondente configuração de medidores no modelo barra-ramo.
2. **Análise e restauração da observabilidade:** A partir do modelo barra-ramo obtido na primeira etapa verifica-se, a partir das medidas analógicas e virtuais disponíveis, se é possível determinar as tensões complexas em todas as barras do sistema. Em caso afirmativo, o sistema é dito observável. Caso contrário, verifica-se a possibilidade de suprir a falta de medição em tempo real com pseudomedidas de modo a tornar o sistema observável como um todo. Outra alternativa é, a partir das medidas em tempo real disponíveis, determinar as ilhas observáveis do sistema.
3. **Estimação de estado:** A partir da topologia do sistema, dos parâmetros da rede, bem como do conjunto de medidas disponíveis (medidas analógicas, virtuais e eventualmente pseudomedidas), o EE determina a estimação que melhor representa o estado atual do SEP.
4. **Processamento de erros grosseiros em medidas analógicas:** A presença de medidas analógicas portadoras de EG afasta a solução do EE do “estado verdadeiro”, ou até mesmo leva o EE à não convergência. Sendo assim, o EE deve ser robusto o suficiente para detectar e identificar a ocorrência de EG nas medidas. Caso uma medida deste tipo seja identificada, tal medida é eliminada e o estado do sistema é estimado novamente.

As Etapas 2, 3 e 4 serão discutidas com mais detalhes nas seções seguintes. A Etapa 1, referente ao configurador de rede, não será abordada em detalhes neste trabalho pois assume-se que os modelos utilizados já se encontram na representação barra-ramo.

2.4 Estimador de Máxima Verossimilhança e Hipóteses

As redes de transmissão dos SEP são consideradas como operando em condições balanceadas, ou seja, supõe-se que todas as cargas e fluxos de potência são trifásicos e balanceados, todas as linhas de transmissão são transpostas, e todos os equipamentos em série e em derivação são simetricamente distribuídos entre as fases. Sendo assim, na EESEP clássica, considera-se um modelo monofásico equivalente como modelo do sistema (ABUR; EXPOSITO, 2004). Da mesma maneira que ocorre nos casos de fluxo de potência (MONTICELLI, 1983), os dados da rede, tal como as variáveis, são expressos no sistema por unidade (pu).

O objetivo da EESEP é o de determinar o estado mais provável do sistema baseado nas medições disponíveis em tempo real e eventuais pseudomedidas. Este objetivo pode ser alcançado utilizando o método chamado de Estimador de Máxima Verossimilhança (EMV), amplamente aplicado em estatística (BOLFARINI; SANDOVAL, 2000).

Assume-se que os erros das medidas possuem uma distribuição de probabilidade conhecida mas com parâmetros desconhecidos. A densidade de probabilidade conjunta de todas as medidas disponíveis pode ser expressa em termos destes parâmetros desconhecidos. A esta função se dá o nome de função de verossimilhança, que atinge seu valor máximo quando os parâmetros escolhidos estão o mais próximo possível do valor verdadeiro (ABUR; EXPOSITO, 2004).

O EMV de uma variável aleatória maximiza uma função de verossimilhança definida com base em hipóteses assumidas na formulação do problema. Sendo assim, os EMV de diferentes formulações devem produzir diferentes resultados (GOMEZ-EXPOSITO; CONEJO; CANIZARES, 2011). Tradicionalmente, a formulação do estimador de estado é baseada nas hipóteses para as propriedades estatísticas dos erros de medidas abaixo mencionadas. Para a descrição das hipóteses, define-se z como uma medida sujeita a um erro aleatório e , possuindo média μ e desvio padrão σ .

- Hipótese 1: Os erros estão distribuídos de acordo com a distribuição normal, ou seja, as medidas de uma mesma grandeza podem ser representadas por uma função de densidade de probabilidade normal.
- Hipótese 2: Os valores esperados de todos os erros de medição são iguais a zero, isto é, $\mathbb{E}(e_i) = 0$.
- Hipótese 3: Os erros são independentes, ou seja, dado que o espalhamento das medidas ao redor de μ é dado por:

$$\sigma_i^2 = \mathbb{E}[(z_i - \mu_i)^2] = \text{Cov}(e_i) \quad (2.1)$$

Com base em (A.8), pode-se definir a matriz de covariância das medidas como:

$$\bar{R} = Cov(\bar{e}) = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 \cdot \sigma_2 & \cdots & \sigma_1 \cdot \sigma_m \\ \sigma_2 \cdot \sigma_1 & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_2 \cdot \sigma_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_m \cdot \sigma_1 & \sigma_m \cdot \sigma_2 & \cdots & \sigma_m^2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Se os erros das medidas são independentes, $Cov(e_i, e_j) = 0$ para $i \neq j$. Assim, a matriz de covariância das medidas se torna:

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_m^2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Considerando a primeira hipótese, o problema de EMV é resolvido para os parâmetros μ e σ . A hipótese de que os erros são independentes implica que a função densidade de probabilidade agrupada de um conjunto de m medidas pode ser obtida tomando o produto das funções densidade de probabilidade individuais correspondentes a cada medida. A função resultante $f_m(z)$ é chamada função de verossimilhança do conjunto de m medidas, dada por:

$$f_m(z) = f(z_1)f(z_2) \cdots f(z_m) \quad (2.4)$$

Para simplificar a aritmética, utiliza-se o logaritmo da função verossimilhança, denotado por \mathcal{L} , e representado da seguinte forma:

$$\mathcal{L} = \log f_m(z) = \sum_{i=1}^m \log f(z_i) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 - \frac{m}{2} \log 2\pi - \sum_{i=1}^m \log \sigma_i \quad (2.5)$$

Maximizando $f_m(z)$ ou \mathcal{L} , encontra-se a mesma solução ótima devido à característica monotonicamente crescente da função logarítmica. Portanto, o EMV do estado x pode ser encontrado maximizando a função de log-verossimilhança para um conjunto de observações z_1, z_2, \dots, z_m . Este é um problema de otimização e pode ser formulado como:

$$\max \log f_m(z) \quad (2.6)$$

ou

$$\min \sum_{i=1}^m \left(\frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (2.7)$$

A solução do problema de otimização dado em (2.7) é a chamada de Mínimos Quadrados Ponderados (WLS - *Weighted Least Squares*).

2.5 Estimador de Estado baseado no Método dos Mínimos Quadrados Ponderados

Seja o vetor \bar{z} formado por um conjunto de medidas que pode ser representado em função do estado do sistema da seguinte forma:

$$\bar{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix} = \bar{h}(\bar{x}) + \bar{e} \quad (2.8)$$

Onde:

- $\bar{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ é o vetor de estado do sistema, sendo n o número de variáveis;
- $\bar{e} = [e_1, e_2, \dots, e_m]^T$ é o vetor de erros das medidas, sendo m o número de medidas;
- $h_i(\bar{x})$ é a função que relaciona a medida z_i com o vetor de estado \bar{x} .

O vetor de estado \bar{x} é tipicamente construído por variáveis expressas em coordenadas polares. Sendo NB o número de barras do SEP, o vetor de estado é constituído por NB elementos de módulo de tensão nodal, e $NB - 1$ elementos de ângulo de fase de tensão nodal. Isto porque adota-se uma barra do sistema como referência angular.

Considerando que as medidas podem ter sido obtidas por instrumentos de medição diferentes e, portanto, com precisões distintas, é interessante que o processo de ajuste dos resíduos seja ponderado com um peso correspondente à qualidade da medida (MORAES, 2009). Um bom indicador da qualidade da medida é sua variância, dada por σ^2 , que é menor quanto melhor for a qualidade da medida. Sendo assim, define-se uma matriz \bar{W} , chamada de matriz de ponderação, cujos elementos são dados pelo inverso da variância da medida, ou seja:

$$W_{ii} = \sigma_i^{-2} \quad (2.9)$$

Valores altos de pesos são atribuídos para medidas precisas, ou seja, medidas com pequena variância, e analogamente, para medidas com grandes incertezas, baixos valores de pesos são atribuídos. Assim, a estimativa de \bar{x} escolhida é aquela que minimiza a soma

ponderada dos quadrados dos resíduos, utilizando como peso o inverso da variância de cada medida. Seja o resíduo r_i de uma medida z_i definido como:

$$r_i = z_i - \mu_i = z_i - \mathbb{E}(z_i) = z_i - h_i(\bar{x}) \quad (2.10)$$

A expressão (2.7) pode ser reescrita como o seguinte problema de otimização em função dos elementos da matriz de ponderação, W_{ii} , dada em (2.9), e do resíduo r_i , dado em (2.10):

$$\min \sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2 \quad (2.11)$$

A expressão (2.11) representa a minimização do quadrado dos resíduos das medidas (r^2) ponderados de acordo com a qualidade da medida (W). Ou seja, um problema de WLS. Esta função objetivo pode ser reescrita matricialmente da seguinte forma:

$$J(\bar{x}) = [\bar{z} - h(\bar{x})]^T \bar{W} [\bar{z} - h(\bar{x})] \quad (2.12)$$

Para a solução do problema de WLS para \bar{x} , deve ser satisfeita a seguinte condição de otimalidade de primeira ordem:

$$g(\bar{x}) = \frac{\partial J(\bar{x})}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow -\bar{H}^T(\bar{x}) \bar{W} [\bar{z} - h(\bar{x})] = 0 \quad (2.13)$$

Em que $\bar{H}(\bar{x})$ é a matriz Jacobiana de dimensão $m \times n$ do vetor $\bar{h}(\bar{x})$, ou seja:

$$\bar{H}(\bar{x}) = \frac{\partial \bar{h}(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \quad (2.14)$$

A expansão em série de Taylor de $g(\bar{x})$ em torno do estado \bar{x} é dada por:

$$g(\bar{x}) = g(\bar{x}_k) + \bar{G}(\bar{x}_k)(\bar{x} - \bar{x}_k) + \dots = 0 \quad (2.15)$$

Desprezando os termos de maior ordem, chega-se à solução iterativa do método de Gauss-Newton, a saber:

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_k - \bar{G}(\bar{x}_k)^{-1} g(\bar{x}_k) \quad (2.16)$$

Em que:

- k é o índice de iteração;
- \bar{x}_k é o vetor de estado solução na iteração k ;

□ $\bar{G}(x_k)$ é dada por:

$$\bar{G}(x_k) = \frac{\partial g(\bar{x}_k)}{\partial \bar{x}} = \bar{H}^T(\bar{x}_k) \bar{W} \bar{H}(\bar{x}_k) \quad (2.17)$$

□ $g(\bar{x}_k)$ é dada por:

$$g(\bar{x}_k) = -\bar{H}^T(\bar{x}_k) \bar{W} [\bar{z} - \bar{h}(\bar{x}_k)] \quad (2.18)$$

A matriz $\bar{G}(\bar{x})$ é a chamada matriz Ganho, que possui uma característica esparsa, simétrica e, admitindo que o sistema seja observável, definida positiva (ABUR; EXPOSITO, 2004). Tipicamente, a inversão da matriz $\bar{G}(\bar{x})$ não é realizada. Isto porque sua inversa, no geral, não é esparsa, o que aumenta o esforço computacional. Sendo assim, reescreve-se a equação dada em (2.16) como:

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_k + \Delta \bar{x}_k \quad (2.19)$$

Tal que:

$$\bar{G}(\bar{x}_k) \Delta \bar{x}_k = \bar{H}^T(\bar{x}_k) \bar{W} \Delta \bar{z}_k \quad (2.20)$$

Onde $\Delta \bar{z}_k = \bar{z} - \bar{h}(\bar{x}_k)$. A equação dada em (2.20) é chamada de equação normal de Gauss. Para a solução da equação normal em $\Delta \bar{x}_k$, primeiramente decompõe-se a matriz $\bar{G}(\bar{x})$ em fatores triangulares. Em seguida, o valor de $\Delta \bar{x}_k$ é obtido através de substituições direta-inversa. Como $\bar{G}(\bar{x})$ é uma matriz definida positiva, não é necessário realizar mudanças na ordem dos pivôs durante a sua fatoração triangular para melhorar a estabilidade numérica.

O processo iterativo baseado na equação normal pode ser resumido como no Algoritmo 1, onde ε representa o limiar do critério de convergência. A dependência de \bar{G} e \bar{H} sobre \bar{x} foi ignorada por simplicidade de notação.

Algoritmo 1: Estimação de Estado Clássica.

- [1] Inicialize o contador de iterações: $k \leftarrow 0$;
 - [2] Inicialize o estado (normalmente perfil de tensão plano): $\bar{x} \leftarrow \bar{x}_0$;
 - [3] **repita**
 - [4] Calcule o resíduo das medidas: $\Delta \bar{z}_k \leftarrow \bar{z} - \bar{h}(\bar{x}_k)$;
 - [5] Linearize ao redor de \bar{x}_k : $\bar{H} \leftarrow \left. \partial \bar{h}(\bar{x}) / \partial \bar{x} \right|_{\bar{x}=\bar{x}_k}$;
 - [6] Calcule a matriz Ganho: $\bar{G} \leftarrow \bar{H}^T \bar{W} \bar{H}$;
 - [7] Resolva para $\Delta \bar{x}_k$: $\bar{G} \Delta \bar{x}_k = \bar{H}^T \bar{W} \Delta \bar{z}_k$;
 - [8] Atualize o vetor de estado: $\bar{x}_{k+1} \leftarrow \bar{x}_k + \Delta \bar{x}_k$;
 - [9] Incremente o contador de iterações: $k \leftarrow k + 1$;
 - [10] **até** $\max(|\Delta \bar{x}_k|) < \varepsilon$;
-

2.6 Restrições de Igualdade

Medidas virtuais são tipos especiais de pseudomedidas nas quais a informação não contém erros. Trata-se como medida virtual a informação de injeção nula de potência em uma barra do sistema, isto é, uma barra onde não há carga nem geração. Isto ocorre, por exemplo, em barras de passagem do sistema e em estações de chaveamento. Uma medida virtual é uma informação inerente de uma dada barra do sistema, ou seja, a informação se encontra disponível sem a necessidade da instalação de medidores (WU; LIU; LUN, 1988).

O EE baseado na equação normal pode lidar com medidas virtuais atribuindo um peso muito grande para este tipo de medida, de modo a considerá-la muito mais precisa do que as demais medidas (KORRES, 2002). Entretanto, grandes discrepâncias entre os pesos na matriz W podem levar a problemas de mau condicionamento da matriz Ganho, prejudicando a convergência do estimador (CLEMENTS; WOODZELL; BURCHETT, 1990). Isto é, o EE pode demorar número maior de iterações para convergir, ou até mesmo não convergir.

2.6.1 Método de Lagrange

Para evitar o uso de pesos muito discrepantes entre si para as medidas, foi proposta a ideia de abordar medidas virtuais como restrições de igualdade explícitas no EE WLS (ASCHMONEIT; PETERSON; ADRIAN, 1977). O estimador de estado com restrições de igualdade (EERI) pode ser formulado como o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & J(\bar{x}) = [\bar{z} - \bar{h}(\bar{x})]^T \bar{W} [\bar{z} - \bar{h}(\bar{x})] \\ \text{tal que} \quad & \bar{c}(\bar{x}) = 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Em que $\bar{c}(\bar{x}) = 0$ representa a restrição de igualdade. No caso, representa as medidas virtuais, que são então excluídas de $h(x)$. O EERI pode ser resolvido através do método de Lagrange. Primeiro, define-se o Lagrangiano:

$$L(\bar{x}, \bar{\lambda}) = [\bar{z} - \bar{h}(\bar{x})]^T \bar{W} [\bar{z} - \bar{h}(\bar{x})] + \bar{\lambda}^T \bar{c}(\bar{x}) \quad (2.22)$$

Em que λ é o chamado multiplicador de Lagrange. O estado estimado será a solução de (2.21), que deve satisfazer às seguintes condições de otimalidade de primeira ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow \bar{H}^T \bar{W} [\bar{z} - \bar{h}(\bar{x})] + \bar{C}^T \bar{\lambda} = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{\lambda}} = 0 \Rightarrow \bar{c}(\bar{x}) = 0 \quad (2.24)$$

Em que $\bar{C} = \partial \bar{c}(\bar{x}) / \partial \bar{x}$ é a Jacobiana de $\bar{c}(\bar{x})$.

As equações não lineares dadas em (2.23) e (2.24) podem ser resolvidas para \bar{x} pelo método Gauss-Newton, que consiste na solução iterativa do seguinte sistema linearizado:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \bar{H}^T \bar{W} \bar{H} & \bar{C}^T \\ \bar{C} & 0 \end{bmatrix}}_{\bar{G}_{aug}} \begin{bmatrix} \Delta \bar{x} \\ \bar{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{H}^T \bar{W} \Delta \bar{z} \\ -\bar{c}(\bar{x}) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Desta maneira, a matriz \bar{W} não apresentará valores muito maiores que os demais na presença de medidas virtuais, eliminando as fontes de mau condicionamento (ABUR; EXPOSITO, 2004).

O sistema de equações dado em (2.25) possui a chamada matriz Ganho aumentada, \bar{G}_{aug} , que é simétrica. Entretanto, esta matriz não é definida positiva, o que torna sua solução numérica mais complicada. Em matrizes definidas positivas, como o caso da matriz Ganho da equação normal, o pivotamento direto através da diagonal é numericamente estável (GJELSVIK; AAM; HOLTEN, 1985). Em uma matriz que não seja definida positiva, este processo pode precisar ser modificado para garantir a estabilidade. Isto pode ser feito combinando a fatoração da matriz com técnicas de esparsidade.

2.6.2 Método da Matriz Aumentada de Hachtel

Similar ao que foi feito com as medidas virtuais, as demais medidas analógicas também podem ser representadas como restrições de igualdade se o resíduo r for mantido como variável explícita. Desta forma, o problema de WLS pode ser formulado como:

$$\begin{aligned} \min \quad & J(\bar{x}) = \bar{r}^T \bar{W} \bar{r} \\ \text{tal que} \quad & \bar{c}(\bar{x}) = 0 \\ & \bar{r} - \bar{z} + \bar{h}(\bar{x}) = 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

Assim, o Lagrangiano apresentará dois multiplicadores de Lagrange diferentes, λ e γ :

$$L(\bar{x}, \bar{r}, \bar{\lambda}, \bar{\gamma}) = J(\bar{x}) - \bar{\lambda}^T \bar{c}(\bar{x}) - \bar{\gamma}^T (\bar{r} - \bar{z} + \bar{h}(\bar{x})) \quad (2.27)$$

As condições de otimalidade de primeira ordem se tornam:

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{\gamma}} = 0 \Rightarrow \bar{r} - \bar{z} + \bar{h}(\bar{x}) = 0 \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{x}} = 0 \Rightarrow \bar{C}^T \bar{\lambda} + \bar{H}^T \bar{\gamma} = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{\lambda}} = 0 \Rightarrow \bar{c}(\bar{x}) = 0 \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{r}} = 0 \Rightarrow \bar{W} \bar{r} - \bar{\gamma} = 0 \quad (2.31)$$

Da equação (2.31), vem:

$$\bar{r} = \bar{R} \bar{\gamma} \quad (2.32)$$

Lembrando que $\bar{W}^{-1} = \bar{R}$. Ao substituir (2.32) em (2.28), elimina-se a variável \bar{r} . Linearizando as três equações restantes, isto é, (2.28), (2.29) e (2.30), obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \bar{R} & \bar{H} & 0 \\ \bar{H}^T & 0 & \bar{C}^T \\ 0 & \bar{C} & 0 \end{bmatrix}}_{\bar{F}_H} \begin{bmatrix} \bar{\gamma} \\ \Delta \bar{x} \\ \bar{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{z} \\ 0 \\ -\bar{c}(\bar{x}) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Neste caso, a matriz Ganho aumentada, \bar{G}_{aug} , é comumente chamada de matriz de Hachtel. Nesta formulação do problema de restrição de igualdade, são esperados números de condição muitas ordens inferiores ¹ da matriz em relação ao método da equação normal e ao método de Lagrange (ABUR; EXPOSITO, 2004).

No método de Lagrange, o tempo computacional depende do número relativo de medidas virtuais. Para um número pequeno de medidas deste tipo, a economia de tempo do método de Lagrange em relação ao da equação normal é pequeno, mas vai crescendo conforme o número de medidas virtuais aumenta. Para o método de Hachtel, a economia de tempo computacional acontece independente do número relativo de medidas virtuais. Neste método, o cálculo de $\bar{H}^T \bar{W} \bar{H}$ é evitado. Adicionalmente, a matriz de Hachtel é bastante esparsa, o que torna a solução do problema menos dispendiosa em relação às operações aritméticas (GJELSVIK; AAM; HOLTEN, 1985).

Por outro lado, o método de Hachtel requer uma maior memória para o armazenamento da matriz de coeficientes em relação aos métodos da equação normal e de Lagrange, dado o tamanho da matriz \bar{F}_H em (2.33). Tal como acontece no método de Lagrange, a matriz de Hachtel também não é definida positiva. Portanto, requer que técnicas

¹ Um problema bem condicionado possui um número de condição pequeno, enquanto os problemas que possuem um número de condição elevado são considerados mal condicionados.

de fatoração mais sofisticadas sejam aplicadas para a solução do sistema (CLEMENTS; WOODZELL; BURCHETT, 1990).

O método de Hachtel não é mais difícil de implementar do que o método de Lagrange, e apresenta geralmente um desempenho superior (GJELSVIK; AAM; HOLTEN, 1985). Portanto, como ambos necessitam da solução de um sistema de equações não definido positivo, não é vantajoso optar pelo método de Lagrange, salvo no caso em que há restrições de memória computacional.

2.7 Observabilidade

A solução do problema de estimação de estado depende do número e da localização de medidores no sistema. Antes da solução do problema de ESEEP, deve-se verificar se o conjunto de medidas disponível (analógicas e virtuais) é suficiente para que todas as variáveis de estado do sistema possam ser estimadas, isto é, se o sistema é observável como um todo (MONTICELLI, 1999). Caso afirmativo, o sistema é dito observável e pode-se passar para a etapa da estimação de estado. Caso contrário, há 2 opções:

- ❑ Identificar as ilhas observáveis: Consiste em determinar as partes isoladas do sistema onde o estado pode ser estimado, isto é, as ilhas observáveis do sistema. Cada ilha observável irá possuir uma referência angular própria, diferente das demais.
- ❑ Restaurar a observabilidade: A observabilidade do sistema pode ser restaurada adicionando pseudomedidas nas localizações adequadas.

A análise de observabilidade pode ser realizada *off-line* durante a instalação do EE no sistema de modo a verificar se configuração dos medidores instalados está adequada. Se for verificado nesta etapa que o sistema não é observável, uma opção é realocar os medidores disponíveis em uma nova configuração de modo que o sistema se torne observável. Porém, muitas vezes uma realocação pode não ser suficiente e a instalação de medidores adicionais torna-se necessária (ABUR; EXPOSITO, 2004).

Mudanças na topologia do sistema, falhas em medidores e erros de comunicação podem levar o sistema a situações de não observabilidade. Sendo assim, a análise de observabilidade torna-se necessária também em tempo real (ABUR; EXPOSITO, 2004).

Um SEP é considerado algebricamente observável com respeito a um conjunto de medidas se a matriz Jacobiana $\bar{H}(\bar{x})$ tem posto igual ao número de variáveis de estado a serem estimadas. Existem duas abordagens para a implementação computacional da análise de observabilidade: a análise topológica e a análise numérica.

Diversos métodos foram propostos na literatura para lidar com a análise da observabilidade. Krumpholz, Clements e Davis (1980) apresentaram um método topológico

baseado na teoria de grafos. Monticelli e Wu (1985) propôs um método numérico baseado na fatoração da matriz Ganho $\bar{G}(\bar{x})$. London, Alberto e Bretas (2007) desenvolveram uma análise numérica da observabilidade através da fatoração da matriz Jacobiana $\bar{H}(\bar{x})$. Em Almeida, Asada e Garcia (2008) foi apresentada uma análise numérica baseada na fatoração da chamada matriz de Gram, dada por $\bar{A} = \bar{H}\bar{H}^T$. Em Bretas (1996), foi proposto um método híbrido entre o numérico e topológico baseado na fatoração da matriz Ganho $\bar{G}(\bar{x})$ e na teoria de grafo. Neste trabalho, será dado foco maior à análise numérica proposta por Almeida, Asada e Garcia (2008). Considera-se desejável que o estado do sistema seja estimado como um todo, sendo assim foi dado foco na restauração da observabilidade do sistema, descartando-se a detecção de ilhas observáveis.

2.7.1 Observabilidade Topológica

Um método topológico para análise da observabilidade foi proposto em Krumpholz, Clements e Davis (1980). O método topológico explora o modelo desacoplado $P\theta$ - QV do sistema e baseia-se na relação entre medidas e o grafo da rede g_r .

Supondo que as medidas de potência acontecem aos pares (isto é, há uma medida de Q para toda medida de P), a análise de observabilidade pode ser feita apenas sobre o sistema $P\theta$. Caso este sistema seja considerado observável, é garantida a observabilidade do sistema QV desde que exista ao menos uma medida de magnitude de tensão.

Em SEP, os vértices de um grafo da rede correspondem às barras do sistema, e as arestas aos ramos. Denomina-se como árvore de g_r um subgrafo que não possui ciclos e é conexo, isto é, que existe um caminho entre cada par de seus vértices. Se uma árvore de g_r engloba o mesmo conjunto de vértices que g_r , ela é chamada de árvore geradora (AG) de g_r . A árvore geradora de um grafo da rede é dita observável com respeito a um conjunto de medidas se, para cada aresta desta árvore, for possível associar uma medida diferente do conjunto.

Um SEP é denominado topologicamente observável se, com relação ao conjunto de medidas disponível, existir uma AG observável (AGO) associada. Algoritmos de análise topológica são de natureza combinatória e computacionalmente complexa (WU; MONTICELLI, 1985). Por esse motivo, optou-se pelo uso da análise numérica neste trabalho.

2.7.2 Observabilidade Numérica

Um SEP é considerado numericamente observável com relação a um conjunto de medidas se for possível estimar o estado em todas as barras do sistema através da solução iterativa da equação normal partindo de um perfil de tensão plano. Diferente da análise topológica, a análise numérica pode utilizar tanto o modelo acoplado quanto o desacoplado do sistema. Algoritmos de análise numérica são geralmente de implementação

computacional fácil, já que podem utilizar rotinas já disponíveis nos programas destinados à estimação de estado.

A análise proposta em Almeida, Asada e Garcia (2008) baseia-se na fatoração triangular da matriz de Gram $\bar{A} = \bar{H}\bar{H}^T$. A análise de observabilidade por este método requer pouco esforço computacional extra no processo de EESEP, e se mostra bastante estável e robusta. Pode ser aplicado tanto no modelo desacoplado quanto acoplado. Para simplificar a exposição do método, considerar-se-á o modelo desacoplado.

Se o sistema é observável como um todo, o posto da matriz Jacobiana, e consequentemente da matriz de Gram, é igual ao número de variáveis de estado sendo estimadas. Se o modelo adotado considerar o ângulo em uma barra do sistema como referência, o posto deve ser igual a $n - 1$. Caso o modelo adotado realize a estimação dos ângulos em todas as barras do sistema, o posto deve ser igual a n para o sistema ser considerado observável. Esta última condição foi a adotada nesta parte do trabalho para fins de explanação do método.

O método de Gram visa descartar medidas redundantes a partir de um dado conjunto de medidas. Se, ao final deste processo, o número de medidas não redundantes (m_{nr}) for igual à n , o sistema é dito observável. O método pode resultar em diferentes conjuntos de medidas não redundantes dependendo da ordem com que as medidas são fatoradas (ALMEIDA; ASADA; GARCIA, 2006). Almeida, Asada e Garcia (2008) recomendam que se aloque primeiramente as medidas de fluxo, seguidas então das medidas de injeção de potência. Desta maneira, a esparsidade da matriz de Gram é aprimorada. Caso número de medidas não redundantes seja inferior ao número de variáveis estimadas ($m_{nr} < n$), o sistema é dito como não observável. Neste caso, procura-se no banco de dados pseudomedidas capazes de restaurar a observabilidade do sistema. Vários critérios podem ser utilizados para definir a ordem na qual as pseudomedidas serão processadas. No trabalho de Almeida, Asada e Garcia (2008), optou-se por processar as pseudomedidas em ordem crescente do número total de elementos não nulos nas colunas da Jacobiana correspondentes a cada variável. Por exemplo, seja a matriz Jacobiana referente ao conjunto de medidas não redundantes dada por:

$$H_{nr} = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \begin{matrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.34)$$

Seriam selecionadas as pseudomedidas referentes às variáveis na seguinte ordem: $\{4,2,6,1,3,5\}$. A escolha entre medidas com o mesmo número de elementos não nulos na

coluna é arbitrária. Os fatores triangulares utilizados na eliminação de Gauss podem ser reutilizados até que $m_{nr} = n$. O algoritmo geral do funcionamento do método segue exposto no Algoritmo 2.

Algoritmo 2: Análise e Restauração da Observabilidade

```

[1] Inicialize o contador de medidas não redundantes:  $m_{nr} \leftarrow 0$ ;
[2] Inicialize o conjunto de medidas de interesse;
[3] Ordene as medidas;
[4] Calcule a matriz Jacobiana  $\bar{H}$ ;
[5] repita
[6]   Calcule a matriz de Gram:  $\bar{A} \leftarrow \bar{H}\bar{H}^T$ ;
[7]   Inicie a fatoração da matriz de Gram;
[8]   para  $i \leftarrow 1$  até  $m - 1$  faça
[9]     se  $\bar{A}_{ii}^\Delta \neq 0$  então
[10]       para  $j \leftarrow 1$  até  $m - 1$  faça
[11]         Zere a  $j$ -ésima coluna desde a  $(i + 1)$ -ésima até a  $m$ -ésima linha;
[12]       fim
[12]        $m_{nr} \leftarrow m_{nr} + 1$ ;
[13]       se  $m_{nr} = n$  então
[14]          $obs \leftarrow 1$ ;
[15]         break;
[15]       fim
[16]     senão
[16]       Descarte a medida;
[16]     fim
[16]   fim
[17]   se  $m_{nr} < n$  então
[18]     Selecione a pseudomedida candidata;
[19]     Adicione a pseudomedida na matriz Jacobiana  $\bar{H}$ ;
[20]      $obs \leftarrow 0$ ;
[20]   fim
até  $obs = 1$ ;

```

2.8 Erros Grosseiros

Uma das principais características da estimação de estado é a capacidade de filtrar erros aleatórios presentes nas medições. Tais erros são inerentes ao processo de medição e existem devido à exatidão limitada dos medidores e ruídos na comunicação. Se o conjunto de medições possui redundância suficiente, estes erros de baixa amplitude, considerados de distribuição gaussiana, são filtrados pelo EE baseado no WLS, que fornecerá uma estimação de qualidade (supondo que estes sejam os únicos tipos de erros presentes nas medições) (ABUR; EXPOSITO, 2004). Entretanto, o estimador baseado em WLS falha na presença de um ou mais erros grosseiros. Diz-se que uma medida é portadora de EG quando ela apresenta um grau de imprecisão muito maior do que foi suposto no modelo de medição (SCHWEPPE; WILDES, 1970). Erros deste tipo podem ocorrer devido a

medidores mal calibrados, saturados, ou com conexões malfeitas, falhas na comunicação ou ainda ruídos causados por interferências inesperadas (ABUR; EXPOSITO, 2004). Erros na topologia ou nos parâmetros do sistema também podem ser interpretadas como EG, entretanto tais situações possuem um tratamento mais complexo e não serão abordadas neste trabalho.

Na tentativa de superar esta limitação, os EE utilizam técnicas de pré e pós-processamento na tentativa de detectar e identificar EG. EG pré-processados são aqueles considerados óbvios, tais como magnitudes de tensão negativa, medições com valores muito discrepantes em relação ao valor esperado, ou diferenças grandes entre correntes que entram e saem de um nó de conexão (ABUR; EXPOSITO, 2004). Já para EG considerados não óbvios, a detecção e identificação ocorre após o processo de estimação ser realizado. Os métodos mais utilizados neste pós-processamento baseiam-se na análise estatística dos resíduos das medidas. Isto porque os resíduos fornecem informações úteis sobre eventuais violações das suposições feitas em relação ao modelo de medição.

2.8.1 Tipos de Erros Grosseiros

Dependendo do tipo, localização e número de medidores que apresentam erros, os EG podem ser classificados como:

- EG simples: somente uma medida no sistema inteiro apresenta EG.
- EG múltiplos: mais de uma medida do sistema apresenta EG. Os EG múltiplos podem ser subdivididos em duas categorias. São elas:
 - ◆ Não-interativos: ocorre quando o resíduo das medidas com EG possuem uma fraca interação com os resíduos das demais medidas. Ou seja, a presença de EG em uma medida afeta pouco o valor do resíduo das demais medidas do sistema.
 - ◆ Interativo: ocorre quando o resíduo das medidas com EG apresentam uma forte interação com os resíduos das demais medidas, geralmente em sua vizinhança. Ou seja, a presença de EG em uma medida influencia muito o resíduo das demais medidas do sistema. Os EG Múltiplos Interativos podem, ainda, ser classificados como:
 - ✧ Não-conformativos: Trata-se da situação em que o efeito do EG não é mascarado no resíduo das medidas. Isto significa que as medidas com EG irão apresentar os maiores resíduos normalizados do sistema.
 - ✧ Conformativos: Ocorre quando o efeito do EG é mascarado no resíduo das medidas. Assim, as medidas com EG irão apresentar baixos valores de resíduos normalizados, e medidas de qualidade podem ser falsamente identificadas como portadoras de EG.

2.8.2 Covariância dos Resíduos

A análise de erros pode ser realizada baseada na sensibilidade dos resíduos em relação ao erro nas medidas. Seja o modelo de medição linearizado:

$$\Delta \bar{z} = \bar{H} \Delta \bar{x} + \bar{e} \quad (2.35)$$

O EE WLS do vetor de estado linearizado será dado por:

$$\Delta \hat{\bar{x}} = \bar{G}^{-1} \bar{H}^T \bar{W} \Delta \bar{z} \quad (2.36)$$

E o valor estimado para $\Delta \bar{z}$:

$$\Delta \hat{\bar{z}} = \bar{H} \Delta \hat{\bar{x}} \quad (2.37)$$

Substituindo (2.36) em (2.37):

$$\Delta \hat{\bar{z}} = \bar{H} \bar{G}^{-1} \bar{H}^T \bar{W} \Delta \bar{z} = \bar{K} \Delta \bar{z} \quad (2.38)$$

A matriz \bar{K} é comumente chamada de matriz chapéu, por “colocar o chapéu” em $\Delta \bar{z}$. A matriz chapéu fornece uma ideia do nível de redundância local ao redor de um dado medidor. A análise é feita através das linhas da matriz \bar{K} . Se o valor diagonal principal em relação aos demais elementos da linha é grande, significa que o valor estimado correspondente aquela medida é determinado essencialmente por aquela medida. Neste caso, a redundância local é fraca.

A matriz \bar{K} possui as seguintes propriedades:

1. $\bar{K} \cdot \bar{H} = \bar{H}$, pois $\bar{H} \bar{G}^{-1} \underbrace{\bar{H}^T \bar{W}}_{\bar{G}} \cdot \bar{H} = \bar{H}$;
2. $(\bar{M}_{ident} - \bar{K}) \cdot \bar{H} = 0$, por consequência da propriedade anterior, onde \bar{M}_{ident} representa a matriz identidade.

O resíduo das medidas pode ser expresso como:

$$\Delta \hat{\bar{r}} = \Delta \bar{z} - \Delta \hat{\bar{z}} \quad (2.39)$$

Substituindo (2.37) em (2.39):

$$\Delta \hat{\bar{r}} = \Delta \bar{z} - \bar{K} \Delta \bar{z} = (\bar{I} - \bar{K}) \Delta \bar{z} = (\bar{I} - \bar{K})(\bar{H} \Delta \bar{x} + \bar{e}) \quad (2.40)$$

A partir da Propriedade 2 da matriz \bar{K} , a equação (2.40) pode ser reescrita como:

$$\Delta\hat{r} = (\bar{I} - \bar{K})\bar{e} = \bar{S}\bar{e} \quad (2.41)$$

A matriz \bar{S} representa a sensibilidade dos resíduos em relação ao erro das medidas. Por esta razão, é chamada de matriz de sensibilidade dos resíduos. Esta matriz apresenta as seguintes propriedades (ABUR; EXPOSITO, 2004):

1. A matriz não é simétrica, salvo no caso em que a covariância de todos os erros é igual.
2. $\bar{S} \cdot \bar{W}^{-1} \cdot \bar{S} = \bar{S} \cdot \bar{W}^{-1}$

A covariância de $\Delta\bar{r}$, $Cov(\Delta\bar{r})$, chamada na literatura de matriz $\bar{\Omega}$ (ABUR; EXPOSITO, 2004), é dada por:

$$\bar{\Omega} = Cov(\Delta\bar{r}) = Cov(\bar{S}\bar{e}) = \bar{S}Cov(\bar{e})\bar{S}^T \quad (2.42)$$

Sabe-se que $Cov(\bar{e}) = \bar{R} = \bar{W}^{-1}$. Portanto, (2.42) se torna:

$$\bar{\Omega} = \bar{S}\bar{W}^{-1}\bar{S}^T \quad (2.43)$$

Finalmente, a partir da Propriedade 2 da matriz de sensibilidade:

$$\bar{\Omega} = \bar{S}\bar{W}^{-1} \quad (2.44)$$

Portanto:

$$r \sim N(0, \Omega) \quad (2.45)$$

A matriz Ω é real e simétrica. Para a detecção e identificação de EG, interessam apenas os elementos da diagonal principal de Ω , que são utilizados para o cálculo dos resíduos normalizados. Os demais elementos de Ω podem ser utilizados para identificar o nível de interação entre as medidas.

2.8.3 Classificação de Medidas

O conjunto das medidas utilizadas no processo de EESEP irá influenciar a estimação não só de acordo com o valor das medidas, mas também de acordo com a localização das medidas (ABUR; EXPOSITO, 2004). Sendo assim, as medidas podem ser classificadas da seguinte maneira (CLEMENTS; DAVIS, 1986):

- Medida Crítica (MC): medida que, se retirada do conjunto de medidas, torna o sistema não observável.
- Conjunto Crítico de Medidas (CCM): conjunto de medidas não críticas em que a eliminação de uma medida qualquer a ele pertencente torna as demais medidas críticas.

Para medidas críticas, são válidos os seguintes teoremas, cuja prova pode ser encontrada em Clements, Krumpholz e Davis (1981):

- Teorema 1: A linha da Jacobiana $\bar{H}(\bar{x})$ correspondente a uma medida crítica é linearmente independente (LI) das demais linhas de $\bar{H}(\bar{x})$.
- Teorema 2: O resíduo de uma medida crítica é nulo.
- Teorema 3: A linha e a coluna da matriz de sensibilidade dos resíduos S correspondente à medida crítica são nulas.

A partir de uma análise dos teoremas supracitados, é possível concluir que EG presentes em MC não podem ser detectados, pois um erro neste tipo de medida não exerce influência no valor do seu resíduo nem no resíduo das demais medidas (KORRES; CONTAXIS, 1991b). No caso da presença de CCM, as medidas pertencentes a este tipo de conjunto possuem resíduos normalizados iguais. Neste caso, EG podem ser detectados, porém não identificados (CLEMENTS; DAVIS, 1986) (LONDON; BRETAS; ALBERTO, 2005).

Portanto, para que seja possível a detecção e identificação de EG, o conjunto de medidas deve ser tal que, além de garantir a observabilidade do sistema, garanta a ausência de medidas críticas e conjuntos críticos de medidas. Diversos métodos foram propostos na literatura para a identificação de CM e CCM, tais como os encontrados em Bretas et al. (2005), Costa, Piazza e Mandel (1990), Clements, Krumpholz e Davis (1981), London, Alberto e Bretas (2007), Korres e Contaxis (1991a) e Korres e Contaxis (1991b).

2.8.4 Detecção e Identificação de Erros Grosseiros

A detecção de EG se refere a determinar se o conjunto de medidas contém ou não medidas portadoras de EG. Já a identificação é o processo de determinar qual a medida específica portadora de EG (HANDSCHIN et al., 1975).

Existem diversos métodos propostos para tratar do problema de detecção e identificação de EG. Neste trabalho, será abordado o método que realiza a detecção e identificação através da análise dos resíduos normalizados das medidas. O teste do máximo resíduo normalizado é tido como o de melhor precisão dentre os métodos existentes para

detecção e identificação de EG no EE WLS (MONTICELLI; GARCIA, 1983). O valor do resíduo normalizado correspondente a uma medida i pode ser obtido da seguinte maneira:

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}} \quad (2.46)$$

Desta maneira os resíduos das medidas, que possuem uma variância qualquer, passam a ser representados todos em uma mesma base, de média zero e variância unitária. Isto é:

$$r_i^N \sim N(0, 1) \quad (2.47)$$

Diferentes tipos de medidas possuem, em geral, variâncias também distintas. Deste modo um valor de resíduo discrepante para uma medida pode ser perfeitamente aceitável para outra. Dito isto, a necessidade de normalizar os resíduos das medidas torna-se evidente. A normalização dos resíduos coloca-os todos os resíduos em uma mesma base, permitindo assim uma comparação justa de seus valores absolutos.

O maior entre todos os elementos de r^N , isto é, r_{max}^N , é comparado com um limite estatístico para decidir sobre a existência de EG. Este limite é escolhido com base no nível de sensibilidade de detecção desejado. Neste trabalho, adotou-se o limite de 3 desvios padrão da medida, que corresponde ao valor usual encontrado na literatura. Caso seja detectada a presença de alguma medida com EG, a medida correspondente ao maior resíduo normalizado é, muito provavelmente, a medida portadora de EG.

O desempenho do teste do r_{max}^N varia de acordo com o tipo de EG (ABUR; EXPOSITO, 2004), tal como descrito abaixo:

- EG simples: na presença de um EG simples, o teste do r_{max}^N irá apontar corretamente a medida portadora de EG;
- EG múltiplos não-interativos: neste caso, o teste do r_{max}^N consegue identificar corretamente as medidas portadoras de EG (uma medida por vez);
- EG múltiplos interativos não-conformativos: contanto que a interação entre os erros não seja mascarada nas medidas portadoras de EG, o teste do r_{max}^N permite identificar a medida portadora de EG.
- EG múltiplos interativos conformativos: neste caso, o teste do r_{max}^N pode falhar na identificação de EG.

Uma vez identificada uma medida portadora de EG, várias ações podem ser consideradas. Monticelli e Garcia (1983) propôs o método do \hat{b} , que consiste em eliminar

apenas o efeito da medida portadora de EG, sem eliminá-la do conjunto de medições. Para isto, basta encontrar um novo valor para z_{EG} tal que, reestimando o estado, o novo resíduo correspondente a essa medida seja nulo. Merrill e Schweppe (1971) aborda o uso de um estimador baseado em uma função de custo tal que a ponderação dada a uma determinada medida diminui conforme seu resíduo aumenta. Neste trabalho optou-se pelo procedimento usual, que consiste em eliminar a medida portadora de EG do conjunto de medições e reestimar o estado do sistema (HANDSCHIN et al., 1975).

2.9 Considerações Finais

Neste capítulo, foram tratados os conceitos estatísticos básicos necessários à compreensão da formulação do estimador de estado. A solução utilizada para o EESEP foi a do WLS. Para evitar problemas de estabilidade numérica, medidas virtuais foram tratadas como restrições de igualdade no problema. Por fim, os métodos de análise e restauração de observabilidade foram expostos, tal como os de detecção e identificação de medidas portadoras de EG. As informações presentes neste capítulo servem de subsídio para a compreensão das informações expostas no Capítulo 3, que tratam das modificações realizadas no estimador de estado de modo a atender as necessidades dos sistemas de distribuição.

3 Estimação de Estado aplicada à Sistemas de Distribuição

3.1 Introdução

Historicamente, o desenvolvimento e operação dos componentes de geração e transmissão representaram um desafio aos engenheiros e pesquisadores. Conforme a dimensão das usinas foi crescendo, tal com as linhas de transmissão passaram a percorrer caminhos mais longos, formando grandes redes interconectadas, a operação destas redes necessitou do desenvolvimento de novas técnicas de análise e operação. Por outro lado, os sistemas de distribuição continuaram entregando energia aos usuários com uma análise mínima ou até mesmo sem uma análise da rede. Isto foi possível pois os sistemas de distribuição são normalmente sobredimensionados (KERSTING, 2001a). Entretanto, os tempos mudaram e tornou-se necessário o desenvolvimento de métodos que permitam a utilização destas redes explorando o máximo de sua capacidade (KERSTING, 2001a). A difusão dos geradores distribuídos, carros elétricos, dispositivos de armazenamento de energia e a desregulamentação dos sistemas de energia podem ser citadas como grandes mudanças que vem afetando os sistemas de distribuição (HAYES; PRODANOVIC, 2014). A perspectiva do futuro das redes de distribuição migrarem para as redes inteligentes (*smart grids*) também torna evidente a necessidade de se aprimorar o monitoramento e controle desses sistemas (PAU; PEGORARO; SULIS, 2012), passando a operar a rede de maneira mais ativa. Sendo assim, há um grande esforço sendo realizado de modo a suprir a nova realidade de operação destes sistemas. Modelos precisos dos componentes envolvidos nos sistemas de distribuição devem ser obtidos, para que então técnicas de análise em regime permanente possam ser desenvolvidas.

Os métodos tradicionais de controle estático do sistema não serão mais aceitáveis nesta nova realidade. O novo cenário dos sistemas de distribuição exige um maior conhecimento do ponto de operação da rede em tempo real, de maneira confiável e com uma taxa de atualização adequada (PAU; PEGORARO; SULIS, 2013).

Na operação convencional dos sistemas de distribuição, o número de informações disponíveis em tempo real é muito baixo para que um monitoramento completo do sistema possa ser realizado. Isto porque, diferente dos sistemas de transmissão, as redes de distribuição apresentam um número baixo de medidores instalados na rede (BARAN; KELLEY, 1995). Normalmente estão disponíveis apenas medições de tensão e potência na subestação (BARAN; KELLEY, 1994).

Devido a natureza dos sistemas de distribuição, os métodos convencionais utiliza-

dos em sistemas de transmissão para a análise de fluxo de potência tornam-se inadequados, pois têm sua convergência degradada para sistemas radiais (KERSTING, 2001a). Além disso, por assumirem tratar de um sistema equilibrado, os métodos tradicionais adotam uma representação monofásica equivalente do sistema. Devido a natureza trifásica desbalanceada dos sistemas de distribuição, tal representação torna-se inadequada. As linhas de distribuição são, ainda, muito curtas, sem transposição, e com uma alta relação r/x , fato que traz consigo problemas de mau condicionamento de matrizes (TENG, 2002). Em aplicações tradicionais de fluxo de potência, isto frequentemente torna o tradicional método desacoplado rápido (MONTICELLI, 1983) menos eficiente, ou mesmo o leva à não convergência.

As alternativas encontradas para a modernização dos sistemas de distribuição buscam atingir a melhor relação custo/benefício, razão pela qual o número de novos medidores instalados na rede pode ser limitado (WANG; SCHULZ, 2004). O avanço das tecnologias nas áreas de comunicação e computação trouxe consigo uma redução nos preços dos componentes eletrônicos. Com isso, a implementação de sistemas SCADA, tal como a instalação de medidores inteligentes, tornou-se mais viável (WANG; SCHULZ, 2004). Assim, uma maior quantidade de dados pode ser utilizada na análise dos sistemas de distribuição.

Dentro deste contexto, o estimador de estado se apresenta como uma solução para se determinar, em tempo real, o estado que melhor representa o valor “verdadeiro” de um conjunto limitado de medidas (BARAN; KELLEY, 1994). Entretanto, o EE clássico deve ser repensado para atender aos requisitos específicos dos sistemas de distribuição. Por conta da quantidade limitada de medições em tempo real nos sistemas de distribuição, o EE normalmente não possui dados suficientes para ser executado. Sendo assim, torna-se necessário recorrer ao uso de pseudomedidas obtidas a partir de dados históricos de demanda e de previsões de carga (WANG; SCHULZ, 2004). Com o aumento da presença de medidores inteligentes, os dados das cargas podem ser previstos com uma maior fidelidade, ou até mesmo utilizados em tempo real, quando disponíveis.

O método clássico baseado em tensão como variável de estado pode ser estendido para uma análise trifásica e ser então utilizado como Estimador de Estado para Sistemas de Distribuição (EESD). Entretanto, o acoplamento magnético entre as fases faz com que a dimensão da matriz Ganho (\bar{G}) aumente ao mesmo tempo que sua esparsidade diminui. Assim, a complexidade computacional e os requisitos de memória são maiores quando comparados aos métodos monofásicos aplicados em sistemas de transmissão. O método trifásico baseado nas tensões tem como vantagem a capacidade de lidar com redes de diferentes topologias, tanto radial quanto malhada. Entretanto, na prática os alimentadores são predominantemente radiais, salvo alguns casos em que algumas malhas são formadas por meio do fechamento de chaves normalmente abertas (NA) (BARAN; KELLEY, 1995). Sendo assim, o Estimador de Estado baseado nas Correntes dos Ramos

(EEC) como variáveis de estado foi desenvolvido para atender aos sistemas de distribuição e suas características típicas (PAU; PEGORARO; SULIS, 2013).

Os trabalhos encontrados na literatura a respeito do EEC realizam simplificações na topologia da rede, eliminando transformadores e mantendo apenas barras e linhas. A principal contribuição deste trabalho de mestrado foi o desenvolvimento de uma metodologia para lidar com a presença de transformadores no EEC. A metodologia foi desenvolvida de modo a contemplar as conexões mais comuns entre os enrolamentos dos transformadores, são elas $Y_g Y_g$, $Y_g \Delta$, ΔY_g , e $\Delta \Delta$. Dependendo da combinação da localização e tipo de medida, localização e tipo de conexão do transformador e topologia do sistema, o modelo matemático pode tornar-se acoplado entre fases. Neste trabalho, soluções foram propostas de modo contornar a condição de acoplamento sempre que possível.

3.2 Fluxo de Potência em Sistemas de Distribuição

O cálculo do fluxo de potência faz parte das etapas preliminares à execução do algoritmo de EEC. Diferente dos valores iniciais de tensão, usualmente de 1 pu em todas as barras, não há um valor padrão de corrente a ser adotado como condição inicial do EEC. Sendo assim, para obter os valores iniciais das correntes torna-se necessária a execução de uma iteração do algoritmo de fluxo de potência para sistemas radiais, no caso o algoritmo de varredura direta-inversa (VDI), que segue exposto na Seção 3.2.1. No caso da presença de malhas no sistema, não há qualquer menção nos trabalhos publicados sobre o EEC a respeito de como obter as condições iniciais. Neste trabalho, foi proposto recorrer à conversão do sistema malhado para um sistema radial equivalente segundo os métodos de Shirmohammadi et al. (1988) e Luo e Semlyen (1990), expostos com detalhes na Seção 3.2.2

3.2.1 Varredura Direta-Inversa

Em sistemas de distribuição as técnicas tradicionais de cálculo do fluxo de potência, aplicadas na transmissão, apresentam uma característica de convergência ruim devido ao mau condicionamento de matrizes (THUKARAM; BANDA; JEROME, 1999). Isto devido às características já citadas dos SD, tal como a representação trifásica, operação radial, cargas desbalanceadas, linhas curtas e sem transposição e alta relação r/x . Portanto, técnicas iterativas foram desenvolvidas para tratar dos sistemas de distribuição.

O método de VDI é largamente utilizado para resolver problemas de fluxo de potência para sistemas de distribuição. Isto devido ao seu baixo esforço computacional e uso de memória, e às suas características robustas de convergência (MASHHOUR; MOGHADDAS-TAFRESHI, 2009). É explorada a estrutura radial da rede de distribuição, que faz com que haja um único caminho para a energia fluir desde a subestação

até uma barra qualquer do sistema. O método é baseado na atualização das tensões e correntes ao longo destes caminhos únicos.

Existem três diferentes maneiras de se aplicar o método de VDI: a soma de impedâncias, a soma de potências, e a soma de correntes. Este último é o mais amplamente utilizado na literatura (MASHHOUR; MOGHADDAS-TAFRESHI, 2009), e portanto será o método abordado neste trabalho. Em relação às cargas, será considerado o modelo de potência constante, que faz com que a resolução do sistema se torne não linear.

O método é chamado de varredura direta-inversa pois apresenta duas etapas no processo de resolução do fluxo de potência da rede. O processo se inicia com a varredura inversa, que consiste primeiramente em calcular as correntes injetadas em todas as barras do sistema a partir de dados de potência das cargas e da tensão nodal, ou seja:

$$\mathbf{J}_i = \left(\frac{\mathbf{S}_i}{\mathbf{V}_i} \right)^* \quad (3.1)$$

Em que \mathbf{V}_i representa a tensão, \mathbf{S}_i a potência injetada e \mathbf{J}_i a corrente injetada na barra i . Na primeira iteração, considera-se que a tensão em todas as barras do sistema são iguais à tensão na subestação, previamente conhecida. Em seguida, sejam i e j representando as barras ligadas a um ramo da rede, calculam-se as correntes em cada linha de distribuição (\mathbf{I}_{ij}). O cálculo é feito a partir da soma das correntes injetadas nas barras conectadas a jusante do ramo correspondente, partindo das extremidades da rede e seguindo até a subestação. Seja Λ_i um conjunto que contém todas as barras a jusante de uma dada barra i :

$$\mathbf{I}_{ij} = \sum_{l \in \Lambda_i} \mathbf{J}_l \quad (3.2)$$

A segunda etapa é a varredura direta, que consiste em calcular as tensões nodais a partir das correntes nos ramos obtidas na etapa anterior, da impedância das linhas e do valor da tensão na subestação. Partindo do nó da subestação, calcula-se a tensão na barra imediatamente a jusante sucessivamente, seguindo em direção às barras terminais dos alimentadores. Este processo pode ser representado como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_j^a \\ \mathbf{V}_j^b \\ \mathbf{V}_j^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_i^a \\ \mathbf{V}_i^b \\ \mathbf{V}_i^c \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{ij}^{aa} & \mathbf{Z}_{ij}^{ab} & \mathbf{Z}_{ij}^{ac} \\ \mathbf{Z}_{ij}^{ba} & \mathbf{Z}_{ij}^{bb} & \mathbf{Z}_{ij}^{bc} \\ \mathbf{Z}_{ij}^{ca} & \mathbf{Z}_{ij}^{cb} & \mathbf{Z}_{ij}^{cc} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{Z}}_{ij}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{ij}^a \\ \mathbf{I}_{ij}^b \\ \mathbf{I}_{ij}^c \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Em que \mathbf{V}_j representa a tensão na barra imediatamente a jusante de \mathbf{V}_i , começando pela subestação e percorrendo toda a topologia do sistema, e $\bar{\mathbf{Z}}_{ij}$ representa a

matriz de impedâncias entre as barras i e j , que leva em conta o acoplamento magnético entre as fases.

As etapas de varredura direta e inversa são repetidas até que um critério de convergência seja satisfeito. Há várias opções possíveis para este critério, como diferenças entre tensões ou correntes da iteração atual em relação a anterior, ou a diferença entre os dados de potência das cargas e a potência injetada calculada a partir das tensões e correntes da iteração atual. Neste trabalho, foi escolhido o critério da diferença de tensão entre duas iterações. Os passos da VDI seguem expostos no Algoritmo 3.

Algoritmo 3: Varredura Direta-Inversa.

- [1] Inicialize o contador de iterações: $k \leftarrow 0$;
 [2] Inicialize a tensão em todas as barras igual a tensão na subestação: $V_i^k \leftarrow V_0$;
repita
 [3] Incremente o contador de iterações: $k \leftarrow k + 1$;
 [4] Calcule as correntes injetadas: $J_i^k \leftarrow S_i^k / V_i^{k-1}$;
 [5] Calcule as correntes nos ramos: $I_{ij} \leftarrow \sum_{l \in \Lambda_i} J_l$;
 [6] Calcule as tensões em todas as barras do sistema, partindo da subestação:
- $$\begin{bmatrix} V_j^a \\ V_j^b \\ V_j^c \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} V_i^a \\ V_i^b \\ V_i^c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{ij}^{aa} & Z_{ij}^{ab} & Z_{ij}^{ac} \\ Z_{ij}^{ba} & Z_{ij}^{bb} & Z_{ij}^{bc} \\ Z_{ij}^{ca} & Z_{ij}^{cb} & Z_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij}^a \\ I_{ij}^b \\ I_{ij}^c \end{bmatrix};$$
- até** $\max(|V^k - V^{k-1}|) < \varepsilon$;
-

3.2.2 Varredura Direta-Inversa em Sistemas Fracamente Malhados

Embora o método da varredura direta-inversa se mostre robusto, ele só é capaz de lidar com sistemas radiais. Entretanto, alguns sistemas de distribuição que atendem regiões com uma alta densidade de carga podem operar levemente malhados por meio do fechamento de chaves NA (BARAN; KELLEY, 1995).

O trabalho de Shirmohammadi et al. (1988) propôs uma modificação no algoritmo tradicional de VDI de modo a possibilitar o uso do método mesmo em casos em que hajam algumas malhas fechadas no sistema. Posteriormente, Luo e Semlyen (1990) apresentaram uma melhoria no algoritmo de Shirmohammadi et al. (1988). Este método melhorado será exposto a seguir, e será chamado de método da varredura direta-inversa para sistemas fracamente malhados (VDI-M).

Na VDI-M, realiza-se uma quebra nos pontos interconectados da rede malhada de modo a convertê-la em um sistema radial equivalente. Cada ponto de quebra (*breakpoint*) corresponde a uma malha do sistema, e quebra a barra escolhida em duas: a barra original B e uma barra artificial B' . Ou seja, cada *breakpoint* é formado por duas barras, tal como ilustrado na Figura 1. A barra correspondente ao ponto de quebra é escolhida utilizando a técnica de numeração de ramos e busca de *breakpoint* presente em Shirmohammadi et al. (1988).

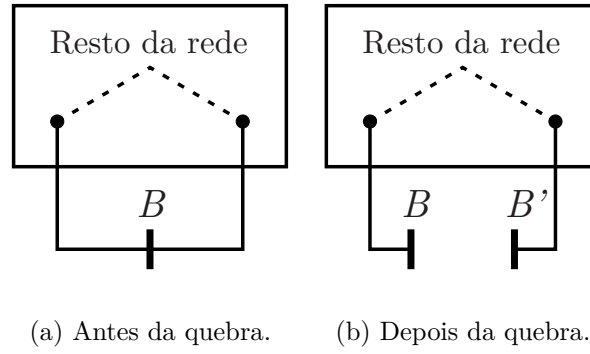


Figura 1: Pontos de quebra.

Fonte: Adaptado de Luo e Semlyen (1990).

O sistema radial resultante pode ser, então, resolvido normalmente através da VDI. Para compensar a quebra do sistema, injeções de potência são adicionadas aos *breakpoints* de modo a refletir a potência que circula na malha original. As injeções de potência são ajustadas a cada iteração, e são consideradas adequadas quando a tensão em ambos os lados de um *breakpoint* são iguais (em termos práticos, isto ocorre quando a diferença entre elas (*mismatch*) for menor do que uma tolerância ε).

A matriz de sensibilidade é definida como a matriz \bar{M} na equação:

$$\bar{M} \Delta \bar{S} = \Delta \bar{V} \quad (3.4)$$

Em que $\Delta \bar{V}$ representa o *mismatch* de tensão nos *breakpoints*, separadas em suas coordenadas polares, e $\Delta \bar{S}$ representa a correção na injeção de potência (ativa e reativa) nos *breakpoints*. A matriz \bar{M} representa a sensibilidade $\Delta \bar{V}$ em relação a $\Delta \bar{S}$, ou seja, a maneira como $\Delta \bar{V}$ muda dependendo do valor de $\Delta \bar{S}$.

A matriz de impedância dos *breakpoints* se mostrou eficaz quando utilizada como matriz de sensibilidade (SHIRMOHAMMADI et al., 1988), sendo assim será a matriz utilizada neste trabalho. Seja $i = 1, 2, \dots, N_{break}$ o conjunto dos *breakpoints* presentes no sistema, onde N_{break} representa o número total de *breakpoints*, a matriz de impedância equivalente de Thevenin pode ser obtida segundo a metodologia exposta no Algoritmo 4.

O equivalente de Thevenin da matriz de impedância vista por um par de *breakpoints* é definida como:

$$\bar{Z}^{th} \bar{I} = \bar{V} \quad (3.5)$$

Onde \bar{V} e \bar{I} são os vetores de tensão e corrente dos *breakpoints*, respectivamente. Tal representação pode ser estendida para quantidades incrementais, tal como:

$$\bar{Z}^{th} \Delta \bar{I} = \Delta \bar{V} \quad (3.6)$$

Algoritmo 4: Matriz de Impedância Equivalente de Thevenin.

-
- [1] Desconsidere quaisquer cargas ou elementos *shunt* conectados no sistema;
- [2] Inicialize $i \leftarrow 1$;
- enquanto** $i \leq N_{break}$ **faça**
- [3] Inicialize as tensões como nulas em todas as barras do sistema;
- [4] Inclua a injeção de potência de 1 pu na barra i , e -1 pu na barra i' ;
- [5] Encontre o estado do sistema através do método de VDI (Algoritmo 3);
- [6] Obtenha o elemento da diagonal principal da i -ésima linha de $\bar{\mathbf{Z}}^{th}$: $\mathbf{Z}_{ii}^{th} \leftarrow \mathbf{V}_i - \mathbf{V}_{i'}$;
- [7] Obtenha os demais elementos da i -ésima linha de $\bar{\mathbf{Z}}^{th}$: $\mathbf{Z}_{ij}^{th} \leftarrow \mathbf{V}_j - \mathbf{V}_{j'}$, onde j representa os *breakpoints* diferentes de i ;
- [8] Incremente $i \leftarrow i + 1$;
- fim**
-

Para obter a matriz de sensibilidade, desconsidera-se quaisquer cargas ou elementos *shunt* conectados nos *breakpoints*, e considera-se que todas as tensões assumem valores próximos a 1 pu. Assim, a seguinte relação pode ser considerada:

$$\Delta \bar{\mathbf{I}} = \Delta \bar{\mathbf{S}}^* \quad (3.7)$$

Substituindo (3.7) em (3.6):

$$\bar{\mathbf{Z}}^{th} \Delta \bar{\mathbf{S}}^* = \Delta \bar{\mathbf{V}} \quad (3.8)$$

Expressando os elementos $\bar{\mathbf{Z}}^{th}$ e $\Delta \bar{\mathbf{S}}^*$ de (3.8) em suas coordenadas retangulares:

$$\bar{\mathbf{Z}}^{th} = \bar{R}^{th} + j\bar{X}^{th} \quad (3.9)$$

$$\Delta \bar{\mathbf{S}}^* = \Delta \bar{P} - j\Delta \bar{Q} \quad (3.10)$$

E $\Delta \bar{\mathbf{V}}$ em suas coordenadas polares:

$$\Delta \bar{\mathbf{V}} = \Delta \bar{V} + j\Delta \bar{\delta}_V \quad (3.11)$$

A expressão dada em (3.8) pode ser reescrita como:

$$\bar{R}^{th} \Delta \bar{P} + \bar{X}^{th} \Delta \bar{Q} = \Delta \bar{V} \quad (3.12)$$

$$\bar{X}^{th} \Delta \bar{P} - \bar{R}^{th} \Delta \bar{Q} = \Delta \bar{\delta}_V \quad (3.13)$$

Ou, na forma matricial:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \bar{X}^{th} & \bar{R}^{th} \\ -\bar{R}^{th} & \bar{X}^{th} \end{bmatrix}}_{\bar{M}} \begin{bmatrix} \Delta \bar{Q} \\ \Delta \bar{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \bar{V} \\ \Delta \delta_V \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Calculada a matriz de sensibilidade, pode-se proceder ao cálculo do fluxo de potência para um sistema de distribuição levemente malhado utilizando o método de VDI-M, apresentado no Algoritmo 5. A matriz de sensibilidade \bar{M} , dada em (3.14), permanece constante durante todo o processo iterativo.

Algoritmo 5: Varredura Direta-Inversa para Sistemas Fracamente Malhados.

- [1] Identifique a presença de malhas no sistema;
 - [2] Defina um *breakpoint* para cada malha encontrada;
 - [3] Separe as barras pertencentes aos *breakpoints* em barra original B e barra artificial B' ;
 - [4] Calcule a matriz de impedância equivalente de Thevenin \bar{Z}^{th} (Algoritmo 4);
 - [5] Calcule a matriz de sensibilidade: $\bar{M} \leftarrow \begin{bmatrix} \bar{X}^{th} & \bar{R}^{th} \\ -\bar{R}^{th} & \bar{X}^{th} \end{bmatrix}$;
 - [6] Inicialize a injeção de potência em todos os *breakpoints* como nula;
 - repita**
 - [7] | Execute o método VDI (Algoritmo 3);
 - [8] | Calcule os *mismatches* de tensão nos *breakpoints*: $\Delta V \leftarrow V_B - V_{B'}$ e $\Delta \delta \leftarrow \delta_B - \delta_{B'}$;
 - [9] | Resolva para $\Delta \bar{S}$: $\bar{M} \Delta \bar{S} = \Delta \bar{V}$;
 - [10] | Corrija as potências injetadas nos *breakpoints*: $S_B \leftarrow S_B + \Delta S$ e $S_{B'} \leftarrow S_{B'} - \Delta S$;
 - até** $\Delta V < \varepsilon_V$ e $\Delta \delta < \varepsilon_\delta$;
-

Os testes realizados pelos autores Shirmohammadi et al. (1988) e Luo e Semlyen (1990) mostraram que o método de VDI-M proposto se apresenta mais eficiente do que o método tradicional de Newton-Raphson para tratar de sistemas de distribuição fracamente malhados, e converge para a mesma solução. Entretanto, tal eficiência diminui conforme o número de *breakpoints* aumenta. Por esse motivo é que se recomenda a aplicação do método para redes com poucas malhas.

3.3 Conceitos Iniciais do Estimador de Estado baseado nas Correntes dos Ramos

O estimador de estado baseado nas correntes, apresentado pela primeira vez por Baran e Kelley (1995), foi desenvolvido para tirar vantagem das características específicas dos sistemas de distribuição, e é normalmente mais rápido quando comparado às soluções baseadas em tensão (PAU; PEGORARO; SULIS, 2013; BARAN; KELLEY, 1995; MUSCAS et al., 2015), motivo que justifica a adoção do modelo de correntes neste trabalho. A eficiência do algoritmo se deve, dentro outros motivos, ao tratamento das medidas de

potência como correntes equivalentes, que simplifica o problema, e do desacoplamento do problema em três subproblemas independentes, um para cada fase.

Seja um alimentador trifásico radial, as correntes nos ramos de cada fase podem ser definidas como:

$$\mathbf{I}_{ij,\varphi} = I_{ij,\varphi}^r + jI_{ij,\varphi}^x \quad (3.15)$$

Onde $\mathbf{I}_{ij,\varphi}$ representa a corrente complexa entre duas barras i e j do sistema. O índice $\varphi = a, b, c$ representa as três fases do sistema. O vetor de estado do EEC é construído de maneira desacoplada para cada fase como:

$$\bar{x}_\varphi = \begin{bmatrix} I_{ij,\varphi}^r & I_{ij,\varphi}^x \end{bmatrix}^T \quad (3.16)$$

As correntes nos ramos de uma rede podem ser definidas como variáveis de estado do sistema pois, se seus valores são conhecidos, as tensões em todas as barras do sistema podem ser determinadas por meio da varredura direta dada em (3.3). Os passos gerais do algoritmo do EEC seguem listados abaixo, e serão discutidos com mais detalhes no decorrer do capítulo.

- i. Inicialização das variáveis:** A condição inicial considerada para as correntes tem um grande impacto na velocidade de convergência do algoritmo (WANG; SCHULZ, 2004). Diferente de variáveis de tensão, que usualmente são inicializadas com os valores de 1∠0 pu para todas as barras, as variáveis de corrente não possuem um valor padrão a ser adotado em todos os casos. Sendo assim, para obter as condições iniciais para as correntes, realiza-se uma iteração do método VDI (sistema radial). A inicialização das variáveis para sistemas malhados não é mencionada nos trabalhos relacionados ao EEC. Neste trabalho, optou-se por utilizar o VDI-M. As correntes e tensões obtidas são utilizadas como condições iniciais do algoritmo de EEC.
- ii. Atualização das medidas equivalentes:** Se todas as medições utilizadas fossem de corrente, as funções de medição $\bar{h}(\bar{x})$ seriam lineares, simplificando o processo de estimação. Sendo assim, realiza-se uma conversão das medidas de fluxo e injeção de potência de modo a transformá-las em medições equivalentes de corrente.
- iii. Resolução da equação normal para \bar{x} :** Nesta etapa ocorre a solução de três equações normais, uma para cada fase, de maneira independente entre si.
- iv. Atualização das tensões por meio da varredura direta:** Cada vez que as variáveis de corrente das três fases são atualizados, atualiza-se também as tensões trifásicas por meio de um processo de varredura direta.

- v. Verificar convergência:** Se $\max(|\Delta \bar{x}_\varphi|) < \varepsilon_\varphi$, o processo de estimação é encerrado para a fase φ . Se as três fases atendem ao critério de convergência, o processo de estimação de estado para. Caso contrário, volta ao passo ii e as fases que ainda não convergiram são atualizadas.

3.4 Modelo Barra-Linha

Os trabalhos encontrados na literatura a respeito do EEC consideram a presença de apenas barras e linhas na topologia do sistema, excluindo transformadores da formulação. Nesta seção, será descrito o modelo para lidar com topologias barra-linha. Em seguida, na Seção 3.5, serão discutidas as limitações encontradas ao tentar incluir transformadores no modelo do EEC e as soluções desenvolvidas por este trabalho para lidar com esta situação, que constitui a principal contribuição desta dissertação.

Para utilizar as correntes nos ramos como variáveis de estado, deve-se determinar as funções que relacionam as variáveis \bar{x} às medidas \bar{z} , ou seja, as funções $\bar{h}(\bar{x})$. Se todas as medidas fossem do tipo corrente, as funções de medição se tornariam lineares, o que simplificaria o processo de estimação de estado. Esta observação foi explorada por (BARAN; KELLEY, 1995), que propôs a conversão das medidas de fluxo e injeção de potência em medidas equivalentes de corrente.

3.4.1 Fluxo de Potência

As medidas de fluxo de potência são convertidas em correntes equivalentes a cada iteração utilizando as tensões estimadas. Seja uma medida z_{fluxo} dada por:

$$z_{fluxo} = P_m + jQ_m \quad (3.17)$$

A medida de corrente equivalente z_{Ieq} será obtida da seguinte maneira:

$$z_{Ieq} = I_{m-eq}^r + jI_{m-eq}^x = \left(\frac{z_{fluxo}}{V} \right)^* = \left(\frac{P_m + jQ_m}{V} \right)^* \quad (3.18)$$

Desenvolvendo a equação (3.18) e separando-a em suas partes real e imaginária:

$$I_{m-eq}^r = \frac{P_m V^r + Q_m V^x}{V^r{}^2 + V^x{}^2} \quad (3.19a)$$

$$I_{m-eq}^x = \frac{P_m V^x - Q_m V^r}{V^r{}^2 + V^x{}^2} \quad (3.19b)$$

As funções de medição para estas medidas equivalentes serão dadas por:

$$h_{fluxo,\varphi}^r(x) = I_{ij,\varphi}^r \quad (3.20a)$$

$$h_{fluxo,\varphi}^x(x) = I_{ij,\varphi}^x \quad (3.20b)$$

Consequentemente, as entradas da matriz Jacobiana serão:

$$\bar{H}_{fluxo,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_{ij,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial I_{ij,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^x} \\ \frac{\partial I_{ij,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial I_{ij,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^x} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Onde:

$$\frac{\partial I_{ij,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^r} = \begin{cases} 1, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.22a)$$

$$\frac{\partial I_{ij,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^x} = 0 \quad (3.22b)$$

$$\frac{\partial I_{ij,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^r} = 0 \quad (3.22c)$$

$$\frac{\partial I_{ij,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^x} = \begin{cases} 1, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.22d)$$

Ao calcular uma corrente equivalente a partir de medidas de potência, os pesos utilizados em \bar{W} para estas medidas devem ser revistos. De acordo com a teoria do critério de transferência de erros em medidas indiretas (YANG; ZHANG, 1992), seja y representando a medida equivalente, tem-se que:

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial P_m} \sigma_{P_m} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial Q_m} \sigma_{Q_m} \right)^2 \quad (3.23)$$

Desta maneira, as variâncias das medidas podem ser ajustadas da seguinte maneira:

$$\sigma_{eq}^{r^2} = \left(\frac{V_r}{V_r^2 + V_x^2} \right)^2 \sigma_{P_m}^2 + \left(\frac{V_x}{V_r^2 + V_x^2} \right)^2 \sigma_{Q_m}^2 \quad (3.24a)$$

$$\sigma_{eq}^{x^2} = \left(\frac{V_r}{V_r^2 + V_x^2} \right)^2 \sigma_{P_m}^2 + \left(\frac{V_x}{V_r^2 + V_x^2} \right)^2 \sigma_{Q_m}^2 \quad (3.24b)$$

Tal com considerado no trabalho de Li e Yang (2004), a covariância entre as partes real e imaginária das medidas equivalentes será desprezada.

3.4.2 Injeção de Potência

As medições de injeção de potência são convertidas em correntes equivalentes da mesma maneira que medidas de fluxo de potência através das equações (3.19a) e (3.19b). Entretanto, as funções de medição serão diferentes. A injeção de corrente em uma barra é calculada a partir da aplicação da 1ª Lei De Kirchhoff. Dado um nó j , sua função de medição que representa a corrente injetada na barra será dada por:

$$h_{inj,\varphi}^r(x) = \sum I_{ij,\varphi}^r - \sum I_{ji,\varphi}^r \quad (3.25a)$$

$$h_{inj,\varphi}^x(x) = \sum I_{ij,\varphi}^x - \sum I_{ji,\varphi}^x \quad (3.25b)$$

Ou seja, às correntes que fluem de uma barra qualquer i em direção à barra j é dado o sinal positivo, e às correntes que fluem no sentido contrário, ou seja, da barra j em direção à uma barra qualquer i , é dado o sinal negativo. As entradas da matriz Jacobiana serão dadas por:

$$\bar{H}_{inj,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{inj,\varphi}^r}{\partial I_{pq}^r} & \frac{\partial h_{inj,\varphi}^r}{\partial I_{pq}^x} \\ \frac{\partial h_{inj,\varphi}^x}{\partial I_{pq}^r} & \frac{\partial h_{inj,\varphi}^x}{\partial I_{pq}^x} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Onde:

$$\frac{\partial h_{ij,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^r} = \begin{cases} 1, & \text{se } j = q \\ -1, & \text{se } j = p \\ 0, & \text{outros casos} \end{cases} \quad (3.27a)$$

$$\frac{\partial h_{ij,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^x} = 0 \quad (3.27b)$$

$$\frac{\partial h_{ij,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^r} = 0 \quad (3.27c)$$

$$\frac{\partial h_{ij,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^x} = \begin{cases} 1, & \text{se } j = q \\ -1, & \text{se } j = p \\ 0, & \text{outros casos} \end{cases} \quad (3.27d)$$

As variâncias das medidas de injeção de potência são ajustadas tal como nas equações (3.24a) e (3.24b).

3.4.3 Módulo de Corrente

As medições de módulo de corrente não necessitam de conversão pois já tratam diretamente das variáveis de corrente.

$$z_I = I_m \quad (3.28)$$

Neste tipo de medida, as partes real e imaginária são acopladas. Desta maneira, a medida será relacionada a apenas uma função de medição, dada por (3.29), diferente dos casos anteriores, que possuíam uma parte real e outra imaginária da função.

$$h_{I,\varphi}(x_\varphi) = \sqrt{I_{ij,\varphi}^r{}^2 + I_{ij,\varphi}^x{}^2} \quad (3.29)$$

Na presença de medidas de módulo de corrente, a relação entre a medida e as variáveis de estado é não linear, como evidenciado pela equação (3.29). A matriz Jacobiana neste caso será dada por:

$$\bar{H}_{I,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{I,\varphi}(x_\varphi)}{\partial I_{ij,\varphi}^r} & \frac{\partial h_{I,\varphi}(x_\varphi)}{\partial I_{ij,\varphi}^x} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Onde:

$$\frac{\partial h_{I,\varphi}(x_\varphi)}{\partial I_{pq,\varphi}^r} = \begin{cases} \frac{I_{ij,\varphi}^r}{\sqrt{I_{ij,\varphi}^r{}^2 + I_{ij,\varphi}^x{}^2}}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.31a)$$

$$\frac{\partial h_{I,\varphi}(x_\varphi)}{\partial I_{pq,\varphi}^x} = \begin{cases} \frac{I_{ij,\varphi}^x}{\sqrt{I_{ij,\varphi}^r{}^2 + I_{ij,\varphi}^x{}^2}}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.31b)$$

Pode-se, ainda, reescrever (3.31a) e (3.31b) em função das funções trigonométricas de seno e cosseno:

$$\frac{\partial h_{I,\varphi}(x_\varphi)}{\partial I_{pq,\varphi}^r} = \begin{cases} \cos \delta_{I_{ij,\varphi}}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.32a)$$

$$\frac{\partial h_{I,\varphi}(x_\varphi)}{\partial I_{pq,\varphi}^x} = \begin{cases} \sin \delta_{I_{ij,\varphi}}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.32b)$$

Foi proposto por Lin, Teng e Chen (2001) um tratamento diferente das medidas de corrente no EEC de modo a manter linear a relação entre as funções de medição e as variáveis de estado. Desta forma, os elementos da matriz Jacobiana seriam independentes do ângulo das correntes. A ideia dos autores foi a de calcular uma corrente complexa equivalente a partir do módulo de corrente medido e do ângulo de corrente calculado. Entretanto, segundo testes realizados pelo autor desta dissertação, o método prejudicou a convergência do algoritmo de estimação de estado, deixando-o mais lento. Sendo assim, tal alternativa foi desconsiderada.

A solução adotada para tratar das medidas de corrente acaba com a característica constante da matriz Jacobiana. Entretanto, a matriz é atualizada apenas nas primeiras iterações (usualmente nas 3 primeiras) para garantir a convergência, e depois é mantida constante.

3.4.4 Módulo de Tensão

Na formulação original do EEC (BARAN; KELLEY, 1995), as medidas de módulo de tensão foram descartadas do processo de estimação de estado. Entretanto, ignorar medições pode prejudicar a qualidade da estimação ou até mesmo levar o EEC ao estado de não observabilidade. Sendo assim, a incorporação destas medidas torna-se desejável.

Baran, Jung e McDermott (2009) propuseram um modelo para lidar com as medidas de tensão no modelo do EEC que gera o acoplamento do problema entre as fases. Teng (2002) propôs uma solução para lidar com medidas de tensão mantendo a característica desacoplada por fases do EEC. Entretanto, o método apresentado pelo autor propõe a conversão das medidas de módulo de tensão em tensões complexas equivalentes. Tal conversão torna linear a relação entre a medida e as variáveis de estado. Em contrapartida, a convergência do algoritmo pode ser prejudicada. Para evitar problemas de convergência, neste trabalho foi utilizado o modelo matemático apresentado em Baran e Kelley (1995), isto é, sem conversão das medidas, juntamente com as simplificações propostas por Teng (2002) para que o desacoplamento entre fases seja mantido. Para descrever o modelo matemático adotado, primeiramente define-se um sistema teste de distribuição na Figura 2.

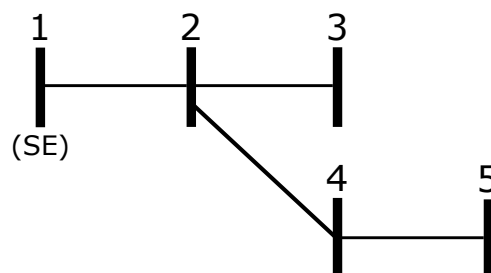


Figura 2: Sistema teste para modelo de medida de tensão.

A análise do sistema teste será feita considerando o alimentador monofásico de modo a facilitar a exposição do método. A análise pode ser facilmente estendida para o caso trifásico. Supondo a tensão na SE conhecida, as tensões das demais barras do sistema podem ser expressas em função das correntes nos ramos e da matriz de impedância das linhas. Para o sistema teste, tem-se que:

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_1 - \mathbf{Z}_{12}\mathbf{I}_{12} \quad (3.33a)$$

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_1 - \mathbf{Z}_{12}\mathbf{I}_{12} - \mathbf{Z}_{23}\mathbf{I}_{23} \quad (3.33b)$$

$$\mathbf{V}_4 = \mathbf{V}_1 - \mathbf{Z}_{12}\mathbf{I}_{12} - \mathbf{Z}_{24}\mathbf{I}_{24} \quad (3.33c)$$

$$\mathbf{V}_5 = \mathbf{V}_1 - \mathbf{Z}_{12}\mathbf{I}_{12} - \mathbf{Z}_{24}\mathbf{I}_{24} - \mathbf{Z}_{45}\mathbf{I}_{45} \quad (3.33d)$$

Reescrevendo (3.33a), (3.33b), (3.33c) e (3.33d) matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \\ \mathbf{V}_4 \\ \mathbf{V}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_1 \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{23} & 0 & 0 \\ \mathbf{Z}_{12} & 0 & \mathbf{Z}_{24} & 0 \\ \mathbf{Z}_{12} & 0 & \mathbf{Z}_{24} & \mathbf{Z}_{45} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{M}}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{12} \\ \mathbf{I}_{23} \\ \mathbf{I}_{24} \\ \mathbf{I}_{45} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Em que $\bar{\mathbf{M}}$ é chamada de matriz de caminhos, já que cada linha indica o caminho entre a subestação e a barra em questão. Para desenvolver o algoritmo de construção da matriz $\bar{\mathbf{M}}$, define-se o número de ramos como a variável N_r . Outra definição necessária é da matriz de ramos $\bar{\mathbf{B}}\mathbf{R}$, de tamanho $N_r \times 2$. Cada linha desta matriz representa um ramo do sistema, e cada coluna representa os nós conectados pelo ramo. Uma metodologia para se obter a matriz de caminhos monofásica segue apresentada no Algoritmo 6.

Algoritmo 6: Matriz de Caminhos.

- [1] Construa a matriz de ramos $\bar{\mathbf{B}}\mathbf{R}$ a partir da topologia do sistema;
 - [2] Inicialize $\bar{\mathbf{M}}$ como uma matriz de zeros de tamanho $N_r \times N_r$;
 - [3] **para** $k \leftarrow 1$ **até** N_r **faça**
 - [4] Defina i como o elemento da primeira coluna da linha k de $\bar{\mathbf{B}}\mathbf{R}$;
 - [5] Defina j como o elemento da segunda coluna da linha k de $\bar{\mathbf{B}}\mathbf{R}$;
 - [6] **se** $k > 1$ **então**
 - [7] Copie a linha de $\bar{\mathbf{M}}$ correspondente à barra i para a linha k ;
 - fim**
 - [8] Preencha o elemento da diagonal principal da linha k de $\bar{\mathbf{M}}$ com a impedância \mathbf{Z}_{ij} ;
 - fim**
-

De (3.34) pode-se concluir que a tensão em uma barra qualquer l pode ser expressa

em função das correntes nos ramos através da seguinte expressão geral:

$$\mathbf{V}_l = \mathbf{V}_1 - \sum_{ij \in \Lambda_l} \mathbf{I}_{ij} \mathbf{Z}_{ij} \quad (3.35)$$

Em que Λ_l representa o conjunto de todos os ramos que conectam a subestação à barra l .

Para definir a função $h(x)$ que relaciona a medida de módulo de tensão com as variáveis de estado, algumas expressões precisam ser desenvolvidas. Representando o lado esquerdo da equação (3.35) em termos de coordenadas polares, e o lado direito em função de coordenadas retangulares das variáveis, obtém-se:

$$V_l e^{j\delta_{V_l}} = \underbrace{V_1^r - \sum (RI_{ij}^r - XI_{ij}^x)}_{P_1} + j \underbrace{\left(V_1^x - \sum (XI_{ij}^r + RI_{ij}^x) \right)}_{P_2} \quad (3.36)$$

Para simplificar o desenvolvimento matemático, foram definidas as variáveis P_1 e P_2 para representar, respectivamente, os polinômios das partes real e imaginária do lado direito de (3.36). A primeira informação que pode-se depreender de (3.36) é a seguinte relação:

$$\tan \delta_{V_l} = \frac{P_2}{P_1} \quad (3.37)$$

Que, reescrita em termos das funções seno e cosseno, e isolando-se a função seno:

$$\sin \delta_{V_l} = \frac{P_2}{P_1} \cos \delta_{V_l} \quad (3.38)$$

Agora, isolando-se o termo V_l em (3.36), chega-se a:

$$V_l = [P_1 + jP_2] e^{-j\delta_{V_l}} \quad (3.39)$$

Ou:

$$V_l = [P_1 + jP_2] (\cos \delta_{V_l} - j \sin \delta_{V_l}) \quad (3.40)$$

Desenvolvendo a multiplicação dos termos em (3.40), chega-se a:

$$V_l = P_1 \cos \delta_{V_l} + P_2 \sin \delta_{V_l} + j(P_2 \cos \delta_{V_l} - P_1 \sin \delta_{V_l}) \quad (3.41)$$

Substituindo a relação (3.38) na parte imaginária de (3.41), demonstra-se que esta coordenada da variável é sempre nula, pois:

$$P_2 \cos \delta_{V_l} - P_1 \frac{P_2}{P_1} \cos \delta_{V_l} = 0 \quad (3.42)$$

Sendo assim, (3.41) se torna:

$$V_l = \left(V_1^r - \sum (R I_{ij}^r - X I_{ij}^x) \right) \cos \delta_{V_l} + \left(V_1^x - \sum (X I_{ij}^r + R I_{ij}^x) \right) \sin \delta_{V_l} \quad (3.43)$$

No caso de sistemas trifásicos, a análise pode ser facilmente estendida considerando cada variável \mathbf{V} e \mathbf{I} como vetores 3×1 , e cada elemento \mathbf{Z}_{ij} como uma matriz 3×3 , tal como expresso em (3.44).

$$\bar{\mathbf{Z}}_{ij} = \bar{\mathbf{R}}_{ij} + j \bar{\mathbf{X}}_{ij} = \begin{bmatrix} R_{ij}^{aa} & R_{ij}^{ab} & R_{ij}^{ac} \\ R_{ij}^{ba} & R_{ij}^{bb} & R_{ij}^{bc} \\ R_{ij}^{ca} & R_{ij}^{cb} & R_{ij}^{cc} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} X_{ij}^{aa} & X_{ij}^{ab} & X_{ij}^{ac} \\ X_{ij}^{ba} & X_{ij}^{bb} & X_{ij}^{bc} \\ X_{ij}^{ca} & X_{ij}^{cb} & X_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Ao considerar o caso trifásico, o problema se torna acoplado entre fases devido à presença de impedâncias mútuas no modelo matemático. Assim, devemos considerar o vetor de estado acoplado, tal como:

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_a & \bar{x}_b & \bar{x}_c \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Ou, reescrevendo (3.45) em relação às coordenadas retangulares das variáveis $\mathbf{I}_{ij,\varphi}$:

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} I_{ij,a}^r & I_{ij,a}^x & I_{ij,b}^r & I_{ij,b}^x & I_{ij,c}^r & I_{ij,c}^x \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

A equação (3.43) mostra que os valores de módulo de tensão nas barras do sistema podem ser expressos em função das correntes nos ramos. Sendo assim, medidas de tensão podem ser modeladas e adicionadas ao conjunto de medições do EEC. A função de medição relacionada à medida de módulo de tensão pode ser definida como:

$$\begin{aligned} h_{V,\varphi}(x) = & \left(V_{1,\varphi}^r - \sum \left(\begin{bmatrix} R_{ij}^{\varphi a} & R_{ij}^{\varphi b} & R_{ij}^{\varphi c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij,a}^r \\ I_{ij,b}^r \\ I_{ij,c}^r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_{ij}^{\varphi a} & X_{ij}^{\varphi b} & X_{ij}^{\varphi c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij,a}^x \\ I_{ij,b}^x \\ I_{ij,c}^x \end{bmatrix} \right) \right) \cos \delta_{V_\varphi} \\ & + \left(V_{1,\varphi}^x - \sum \left(\begin{bmatrix} X_{ij}^{\varphi a} & X_{ij}^{\varphi b} & X_{ij}^{\varphi c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij,a}^r \\ I_{ij,b}^r \\ I_{ij,c}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{ij}^{\varphi a} & R_{ij}^{\varphi b} & R_{ij}^{\varphi c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij,a}^x \\ I_{ij,b}^x \\ I_{ij,c}^x \end{bmatrix} \right) \right) \sin \delta_{V_\varphi} \end{aligned} \quad (3.47)$$

As entradas da matriz Jacobiana, desta vez acoplada entre fases, serão dadas por:

$$\bar{H}_V = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,a}^r} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,a}^x} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,b}^r} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,b}^x} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,c}^r} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,c}^x} \\ \frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,a}^r} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,a}^x} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,b}^r} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,b}^x} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,c}^r} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,c}^x} \\ \frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,a}^r} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,a}^x} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,b}^r} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,b}^x} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,c}^r} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,c}^x} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Onde:

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\phi}^r} = \begin{cases} \left(-R_{ij}^{\varphi\phi} \cos \delta_{V_{l,\varphi}} - X_{ij}^{\varphi\phi} \sin \delta_{V_{l,\varphi}} \right), & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.49a)$$

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\phi}^x} = \begin{cases} \left(X_{ij}^{\varphi\phi} \cos \delta_{V_{l,\varphi}} - R_{ij}^{\varphi\phi} \sin \delta_{V_{l,\varphi}} \right), & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.49b)$$

Em aplicações reais, as impedâncias mútuas são significativamente menores do que as impedâncias próprias das linhas, não importa o quão próximo os condutores das fases se encontram uns dos outros (TENG, 2002). Por isso, propôs-se desconsiderar os elementos que possuem as variáveis $R^{\varphi\phi}$ e $X^{\varphi\phi}$ para $\varphi \neq \phi$ na matriz Jacobiana, que se torna:

$$\bar{H}_V = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,a}^r} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,a}^x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,b}^r} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,b}^x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,c}^r} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,c}^x} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

A Jacobiana dada em (3.50) não apresenta relação entre as fases. Sendo assim, pode-se desacoplá-la por fases, tal como:

$$\bar{H}_{V,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^x} \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Desta maneira o problema de EEC pode continuar a ser tratado de modo desacoplado mesmo na presença de medidas de tensão. A proposta visa desconsiderar os termos de acoplamento entre as fases apenas na matriz Jacobiana \bar{H} . Isto é, o acoplamento entre fases continua sendo representado no modelo do sistema.

O WLS é um problema de minimização por gradiente onde a matriz Ganho $\bar{G} = \bar{H}^T \bar{W} \bar{H}$ fornece a direção para a busca da raiz. Simplificações em \bar{H} impactam na matriz \bar{G} e portanto tendem a alterar a direção da busca. Entretanto, se tais simplificações forem realizadas devidamente, o desempenho computacional do algoritmo pode ser melhorado. É o que acontece, por exemplo, na formulação do método desacoplado rápido para EE em sistemas de transmissão (GARCIA; MONTICELLI; ABREU, 1979), que realiza simplificações na matriz Jacobiana de modo a aprimorar a eficiência computacional.

A matriz Jacobiana é atualizada apenas nas primeiras iterações (usualmente nas 3 primeiras) para garantir a convergência e depois é mantida constante, tal como feito para as medidas de módulo de corrente.

3.4.5 Medidas de Tensão Fasorial (PMU)

As medidas tratadas até então (fluxo e injeção de potência e módulo de tensão e corrente) são chamadas de tradicionais. Há de se considerar, ainda, a presença de medidas fasoriais sincronizadas provenientes de PMU. A inclusão de tais medidas no processo de EEC foi tratada por Pau, Pegoraro e Sulis (2012). Quando medições fasoriais sincronizadas são adicionadas ao plano de medidas em número suficiente, a precisão do EE é aprimorada (ZIVANOVIC; CAIRNS, 1996). As medidas sincronizadas de tensão podem ser representadas como:

$$\mathbf{z}_{V_{PMU}} = V_m^r + jV_m^x \quad (3.52)$$

Reescrevendo (3.35) em termos de suas componentes real e imaginária, tem-se:

$$V_l^r = V_1^r - \sum_{ij \in A_l} (R_{ij} I_{ij}^r - X_{ij} I_{ij}^x) \quad (3.53a)$$

$$V_l^x = V_1^x - \sum_{ij \in A_l} (X_{ij} I_{ij}^r + R_{ij} I_{ij}^x) \quad (3.53b)$$

As funções de medição relacionadas às medidas fasoriais de tensão são definidas, em representação trifásica acoplada, como:

$$\begin{bmatrix} h_{V,a}^r(x) \\ h_{V,b}^r(x) \\ h_{V,c}^r(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1,a}^r \\ V_{1,b}^r \\ V_{1,c}^r \end{bmatrix} - \sum_{ij \in A_l} \left(\begin{bmatrix} R_{ij}^{aa} & R_{ij}^{ab} & R_{ij}^{ac} \\ R_{ij}^{ba} & R_{ij}^{bb} & R_{ij}^{bc} \\ R_{ij}^{ca} & R_{ij}^{cb} & R_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij,a}^r \\ I_{ij,b}^r \\ I_{ij,c}^r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_{ij}^{aa} & X_{ij}^{ab} & X_{ij}^{ac} \\ X_{ij}^{ba} & X_{ij}^{bb} & X_{ij}^{bc} \\ X_{ij}^{ca} & X_{ij}^{cb} & X_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij,a}^x \\ I_{ij,b}^x \\ I_{ij,c}^x \end{bmatrix} \right) \quad (3.54a)$$

$$\begin{bmatrix} h_{V,a}^x(x) \\ h_{V,b}^x(x) \\ h_{V,c}^x(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{1,a}^x \\ V_{1,b}^x \\ V_{1,c}^x \end{bmatrix} - \sum_{ij \in \mathcal{A}_l} \left(\begin{bmatrix} X_{ij}^{aa} & X_{ij}^{ab} & X_{ij}^{ac} \\ X_{ij}^{ba} & X_{ij}^{bb} & X_{ij}^{bc} \\ X_{ij}^{ca} & X_{ij}^{cb} & X_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij,a}^r \\ I_{ij,b}^r \\ I_{ij,c}^r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_{ij}^{aa} & R_{ij}^{ab} & R_{ij}^{ac} \\ R_{ij}^{ba} & R_{ij}^{bb} & R_{ij}^{bc} \\ R_{ij}^{ca} & R_{ij}^{cb} & R_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij,a}^x \\ I_{ij,b}^x \\ I_{ij,c}^x \end{bmatrix} \right) \quad (3.54b)$$

Utilizando o mesmo artifício aplicado em (3.50), isto é, desprezando os elementos referentes às impedâncias mútuas na matriz Jacobiana, suas entradas se tornam:

$$\bar{H}_{V_{PMU},\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^x} \\ \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^x} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Onde:

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\phi}^r} = \begin{cases} -R_{ij}^{\varphi\phi}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.56a)$$

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\phi}^x} = \begin{cases} X_{ij}^{\varphi\phi}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.56b)$$

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\phi}^r} = \begin{cases} -X_{ij}^{\varphi\phi}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.56c)$$

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\phi}^x} = \begin{cases} -R_{ij}^{\varphi\phi}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.56d)$$

3.4.6 Medidas de Corrente Fasorial (PMU)

As medidas sincronizadas de corrente podem ser representadas como:

$$\mathbf{z}_{I_{PMU}} = I_m^r + jI_m^x \quad (3.57)$$

Para as medidas fasoriais de corrente, a relação entre a medida e as variáveis de estado é direta, tal como:

$$h_{I_{PMU},\varphi}^r(x_\varphi) = I_{ij,\varphi}^r \quad (3.58a)$$

$$h_{I_{PMU},\varphi}^x(x_\varphi) = I_{ij,\varphi}^x \quad (3.58b)$$

A matriz Jacobiana será dada por:

$$H_{IPMU,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_{ij,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial I_{ij,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^x} \\ \frac{\partial I_{ij,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial I_{ij,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^x} \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Onde:

$$\frac{\partial I_{ij,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^r} = \begin{cases} 1, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.60a)$$

$$\frac{\partial I_{ij,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^x} = \begin{cases} 1, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.60b)$$

$$\frac{\partial I_{ij,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^x} = \frac{\partial I_{ij,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^r} = 0 \quad (3.60c)$$

Caso a precisão das medidas de PMU seja dada em termos de módulo e ângulo, torna-se necessário converter a matriz de covariâncias dessas medidas para coordenadas retangulares. Isto vale tanto para medidas fasoriais de tensão como de corrente. A conversão pode ser realizada com o auxílio da teoria do critério de transferência de erros em medidas indiretas (YANG; ZHANG, 1992). Sejam as medidas dadas em coordenadas polares:

$$z_{PMU}^r = z \cos \delta_z \quad (3.61)$$

$$z_{PMU}^x = z \sin \delta_z \quad (3.62)$$

As suas variâncias serão dadas por:

$$\sigma_{z_{PMU}^r}^2 = \left(\frac{\partial z_{PMU}^r}{\partial z} \sigma_z \right)^2 + \left(\frac{\partial z_{PMU}^r}{\partial \delta_z} \sigma_{\delta_z} \right)^2 \quad (3.63a)$$

$$\sigma_{z_{PMU}^x}^2 = \left(\frac{\partial z_{PMU}^x}{\partial z} \sigma_z \right)^2 + \left(\frac{\partial z_{PMU}^x}{\partial \delta_z} \sigma_{\delta_z} \right)^2 \quad (3.63b)$$

Desenvolvendo as derivadas, chega-se em:

$$\sigma_{z_{PMU}^r}^2 = \cos^2 \delta_z \sigma_z^2 + z^2 \sin^2 \delta_z \sigma_{\delta_z}^2 \quad (3.64a)$$

$$\sigma_{z_{PMU}}^x{}^2 = \sin^2 \delta_z \sigma_z^2 + z^2 \cos^2 \delta_z \sigma_{\delta_z}^2 \quad (3.64b)$$

Tal como feito para as medidas equivalentes de corrente, as componentes de correlação entre as medidas são desprezadas.

3.4.7 Módulo da Tensão na Subestação

Na proposta do EEC, a tensão na subestação é considerada conhecida com precisão e é utilizada iterativamente para a solução do problema. Usualmente, considera-se a tensão na subestação como 1 pu. Entretanto, a tensão na subestação pode sofrer variações (PAU; PEGORARO; SULIS, 2012). Se a tensão considerada na subestação estiver equivocada, a qualidade da estimação é comprometida. A consideração das medições de módulo de tensão confere ao EEC a capacidade de estimar o módulo da tensão na subestação a partir das medições de tensão nas barras a jusante da mesma. Para isto, é necessário expandir o vetor de estados, adicionando uma variável correspondente à tensão na subestação (PAU; PEGORARO; SULIS, 2012), de modo que:

$$\bar{x}_\varphi = \begin{bmatrix} I_{ij,\varphi}^r & I_{ij,\varphi}^x & V_{1,\varphi} \end{bmatrix}^T \quad (3.65)$$

Na ausência de PMU, os ângulos de fase das variáveis de um SEP são considerados como as diferenças angulares em relação a uma referência comum. Em sistemas de distribuição, a barra da subestação é usualmente escolhida como a referência angular do sistema. Por este motivo, apenas a variável referente ao módulo da tensão na subestação foi adicionada ao vetor de estado. Como efeito, uma nova coluna deve ser adicionada à matriz Jacobiana:

$$\bar{H}_{V,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}} \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

Inspecionando (3.47), observa-se que os termos $V_{1,\varphi}^r$ e $V_{1,\varphi}^x$, antes constantes, passam a ser considerados como uma função de uma variável de estado, pois:

$$V_{1,\varphi}^r = V_{1,\varphi} \cos \delta_{V_{1,\varphi}} \quad (3.67a)$$

$$V_{1,\varphi}^x = V_{1,\varphi} \sin \delta_{V_{1,\varphi}} \quad (3.67b)$$

Portanto:

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}} = \cos \delta_{V_{1,\varphi}} \cos \delta_{V_{l,\varphi}} + \sin \delta_{V_{1,\varphi}} \sin \delta_{V_{l,\varphi}} \quad (3.68)$$

Ou, considerando a seguinte relação trigonométrica:

$$\cos(\delta_1 - \delta_2) = \cos \delta_1 \cos \delta_2 + \sin \delta_1 \sin \delta_2 \quad (3.69)$$

A equação (3.68) se torna:

$$\frac{V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}} = \cos(\delta_{V_{1,\varphi}} - \delta_{V_{l,\varphi}}) \quad (3.70)$$

3.4.8 Tensão Complexa na Subestação

Na presença de medidas fasoriais, a estimação da tensão complexa na subestação torna-se desejável. Isto porque a referência angular do sistema passa a ser sincronizada pelo Sistema de Posicionamento Global (GPS - *Global Positioning System*). Sendo assim, considerar a subestação como barra de referência angular pode levar a erros consideráveis. Uma expansão no vetor de estado torna-se necessária para incluir a tensão complexa na subestação no processo de estimação, de modo que:

$$x_\varphi = \begin{bmatrix} I_{ij,\varphi}^r & I_{ij,\varphi}^x & V_{1,\varphi}^r & V_{1,\varphi}^x \end{bmatrix}^T \quad (3.71)$$

Utilizando o mesmo artifício aplicado em (3.50), isto é, desprezando os elementos referentes às impedâncias mútuas na matriz Jacobiana, suas entradas se tornam:

$$\bar{H}_{V_{PMU},\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,\varphi}^x} \\ \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,\varphi}^x} \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Onde:

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,\varphi}^r} = \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,\varphi}^x} = 1 \quad (3.73a)$$

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,\varphi}^x} = \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,\varphi}^r} = 0 \quad (3.73b)$$

Na presença de medidas fasoriais, a matriz Jacobiana referente às medidas de módulo de tensão, dada em (3.66), deve ser alterada. Isto porque ela foi estruturada de modo a considerar a estimação apenas do módulo da tensão na SE. Como mencionado,

na presença de PMU a tensão complexa na subestação passa ser estimada, e não só o seu módulo. Desta maneira, (3.66) se torna:

$$\bar{H}_{V,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}^x} \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

Onde:

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}^r} = \cos \delta_{V_{l,\varphi}} \quad (3.75)$$

$$\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}^x} = \sin \delta_{V_{l,\varphi}} \quad (3.76)$$

3.4.9 Sistema Fracamente Malhado

Conforme exposto na Seção 3.2.2, alguns sistemas de distribuição que atendem regiões com uma alta densidade de carga operam malhados por meio do fechamento de chaves NA. O EEC deve ser capaz de lidar com este tipo de configuração.

Os trabalhos que abordam o EEC não mencionam o tratamento dado nas etapas de varredura do algoritmo para o caso de sistemas malhados. Para tratar destes sistemas, neste trabalho as condições iniciais para o início do algoritmo do EEC foram obtidas a partir da execução de duas iterações do método VDI-M, ao invés de uma iteração da VDI. Optou-se por executar duas iterações para que as correções nas potências dos *breakpoints*, calculadas no final da primeira iteração, possam ser aplicadas na segunda iteração. Deste modo, problemas de convergência são evitados.

A presença de malhas no sistema não afeta o modelo de medição. As funções de medição $h(x)$ continuam as mesmas utilizadas para o caso radial. Entretanto, para cada malha fechada, deve-se garantir que a Lei das Tensões de Kirchhoff (LTK) seja satisfeita, que pode ser representada por:

$$\sum_{ij \in \Lambda_m} \bar{Z}_{ij} \bar{I}_{ij} = 0 \quad (3.77)$$

Onde Λ_m representa o conjunto de todos os ramos presentes na malha analisada. Baran e Kelley (1995) propôs incluir a condição (3.77) para cada malha como uma restrição de igualdade no processo de EEC. Assim, o problema se torna:

$$\begin{aligned} \min \quad & J(\bar{x}) = [\bar{z} - \bar{h}(\bar{x})]^T \bar{W} [\bar{z} - \bar{h}(\bar{x})] \\ \text{tal que} \quad & \underbrace{\sum_{ij \in \Lambda_m} \bar{Z}_{ij} \bar{I}_{ij}}_{c(x)} = 0 \end{aligned} \quad (3.78)$$

A equação (3.77) pode ser escrita matricialmente como:

$$\sum_{ij \in \Lambda_m} \begin{bmatrix} -R_{ij}^{aa} & X_{ij}^{aa} & -R_{ij}^{ab} & X_{ij}^{ab} & -R_{ij}^{ac} & X_{ij}^{ac} \\ -X_{ij}^{aa} & -R_{ij}^{aa} & -X_{ij}^{ab} & -R_{ij}^{ab} & -X_{ij}^{ac} & -R_{ij}^{ac} \\ -R_{ij}^{ba} & X_{ij}^{ba} & -R_{ij}^{bb} & X_{ij}^{bb} & -R_{ij}^{bc} & X_{ij}^{bc} \\ -X_{ij}^{ba} & -R_{ij}^{ba} & -X_{ij}^{bb} & -R_{ij}^{bb} & -X_{ij}^{bc} & -R_{ij}^{bc} \\ -R_{ij}^{ca} & X_{ij}^{ca} & -R_{ij}^{cb} & X_{ij}^{cb} & -R_{ij}^{cc} & X_{ij}^{cc} \\ -X_{ij}^{ca} & -R_{ij}^{ca} & -X_{ij}^{cb} & -R_{ij}^{cb} & -X_{ij}^{cc} & -R_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ij,a}^r \\ I_{ij,a}^x \\ I_{ij,b}^r \\ I_{ij,b}^x \\ I_{ij,c}^r \\ I_{ij,c}^x \end{bmatrix} = 0 \quad (3.79)$$

A partir de (3.79) é possível depreender que, ao considerar malhas no sistema, o problema se torna acoplado entre as fases. Segundo Baran e Kelley (1995), embora a solução apresente acoplamento entre as fases, a matriz Ganho aumentada ainda permanece bastante esparsa. Isto porque considera-se que o sistema é fracamente malhado, ou seja, que o número total de malhas é relativamente pequeno se comparado ao número de ramos do sistema.

Na busca por manter a característica desacoplada do EEC, optou-se por ignorar os elementos referentes às impedâncias mútuas na matriz Jacobiana referente à restrição de igualdade para malhas, tal como a simplificação feita para as medidas de tensão. Desta forma o número de iterações pode aumentar, mas a solução final é a mesma. Assim, a solução de (3.78) se torna, para cada fase:

$$\begin{bmatrix} \bar{G}_\varphi & \bar{C}_\varphi^T \\ \bar{C}_\varphi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_\varphi \\ \bar{\lambda}_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{H}_\varphi^T \bar{W}_\varphi \Delta \bar{z}_\varphi \\ -c_\varphi(x_\varphi) \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

3.5 Incorporação de Modelos de Transformadores e Reguladores de Tensão

Os artigos encontrados na literatura a respeito do EEC raramente lidam com modelos de transformadores ou reguladores de tensão. Estes elementos são frequentemente omitidos dos sistemas de modo que as barras e linhas correspondentes são excluídas da topologia (BARAN; KELLEY, 1995; BARAN; JUNG; MCDERMOTT, 2009; WANG; SCHULZ, 2004; TENG, 2002; LIN; TENG; CHEN, 2001; PAU; PEGORARO; SULIS, 2013; MUSCAS et al., 2015). O único trabalho que menciona a presença de transformadores foi encontrado em (HOUARI et al., 2013). Entretanto, o mesmo não fornece informações suficientes a respeito do modelo adotado, nem mesmo sobre sua incorporação no processo de EEC. Os diferentes modelos matemáticos para diferentes tipos de conexões de transformadores não foram discutidos, nem mesmo as características de acoplamento entre fases na formulação do EEC quando da presença dos transformadores. Este fato limita a replicação do trabalho. Adicionalmente, o trabalho propôs que se considere as

correntes do primário e secundário de todos os transformadores como variáveis de estado. Como será mostrado no decorrer desta seção, isto não é necessário quando se está lidando com conexões do tipo $Y_g Y_g$ ou $\Delta\Delta$, de forma que a expansão do vetor de estados pode ser minimizada. Diminuir o número de variáveis de estado melhora a redundância local do sistema, o que melhora a qualidade da estimação.

Com o objetivo de atender às características dos sistemas de distribuição, permitir uma modelagem mais detalhada da rede e fornecer uma referência para estudos futuros, neste trabalho foi proposta uma extensão do EEC de modo a incluir modelos para transformadores e reguladores de tensão no processo de estimação.

A proposta tem como base os modelos extraídos do livro (ARRILLAGA; ARNOLD; HARKER, 1983), que seguem expostos a seguir. Os transformadores trifásicos de dois enrolamentos podem ser representados utilizando uma composição de duas bobinas acopladas, tal como exposto na Figura 3.

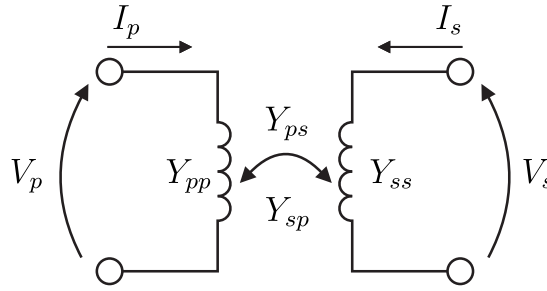


Figura 3: Modelo do transformador trifásico de dois enrolamentos.

Onde I_p e I_s são vetores 3×1 das correntes trifásicas no primário e secundário do transformador, respectivamente. V_p e V_s são as tensões trifásicas no primário e secundário, respectivamente. Y_{pp} e Y_{ss} são as matrizes 3×3 de admitâncias próprias do enrolamento primário e secundário, respectivamente. Y_{ps} e Y_{sp} são as matrizes 3×3 das admitâncias mútuas entre os enrolamentos primário e secundário. A relação entre as tensões e correntes do modelo exposto na Figura 3 pode ser representada pela seguinte equação geral:

$$\begin{bmatrix} I_p \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_p \\ V_s \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

As submatrizes Y_{pp} , Y_{ps} , Y_{sp} e Y_{ss} da matriz de admitância nodal considera as perdas no condutor e no núcleo do transformador, o tipo de conexão, o defasamento entre os enrolamentos primário e secundário e taps diferentes do nominal (MASHHOUR; MOGHADDAS-TAFRESHI, 2009). A estrutura das submatrizes depende da conexão do transformador, como mostrado na Tabela 2. Considerando y_t como a admitância de dispersão do transformador em pu, as matrizes Y_I , Y_{II} e Y_{III} são dadas respectivamente por (3.82a), (3.82b), e (3.82c).

Tabela 2: Submatrizes da matriz de admitância nodal do transformador.

| Primário | Secundário | Y_{pp} | Y_{ss} | Y_{ps} e Y_{sp}^T |
|----------|------------|----------|----------|-----------------------|
| Y_g | Y_g | Y_I | Y_I | $-Y_I$ |
| Y_g | Y | Y_{II} | Y_{II} | $-Y_{II}$ |
| Y_g | Δ | Y_I | Y_{II} | Y_{III} |
| Y | Y | Y_{II} | Y_{II} | $-Y_{II}$ |
| Y | Δ | Y_{II} | Y_{II} | Y_{III} |
| Δ | Δ | Y_{II} | Y_{II} | $-Y_{II}$ |

$$Y_I = \begin{bmatrix} y_t & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{bmatrix} \quad (3.82a)$$

$$Y_{II} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2y_t & -y_t & -y_t \\ -y_t & 2y_t & -y_t \\ -y_t & -y_t & 2y_t \end{bmatrix} \quad (3.82b)$$

$$Y_{III} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -y_t & y_t & 0 \\ 0 & -y_t & y_t \\ y_t & 0 & -y_t \end{bmatrix} \quad (3.82c)$$

Para representação de transformadores com tap diferente do nominal, primeiramente definem-se as variáveis α_φ e β_φ como os taps do primário e secundário do transformador, respectivamente. O índice φ torna-se necessário pois, como os sistemas de distribuição são desbalanceados, os taps para cada uma das três fases são independentes. Para representar transformadores com tap diferente do nominal, as seguintes modificações devem ser realizadas em (3.82):

1. Divide-se a primeira, segunda e terceira linha da matriz de admitância própria do primário (Y_{pp}) por α_a^2 , α_b^2 e α_c^2 , respectivamente;
2. Divide-se a primeira, segunda e terceira linha da matriz de admitância própria do secundário (Y_{ss}) por β_a^2 , β_b^2 e β_c^2 , respectivamente;
3. Divide-se a primeira, segunda e terceira linha das matrizes de admitância mútua (Y_{ps} e Y_{sp}) por $\alpha_a\beta_a$, $\alpha_b\beta_b$ e $\alpha_c\beta_c$, respectivamente.

Que resultam em:

$$Y_{pp} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{pp}^{11}}{\alpha_a^2} & \frac{Y_{pp}^{12}}{\alpha_a^2} & \frac{Y_{pp}^{13}}{\alpha_a^2} \\ \frac{Y_{pp}^{21}}{\alpha_b^2} & \frac{Y_{pp}^{22}}{\alpha_b^2} & \frac{Y_{pp}^{23}}{\alpha_b^2} \\ \frac{Y_{pp}^{31}}{\alpha_c^2} & \frac{Y_{pp}^{32}}{\alpha_c^2} & \frac{Y_{pp}^{33}}{\alpha_c^2} \end{bmatrix} \quad (3.83a)$$

$$Y_{ss} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{ss}^{11}}{\beta_a^2} & \frac{Y_{ss}^{12}}{\beta_a^2} & \frac{Y_{ss}^{13}}{\beta_a^2} \\ \frac{Y_{ss}^{21}}{\beta_b^2} & \frac{Y_{ss}^{22}}{\beta_b^2} & \frac{Y_{ss}^{23}}{\beta_b^2} \\ \frac{Y_{ss}^{31}}{\beta_c^2} & \frac{Y_{ss}^{32}}{\beta_c^2} & \frac{Y_{ss}^{33}}{\beta_c^2} \end{bmatrix} \quad (3.83b)$$

$$Y_{ps} = Y_{sp}^T = \begin{bmatrix} \frac{Y_{ps}^{11}}{\alpha_a\beta_a} & \frac{Y_{ps}^{12}}{\alpha_a\beta_a} & \frac{Y_{ps}^{13}}{\alpha_a\beta_a} \\ \frac{Y_{ps}^{21}}{\alpha_b\beta_b} & \frac{Y_{ps}^{22}}{\alpha_b\beta_b} & \frac{Y_{ps}^{23}}{\alpha_b\beta_b} \\ \frac{Y_{ps}^{31}}{\alpha_c\beta_c} & \frac{Y_{ps}^{32}}{\alpha_c\beta_c} & \frac{Y_{ps}^{33}}{\alpha_c\beta_c} \end{bmatrix} \quad (3.83c)$$

A relação de transformação de tap fora do nominal para um transformador conectado entre duas barras i e j é definida como:

$$t_{ij,\varphi} = \beta_\varphi / \alpha_\varphi \quad (3.84)$$

O padrão americano *American Standard Thirty-Degree* (KERSTING, 2001a) foi adotado neste trabalho. Este padrão define o seguinte para as conexões em ΔY_g e $Y_g \Delta$:

□ Configuração de Abaixador de Tensão ($V_p > V_s$) ou Regulador de Tensão:

V_s e I_s atrasam 30° em relação a V_p e I_p , respectivamente.

□ Configuração de Elevador de Tensão ($V_p < V_s$):

V_s e I_s estão 30° adiantados em relação a V_p e I_p , respectivamente.

Quando o defasamento entre os enrolamentos primário e secundário é alterado, a matriz de admitância nodal deve ser modificada de acordo. As submatrizes de admitância

própria, Y_{pp} e Y_{ss} se mantêm inalteradas, enquanto as submatrizes de admitâncias mútuas Y_{ps} e Y_{sp} devem sofrer as modificações apropriadas (KANG; FU, 2008).

Para executar o EEC com a incorporação de transformadores e reguladores de tensão, alguns aspectos do algoritmo devem ser alterados, tal como será discutido nas seções seguintes.

3.5.1 Etapas de Varredura Direta-Inversa

Considerando o padrão americano, através de algumas manipulações matemáticas em (3.81) pode-se chegar em equações relacionando as tensões e correntes no primário e secundário do transformador de uma forma que serão úteis tanto para os processos de varredura direta e inversa quanto para sua incorporação na formulação do EEC.

Por conta da singularidade da matriz Y_{ps} para a conexão $\Delta\Delta$, operações adicionais tornam-se necessárias para se obter a equação relacionadas à varredura direta. Seja a seguinte equação, obtida a partir de (3.81):

$$Y_{ps}V_s = I_p - Y_{pp}V_p \quad (3.85)$$

Primeiramente, as componentes de sequência zero e não-zero da tensão V_s são separadas de modo a eliminar a singularidade (XIAO; YU; YAN, 2006), onde a componente não-zero representa a soma das sequências positiva e negativa. Seja V_s' representando tensão de sequência não-zero e V_s^0 a tensão de sequência zero, tal que:

$$V_s = V_s' + V_s^0 \quad (3.86)$$

Pode-se reescrever (3.85) como:

$$Y_{ps}(V_s' + V_s^0) = I_p - Y_{pp}V_p \quad (3.87)$$

Para qualquer configuração de transformador diferente de $Y_g Y_g$, o produto de Y_{ps} com V_s^0 é sempre nulo, ou seja:

$$Y_{ps}V_s^0 = 0 \quad (3.88)$$

Desta maneira, (3.87) se torna:

$$Y_{ps}V_s' = I_p - Y_{pp}V_p \quad (3.89)$$

Como V_p' não possui componente de sequência zero, a seguinte relação é satisfeita:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} V_s' = 0 \quad (3.90)$$

Desta maneira, (3.89) pode ser reescrita como:

$$Y_{ps}' V_s' = I_p' - Y_{pp}' V_p \quad (3.91)$$

Onde Y_{ps}' é obtido através da substituição da última linha de Y_{ps} por $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, e I_p' e Y_{pp}' são obtidos substituindo as últimas linhas de I_p e Y_{pp} por zeros. Desta maneira, a singularidade da matriz é eliminada e o valor de V_s' pode ser obtido a partir da inversão de Y_{ps}' . A prática comum na indústria raramente irá conectar uma carga monofásica em um gerador ou transformador trifásico não aterrado. Portanto, pode-se considerar que a tensão de sequência zero será nula (XIAO; YU; YAN, 2006; WANG; CHEN; LI, 2004), ou seja, $V_s = V_s'$. Desta maneira, (3.91) se torna:

$$V_s = Y_{ps}'^{-1} (I_p' - Y_{pp}' V_p) \quad (3.92)$$

Por fim, sabendo que:

$$I_{pa} + I_{pb} + I_{pc} = 0 \quad (3.93)$$

E realizando as multiplicações matriciais em (3.92), chega-se em:

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2t_{ps,a}}{3} & -\frac{t_{ps,b}}{3} & -\frac{t_{ps,c}}{3} \\ -\frac{t_{ps,a}}{3} & \frac{2t_{ps,b}}{3} & -\frac{t_{ps,c}}{3} \\ -\frac{t_{ps,a}}{3} & -\frac{t_{ps,b}}{3} & \frac{2t_{ps,c}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{pa} \\ V_{pb} \\ V_{pc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{t_{ps,a}}{y} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{t_{ps,b}}{y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{t_{ps,c}}{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{pa} \\ I_{pb} \\ I_{pc} \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

Desta maneira, as equações que relacionam as tensões e correntes nos processos de varredura direta e inversa para os diferentes tipos de conexões de transformadores podem ser obtidas. Tais equações seguem expostas nas Tabelas 3 e 4. Os índices $\varphi + 1$ e $\varphi - 1$ representam as fases posterior e anterior à fase analisada considerando a sequência de fases abc .

3.5.2 Expansão do Vetor de Estado

As equações (3.100) e (3.101) mostram que a relação entre as correntes no primário e secundário do transformador é acoplada entre fases para as conexões ΔY_g e $Y_g \Delta$.

Tabela 3: Equações para Transformadores: Varredura Direta.

| Conexão | Varredura Direta |
|---|--|
| $Y_g Y_g$ | $V_{s\varphi} = t_{ps,\varphi} \left(V_{p\varphi} - \frac{I_{p\varphi}}{y_t} \right) \quad (3.95)$ |
| ΔY_g ou $Y_g \Delta$ abaixador | $V_{s\varphi} = t_{ps,\varphi} \frac{(V_{p\varphi} - V_{p\varphi-1})}{\sqrt{3}} - t_{ps,\varphi}^2 \frac{I_{s\varphi}}{y_t} \quad (3.96)$ |
| ΔY_g ou $Y_g \Delta$ elevador | $V_{s\varphi} = t_{ps,\varphi} \frac{(V_{p\varphi} - V_{p\varphi+1})}{\sqrt{3}} - t_{ps,\varphi}^2 \frac{I_{s\varphi}}{y_t} \quad (3.97)$ |
| $\Delta \Delta$ | $V_{s\varphi} = t_{ps,\varphi} \left(\frac{(2V_{p\varphi} - V_{p\varphi+1} - V_{p\varphi-1})}{3} - \frac{I_{p\varphi}}{y_t} \right) \quad (3.98)$ |

Tabela 4: Equações para Transformadores: Varredura Inversa.

| Conexão | Varredura Inversa |
|---|--|
| $Y_g Y_g$ | $I_{p\varphi} = t_{ps,\varphi} I_{s\varphi} \quad (3.99)$ |
| ΔY_g ou $Y_g \Delta$ abaixador | $I_{p\varphi} = t_{ps,\varphi} \frac{(I_{s\varphi} - I_{s\varphi+1})}{\sqrt{3}} \quad (3.100)$ |
| ΔY_g ou $Y_g \Delta$ elevador | $I_{p\varphi} = t_{ps,\varphi} \frac{(I_{s\varphi} - I_{s\varphi-1})}{\sqrt{3}} \quad (3.101)$ |
| $\Delta \Delta$ | $I_{p\varphi} = t_{ps,\varphi} I_{s\varphi} \quad (3.102)$ |

Portanto, a incorporação deste modelo diretamente ao EEC iria acabar com uma de suas principais características, que é a possibilidade de resolver três subproblemas de maneira independente para cada fase. Para superar esta questão, neste trabalho nós propomos que seja feita uma expansão no vetor de estados de modo a incluir as correntes no primário e no secundário dos transformadores como variáveis de estado. Esta expansão torna-se apenas para as conexões ΔY_g e $Y_g \Delta$. Como normalmente há apenas um transformador deste tipo nas redes de distribuição, localizado na subestação, esta expansão do vetor de estado não irá impactar de maneira significativa no nível de redundância ou na observabilidade do sistema. Um sistema teste segue exposto na Figura 4, onde é indicado a maneira como as variáveis de estados são incorporadas ao problema de acordo com a conexão do

transformador.

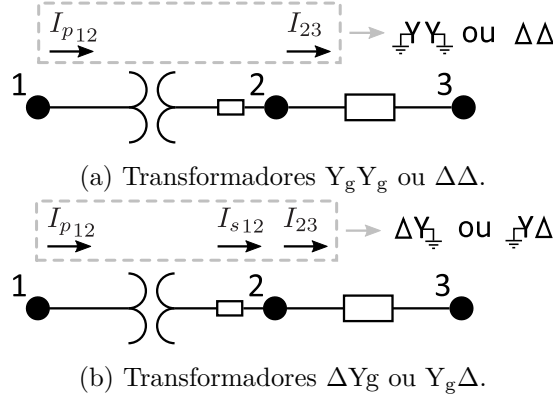


Figura 4: Representação das variáveis de estado do EEC na presença de transformadores.

O vetor de estado associado ao sistema teste quando o transformador apresenta as conexões $Y_g Y_g$ ou $\Delta\Delta$ é dado por:

$$x_\varphi = \begin{bmatrix} I_{12,\varphi}^r & I_{23,\varphi}^r & I_{12,\varphi}^x & I_{23,\varphi}^x \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

Já o vetor expandido para as conexões ΔY_g e $Y_g \Delta$ é dado por:

$$x_\varphi = \begin{bmatrix} I_{p12,\varphi}^r & I_{s12,\varphi}^r & I_{23,\varphi}^r & I_{p12,\varphi}^x & I_{s12,\varphi}^x & I_{23,\varphi}^x \end{bmatrix} \quad (3.104)$$

O sistema teste da Figura 4 será utilizado como exemplo nas Seções 3.5.3 e 3.5.4.

3.5.3 Medidas de Potência

Para mostrar o impacto da presença de um transformador ΔY_g ou $Y_g \Delta$ na formulação do EEC, o modelo matemático para uma medida de injeção de potência na barra 2, ou seja, no secundário do transformador, será descrito utilizando tanto o vetor de estado original quanto o expandido. O modelo apresentado é baseado em (3.25). As equações serão expostas considerando o transformador como ΔY_g abaixador, já que ele se encontra normalmente conectado à subestação para transformar uma tensão em nível de transmissão ou subtransmissão para o nível de média tensão. O modelo para um transformador elevador é facilmente obtido de maneira análoga e não será demonstrado para evitar a repetitividade.

Utilizando o vetor original, primeiramente torna-se necessário converter a corrente $I_{12,\varphi}$ para o lado secundário utilizando a equação (3.100) e isolando o termo $I_{s\varphi}$:

$$I_{s\varphi} = \sqrt{3} \frac{I_{p\varphi}}{t_{ij\varphi}} + I_{s\varphi+1} \quad (3.105)$$

Então, o modelo matemático para este caso seria:

$$h_\varphi(x_\varphi) = \sqrt{3} \frac{I_{p12,\varphi}}{t_{12\varphi}} + \boxed{I_{s12,\varphi+1}} - I_{23,\varphi} \quad (3.106)$$

A presença do termo $I_{s12,\varphi+1}$ torna o modelo matemático do EEC acoplado entre fases, e é por esta razão que a expansão do vetor de estado exposta em (3.104) se justifica. Utilizando o vetor expandido, o modelo matemático se torna:

$$h_\varphi(x_\varphi) = I_{s12,\varphi} - I_{23,\varphi} \quad (3.107)$$

Assim, a característica de desacoplamento entre fases pode ser mantida na formulação do EEC. De maneira similar, o modelo matemático para uma medida de fluxo de potência da barra 2 para a barra 1 utilizando o vetor de estado original seria dado por:

$$h_\varphi(x_\varphi) = - \left(\sqrt{3} \frac{I_{p12,\varphi}}{t_{12\varphi}} + \boxed{I_{s12,\varphi+1}} \right) \quad (3.108)$$

Mais uma vez, modelo tornou-se acoplado quando da utilização do vetor de estado original. Já a solução utilizando o vetor de estado expandido resulta no seguinte modelo matemático:

$$h_\varphi(x_\varphi) = -I_{s12,\varphi} \quad (3.109)$$

A utilização do vetor de estado expandido novamente permitiu que a formulação do EEC mantenha sua característica desacoplada.

Quando o transformador da Figura 3 apresentar conexões $Y_g Y_g$ ou $\Delta\Delta$, o modelo matemático para a injeção de potência na barra 2 pode ser obtido primeiramente convertendo a corrente do lado primário para o secundário. Isto é realizado isolando o termo $I_{s\varphi}$ em (3.99) ou (3.102):

$$I_{s\varphi} = \frac{I_{p\varphi}}{t_{ij,\varphi}} \quad (3.110)$$

Desta forma, o modelo matemático se torna:

$$h_\varphi(x_\varphi) = \frac{I_{12,\varphi}}{t_{ij,\varphi}} - I_{23,\varphi} \quad (3.111)$$

Para uma medida de fluxo de potência da barra 2 para a barra 1, a função de medição se torna:

$$h_\varphi(x_\varphi) = -\frac{I_{12,\varphi}}{t_{ij,\varphi}} \quad (3.112)$$

Como pode ser observado em (3.111) e (3.112), o modelo matemático para medidas de potência na presença de transformadores com conexão $Y_g Y_g$ e $\Delta\Delta$ já é desacoplado, e portanto dispensa a necessidade de modificação no vetor de estado. Nesta nova formulação, a matriz Jacobiana para medidas de potência, que até então era composta por “0” e “ ± 1 ”, passa a apresentar também o termo “ $\pm 1/t_{ij,\varphi}$ ”.

3.5.4 Medidas de Corrente

Há dois tipos possíveis de medidas de corrente na formulação do EEC: tradicional e fasorial sincronizada (PMU). O mesmo sistema teste da Figura 4 será utilizado para demonstrar as funções de medição para este caso. Pelos mesmos motivos já apontados na formulação do modelo matemático para as medidas de potência, o uso do vetor de estado expandido torna-se necessário. Quando uma medida tradicional de corrente é tomada fluindo da barra 2 para a barra 1, a função de medição correspondente ao transformador com conexão ΔY_g utilizando o vetor de estado expandido é:

$$h_\varphi(x_\varphi) = \sqrt{I_{s12,\varphi}^r{}^2 + I_{s12,\varphi}^x{}^2} \quad (3.113)$$

Os elementos não nulos da matriz Jacobiana são:

$$\frac{\partial h_\varphi}{\partial I_{s12,\varphi}^r} = \frac{I_{s12,\varphi}^r}{\sqrt{I_{s12,\varphi}^r{}^2 + I_{s12,\varphi}^x{}^2}} \quad (3.114a)$$

$$\frac{\partial h_\varphi}{\partial I_{s12,\varphi}^x} = \frac{I_{s12,\varphi}^x}{\sqrt{I_{s12,\varphi}^r{}^2 + I_{s12,\varphi}^x{}^2}} \quad (3.114b)$$

Para uma medida fasorial de corrente, a função de medição para uma corrente fluindo da barra 2 para a barra 1 é dada por:

$$h_\varphi(x_\varphi) = -(I_{s12,\varphi}^r + jI_{s12,\varphi}^x) \quad (3.115)$$

Os elementos não nulos da matriz Jacobiana neste caso são:

$$\frac{\partial h_\varphi}{\partial I_{s12,\varphi}^r} = \frac{\partial h_\varphi}{\partial I_{s12,\varphi}^x} = -1 \quad (3.116)$$

Quando o transformador apresenta uma conexão $Y_g Y_g$ ou $\Delta\Delta$, uma medida de corrente tradicional tomada da barra 2 para a barra 1 pode ser representada por:

$$h_\varphi(x_\varphi) = \frac{\sqrt{I_{s12,\varphi}^r{}^2 + I_{s12,\varphi}^x{}^2}}{t_{12,\varphi}} \quad (3.117)$$

Os elementos não nulos da matriz Jacobiana correspondente são:

$$\frac{\partial h_\varphi}{\partial I_{s12,\varphi}^r} = \frac{1}{t_{12,\varphi}} \frac{I_{s12,\varphi}^r}{\sqrt{I_{s12,\varphi}^r{}^2 + I_{s12,\varphi}^x{}^2}} \quad (3.118a)$$

$$\frac{\partial h_\varphi}{\partial I_{s12,\varphi}^x} = \frac{1}{t_{12,\varphi}} \frac{I_{s12,\varphi}^x}{\sqrt{I_{s12,\varphi}^r{}^2 + I_{s12,\varphi}^x{}^2}} \quad (3.118b)$$

Caso a medida seja proveniente de PMU, o modelo matemático para a corrente fluindo da barra 2 para 1 será dada por:

$$h_\varphi(x_\varphi) = -\frac{I_{s12,\varphi}^r + jI_{s12,\varphi}^x}{t_{12,\varphi}} \quad (3.119)$$

As entradas não nulas da matriz Jacobiana neste caso são dadas por:

$$\frac{\partial h_\varphi}{\partial I_{s12,\varphi}^r} = \frac{\partial h_\varphi}{\partial I_{s12,\varphi}^x} = -\frac{1}{t_{12,\varphi}} \quad (3.120)$$

3.5.5 Medidas de Tensão

O maior desafio para a inserção de transformadores e reguladores de tensão na formulação do EEC se encontra no modelo matemático para as medidas de tensão. Ao desenvolver os modelos para este tipo de medida considerando as diferentes conexões possíveis para os transformadores percebeu-se que, dependendo da configuração do sistema, o desacoplamento entre fases da formulação do EEC só pode ser mantida se algumas restrições forem atendidas, como será discutido no decorrer desta seção.

A forma fechada da expressão matemática obtida neste trabalho para medidas de tensão ao levar em conta a presença de transformadores foi:

$$\bar{\mathbf{V}}_l = \prod_{ij \in A_l} (\bar{T}_{ij} \bar{D}_{ij}) \bar{\mathbf{V}}_1 - \sum_{ij \in A_l} \left(\prod_{km \in (A_l - A_j)} (\bar{T}_{km} \bar{D}_{km}) \bar{T}_{ij}^\tau \bar{\mathbf{Z}}_{ij} \bar{\mathbf{I}}_{\tau ij} \right) \quad (3.121)$$

Em que Λ_l e Λ_j representam o conjunto de todos os ramos que conectam a subestação às barras l e j , respectivamente. Os termos \bar{T}_{ij} e \bar{T}_{km} são matrizes diagonais 3×3 que representam o tap por fase de cada ramo:

$$\bar{T}_{ij/km} = \begin{bmatrix} t_{ij/km,a} & 0 & 0 \\ 0 & t_{ij/km,b} & 0 \\ 0 & 0 & t_{ij/km,c} \end{bmatrix} \quad (3.122)$$

Para linhas de distribuição, esta matriz é igual a identidade. A variável τ é igual a 2 se o ramo corresponder a um transformador ΔY_g , ou unitário se o ramo representar um transformador $Y_g Y_g$ ou $\Delta\Delta$, ou ainda uma linha de distribuição. Para a variável de taps, \bar{T}_{ij} , τ representa um expoente. Para a variável de corrente, $\bar{I}_{\tau ij}$, τ é um índice que indica se a corrente é a primária ($\tau = 1$) ou secundária ($\tau = 2$) do transformador. Finalmente, as variáveis D_{ij} e D_{km} representam matrizes 3×3 que variam de acordo com o tipo do ramo:

Tabela 5: Valores Possíveis para $D_{ij/km}$

| Tipo do Ramo | $D_{ij/km}$ |
|--|---|
| Transformador $Y_g Y_g$ ou linha de distribuição | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.123)$ |
| Transformador ΔY_g | $\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.124)$ |
| Transformador $\Delta\Delta$ | $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.125)$ |

Para facilitar o entendimento de (3.121), define-se o seguinte sistema teste, que possui transformadores em cascata:

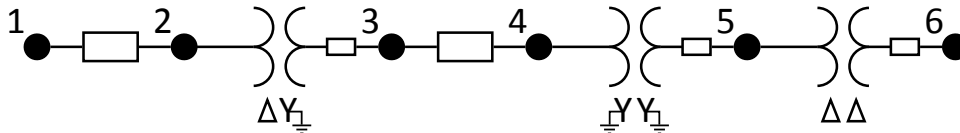


Figura 5: Sistema teste com transformadores em cascata.

O modelo matemático para as medidas de tensão neste sistema é dado por:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \\ \bar{V}_5 \\ \bar{V}_6 \end{bmatrix} = \bar{L} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_1 \end{bmatrix} - \bar{M}' \begin{bmatrix} \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{s23} \\ \bar{I}_{34} \\ \bar{I}_{45} \\ \bar{I}_{56} \end{bmatrix} \quad (3.126)$$

Onde \bar{L} representa a influência dos transformadores localizados no caminho entre a subestação e cada barra, dada por:

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{T}_{23}\bar{D}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{T}_{23}\bar{D}_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{T}_{45}\bar{T}_{23}\bar{D}_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{T}_{56}\bar{D}_{56}\bar{T}_{45}\bar{T}_{23}\bar{D}_{23} \end{bmatrix} \quad (3.127)$$

E \bar{M}' é a matriz de caminhos, apresentada em (3.34), modificada para considerar a presença de transformadores, que será dada por:

$$\bar{M}' = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{T}_{23}\bar{D}_{23}\bar{Z}_{12} & \bar{T}_{23}^2\bar{Z}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{T}_{23}\bar{D}_{23}\bar{Z}_{12} & \bar{T}_{23}^2\bar{Z}_{23} & \bar{Z}_{34} & 0 & 0 \\ \bar{T}_{45}\bar{T}_{23}\bar{D}_{23}\bar{Z}_{12} & \bar{T}_{45}\bar{T}_{23}^2\bar{Z}_{23} & \bar{T}_{45}\bar{Z}_{34} & \bar{T}_{45}\bar{Z}_{45} & 0 \\ \bar{T}_{56}\bar{D}_{56}\bar{T}_{45}\bar{T}_{23}\bar{D}_{23}\bar{Z}_{12} & \bar{T}_{56}\bar{D}_{56}\bar{T}_{45}\bar{T}_{23}^2\bar{Z}_{23} & \bar{T}_{56}\bar{D}_{56}\bar{T}_{45}\bar{Z}_{34} & \bar{T}_{56}\bar{D}_{56}\bar{T}_{45}\bar{Z}_{45} & \bar{T}_{56}\bar{Z}_{56} \end{bmatrix} \quad (3.128)$$

Vale ressaltar que os elementos que correspondem a matrizes identidade, tal como as matrizes \bar{T}_{ij} referentes a linhas de distribuição e matrizes \bar{D}_{ij} referentes a linhas ou transformadores $Y_g Y_g$, foram omitidas em (3.127) e (3.128) para simplificar a apresentação de suas estruturas, já que matrizes identidade não afetam o resultado de multiplicações matriciais. As matrizes \bar{L} e \bar{M}' podem ser construídas para um sistema qualquer utilizando o Algoritmo 7.

O modelo matemático para as medidas de módulo de tensão considerando a presença de transformadores é obtido através de uma extensão da formulação de (3.47), que

Algoritmo 7: Construção das matrizes \bar{L} e \bar{M}' .

-
1. Construa a matriz de ramos $\bar{B}R$ a partir da topologia do sistema;
 2. Inicialize \bar{L} como uma matriz identidade de tamanho $N_r \times N_r$;
 3. Inicialize \bar{M}' como uma matriz de zeros de tamanho $N_r \times N_r$;
 4. **para** $k \leftarrow 1$ **até** N_r **faça**
 5. Defina i como o elemento da primeira coluna da linha k de $\bar{B}R$;
 6. Defina j como o elemento da segunda coluna da linha k de $\bar{B}R$;
 7. **se** $k > 1$ **então**
 8. Copie o elemento da diagonal principal de \bar{L} correspondente à barra i para o elemento da diagonal principal da linha k da mesma matriz;
 9. Copie a linha de \bar{M}' correspondente à barra i para a linha k da mesma matriz;
 10. **fim**
 11. Multiplique a k -ésima linha de \bar{L} e \bar{M}' por $\bar{T}_{ij}\bar{D}_{ij}$;
 12. **se** k -ésimo ramo é um transformador ΔY_g **então**
 13. Preencha o elemento da diagonal principal da linha k de \bar{M}' com $\bar{T}_{ij}^2 Z_{ij}$;
 14. **senão**
 15. Preencha o elemento da diagonal principal da linha k de \bar{M}' com $\bar{T}_{ij} Z_{ij}$;
 16. **fim**
 17. **fim**
-

é alterada de modo a incorporar as informações da equação (3.121), tal como:

$$\begin{aligned}
\bar{h}_V(x) = & \overline{\cos}\delta_V \left(\prod_{ij \in \Lambda_l} (\bar{T}_{ij}\bar{D}_{ij}) \bar{V}_1^r - \sum_{ij \in \Lambda_l} \left(\prod_{km \in (\Lambda_l - \Lambda_j)} (\bar{T}_{km}\bar{D}_{km}) \bar{T}_{ij}^\tau (\bar{R}_{ij}\bar{I}_{\tau ij}^r - \bar{X}_{ij}\bar{I}_{\tau ij}^x) \right) \right) \\
& + \overline{\sin}\delta_V \left(\prod_{ij \in \Lambda_l} (\bar{T}_{ij}\bar{D}_{ij}) \bar{V}_1^x - \sum_{ij \in \Lambda_l} \left(\prod_{km \in (\Lambda_l - \Lambda_j)} (\bar{T}_{km}\bar{D}_{km}) \bar{T}_{ij}^\tau (\bar{X}_{ij}\bar{I}_{\tau ij}^r + \bar{R}_{ij}\bar{I}_{\tau ij}^x) \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.129}$$

Em que:

$$\overline{\cos}\delta_V = \begin{bmatrix} \cos \delta_{V,a} & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta_{V,b} & 0 \\ 0 & 0 & \cos \delta_{V,c} \end{bmatrix} \tag{3.130a}$$

$$\overline{\sin}\delta_V = \begin{bmatrix} \sin \delta_{V,a} & 0 & 0 \\ 0 & \sin \delta_{V,b} & 0 \\ 0 & 0 & \sin \delta_{V,c} \end{bmatrix} \tag{3.130b}$$

Cuja matriz Jacobiana será dada por:

$$\bar{H}_V = \begin{bmatrix} \bar{H}_V^r & \bar{H}_V^x \end{bmatrix} \quad (3.131)$$

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| $\frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,a}^r}$ | $\frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,b}^r}$ | $\frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,c}^r}$ | $\frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,a}^x}$ | $\frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,b}^x}$ | $\frac{\partial V_{l,a}}{\partial I_{pq,c}^x}$ |
| $\frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,a}^r}$ | $\frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,b}^r}$ | $\frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,c}^r}$ | $\frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,a}^x}$ | $\frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,b}^x}$ | $\frac{\partial V_{l,b}}{\partial I_{pq,c}^x}$ |
| $\frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,a}^r}$ | $\frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,b}^r}$ | $\frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,c}^r}$ | $\frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,a}^x}$ | $\frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,b}^x}$ | $\frac{\partial V_{l,c}}{\partial I_{pq,c}^x}$ |

As entradas da matriz Jacobiana serão dadas por:

$$\bar{H}_V^r = \begin{cases} -\overline{\cos}\delta_V \bar{K}_{trafo} \bar{R}_{ij} - \overline{\sin}\delta_V \bar{K}_{trafo} \bar{X}_{ij}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.132)$$

$$\bar{H}_V^x = \begin{cases} \overline{\cos}\delta_V \bar{K}_{trafo} \bar{X}_{ij} - \overline{\sin}\delta_V \bar{K}_{trafo} \bar{R}_{ij}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.133)$$

Onde:

$$\bar{K}_{trafo} = \prod_{km \in (\Lambda_l - \Lambda_j)} (\bar{T}_{km} \bar{D}_{km}) \bar{T}_{ij}^\tau \quad (3.134)$$

Já para as medidas fasoriais de tensão, o modelo matemático ao considerar a presença de transformadores é dado por:

$$\bar{h}_{V_{PMU}}^r(x) = \prod_{ij \in \Lambda_l} (\bar{T}_{ij} \bar{D}_{ij}) \bar{V}_1^r - \sum_{ij \in \Lambda_l} \left(\prod_{km \in (\Lambda_l - \Lambda_j)} (\bar{T}_{km} \bar{D}_{km}) \bar{T}_{ij}^\tau (\bar{R}_{ij} \bar{I}_{\tau ij}^r - \bar{X}_{ij} \bar{I}_{\tau ij}^x) \right) \quad (3.135a)$$

$$\bar{h}_{V_{PMU}}^x(x) = \prod_{ij \in \Lambda_l} (\bar{T}_{ij} \bar{D}_{ij}) \bar{V}_1^x - \sum_{ij \in \Lambda_l} \left(\prod_{km \in (\Lambda_l - \Lambda_j)} (\bar{T}_{km} \bar{D}_{km}) \bar{T}_{ij}^\tau (\bar{X}_{ij} \bar{I}_{\tau ij}^r - \bar{R}_{ij} \bar{I}_{\tau ij}^x) \right) \quad (3.135b)$$

Cuja matriz Jacobiana será dada por:

$$\bar{H}_V = \begin{bmatrix} \bar{H}_V^{rr} & \bar{H}_V^{rx} \\ \bar{H}_V^{xr} & \bar{H}_V^{xx} \end{bmatrix} \quad (3.136)$$

\bar{H}_V^{rr} (green) \bar{H}_V^{rx} (yellow) \bar{H}_V^{xr} (pink) \bar{H}_V^{xx} (blue)

Onde:

$$\bar{H}_V^{rr} = \begin{cases} -K_{trafo} \bar{R}_{ij}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.137a)$$

$$\bar{H}_V^{rx} = \begin{cases} K_{trafo} X_{ij}^{\varphi\varphi}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.137b)$$

$$\bar{H}_V^{xr} = \begin{cases} -K_{trafo} X_{ij}^{\varphi\varphi}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.137c)$$

$$\bar{H}_V^{xx} = \begin{cases} -K_{trafo} R_{ij}^{\varphi\varphi}, & \text{se } ij = pq \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.137d)$$

Ao desenvolver os modelos para medidas de tensão considerando as diferentes conexões possíveis para os transformadores, percebeu-se que este tipo de medida só pode ser utilizado de maneira irrestrita mantendo a característica desacoplada da formulação do EEC quando há apenas linhas e/ou transformadores com conexão $Y_g Y_g$ no sistema. Quando transformadores com conexão ΔY_g ou $\Delta\Delta$ estão presentes, a característica desacoplada pode ser mantida para as medidas de tensão se o transformador estiver localizado na subestação, isto é, o transformador deve ser o primeiro elemento da topologia do sistema. Caso o transformador com uma destas conexões esteja localizado em algum outro ponto do sistema, a característica desacoplada das medidas de tensão pode ser mantida

apenas em barras a montante do transformador. Para transformadores ΔY_g , a consideração de alocação do equipamento na subestação é bastante realista, de modo que esta limitação não foi considerada como uma questão de grande relevância. Para sistemas como o IEEE 123 barras (KERSTING, 2001b), que possui apenas um transformador em $\Delta\Delta$ que reduz o nível de média para baixa tensão, ignorar as medidas de tensão a jusante, se houver alguma, não representa uma perda significativa para o processo de estimação de estado. Isto porque não é usual que a estimação de estado seja realizada considerando a baixa tensão. Caso haja o interesse em se considerar medidas de tensão a jusante de um transformador ΔY_g ou $\Delta\Delta$ localizado em um ponto diferente da barra da subestação, a estimação de estado deve ser realizada de maneira acoplada entre as fases.

Para facilitar o entendimento destas limitações no desacoplamento do modelo, definem-se os sistemas teste dados na Figura 6, que ilustram as situações em que o transformador está localizado na subestação ou fora dela.

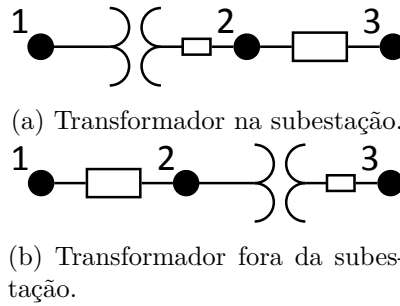


Figura 6: Sistemas teste para acoplamento entre fases no modelo matemático.

Para facilitar a compreensão, os elementos de impedância mútua serão omitidos dos modelos apresentados, pois sabemos que sua presença não traz influência em termos de acoplamento pelo fato de serem desprezados posteriormente na matriz Jacobiana. Supondo que a ligação do transformador seja ΔY_g e que ele está localizado na subestação (Figura 6a), medidas de tensão na fase a das barras 2 e 3 teriam, respectivamente, os seguintes modelos matemáticos:

$$V_{2,a} = t_{12,a} \frac{V_{1,a} - V_{1,c}}{\sqrt{3}} - t_{12,a}^2 I_{s12,a} Z_{12}^{aa} \quad (3.138)$$

$$V_{3,a} = t_{12,a} \frac{V_{1,a} - V_{1,c}}{\sqrt{3}} - t_{12,a}^2 I_{s12,a} Z_{12}^{aa} - I_{23,a} Z_{23}^{aa} \quad (3.139)$$

Analisando (3.139), percebe-se que o modelo matemático se mantém desacoplado, apresentando apenas correntes da própria fase a para o cálculo da tensão na barra 3 desta mesma fase. Isto mostra que, caso o transformador esteja localizado na subestação, medidas de tensão a jusante do mesmo não prejudicam o desacoplamento do sistema.

Agora, considerando que o transformador ΔY_g está localizado fora da subestação, tal como exposto na Figura 6b, medidas de tensão na fase a das barras 2 e 3 apresentam, respectivamente, os seguintes modelos matemáticos:

$$V_{2,a} = V_{1,a} - I_{12,a} Z_{12}^{aa} \quad (3.140)$$

$$V_{3,a} = t_{23,a} \frac{\overbrace{(V_{1,a} - I_{12,a} Z_{12}^{aa})}^{V_{2,a}} - \overbrace{(V_{1,c} - \underbrace{I_{12,c}}_{\text{destacada}} Z_{12}^{cc})}^{V_{2,c}}}{\sqrt{3}} - t_{23,a}^2 I_{s23,a} Z_{23}^{aa} \quad (3.141)$$

Analisando a expressão obtida em (3.141) percebe-se que, mesmo desconsiderando-se as impedâncias mútuas, o modelo matemático apresenta acoplamento entre as fases. Para o cálculo da tensão na fase a da barra 3 (barra a jusante do transformador), a presença da variável $I_{12,c}$, destacada em (3.141), acopla o modelo matemático. Percebe-se também que, no cálculo da tensão na fase a da barra 2 (barra a montante do transformador), cujo modelo foi exposto em (3.140), a presença do transformador não afetou o desacoplamento da formulação. Fazendo um desenvolvimento matemático análogo, chega-se às mesmas conclusões a respeito dos transformadores $\Delta\Delta$.

Durante o desenvolvimento deste trabalho, um esforço foi feito de modo a se manter a principal característica do EEC, que é a possibilidade de resolver três subproblemas separadamente, um para cada fase. Como exposto nesta seção, na presença de transformadores este desacoplamento nem sempre é possível. Para manter a formulação desacoplada do EEC, as restrições expostas nesta seção devem ser respeitadas.

3.5.6 Estimação da Tensão na Subestação

Na ausência de transformadores, a tensão na subestação pode ser estimada diretamente de maneira desacoplada entre fases, tal como mostrado nas Seções 3.4.7 e 3.4.8. Já na presença de transformadores, mais especificamente aqueles com conexões ΔY_g ou $\Delta\Delta$, o modelo matemático torna-se acoplado entre fases para a variável de estado referente à tensão na subestação. Isto porque seus modelos matemáticos relacionam tensões de mais de uma fase ao mesmo tempo, como pode ser facilmente observado em (3.96) e (3.98). Entretanto, no esforço de se manter a característica desacoplada da formulação do EEC, uma solução foi proposta neste trabalho para lidar com a estimação da tensão na subestação na presença de transformadores. Primeiramente serão apresentados os modelos acoplados para estimação da tensão na subestação e, posteriormente, os modelos desacoplados desenvolvidos juntamente com o método proposto.

Quando há a presença apenas de medidas tradicionais de tensão, é necessário que apenas o módulo da tensão na subestação seja estimado, já que a barra da SE é escolhida como referência angular. Neste caso, a Jacobiana do modelo acoplado será dada por:

$$\bar{H}_V = \begin{bmatrix} \bar{H}_V^r & \bar{H}_V^x & \bar{H}_V^V \end{bmatrix} \quad (3.142)$$

Em que \bar{H}_V^V apresenta a seguinte estrutura:

$$\bar{H}_V^V = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,a}}{\partial V_{1,a}} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial V_{1,b}} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial V_{1,c}} \\ \frac{\partial V_{l,b}}{\partial V_{1,a}} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial V_{1,b}} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial V_{1,c}} \\ \frac{\partial V_{l,c}}{\partial V_{1,a}} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial V_{1,b}} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial V_{1,c}} \end{bmatrix} \quad (3.143)$$

Onde:

$$\bar{H}_V^V = \overline{\cos\delta_{V_l}} \prod_{ij \in \Lambda_l} (\bar{T}_{ij} \bar{D}_{ij}) \overline{\cos\delta_{V_1}} + \overline{\sin\delta_{V_l}} \prod_{ij \in \Lambda_l} (\bar{T}_{ij} \bar{D}_{ij}) \overline{\sin\delta_{V_1}} \quad (3.144)$$

Há casos em que se deseja estimar a tensão complexa na subestação utilizando as medidas tradicionais de tensão. Isso pode ocorrer quando medidas fasoriais se encontram no conjunto de medidas juntamente com medidas tradicionais. Neste caso, a matriz Jacobiana do modelo acoplado será dada por:

$$\bar{H}_V = \begin{bmatrix} \bar{H}_V^r & \bar{H}_V^x & \bar{H}_V^V \end{bmatrix} \quad (3.145)$$

A matriz \bar{H}_V^V passa a apresentar a seguinte estrutura:

$$\bar{H}_V^V = \begin{bmatrix} \bar{H}_V^{V_r} & \bar{H}_V^{V_x} \\ \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,a}}{\partial V_{1,a}^r} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial V_{1,b}^r} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial V_{1,c}^r} \\ \frac{\partial V_{l,b}}{\partial V_{1,a}^r} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial V_{1,b}^r} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial V_{1,c}^r} \\ \frac{\partial V_{l,c}}{\partial V_{1,a}^r} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial V_{1,b}^r} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial V_{1,c}^r} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,a}}{\partial V_{1,a}^x} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial V_{1,b}^x} & \frac{\partial V_{l,a}}{\partial V_{1,c}^x} \\ \frac{\partial V_{l,b}}{\partial V_{1,a}^x} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial V_{1,b}^x} & \frac{\partial V_{l,b}}{\partial V_{1,c}^x} \\ \frac{\partial V_{l,c}}{\partial V_{1,a}^x} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial V_{1,b}^x} & \frac{\partial V_{l,c}}{\partial V_{1,c}^x} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.146)$$

Onde:

$$\bar{H}_V^{V_r} = \overline{\cos\delta_{V_l}} \prod_{ij \in \Lambda_l} (\bar{T}_{ij} \bar{D}_{ij}) \quad (3.147a)$$

$$\bar{H}_V^{V_x} = \overline{\sin \delta_{V_l}} \prod_{ij \in A_l} (\bar{T}_{ij} \bar{D}_{ij}) \quad (3.147b)$$

Ao optar por estimar a tensão a partir de medidas fasoriais, a tensão complexa na subestação deve ser estimada. Neste caso a matriz Jacobiana do modelo acoplado será dada por:

$$\bar{H}_V = \begin{bmatrix} \bar{H}_{V_r}^r & \bar{H}_{V_r}^x & \bar{H}_V^V \\ \bar{H}_{V_x}^r & \bar{H}_{V_x}^x & \bar{H}_V^V \end{bmatrix} \quad (3.148)$$

O elemento \bar{H}_V^V neste caso apresenta a seguinte estrutura:

$$\bar{H}_V^V = \begin{bmatrix} \begin{matrix} \bar{H}_{V_r}^{V_r} & \bar{H}_{V_r}^{V_x} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \frac{\partial V_{l,a}^r}{\partial V_{1,a}^r} & \frac{\partial V_{l,a}^r}{\partial V_{1,b}^r} & \frac{\partial V_{l,a}^r}{\partial V_{1,c}^r} & \frac{\partial V_{l,a}^x}{\partial V_{1,a}^x} & \frac{\partial V_{l,a}^x}{\partial V_{1,b}^x} & \frac{\partial V_{l,a}^x}{\partial V_{1,c}^x} \\ \frac{\partial V_{l,b}^r}{\partial V_{1,a}^r} & \frac{\partial V_{l,b}^r}{\partial V_{1,b}^r} & \frac{\partial V_{l,b}^r}{\partial V_{1,c}^r} & \frac{\partial V_{l,b}^x}{\partial V_{1,a}^x} & \frac{\partial V_{l,b}^x}{\partial V_{1,b}^x} & \frac{\partial V_{l,b}^x}{\partial V_{1,c}^x} \\ \frac{\partial V_{l,c}^r}{\partial V_{1,a}^r} & \frac{\partial V_{l,c}^r}{\partial V_{1,b}^r} & \frac{\partial V_{l,c}^r}{\partial V_{1,c}^r} & \frac{\partial V_{l,c}^x}{\partial V_{1,a}^x} & \frac{\partial V_{l,c}^x}{\partial V_{1,b}^x} & \frac{\partial V_{l,c}^x}{\partial V_{1,c}^x} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \bar{H}_{V_x}^{V_r} & \bar{H}_{V_x}^{V_x} \end{matrix} \end{bmatrix} \quad (3.149)$$

Onde:

$$\bar{H}_{V_r}^{V_r} = \bar{H}_{V_x}^{V_x} = \prod_{ij \in A_l} (\bar{T}_{ij} \bar{D}_{ij}) \quad (3.150a)$$

$$\bar{H}_{V_r}^{V_x} = \bar{H}_{V_x}^{V_r} = 0 \quad (3.150b)$$

Para desenvolver o modelo desacoplado deve-se lembrar, da Seção 3.5.5, que uma das condições para que o sistema possa ser executado de maneira desacoplada entre fases utilizando medidas de tensão na presença de transformadores é que, caso os mesmos apresentem conexões ΔY_g ou $\Delta \Delta$, estejam localizados na subestação. Desta maneira, seja o seguinte sistema teste:

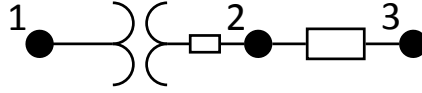


Figura 7: Sistema teste para estimação da tensão na SE.

Desprezando as quedas de tensão devido às correntes no transformador, as tensões em seu secundário considerando as conexões ΔY_g e $\Delta\Delta$ são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{bmatrix} V_{2,a} \\ V_{2,b} \\ V_{2,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{t_{12,a}}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{t_{12,a}}{\sqrt{3}} \\ -\frac{t_{12,b}}{\sqrt{3}} & \frac{t_{12,b}}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & -\frac{t_{12,c}}{\sqrt{3}} & \frac{t_{12,c}}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,a} \\ V_{1,b} \\ V_{1,c} \end{bmatrix} \quad (3.151)$$

$$\begin{bmatrix} V_{2,a} \\ V_{2,b} \\ V_{2,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2t_{12,a}}{3} & -\frac{t_{12,a}}{3} & -\frac{t_{12,a}}{3} \\ -\frac{t_{12,b}}{3} & \frac{2t_{12,b}}{3} & -\frac{t_{12,b}}{3} \\ -\frac{t_{12,c}}{3} & -\frac{t_{12,c}}{3} & \frac{2t_{12,c}}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{1,a} \\ V_{1,b} \\ V_{1,c} \end{bmatrix} \quad (3.152)$$

As matrizes de coeficientes que acompanham as variáveis de tensão na subestação, V_1 , em (3.151) e (3.152) são comuns ao modelo matemático de qualquer medida de tensão em barras subsequentes. A presença de termos fora da diagonal principal nestas matrizes indica o acoplamento entre as variáveis de tensão na subestação. Desta maneira, o vetor de estado expandido ficaria, para cada fase, igual a:

$$\bar{x}_\varphi = \begin{bmatrix} \bar{x}_\varphi^I & \bar{x}_\varphi^{V_1} \end{bmatrix}^T \quad (3.153)$$

Onde \bar{x}_φ^I representa as variáveis de estado referentes a correntes, e $\bar{x}_\varphi^{V_1}$ representa as variáveis de estado referentes a tensão na subestação, que para a ligação ΔY_g será dado por:

$$\bar{x}_a^{V_1} = \begin{bmatrix} V_{1,a}^r & V_{1,c}^r & V_{1,a}^x & V_{1,c}^x \end{bmatrix} \quad (3.154a)$$

$$\bar{x}_b^{V_1} = \begin{bmatrix} V_{1,a}^r & V_{1,b}^r & V_{1,a}^x & V_{1,b}^x \end{bmatrix} \quad (3.154b)$$

$$\bar{x}_c^{V_1} = \begin{bmatrix} V_{1,b}^r & V_{1,c}^r & V_{1,b}^x & V_{1,c}^x \end{bmatrix} \quad (3.154c)$$

Já para a ligação $\Delta\Delta$:

$$\bar{x}_a^{V_1} = \bar{x}_b^{V_1} = \bar{x}_c^{V_1} = \begin{bmatrix} V_{1,a}^r & V_{1,b}^r & V_{1,c}^r & V_{1,a}^x & V_{1,b}^r & V_{1,c}^x \end{bmatrix} \quad (3.155)$$

Analisando as equações do conjunto (3.154), referentes à ligação ΔY_g , percebe-se que a variável $V_{1,a}$ é comum às fases a e b , a variável $V_{1,b}$ é comum às fases b e c , e a variável $V_{1,c}$ é comum às fases a e c . Para a ligação $\Delta\Delta$, a equação (3.155) mostra que as variáveis $V_{1,a}$, $V_{1,b}$ e $V_{1,c}$ são comuns às três fases. Desta forma, para estimar as tensões trifásicas na subestação na presença de um transformador ΔY_g ou $\Delta\Delta$ seria necessário executar o algoritmo de EEC de maneira acoplada.

Neste trabalho nós propomos uma solução para executar o algoritmo de maneira desacoplada mesmo considerando a estimação da tensão na subestação na presença de transformadores. Para tal, primeiramente considera-se que cada variável de tensão será estimada de maneira independente para cada fase, isto é, para um transformador ΔY_g haverá duas estimativas para $V_{1,a}$, duas para $V_{1,b}$ e duas para $V_{1,c}$. Já para um transformador $\Delta\Delta$ haverá três estimativas para cada uma das variáveis. Para ambos os casos, alguma metodologia deve ser utilizada para combinar as várias estimativas para cada fase de modo a obter um valor único para cada variável.

A teoria de *Multisensor Data Fusion* (MDF) lida com processos monitorados por diferentes classes de sensores, e é amplamente aplicada em estudos aeroespaciais, teoria da informação e processamento de sinais (MITCHELL, 2007). O problema consiste em combinar, de uma maneira ótima, dados gerados por diferentes sensores de modo que a qualidade da informação produzida a respeito do processo monitorado seja aprimorada em relação às informações individuais de cada sensor.

Este conceito foi utilizado no trabalho de Simões Costa, Albuquerque e Bez (2013) de modo a aplicá-lo a um problema de estimação de estado. O objetivo do trabalho era o de combinar informações de estados obtidos a partir de medidas SCADA e PMU. O método foi chamado de *Fusion State Estimator* (FSE). O conceito de FSE será adaptado neste trabalho para a aplicação de estimação da tensão na subestação utilizando o EEC.

O nível de precisão de um dado estado estimado pode ser avaliado utilizando a matriz Ganho (SCHWEPPE; WILDES, 1970). Sejam os vetores de estado \bar{x}_a , \bar{x}_b e \bar{x}_c obtidos de processos de estimação diferentes, com as respectivas matrizes Ganho \bar{G}_a , \bar{G}_b e \bar{G}_c , a combinação dos estados referentes às variáveis de tensão na subestação através do

método FSE será dada por:

$$(\bar{G}_{x_a}^{V_1} + \bar{G}_{x_b}^{V_1} + \bar{G}_{x_c}^{V_1}) \begin{bmatrix} V_{1,a}^r \\ V_{1,b}^r \\ V_{1,c}^r \\ V_{1,a}^x \\ V_{1,b}^x \\ V_{1,c}^x \end{bmatrix} = \bar{G}_{x_a}^{V_1} \begin{bmatrix} (V_{1,a}^r)_a \\ (V_{1,b}^r)_a \\ (V_{1,c}^r)_a \\ (V_{1,a}^x)_a \\ (V_{1,b}^x)_a \\ (V_{1,c}^x)_a \end{bmatrix} + \bar{G}_{x_b}^{V_1} \begin{bmatrix} (V_{1,a}^r)_b \\ (V_{1,b}^r)_b \\ (V_{1,c}^r)_b \\ (V_{1,a}^x)_b \\ (V_{1,b}^x)_b \\ (V_{1,c}^x)_b \end{bmatrix} + \bar{G}_{x_c}^{V_1} \begin{bmatrix} (V_{1,a}^r)_c \\ (V_{1,b}^r)_c \\ (V_{1,c}^r)_c \\ (V_{1,a}^x)_c \\ (V_{1,b}^x)_c \\ (V_{1,c}^x)_c \end{bmatrix} \quad (3.156)$$

Onde cada matriz $\bar{G}_{x_\varphi}^{V_1}$ representa uma submatriz de tamanho 6×6 referente às coordenadas associadas a $\bar{x}_\varphi^{V_1}$ na matriz Ganho \bar{G}_{x_φ} . Cada estimativa de tensão é representada por $(\mathbf{V}_{1,\varphi})_\phi$, onde φ indica a fase da tensão na SE, e ϕ indica a partir de qual processo do EEC esta tensão foi estimada. No caso de transformadores ΔY_g , que associam apenas duas fases da tensão na subestação por vez, tem-se que:

$$(V_{1,b}^r)_a = (V_{1,b}^x)_a = (V_{1,c}^r)_b = (V_{1,c}^x)_b = (V_{1,a}^r)_c = (V_{1,a}^x)_c = 0 \quad (3.157)$$

Adicionalmente, as linhas e colunas de $G_{x_\varphi}^{V_1}$ referentes à tensão não contemplada são preenchidas com zero. Desta maneira, as variáveis $\mathbf{V}_{1,a}$, $\mathbf{V}_{1,b}$ e $\mathbf{V}_{1,c}$ são estimadas de maneira independente para cada fase, e são então combinadas pelo FSE de acordo com o nível de precisão dado pelas suas matrizes Ganho.

Em relação às etapas do EEC, esta nova fase referente ao FSE é executada entre as etapas iii. e iv., ou seja, após a solução da equação normal para as três fases, e antes da atualização das variáveis de tensão por meio da varredura direta. Tal esquema segue representado na Figura 8.

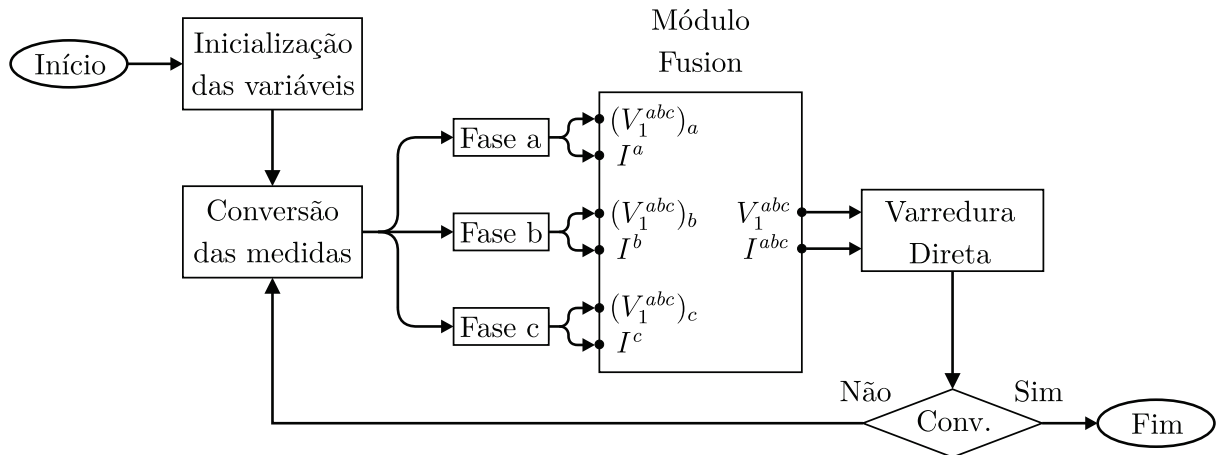


Figura 8: Esquema misto do EEC com módulo FSE.

A partir do método proposto, caso se deseje estimar o módulo da tensão na subestação a partir das medidas tradicionais de tensão, a estrutura das matrizes Jacobianas

desacopladas para estas medidas tornam-se, para cada fase, as expressões expostas na Tabela 6. As entradas das matrizes em função da conexão do transformador seguem na Tabela 7.

Tabela 6: Estrutura da Jacobiana: Medida de módulo de tensão estimando o módulo da tensão na SE.

| Conexão | Estrutura da Jacobiana |
|----------------|---|
| ΔY_g | $\bar{H}_{V,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi-1}} \end{bmatrix} \quad (3.158)$ |
| $\Delta\Delta$ | $\bar{H}_{V,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,a}} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,b}} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,c}} \end{bmatrix} \quad (3.159)$ |

Tabela 7: Entrada da Jacobiana: Medida de módulo de tensão estimando o módulo da tensão na SE.

| Conexão | Entrada da Jacobiana |
|----------------|--|
| ΔY_g | $\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\phi}} = \begin{cases} \frac{\cos(\delta_{V_{l,\varphi}} - \delta_{V_{1,\phi}})}{\sqrt{3}} \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi \\ -\frac{\cos(\delta_{V_{l,\varphi}} - \delta_{V_{1,\phi}})}{\sqrt{3}} \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi - 1 \\ 0, & \text{se } \phi = \varphi + 1 \end{cases} \quad (3.160)$ |
| $\Delta\Delta$ | $\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\phi}} = \begin{cases} \frac{2}{3} \cos(\delta_{V_{l,\varphi}} - \delta_{V_{1,\phi}}) \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi \\ -\frac{1}{3} \cos(\delta_{V_{l,\varphi}} - \delta_{V_{1,\phi}}) \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.161)$ |

Para a estimação da tensão complexa na subestação a partir de medidas tradicionais, as matrizes Jacobianas desacopladas apresentam, para cada fase, as estruturas expostas na Tabela 8. Os elementos destas matrizes em função da conexão do transformador seguem na Tabela 9.

Na presença de medidas fasoriais de tensão, deseja-se estimar as tensões complexas na subestação. Neste caso, as matrizes Jacobianas desacopladas apresentam, para cada fase, as estruturas expostas na Tabela 10. Os termos destas matrizes Jacobianas em função da conexão do transformador seguem na Tabela 11.

Tabela 8: Estrutura da Jacobiana: Medida de módulo de tensão estimando a tensão complexa na SE.

| Conexão | Estrutura da Jacobiana |
|--------------|---|
| ΔY_g | $\bar{H}_{V,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi-1}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi-1}^x} \end{bmatrix} \quad (3.162)$ |
| ΔY_g | $\bar{H}_{V,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial I_{pq,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,b}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,c}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,b}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,c}^x} \end{bmatrix} \quad (3.163)$ |

Tabela 9: Entrada da Jacobiana: Medida de módulo de tensão estimando a tensão complexa na SE.

| Conexão | Entrada da Jacobiana |
|----------------|--|
| ΔY_g | $\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\phi}^r} = \begin{cases} \frac{\cos(\delta_{V_{l,\varphi}})}{\sqrt{3}} \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi \\ -\frac{\cos(\delta_{V_{l,\varphi}})}{\sqrt{3}} \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi - 1 \\ 0, & \text{se } \phi = \varphi + 1 \end{cases} \quad (3.164)$ |
| | $\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\phi}^x} = \begin{cases} \frac{\sin(\delta_{V_{l,\varphi}})}{\sqrt{3}} \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi \\ -\frac{\sin(\delta_{V_{l,\varphi}})}{\sqrt{3}} \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi - 1 \\ 0, & \text{se } \phi = \varphi + 1 \end{cases} \quad (3.165)$ |
| $\Delta\Delta$ | $\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\phi}^r} = \begin{cases} \frac{2}{3} \cos(\delta_{V_{l,\varphi}}) \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi \\ -\frac{1}{3} \cos(\delta_{V_{l,\varphi}}) \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.166)$ |
| | $\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\phi}^x} = \begin{cases} \frac{2}{3} \sin(\delta_{V_{l,\varphi}}) \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi \\ -\frac{1}{3} \sin(\delta_{V_{l,\varphi}}) \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.167)$ |

Tabela 10: Estrutura da Jacobiana: Medida de tensão fasorial estimando a tensão complexa na SE.

| Conexão | Estrutura da Jacobiana |
|----------------|--|
| ΔY_g | $\bar{H}_{V,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial I_{pq,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,\varphi-1}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,\varphi-1}^x} \\ \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial I_{pq,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,\varphi}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,\varphi-1}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,\varphi}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,\varphi-1}^x} \end{bmatrix} \quad (3.168)$ |
| $\Delta\Delta$ | $\bar{H}_{V,\varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial I_{pq,a}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial I_{pq,a}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,a}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,b}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,c}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,a}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,b}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^r}{\partial V_{1,c}^x} \\ \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial I_{pq,a}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial I_{pq,a}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,a}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,b}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,c}^r} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,a}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,b}^x} & \frac{\partial V_{l,\varphi}^x}{\partial V_{1,c}^x} \end{bmatrix} \quad (3.169)$ |

Tabela 11: Entrada da Jacobiana: Medida de tensão fasorial estimando a tensão complexa na SE.

| Conexão | Entrada da Jacobiana |
|----------------|---|
| ΔY_g | $\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\phi}^r} = \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\phi}^x} \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3}} \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi - 1 \\ 0, & \text{se } \phi = \varphi + 1 \end{cases} \quad (3.170)$ |
| $\Delta\Delta$ | $\frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\phi}^r} = \frac{\partial V_{l,\varphi}}{\partial V_{1,\phi}^x} \begin{cases} \frac{2}{3} \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{se } \phi = \varphi \\ -\frac{1}{3} \prod_{ij \in \Lambda_l} t_{ij,\varphi}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.171)$ |

3.5.7 Sistema Fracamente Malhado

Tal como para o modelo barra-linha, as malhas contidas no sistema na presença de transformadores são incorporadas ao problema como restrições de igualdade respeitando a LTK. Entretanto, algumas considerações tornam-se necessárias quando na presença de transformadores reguladores. Se, mesmo havendo transformadores no sistema, no interior da malha houver apenas barras e linhas, o modelo segue tal como descrito para o caso barra-linha. Ou seja, a soma das quedas de tensão devido à corrente que passa pelos condutores dentro da malha deve ser igual à zero, tal como representado abaixo:

$$\begin{aligned} \min \quad & J(\bar{x}) = [\bar{z} - \bar{h}(\bar{x})]^T \bar{W} [\bar{z} - \bar{h}(\bar{x})] \\ \text{tal que} \quad & \underbrace{\sum_{ij \in A_m} \bar{Z}_{ij} \bar{I}_{ij}}_{c(x)} = 0 \end{aligned} \quad (3.172)$$

Na presença de um transformador regulador dentro da malha, deve-se atentar para os efeitos da regulação no cálculo da soma das diferenças de potencial. Seja o seguinte sistema exemplo:

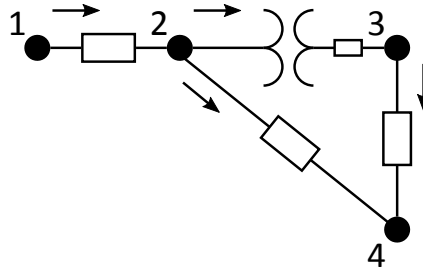


Figura 9: Sistema teste com transformador no interior de uma malha.

Neste sistema, uma chave NA foi fechada de modo que se formou a malha 2-3-4-2, que contém dois ramos relacionados a linhas de distribuição e um ramo relacionado a um transformador. A equação que define a LTK para esta malha é dada por:

$$qdt_{23} + qdt_{34} - qdt_{24} = 0 \quad (3.173)$$

Onde a variável qdt_{ij} representa a queda de tensão em cada ramo $i - j$. Os sinais de cada termo estão relacionados com o sentido da corrente indicado na Figura 9. Para facilitar a compreensão, os elementos de impedância mútua serão omitidos dos modelos apresentados, pois sabe-se que sua presença não traz influência em termos de acoplamento pelo fato de serem desprezados na matriz Jacobiana. Considerando a conexão do regulador como $Y_g Y_g$, pode-se desenvolver a expressão (3.173) para a fase a como:

$$\underbrace{(t_{23,a} - 1)V_{2,a} - t_{23,a}Z_{23}^{aa}I_{23,a}}_{qdt_{23}} - \underbrace{Z_{34}^{aa}I_{34,a}}_{qdt_{34}} + \underbrace{Z_{24}^{aa}I_{24,a}}_{qdt_{24}} = 0 \quad (3.174)$$

Repare que na presença de transformadores reguladores, além das variáveis de corrente, aparece ainda uma variável de tensão devido à capacidade de regulação. Quando a tensão não está sendo regulada, isto é, $t_{23,a} = 1$, a equação (3.174) se torna a LTK tal como aplicada para malhas contendo apenas barras e linhas. Para valores diferentes da unidade, o efeito da regulação adiciona a variável de tensão $\mathbf{V}_{2,a}$ ao problema. Expandindo $\mathbf{V}_{2,a}$ em relação à tensão na SE e às demais correntes relacionadas, chega-se a:

$$(t_{23,a} - 1)\mathbf{V}_{1,a} - (t_{23,a} - 1)\mathbf{Z}_{12}^{aa}\mathbf{I}_{12,a} - t_{23,a}\mathbf{Z}_{23}^{aa}\mathbf{I}_{23,a} - \mathbf{Z}_{34}^{aa}\mathbf{I}_{34,a} + \mathbf{Z}_{24}^{aa}\mathbf{I}_{24,a} = 0 \quad (3.175)$$

Portanto, quando da presença de um transformador regulador na malha, o modelo matemático irá relacionar não só as correntes nos ramos dentro da malha, como também correntes no caminho entre a subestação e esta malha, tal como com a variável de tensão na SE. No caso da conexão $Y_g Y_g$, o problema mantém a característica desacoplada entre fases através da simplificação de se desprezar as impedâncias mútuas na matriz Jacobiana. Caso o transformador regulador presente dentro da malha apresente a ligação $\Delta\Delta$, o problema se torna acoplado entre as fases pois, a partir de (3.98), a LTK seria representada pela seguinte expressão:

$$(2t_{23,a} - 1)\mathbf{V}_{2,a} - t_{23,a}(\mathbf{V}_{2,b} + \mathbf{V}_{2,c}) - t_{23,a}\mathbf{Z}_{23}^{aa}\mathbf{I}_{23,a} - \mathbf{Z}_{34}^{aa}\mathbf{I}_{34,a} + \mathbf{Z}_{24}^{aa}\mathbf{I}_{24,a} = 0 \quad (3.176)$$

É possível reparar que neste caso, além da variável $\mathbf{V}_{2,a}$, aparecem ainda as tensões nas fases b e c da barra 2. Desenvolvendo a expressão (3.176) em termos da tensão na SE e das demais correntes relacionadas, chega-se a:

$$(2t_{23,a} - 1)\mathbf{V}_{1,a} - t_{23,a}(\mathbf{V}_{1,b} + \mathbf{V}_{1,c}) - (2t_{23,a} - 1)\mathbf{Z}_{12}^{aa}\mathbf{I}_{12,a} + t_{12,a}\mathbf{Z}_{12}^{bb}\mathbf{I}_{12,b} + t_{12,a}\mathbf{Z}_{12}^{cc}\mathbf{I}_{12,c} - t_{23,a}\mathbf{Z}_{23}^{aa}\mathbf{I}_{23,a} - \mathbf{Z}_{34}^{aa}\mathbf{I}_{34,a} + \mathbf{Z}_{24}^{aa}\mathbf{I}_{24,a} = 0 \quad (3.177)$$

A presença de tensões em outras fases da SE, destacadas na expressão, a princípio acoplarão a formulação do EEC entre fases quando se considera a expansão do vetor de estado para a estimação da tensão na SE. Entretanto, o método do EEC com o módulo FSE proposto neste trabalho poderia ser utilizado para desacoplar o problema. Ainda assim, o modelo para a LTK se torna acoplado entre as fases na presença de um regulador com ligação $\Delta\Delta$ no interior de uma malha. Isto porque seu modelo apresenta não só correntes para a própria fase a , como também correntes das fases b e c , como destacado na expressão. No caso da existência de reguladores com ligação ΔY_g , o acoplamento entre fases estará presente por motivos análogos, de modo que sua demonstração matemática torna-se dispensável.

Para obter a equação que representa a LTK na malha, seja o *breakpoint* B da malha escolhido durante a etapa de obtenção das condições iniciais utilizando o VDI-M, pode-se recorrer ao seguinte artifício. A partir do modelo para medidas de tensão, dada em (3.121), a LTK na malha será dada pela diferença entre as expressões obtidas para a tensão em B referente à cada um dos caminhos possíveis, como dado em (3.178). Lembrando que a presença de malhas faz com que múltiplos caminhos sejam possíveis entre a SE e a barra B .

$$c(x) = V'_B - V''_B \quad (3.178)$$

Onde V'_B e V''_B representam as duas diferentes expressões possíveis de representar a tensão na barra B devido aos múltiplos caminhos. Como a expressão se baseia no modelo para medidas de tensão, as mesmas ressalvas feitas para este tipo de medida valem para o modelo que lida com a presença de malhas. Ou seja, para manter a característica desacoplada, transformadores ΔY_g e $\Delta\Delta$ devem se encontrar localizados na barra da SE. Quando transformadores com alguma dessas conexões se encontra ao longo da topologia do sistema, o problema se torna acoplado entre fases quando se consideram medidas de tensão ou presença de malhas a jusante do transformador.

3.6 Observabilidade

A análise numérica da observabilidade pode ser aplicada ao EEC sem grandes modificações. Ou seja, a análise ainda se baseia na fatoração triangular da matriz Ganho. Se algum pivô nulo for encontrado durante a fatoração, significa que a variável correspondente a posição deste pivô não é observável. Na formulação trifásica desacoplada, a análise pode ser realizada separadamente para cada fase. Isso significa que uma fase pode ser considerada observável enquanto as outras não. O sistema será dito observável como um todo se todas as três fases forem consideradas observáveis simultaneamente.

3.7 Erros Grosseiros

Os trabalhos encontrados na literatura acerca do EEC não lidam com a fase de detecção e identificação de EG no processo de estimação. Neste trabalho, o teste do maior resíduo normalizado, já exposto na Seção 2.8, foi utilizado para a análise de EG. Entretanto, há uma diferença na fase de identificação do EG devido à conversão das medidas de potência em medidas equivalentes de corrente. Por conveniência, repete-se abaixo seção as equações (3.19a) e (3.19b), referentes ao cálculo das correntes equivalentes:

$$I_{m-eq}^r = \frac{P_m V^r + Q_m V^x}{V^{r^2} + V^{x^2}} \quad (3.179a)$$

$$I_{m-eq}^x = \frac{P_m V^x - Q_m V^r}{V^r{}^2 + V^x{}^2} \quad (3.179b)$$

As medidas de corrente equivalente são influenciadas, ao mesmo tempo, pelos valores medidos para as potências ativa e reativa. Dependendo dos valores de V^r e V^x , o EG em uma medida de potência ativa pode ser identificado tanto na parte real quanto na parte imaginária da corrente equivalente.

Para identificar qual parcela da potência está relacionada com a medida equivalente de corrente apontada como portadora de EG, primeiramente deve-se calcular a potência complexa referente à esta corrente. Isto é, seja uma medida equivalente \mathbf{I}_{km} identificada como portadora de EG, calcula-se a potência complexa correspondente:

$$P_{calc} + jQ_{calc} = \mathbf{V}_k \mathbf{I}_{km}^* \quad (3.180)$$

E compara-se estas quantidades com os valores medidos para as potências ativa e reativa, isto é:

$$\Delta P = \frac{|P_{medido} - P_{calc}|}{P_{medido}} \quad (3.181a)$$

$$\Delta Q = \frac{|Q_{medido} - Q_{calc}|}{Q_{medido}} \quad (3.181b)$$

Aquela que apresentar o maior desvio, isto é, o maior valor entre ΔP e ΔQ , será identificada como a medida portadora de EG.

Neste trabalho, no caso em que uma componente de uma medida de potência for identificada como portadora de EG, adotou-se pela eliminação tanto de tal componente quanto de seu par correspondente. Isto é, se a potência ativa de uma medida for identificada como portadora de EG, elimina-se tanto a parte ativa quanto reativa desta medida. Justifica-se esta ação por considerar que, ao identificar EG em uma das componentes, na prática pouco pode-se confiar na precisão do par correspondente. No caso do EEC, a eliminação de ambas as componentes torna-se essencial para que o estimador de estado possa ser executado novamente. Isto porque, como mostrado em (3.179a) e (3.179b), o cálculo de ambas as componentes da corrente equivalente depende simultaneamente das potências ativa e reativa correspondentes.

O mesmo ocorre com medidas provenientes de PMU quando seus valores e variâncias são fornecidos na forma polar, pois as medidas são convertidas pelo algoritmo do EEC para suas coordenadas retangulares:

$$z_{m-eq}^r = z_m \cos \theta_{z_m} \quad (3.182a)$$

$$z_{m-eq}^x = z_m \sin \theta_{z_m} \quad (3.182b)$$

Da mesma maneira, o erro em uma parcela da medida (módulo ou ângulo de fase) poderá impactar tanto na parte real quanto imaginária da medida equivalente. Pelos mesmos motivos expostos anteriormente para a situação de medidas de potência portadoras de EG, ambos os componentes da medida de PMU são eliminados do processo de estimação de estado na presença de EG.

3.8 Restrições de Igualdade

As medidas virtuais no EEC podem ser tratadas como restrições de igualdade da mesma maneira que acontece na estimação de estado clássica (Seção 2.6).

3.9 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentadas várias modificações realizadas no algoritmo clássico de estimação de estado de modo a adequá-lo às características específicas dos sistemas de distribuição. De modo a otimizar o desempenho do algoritmo, optou-se pela abordagem que utiliza as correntes como variáveis de estado.

A principal contribuição deste capítulo foi a proposta de soluções para lidar com a presença de transformadores na topologia da rede enquanto mantendo a característica desacoplada do EEC. Foram definidos modelos para todos os tipos de medição para as ligações mais comuns de transformadores, são elas $Y_g Y_g$, ΔY_g , $Y_g \Delta$ e $\Delta \Delta$. Foi proposto, ainda, um modelo misto do EEC com a técnica de FSE para lidar com a estimação da tensão na SE de forma desacoplada na presença de transformadores.

4 Simulações Computacionais

4.1 Introdução

As simulações foram realizadas em um computador com processador Intel Core i7 de 3.40 GHz, 8 GB de memória RAM e sistema operacional *Windows 7 Professional* 64 bits. Os *softwares* utilizados para a implementação do estimador de estado foram o OpenDSS versão 7.6.4.63 e o ambiente de desenvolvimento Spyder 2.3.5.2, baseado na linguagem de programação Python 2.7.10. Ambos os *softwares* são de licença livre.

O OpenDSS é uma ferramenta de simulação de sistemas elétricos desenvolvida para aplicação em sistemas de distribuição. O programa permite a modelagem e resolução de circuitos trifásicos desbalanceados, e possui a característica de ser expansível. Isto é, funções não disponíveis pelo programa podem ser desenvolvidas e executadas externamente. Para atingir este objetivo, foi desenvolvida a interface *Component Object Model* (COM). Por meio desta interface, o usuário é capaz de desenvolver e executar soluções personalizadas a partir de *softwares* externos, tal como Excel, Matlab, Python, C++, entre outros. Mais detalhes sobre o funcionamento do OpenDSS e da interface COM podem ser encontrados, respectivamente, em Dugan (2013) e Dugan (2014).

O algoritmo de EEC deste trabalho foi desenvolvido na linguagem de programação Python. A comunicação entre o Python e o OpenDSS foi implementada por meio da interface COM. O OpenDSS foi utilizado neste trabalho para resolver casos de fluxo de carga trifásico de modo a gerar os valores de referência das medidas no sistema de distribuição. Antes de serem utilizados como dados de entrada do algoritmo de EEC, os valores de referência foram corrompidos com ruídos gaussianos de média zero e desvio padrão σ de modo a simular o comportamento de uma medição real. Seja a precisão da medida representada pela variável pr , o desvio padrão do ruído gaussiano inserido nas medidas é dado por (4.1), tal como utilizado em Fantin et al. (2014).

$$\sigma = \frac{pr \cdot z}{3} \quad (4.1)$$

Os valores adotados neste trabalho para indicar a precisão das medidas seguem na Tabela 12. Considera-se que os erros encontrados nas medidas de ângulo são referentes à erros na sincronia do tempo do GPS. Segundo a norma IEEE C37.118.1 (IEEE, 2011) que especifica os requisitos de qualidade das medições fasoriais sincronizadas, o erro de tempo do GPS é da ordem de $1\mu s$. Para sinais em 60 Hz, isso significa um erro de ângulo de aproximadamente $0,02^\circ$. Tal consideração também foi encontrada no trabalho de Zhou et al. (2006).

Tabela 12: Precisão das medidas.

| Tipo da Medida | | Precisão (<i>pr</i>) |
|----------------|----------------|------------------------|
| Potência | Pseudomedida | 30% |
| | Injeção | 3% |
| | Fluxo | 3% |
| Tensão | Módulo | 1% |
| | Ângulo de fase | 0,02° |
| Corrente | Módulo | 2% |
| | Ângulo de fase | 0,02° |

Sistemas teste trifásicos do IEEE para distribuição (KERSTING, 2001b) foram utilizados para as análises realizadas com o algoritmo de EEC. Mais especificamente os sistemas de 13, 34 e 123 barras. Cada caso considerado foi executado 100 vezes. Dentro destas 100 execuções, o conjunto de medidas e o carregamento se manteve o mesmo, sendo que os ruídos de medição foram variados de acordo com a curva normal. A precisão da estimação foi avaliada por meio do Erro Quadrático Médio (EQM), dado em (4.2), onde NB_φ representa o número de barras de cada fase. Isto porque, como já mencionado, os sistemas de distribuição podem apresentar alimentadores com ramais trifásicos, bifásicos e monofásicos. Desta maneira, o número de barras presentes em cada fase pode diferir.

$$EQM = \frac{1}{100(NB_a + NB_b + NB_c)} \sum_{i=1}^{100} \sum_{\varphi=1}^3 \sum_{j=1}^{NB_\varphi} \sqrt{\frac{(V_{j,\varphi}^{r,est} - V_{j,\varphi}^{r,ref})^2 + (V_{j,\varphi}^{x,est} - V_{j,\varphi}^{x,ref})^2}{(V_{j,\varphi}^{r,ref})^2 + (V_{j,\varphi}^{x,ref})^2}} \quad (4.2)$$

O conjunto de medição é selecionado por meio de um sorteio. Primeiramente, é definido o número e tipo de medições desejáveis em tempo real. Em seguida, para cada tipo de medição, um sorteio é realizado e barras (ou ramos) do sistema são selecionadas. Usualmente, se há uma medição de um tipo em uma barra (ou ramo), ela está relacionada a todas as fases deste elemento. Isto é, considera-se que se há medição em uma fase de uma barra, então há medição em todas as fases presentes nesta barra. Como os sistemas de distribuição podem apresentar ramais bifásicos e monofásicos, as medições não aparecem necessariamente aos trios.

Em todos os casos simulados, o tempo, o número de iterações por fase e o número total de iterações são representados por seus valores médios referentes às 100 execuções do algoritmo. Uma tolerância de $\varepsilon = 10^{-3}$ foi considerada como critério de convergência do EEC. Três patamares de carga foram considerados para cada sistema: cargas leve, média e pesada. Os resultados seguem divididos em dois grupos:

□ Grupo A: Modelo Barra-Linha;

□ Grupo B: Modelo Barra-Linha-Transformador.

O primeiro considerando o modelo barra-linha tradicional, tal como utilizado nos trabalhos disponíveis na literatura à respeito do EEC. Neste grupo, o modelo base utilizado nas simulações foi simplificado de modo que os transformadores e reguladores foram eliminados da topologia da rede. O segundo grupo considera as contribuições deste trabalho para o desenvolvimento, análise e avaliação de uma formulação para o EEC que inclua a presença de transformadores e reguladores na topologia da rede. Pelo motivo da diferença de modelos, simulações para uma rede que contempla transformadores utilizando o algoritmo que os ignora não foram expostas neste capítulo, pois apresentam um erro consideravelmente grande devido ao erro de modelo da rede. Foram simulados 4 casos para cada grupo, são eles:

- Caso 1: Avaliação geral do algoritmo;
- Caso 2: Impacto da estimação da tensão na SE;
- Caso 3: Sistemas fracamente malhados;
- Caso 4: Processamento de EG.

A notação adotada para indicar cada tipo de medida segue na Tabela 13.

Tabela 13: Notação adotada para as medidas.

| Tipo | Notação |
|--------------------|-----------|
| Fluxo de Potência | F |
| Potência Injetada | INJ |
| Módulo de Tensão | V |
| Módulo de Corrente | I |
| Tensão PMU | V_{PMU} |
| Corrente PMU | I_{PMU} |

4.2 Grupo A: Modelo Barra-Linha

4.2.1 Caso A1 - Avaliação geral do algoritmo

O primeiro caso simulado para o Grupo A visa avaliar o funcionamento do algoritmo do EEC para sistemas compostos apenas de barras e linhas, que é a condição para a qual o algoritmo é executado nos trabalhos disponíveis na literatura. Foi considerada a presença de, respectivamente, 3, 9 e 25 medidas em tempo real de cada tipo para os sistemas IEEE de 13, 34 e 123 barras, e os resultados obtidos seguem na Tabela 14. Na tabela

são apresentados os valores médios das iterações por fase, e o valor médio do número de iterações que o algoritmo como um todo levou para convergir. Lembrando que uma fase pode convergir antes da outra, sendo que o algoritmo só é dado como finalizado quando as três fases atingem a convergência.

Tabela 14: Caso A1 - Avaliação geral do algoritmo.

| Barras | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. por fase | | | It. |
|--------|--------|---------|------------|--------------|------|------|------|
| | | | | a | b | c | |
| 13 | Leve | 0,1526 | 20,04 | 1,02 | 1,00 | 1,00 | 1,01 |
| | Média | 0,2698 | 25,42 | 2,00 | 1,05 | 1,49 | 1,51 |
| | Pesada | 0,1683 | 27,39 | 2,00 | 1,14 | 2,35 | 1,83 |
| 34 | Leve | 0,1924 | 104,28 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | Média | 0,2142 | 100,93 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | Pesada | 0,2965 | 101,55 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| 123 | Leve | 0,0786 | 570,86 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | Média | 0,1934 | 617,25 | 1,57 | 1,05 | 1,05 | 1,22 |
| | Pesada | 0,3060 | 658,42 | 2,00 | 1,67 | 1,19 | 1,62 |

Em todos os casos o algoritmo foi executado com sucesso, atingindo a convergência em poucas iterações e apresentando uma precisão adequada para o estado estimado. Observa-se que o sistema de 34 barras convergiu com apenas 1 iteração para todas as condições de carga. Deve-se lembrar, primeiramente, que é executada 1 iteração do método de varredura direta inversa para inicialização das variáveis de corrente e tensão. Desta maneira, as condições iniciais das variáveis de estado já se encontram mais próximas em direção à solução final. Adicionalmente, o sistema de 34 barras é o que apresenta menor desbalanço entre as fases se comparado com os outros sistemas simulados, e o critério de convergência é de apenas 10^{-3} .

4.2.2 Caso A2 - Estimação da tensão na subestação

Este caso simulado visa avaliar o impacto da estimação da tensão na subestação no processo de EEC, não considerada nas formulações iniciais do método. Para tal, foi considerado um erro de 3% na tensão na subestação. Isto é, o algoritmo manteve-se considerando 1 pu de tensão enquanto a tensão real estava em 1,03 pu. Foram considerados dois cenários. O primeiro contendo apenas medidas tradicionais. Desta maneira, apenas a variável referente ao módulo da tensão é adicionada ao vetor de estado. O segundo cenário considera a presença de medidas fasoriais, e desta maneira as componentes real e imaginária da tensão na subestação passam a ser consideradas como variáveis de estado. Os resultados obtidos para os sistemas de 13, 34 e 123 barras seguem nas Tabelas 15, 16 e 17, respectivamente.

Tabela 15: Caso A2 - Estimação da tensão na SE para IEEE 13 Barras.

| Cenário | Est. V_1 | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. por fase | | | It. |
|----------|------------|--------|---------|------------|--------------|------|------|------|
| | | | | | a | b | c | |
| Trad. | Não | Leve | 2,9460 | 17,44 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | | Média | 2,9567 | 18,55 | 1,38 | 1,00 | 1,17 | 1,18 |
| | | Pesada | 2,9433 | 21,53 | 1,95 | 1,04 | 1,73 | 1,57 |
| | Sim | Leve | 0,1796 | 33,56 | 2,93 | 2,71 | 2,66 | 2,77 |
| | | Média | 0,1935 | 41,44 | 3,91 | 3,91 | 3,06 | 3,63 |
| | | Pesada | 0,2005 | 43,44 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| Fasorial | Não | Leve | 2,9377 | 21,04 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | | Média | 2,9337 | 22,01 | 1,58 | 1,01 | 1,09 | 1,23 |
| | | Pesada | 2,9340 | 24,58 | 2,00 | 1,07 | 1,69 | 1,59 |
| | Sim | Leve | 0,1359 | 35,93 | 2,80 | 2,55 | 2,44 | 2,60 |
| | | Média | 0,1430 | 37,05 | 3,00 | 2,97 | 2,98 | 2,98 |
| | | Pesada | 0,1461 | 37,66 | 3,12 | 2,99 | 3,00 | 3,04 |

Tabela 16: Caso A2 - Estimação da tensão na SE para IEEE 34 Barras.

| Cenário | Est. V_1 | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. por fase | | | It. |
|----------|------------|--------|---------|------------|--------------|------|------|------|
| | | | | | a | b | c | |
| Trad. | Não | Leve | 2,9704 | 91,48 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | | Média | 3,0161 | 90,43 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | | Pesada | 3,0835 | 89,51 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | Sim | Leve | 0,0968 | 151,26 | 2,76 | 2,79 | 2,77 | 2,77 |
| | | Média | 0,0967 | 152,21 | 2,78 | 2,84 | 2,81 | 2,81 |
| | | Pesada | 0,0980 | 155,49 | 2,88 | 2,93 | 2,82 | 2,88 |
| Fasorial | Não | Leve | 2,9453 | 106,20 | 1,14 | 1,04 | 1,07 | 1,08 |
| | | Média | 2,9525 | 102,51 | 1,02 | 1,04 | 1,04 | 1,03 |
| | | Pesada | 2,9494 | 103,66 | 1,00 | 1,06 | 1,01 | 1,02 |
| | Sim | Leve | 0,0629 | 193,45 | 2,93 | 2,85 | 2,88 | 2,89 |
| | | Média | 0,0621 | 177,48 | 2,90 | 2,88 | 2,88 | 2,89 |
| | | Pesada | 0,0641 | 167,03 | 3,00 | 2,95 | 2,92 | 2,96 |

Observa-se que, ao não considerar a estimação da tensão na subestação, os erros de estimação apresentaram valores mais elevados, próximos a 3%, em ambos os cenários. Ao considerar a estimação da tensão na SE, os erros passam a apresentar patamares menores, sendo que na presença de PMU o EQM apresentou valores ligeiramente menores do que na presença de apenas medidas tradicionais. Em contrapartida, percebe-se que ao considerar a estimação da tensão na subestação, seja nas formas de módulo ou fasorial, o número de iterações por fase aumenta. Isto porque, além do vetor de estados ter sido expandido, a atualização das variáveis de tensão e correntes ocorrem em fases diferentes do algoritmo. Enquanto as variáveis de corrente são atualizadas no passo iii., as variáveis de tensão são atualizadas apenas no passo seguinte. Desta maneira, o problema leva um número maior

Tabela 17: Caso A2 - Estimação da tensão na SE para IEEE 123 Barras.

| Cenário | Est. V_1 | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. por fase | | | It. |
|----------|------------|--------|---------|------------|--------------|------|------|------|
| | | | | | a | b | c | |
| Trad. | Não | Leve | 2,9290 | 519,12 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | | Média | 2,8979 | 509,39 | 1,04 | 1,00 | 1,00 | 1,01 |
| | | Pesada | 2,7775 | 581,17 | 1,77 | 1,08 | 1,14 | 1,33 |
| | Sim | Leve | 0,0695 | 774,94 | 2,80 | 2,65 | 2,46 | 2,64 |
| | | Média | 0,0767 | 903,48 | 2,99 | 3,00 | 2,92 | 2,97 |
| | | Pesada | 0,0838 | 990,07 | 3,94 | 4,00 | 4,00 | 3,98 |
| Fasorial | Não | Leve | 2,9445 | 596,15 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | | Média | 2,9764 | 614,26 | 1,15 | 1,00 | 1,01 | 1,05 |
| | | Pesada | 2,9809 | 645,00 | 1,97 | 1,19 | 1,12 | 1,43 |
| | Sim | Leve | 0,0478 | 838,85 | 2,52 | 2,43 | 2,36 | 2,44 |
| | | Média | 0,0496 | 848,75 | 2,90 | 2,86 | 2,90 | 2,89 |
| | | Pesada | 0,0526 | 978,66 | 3,36 | 3,02 | 3,05 | 3,14 |

de iterações para atingir a convergência.

4.2.3 Caso A3 - Sistema fracamente malhado

Apesar de predominantemente radiais, os sistemas de distribuição podem, em situações especiais, trabalhar malhas fechadas no sistema. Neste terceiro caso simulado, foi realizado o fechamento de malhas nos sistemas IEEE de 13, 34 e 123 barras e verificou-se a capacidade do estimador de lidar com esta condição de operação do sistema.

No sistema de 13 barras, foi realizado o fechamento de uma malha inserindo uma nova linha bifásica (fases bc) entre as barras 632 e 646. Desta maneira, foi formada a malha $(632 - 645 - 646 - 632)_{bc}$. No sistema de 34 barras, foi realizado o fechamento de uma malha inserindo uma nova linha trifásica entre as barras 852 e 858. Desta maneira, foi formada a malha $(852 - 532 - 858 - 852)_{abc}$. No sistema de 123 barras, foram inseridas duas linhas, uma monofásica (fase c) entre as barras 13 e 17 e outra trifásica entre as barras 66 e 67. Desta maneira, formaram-se as malhas $(13 - 34 - 15 - 17 - 13)_c$ e $(60 - 62 - 63 - 64 - 65 - 66 - 67 - 60)_{abc}$. A localização das novas linhas foi escolhida de tal maneira que malhas monofásicas, bifásicas e trifásicas fossem formadas. Neste caso do Grupo A, não se está considerando a presença de transformadores no modelo. Entretanto, as malhas foram escolhidas de modo que, ao considerar os transformadores nas simulações do Grupo B, houvessem malhas com reguladores em seu interior. No Apêndice B seguem figuras representando a topologia dos três sistemas na condição malhada simulada. Os resultados da estimação de estado para estes casos seguem na Tabela 18.

O processo de estimação foi executado com sucesso mesmo na presença de malhas, e com uma precisão de estimação compatível com o encontrado para os sistemas

Tabela 18: Caso A3 - Sistema fracamente malhado.

| Barras | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. por fase | | | It. |
|--------|--------|---------|------------|--------------|------|------|------|
| | | | | a | b | c | |
| 13 | Leve | 0,0456 | 25,24 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | Média | 0,0780 | 25,95 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | Pesada | 0,1064 | 25,75 | 1,00 | 1,01 | 1,07 | 1,03 |
| 34 | Leve | 0,0807 | 110,99 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | Média | 0,1044 | 139,29 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| | Pesada | 0,1816 | 128,76 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| 123 | Leve | 0,0873 | 612,91 | 1,03 | 1,00 | 1,00 | 1,01 |
| | Média | 0,1089 | 636,51 | 1,27 | 1,04 | 1,00 | 1,10 |
| | Pesada | 0,1193 | 674,83 | 1,73 | 1,18 | 1,08 | 1,33 |

radiais. O método sugerido neste trabalho para a inicialização das variáveis na presença de malhas utilizando o VDI-M se mostrou eficaz na determinação das condições iniciais do algoritmo. Para garantir a convergência, foram executadas 2 iterações do algoritmo de VDI-M, diferentemente do que acontece com sistemas radiais, em que apenas 1 iteração da VDI é executada. O número baixo de iterações encontrado na Tabela 18 se justifica por isto, pois o número médio de iterações leva em conta apenas a quantidade de iterações que o processo de resolução da equação normal levou para convergir. Ao executar 2 iterações do VDI-M, as variáveis entram no processo de estimação de estado mais próximas de seus valores finais dentro da tolerância especificada.

4.2.4 Caso A4 - Processamento de erros grosseiros

Para avaliar o processamento de medidas com EG utilizando o EEC, foram escolhidos conjuntos de medidas para os sistemas IEEE de 13, 34 e 123 barras de modo que o nível de redundância local fosse igual a 3 para toda variável, ou seja, de modo que não houvesse a presença de MC e CCM. Apesar de se tratar de um cenário pouco realista para os sistemas de distribuição atuais, tal consideração torna-se necessária para permitir a detecção e identificação das medidas portadoras de EG. O erro aplicado foi de 10σ , e foi inserido separadamente para cada medida, ou seja, foi considerada apenas a presença de EG simples. Os resultados obtidos seguem na Tabela 19.

Observa-se que a presença de EG foi detectada com sucesso, pois os máximos resíduos normalizados apresentaram valores superiores a 3 para todos os casos. O maior resíduo normalizado calculado para cada caso foi correspondente à medida na qual o EG foi aplicado, possibilitando a correta identificação da medida portadora deste erro.

Foi possível observar também que nos casos em que o EG foi aplicado em medidas que sofrem algum tipo de conversão no decorrer do processo, ou seja, medidas de potência

Tabela 19: Caso A4 - Processamento de EG.

| Barras | Cenário | Medida com EG Tipo | Coord. | Medida Identificada Tipo | Coord. | r_n^{\max} |
|--------|---------|-----------------------|---------|-----------------------------|---------|--------------|
| 13 | 1 | F_a^P | 671-632 | F_b^r | 671-632 | 7,62 |
| | 2 | I_c | 671-684 | I_c | 671-684 | 7,20 |
| | 3 | V_a | 632 | V_a | 632 | 8,94 |
| 34 | 1 | INJ_a^P | 890 | INJ_a^r | 890 | 7,68 |
| | 2 | V_b | 838 | V_b | 838 | 9,03 |
| | 3 | V_{PMUa}^{mod} | 824 | V_{PMUa}^r | 824 | 9,21 |
| 123 | 1 | INJ_c^P | 41 | INJ_c^x | 41 | 6,84 |
| | 2 | I_a | 11-14 | I_a | 11-14 | 7,34 |
| | 3 | I_{PMUa}^{mod} | 82-81 | I_{PMUa}^x | 82-81 | 8,74 |

e medidas de PMU, o erro em uma componente pôde ser identificado tanto na parte real quanto imaginária da medida convertida. Por exemplo, o EG na medida de injeção de potência ativa foi identificada na parte real da medida convertida para o Cenário 1 do sistema de 34 barras. Já o EG na medida de mesmo tipo para o Cenário 1 do sistema de 123 barras, o erro foi identificado na parte imaginária da medida convertida. Para as medidas fasoriais, o EG no módulo da medida do Cenário 3 do sistema de 34 barras foi identificado na parte real da medida convertida, e o EG no módulo da medida fasorial do Cenário 3 do sistema de 123 barras foi identificado na parte imaginária da medida convertida. Quando isso acontece, ambas as coordenadas das medidas portadoras de EG devem ser eliminadas do conjunto de medidas para que o processo de estimação possa ser executado novamente.

Verificou-se, ainda, a capacidade do EEC de detectar e identificar um EG localizado na tensão da SE. Para tal, foi aplicado um erro de 10σ na medida de cada uma das fases da tensão na SE, tanto para a estimação de módulo quanto para a estimação da tensão complexa. O resultado para os sistemas IEEE de 13, 34 e 123 barras segue na Tabela 20.

Tabela 20: Caso A4 - Processamento de EG em medida de tensão na SE.

| Barras | Cenário | Fase | r_n^{\max} |
|--------|----------|------|--------------|
| 13 | Módulo | a | 9,33 |
| | Fasorial | b | 9,70 |
| 34 | Módulo | c | 9,66 |
| | Fasorial | a | 9,90 |
| 123 | Módulo | b | 9,96 |
| | Fasorial | c | 9,89 |

Em todos os cenários o máximo resíduo normalizado apresentou valor superior a 3 e a medida de tensão na SE portadora de EG foi identificada com sucesso.

4.3 Grupo B: Modelo Barra-Linha-Transformador

4.3.1 Caso B1 - Avaliação geral do algoritmo

O primeiro caso simulado para este grupo visa avaliar o funcionamento do algoritmo do EEC na presença de transformadores, condição pouco explorada nos trabalhos disponíveis na literatura. Foi considerada a presença de 3, 9 e 25 medidas em tempo real de cada tipo para os sistemas IEEE de 13, 34 e 123 barras, respectivamente. Os resultados obtidos seguem na Tabela 21.

Tabela 21: Caso B1 - Avaliação geral do algoritmo.

| Barras | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. por fase | | | It. |
|--------|--------|---------|------------|--------------|------|------|------|
| | | | | a | b | c | |
| 13 | Leve | 0,0624 | 32,23 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| | Média | 0,0979 | 31,00 | 2,04 | 2,00 | 2,00 | 2,01 |
| | Pesada | 0,1122 | 35,49 | 3,00 | 2,00 | 2,27 | 2,42 |
| 34 | Leve | 0,0695 | 114,41 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| | Média | 0,1231 | 175,44 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| | Pesada | 0,1494 | 171,32 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| 123 | Leve | 0,0542 | 773,99 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| | Média | 0,1242 | 879,55 | 3,00 | 2,00 | 2,69 | 2,56 |
| | Pesada | 0,1210 | 913,07 | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 3,00 |

Em todos os casos o algoritmo foi executado com sucesso, apresentando uma precisão adequada para o estado estimado e atingindo a convergência em poucas iterações. Se comparado com os resultados obtidos para o modelo barra-linha (Tabela 14), percebe-se que há um ligeiro aumento no número médio de iterações que o algoritmo levou para convergir quando na presença de transformadores. Diversos fatores podem contribuir para o aumento no número de iterações. O primeiro fator é a expansão do vetor de estados para se considerar as correntes tanto no primário quanto no secundário dos transformadores ΔY_g e $\Delta \Delta$. Adicionalmente, o processo desacoplado de cada fase depende não só da tensão na SE da própria fase, como também das demais fases relacionadas pelo transformador. Os taps diferentes do nominal ($t_{ij} \neq 1$) alteram os elementos da matriz Jacobiana, o que também pode influenciar na velocidade de convergência do algoritmo. Devido à capacidade de regulação de tensão, uma montante mais elevado de carga passou a ser comportado pelo sistema sem que os limites de qualidade de tensão fossem violados, o que também influencia na convergência do algoritmo quando comparado com o caso que negligencia a presença de regulação. Em relação ao nível de precisão não houveram diferenças significativas em relação aos modelos dos grupos A e B, ficando as divergências apenas em relação ao desempenho computacional.

4.3.2 Caso B2 - Estimação da tensão na subestação

Este caso foi simulado visando avaliar o processo de estimação da tensão na subestação quando da presença de transformadores no sistema. Neste trabalho foi proposto um método misto entre o EEC e o FSE para lidar com este problema mantendo a característica desacoplada do EEC original. Os resultados obtidos utilizando o método proposto seguem expostos nas Tabelas 22, 24 e 26 para os sistemas IEEE de 13, 34 e 123 barras, respectivamente. Para fins de comparação, foi simulada também a condição acoplada do EEC para a estimação da tensão na subestação, descartando portanto o método proposto. Os resultados da versão acoplada seguem nas Tabelas 23, 25 e 27 para os sistemas IEEE de 13, 34 e 123 barras, respectivamente.

Tabela 22: Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método desacoplado proposto no IEEE 13 Barras.

| Cenário | Est. V_1 | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. por fase | | | It. |
|----------|------------|--------|---------|------------|--------------|------|------|------|
| | | | | | a | b | c | |
| Trad. | Não | Leve | 3,1086 | 32,42 | 2,25 | 2,23 | 2,26 | 2,25 |
| | | Média | 3,1537 | 37,68 | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 3,00 |
| | | Pesada | 3,1485 | 38,97 | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 3,00 |
| | Sim | Leve | 0,1886 | 39,52 | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 3,00 |
| | | Média | 0,2388 | 43,21 | 3,64 | 3,64 | 3,64 | 3,64 |
| | | Pesada | 0,2451 | 44,91 | 3,83 | 3,83 | 3,83 | 3,83 |
| Fasorial | Não | Leve | 2,7424 | 40,38 | 2,86 | 3,01 | 2,94 | 2,94 |
| | | Média | 2,4079 | 45,85 | 3,81 | 3,13 | 3,88 | 3,61 |
| | | Pesada | 2,3492 | 48,55 | 3,92 | 3,20 | 3,94 | 3,69 |
| | Sim | Leve | 0,1457 | 49,99 | 3,99 | 3,99 | 3,99 | 3,99 |
| | | Média | 0,1925 | 50,53 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| | | Pesada | 0,2036 | 50,27 | 3,99 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |

Analisando os resultados obtidos para o sistema de 13 barras, percebe-se que os erros de estimação obtidos para os algoritmos desacoplado e acoplado apresentam valores próximos entre si. Como se trata de um sistema de pequeno porte, com um custo computacional muito baixo, ambos os algoritmos são executados rapidamente. Deste modo, a comparação de desempenho entre os algoritmos em relação aos tempos computacionais torna-se limitada, pois apresentam valores muito próximos uns dos outros. Porém, já é possível notar uma leve tendência a favor do algoritmo desacoplado em relação ao tempo e ao número médio de iterações.

Já para o sistema de 34 barras, as diferenças entre os algoritmos acoplado e desacoplado passam a se tornar um pouco mais evidentes. Tal como no sistema de 13 barras, os erros de estimação apresentaram valores similares entre os dois algoritmos. Entretanto, a tendência de uma melhor eficiência computacional por parte do algoritmo desacoplado passa a se tornar mais perceptível. Os resultados obtidos através do algoritmo desacoplado

Tabela 23: Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método acoplado no IEEE 13 Barras.

| Cenário | Est. V_1 | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. |
|----------|------------|--------|---------|------------|------|
| Trad. | Não | Leve | 3,1211 | 33,04 | 2,56 |
| | | Média | 3,1537 | 38,70 | 3,00 |
| | | Pesada | 3,1485 | 38,45 | 3,00 |
| | Sim | Leve | 0,2072 | 38,73 | 3,37 |
| | | Média | 0,2505 | 44,07 | 4,00 |
| | | Pesada | 0,2576 | 46,21 | 4,00 |
| Fasorial | Não | Leve | 2,7487 | 40,05 | 3,04 |
| | | Média | 2,4267 | 46,09 | 3,98 |
| | | Pesada | 2,3755 | 49,29 | 4,12 |
| | Sim | Leve | 0,1519 | 48,52 | 3,98 |
| | | Média | 0,1865 | 60,95 | 5,02 |
| | | Pesada | 0,1903 | 57,87 | 5,26 |

Tabela 24: Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método desacoplado proposto no IEEE 34 Barras.

| Cenário | Est. V_1 | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. por fase | | | It. |
|----------|------------|--------|---------|------------|--------------|------|------|------|
| | | | | | a | b | c | |
| Trad. | Não | Leve | 3,1667 | 141,77 | 2,00 | 2,00 | 2,14 | 2,05 |
| | | Média | 3,1445 | 143,40 | 2,19 | 2,00 | 2,08 | 2,09 |
| | | Pesada | 3,1137 | 142,16 | 2,37 | 2,00 | 2,04 | 2,14 |
| | Sim | Leve | 0,0990 | 204,78 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| | | Média | 0,1113 | 208,07 | 4,19 | 4,19 | 4,19 | 4,19 |
| | | Pesada | 0,1158 | 222,37 | 4,45 | 4,45 | 4,45 | 4,45 |
| Fasorial | Não | Leve | 3,0882 | 152,80 | 2,00 | 2,00 | 2,20 | 2,07 |
| | | Média | 3,0791 | 166,90 | 2,34 | 2,00 | 2,83 | 2,39 |
| | | Pesada | 3,0560 | 165,35 | 2,55 | 2,03 | 2,90 | 2,49 |
| | Sim | Leve | 0,0589 | 211,97 | 3,64 | 3,64 | 3,64 | 3,64 |
| | | Média | 0,0635 | 216,25 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| | | Pesada | 0,0659 | 231,40 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |

apresentaram tempos de execução menores e um menor número de iterações em relação ao algoritmo acoplado.

Quanto maior o porte do sistema, mais evidentes se tornam as diferenças entre os algoritmos. Para o sistema de 123 barras, percebe-se que os tempos de simulação do algoritmo desacoplado são menores do que as simulações com o algoritmo acoplado. Já o erro de estimativa dos dois algoritmos continua apresentando valores próximos entre si.

Em todos os casos, a principal diferença se deu no desempenho computacional, e não na qualidade do estado estimado. De fato a utilização do algoritmo desacoplado contribui na rapidez da execução do algoritmo de estimativa de estado. Neste trabalho,

Tabela 25: Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método acoplado no IEEE 34 Barras.

| Cenário | Est. V_1 | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. |
|----------|------------|--------|---------|------------|------|
| Trad. | Não | Leve | 3,1664 | 162,64 | 2,14 |
| | | Média | 3,1468 | 150,24 | 2,25 |
| | | Pesada | 3,1186 | 150,85 | 2,39 |
| | Sim | Leve | 0,1147 | 216,49 | 4,00 |
| | | Média | 0,1251 | 223,97 | 4,71 |
| | | Pesada | 0,1264 | 237,60 | 5,02 |
| Fasorial | Não | Leve | 3,0867 | 159,71 | 2,20 |
| | | Média | 3,0704 | 185,46 | 2,85 |
| | | Pesada | 3,0519 | 185,97 | 2,92 |
| | Sim | Leve | 0,0601 | 217,11 | 3,64 |
| | | Média | 0,0632 | 239,52 | 4,00 |
| | | Pesada | 0,0649 | 249,39 | 4,00 |

Tabela 26: Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método desacoplado proposto no IEEE 123 Barras.

| Cenário | Est. V_1 | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. por fase | | | It. |
|----------|------------|--------|---------|------------|--------------|------|------|------|
| | | | | | a | b | c | |
| Trad. | Não | Leve | 2,7722 | 764,09 | 2,96 | 2,00 | 2,43 | 2,46 |
| | | Média | 2,4106 | 820,06 | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 3,00 |
| | | Pesada | 2,2421 | 822,72 | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 3,00 |
| | Sim | Leve | 0,0912 | 944,86 | 3,98 | 3,98 | 3,98 | 3,98 |
| | | Média | 0,1244 | 1075,26 | 4,90 | 4,90 | 4,90 | 4,90 |
| | | Pesada | 0,1391 | 1088,90 | 5,18 | 5,18 | 5,18 | 5,18 |
| Fasorial | Não | Leve | 2,9886 | 727,17 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| | | Média | 2,8476 | 924,38 | 3,00 | 2,00 | 3,00 | 2,67 |
| | | Pesada | 2,7720 | 941,80 | 3,00 | 2,00 | 3,00 | 2,67 |
| | Sim | Leve | 0,0431 | 971,26 | 3,00 | 3,00 | 3,00 | 3,00 |
| | | Média | 0,0582 | 1112,22 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| | | Pesada | 0,0673 | 1103,41 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |

o algoritmo foi executado de forma sequencial, isto é, não foram utilizadas técnicas de paralelismo entre os núcleos de processamento. Entretanto, ao manter o problema desacoplado, o mesmo pode ser resolvido de maneira independente para cada uma das três fases. Desta maneira, um estudo acerca de paralelismo de tarefas do algoritmo, executando cada fase em um núcleo de processamento diferente, traria benefícios ainda maiores em termos de tempo de execução. Já para o algoritmo acoplado, devido ao fato das três fases serem resolvidas simultaneamente, técnicas de paralelismo não podem ser utilizadas.

Tabela 27: Caso B2 - Estimação da tensão na SE utilizando o método acoplado no IEEE 123 Barras.

| Cenário | Est. V_1 | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. |
|----------|------------|--------|---------|------------|------|
| Trad. | Não | Leve | 2,7823 | 959,02 | 2,96 |
| | | Média | 2,4106 | 961,20 | 3,00 |
| | | Pesada | 2,2421 | 960,32 | 3,00 |
| | Sim | Leve | 0,0974 | 1129,79 | 4,00 |
| | | Média | 0,1267 | 1251,58 | 4,96 |
| | | Pesada | 0,1390 | 1213,21 | 5,37 |
| Fasorial | Não | Leve | 2,9886 | 876,73 | 2,00 |
| | | Média | 2,8413 | 1072,15 | 3,00 |
| | | Pesada | 2,7682 | 1057,74 | 3,00 |
| | Sim | Leve | 0,0420 | 1104,86 | 3,04 |
| | | Média | 0,0500 | 1207,04 | 4,00 |
| | | Pesada | 0,0533 | 1222,93 | 4,00 |

4.3.3 Caso B3 - Sistema fracamente malhado

Tal como realizado para os sistemas no modelo barra-linha, neste terceiro caso do Grupo B foi realizado o fechamento de malhas nos sistemas IEEE de 13, 34 e 123 barras e verificou-se a capacidade do estimador de lidar com esta condição de operação do sistema, agora considerando a presença de transformadores dentro e fora das malhas.

No sistema de 13 barras, foi realizado o fechamento de uma malha inserindo uma nova linha bifásica (fases bc) entre as barras 632 e 646. Desta maneira, foi formada a malha $(632 - 645 - 646 - 632)_{bc}$. Para este sistema, todos os transformadores se mantiveram localizados fora da malha. Ou seja, no interior da malha existem apenas barras e linhas. No sistema de 34 barras, foi realizado o fechamento de uma malha inserindo uma nova linha trifásica entre as barras 852 e 858. Desta maneira, foi formada a malha $(852 - 532 - 858 - 852)_{abc}$. Neste caso, a malha formada contempla um transformador regulador em seu interior. No sistema de 123 barras foram inseridas duas linhas, uma monofásica (fase c) entre as barras 13 e 17 e outra trifásica entre as barras 66 e 67. Desta maneira, formaram-se as malhas $(13 - 34 - 15 - 17 - 13)_c$ e $(60 - 62 - 63 - 64 - 65 - 66 - 67 - 60)_{abc}$. Neste caso, a primeira malha foi constituída apenas de barras e linhas. Já a segunda contém um transformador regulador em seu interior. Tal como no Grupo A, a localização das novas linhas foi escolhida de tal maneira que malhas monofásicas, bifásicas e trifásicas fossem formadas, além de garantir que houvessem malhas com e sem reguladores em seu interior. No Apêndice B seguem figuras representando a topologia dos três sistemas na condição malhada simulada. Os resultados da estimação de estado para estes casos seguem na Tabela 28.

O processo de estimação foi executado com sucesso na presença de malhas em

Tabela 28: Caso B3 - Sistema fracamente malhado.

| Barras | Carga | EQM [%] | Tempo [ms] | It. por fase | | | It. |
|--------|--------|---------|------------|--------------|------|------|------|
| | | | | a | b | c | |
| 13 | Leve | 0,0607 | 37,47 | 1,42 | 1,38 | 1,89 | 1,56 |
| | Média | 0,0776 | 41,05 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| | Pesada | 0,0840 | 41,80 | 2,00 | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| 34 | Leve | 0,0824 | 232,16 | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| | Média | 0,1178 | 236,65 | 4,00 | 4,00 | 4,02 | 4,01 |
| | Pesada | 0,1299 | 261,16 | 4,00 | 4,00 | 4,06 | 4,02 |
| 123 | Leve | 0,1119 | 1058,93 | 3,00 | 4,03 | 3,59 | 3,54 |
| | Média | 0,1479 | 975,46 | 3,01 | 3,12 | 2,95 | 3,03 |
| | Pesada | 0,1485 | 1023,61 | 3,01 | 3,27 | 2,99 | 3,09 |

sistemas com transformadores, tanto na presença dos mesmos no interior da malha quanto fora dela. A precisão de estimação se mostrou compatível com o encontrado para os sistemas radiais. O método sugerido neste trabalho para a inicialização das variáveis na presença de malhas utilizando o VDI-M se mostrou novamente eficaz na determinação das condições iniciais das variáveis, agora na presença de transformadores. Para garantir a convergência, foram executadas 2 iterações do algoritmo de VDI-M, diferentemente do que acontece com sistemas radiais, em que apenas 1 iteração da VDI é executada.

4.3.4 Caso B4 - Processamento de erros grosseiros

Para avaliar o processamento de medidas com EG utilizando o EEC na presença de transformadores, foram escolhidos conjuntos de medidas para os sistemas IEEE de 13, 34 e 123 barras de modo que não houvesse a presença de MC nem CCM, ou seja, garantindo um nível de redundância local mínimo igual a 3 para toda variável de estado. O erro aplicado foi de 10σ , e apenas EG simples foram considerados. Os resultados obtidos para os sistemas de 13, 34 e 123 barras seguem expostos na Tabela 29.

Foi possível observar que a presença de EG foi detectada e identificada com sucesso em todos os casos, ou seja, a medida portadora deste erro apresentou o máximo resíduo normalizado do conjunto, e com valor superior a 3. Observou-se também que o erro nas medidas que sofrem conversão, ou seja, nas medidas de potência e de PMU, foi identificado tanto na parte real quanto imaginária da medida equivalente. Nestes casos, ambas as coordenadas da medida portadora de EG devem ser eliminadas do conjunto para que o processo de estimação possa ser executado novamente.

Por fim, verificou-se a capacidade do EEC desacoplado proposto de detectar e identificar EG localizado na tensão da SE. Um erro de 10σ foi aplicado na medida de cada uma das fases da tensão na SE, tanto para a estimação de módulo quanto para

Tabela 29: Caso B4 - Processamento de EG.

| Barras | Cenário | Medida com EG Tipo | Coord. | Medida Identificada Tipo | Coord. | r_n^{\max} |
|--------|---------|-----------------------|---------|-----------------------------|---------|--------------|
| 13 | 1 | INJ_c^Q | 611 | INJ_c^r | 611 | 6,53 |
| | 2 | INJ_a^Q | 652 | INJ_a^x | 652 | 6,09 |
| | 3 | I_c | 632-671 | I_c | 632-671 | 7,77 |
| 34 | 1 | V_c | 862 | V_c | 862 | 8,86 |
| | 2 | $I_{PMU_b}^{mod}$ | 838-862 | $I_{PMU_a}^r$ | 838-862 | 7,70 |
| | 3 | F_a^P | 844-842 | F_a^r | 844-842 | 7,13 |
| 123 | 1 | $V_{PMU_b}^{mod}$ | 300 | $V_{PMU_b}^r$ | 300 | 9,79 |
| | 2 | INJ_a^P | 69 | INJ_a^r | 69 | 7,34 |
| | 3 | F_b^P | 13-8 | F_b^r | 13-8 | 7,47 |

estimação fasorial da tensão. Como transformadores estão sendo considerados na topologia dos sistemas, uma medida de tensão na SE de uma fase pode estar presente não só na própria fase, como também nas demais fases relacionadas pelo transformador de acordo com sua conexão. Por exemplo, considerando uma conexão ΔY_g , uma medida da tensão na fase a da SE está presente no processo desacoplado das fases a e c . Já uma medida na fase b será utilizada nos processos das fases a e b , e por fim uma medida na fase c será utilizada nos processos das fases b e c . Sendo assim, um EG localizado na medida de tensão na SE pode ser identificado no processo de estimação de qualquer uma das duas fases na qual esta medida está presente. As Tabelas 30, 31 e 32 trazem os resultados obtidos para o processamento de EG nestes casos, referentes respectivamente aos sistemas de 13, 34 e 123 barras.

Tabela 30: Caso B4 - Processamento de EG em medida de tensão na SE para o IEEE 13 barras.

| Cenário | Fase | Medida | Identificada | 2º maior r_n | |
|----------|------|--------------|--------------|----------------|----------|
| | | r_n^{\max} | Processo | r_n | Processo |
| Módulo | a | 10,50 | a | 9,61 | b |
| | b | 10,15 | b | 9,13 | c |
| | c | 10,10 | c | 9,22 | a |
| Fasorial | a | 8,62 | a | 8,62 | b |
| | b | 9,04 | b | 8,89 | c |
| | c | 9,14 | a | 8,91 | c |

Foi possível observar que, utilizando o algoritmo desacoplado proposto, que considera medidas em comum entre os processos das três fases, a medida de tensão na SE portadora de EG pôde ser identificada com sucesso em todos os casos. Foram apresentados na tabela os dois maiores resíduos normalizados, que em todos os casos foram localizados nas medidas presentes no par de processos envolvendo a mesma medida de tensão.

Tabela 31: Caso B4 - Processamento de EG em medida de tensão na SE para o IEEE 34 barras.

| Cenário | Fase | Medida r_n^{\max} | Identificada Processo | 2º maior r_n | Processo |
|----------|------|---------------------|--------------------------|----------------|----------|
| Módulo | a | 11,71 | a | 11,05 | b |
| | b | 11,56 | b | 10,85 | c |
| | c | 11,94 | c | 11,24 | a |
| Fasorial | a | 9,01 | a | 9,01 | b |
| | b | 9,09 | b | 9,05 | c |
| | c | 9,11 | a | 9,04 | c |

Tabela 32: Caso B4 - Processamento de EG em medida de tensão na SE para o IEEE 123 barras.

| Cenário | Fase | Medida r_n^{\max} | Identificada Processo | 2º maior r_n | Processo |
|----------|------|---------------------|--------------------------|----------------|----------|
| Módulo | a | 11,00 | a | 10,09 | b |
| | b | 10,94 | b | 9,99 | c |
| | c | 10,38 | c | 9,37 | a |
| Fasorial | a | 9,07 | b | 9,04 | a |
| | b | 9,11 | b | 9,08 | c |
| | c | 9,06 | a | 9,04 | c |

5 Conclusão

Neste trabalho foi realizado um estudo acerca da solução do problema de estimação de estado em redes de distribuição. Os diversos algoritmos encontrados na literatura acerca de EE nem sempre podem ser aplicados diretamente aos SD. Desta maneira, buscou-se levantar as características destes sistemas que limitam a aplicação de algoritmos de EE usualmente utilizados na transmissão, e buscar soluções que se adequem a estas restrições. Pode-se dividir os trabalhos encontrados em dois grandes grupos, de acordo com a variável de estado selecionada. O primeiro segue a linha clássica de estimação de estado, utilizando as tensões em todas as barras como variáveis de estado. O segundo propôs uma maneira diferente de se realizar a estimação de estado, utilizando as correntes nos ramos como variáveis. Neste trabalho, optou-se por se explorar este modelo alternativo de estimação de estado, desenvolvido para tirar vantagem das características específicas do SD. A principal característica desta formulação é a capacidade de se resolver o problema de maneira desacoplada entre fases, o que contribui para o seu melhor desempenho computacional. Tanto o método das tensões quanto o das correntes apresentam uma precisão similar do estado final estimado, sendo a principal diferença relacionada ao tempo de execução do algoritmo.

Ao utilizar sistemas com a topologia barra-linha, tal como feito nos trabalhos encontrados na literatura acerca do EEC, a característica desacoplada entre fases deste método pôde ser mantida para todos os tipos de medidas, sejam elas tradicionais ou fasoriais, e para topologias tanto radiais quanto malhadas. Mostrou-se também a importância de se estimar a tensão na SE, muitas vezes mantida constante durante todo o processo de EEC. Tal estimação também se deu de maneira desacoplada entre fases.

A presença de transformadores foi até então ignorada pela maioria dos trabalhos acerca do EEC, sendo que a principal contribuição desta dissertação foi o desenvolvimento de uma metodologia para lidar com a presença de transformadores nas conexões mais comuns: $Y_g Y_g$, ΔY_g , $Y_g \Delta$ e $\Delta \Delta$. Na presença destes elementos, as características originais do EEC podem ser comprometidas. Em um esforço para se manter o desacoplamento entre fases do método original, neste trabalho foram delimitadas as condições que o sistema deve obedecer de modo a manter a formulação do EEC desacoplada. Para que o modelo para medidas de tensão na presença de transformadores com conexões ΔY_g ou $\Delta \Delta$ se mantenha desacoplado de maneira irrestrita, os mesmos devem estar localizados na barra da subestação. Caso um transformador com alguma dessas conexões esteja localizado em outro ponto do sistema, a formulação se mantém desacoplada se são consideradas medidas de tensão apenas a montante do transformador, ignorando quaisquer medidas a jusante do mesmo. Para situações que fogem destas condições, o EEC deve ser executado de

maneira acoplada entre fases. Já transformadores do tipo $Y_g Y_g$ podem ser adicionados em qualquer ponto do sistema sem comprometer o desacoplamento.

Mesmo cumprindo as condições citadas, a formulação do EEC pode se tornar acoplada se a estimação da tensão na SE estiver sendo realizada. A presença de transformadores $\Delta\Delta$ ou ΔY_g , mesmo que na subestação, traz consigo um acoplamento entre as variáveis de tensão na SE. Para contornar esta situação, foi proposto neste trabalho um método misto entre o EEC e o FSE de modo a se estimar a tensão na SE de maneira desacoplada para cada fase, e combinar estas tensões de uma maneira ótima para se obter uma única solução final para esta variável. Desta maneira, o algoritmo pôde se manter desacoplado entre fases. Ao validar este método proposto, executou-se também a versão análoga do algoritmo na versão acoplada e o método proposto se mostrou mais eficiente em termos de tempo de execução, sendo que o nível de precisão se manteve nos mesmos patamares. O algoritmo foi executado de maneira consecutiva, isto é, sem utilizar técnicas processamento paralelo. Entretanto, graças ao total desacoplamento entre fases que o método proposto traz, é possível se designar o processo de cada fase a um núcleo diferente do processador, de modo que as três fases podem ser resolvidas simultaneamente, aprimorando a eficiência computacional do algoritmo.

Em relação aos sistemas malhados, o EEC mantém as características desacopladas sob as mesmas condições previstas para as medidas de tensão. Sendo assim, o algoritmo é capaz de ser executado de maneira independente entre as fases quando no interior da malha houver apenas barras, linhas ou transformadores com conexão $Y_g Y_g$. Quando da presença de transformadores $\Delta\Delta$ no interior da malha, o modelo matemático torna-se acoplado.

O teste do máximo resíduo normalizado se mostrou eficaz na detecção e identificação de medidas portadoras de EG no EEC, tanto no modelo barra-linha quanto no modelo que contemplou a presença de transformadores. Foi capaz, ainda, de detectar EG presente em medidas de tensão na SE. Um EG encontrado em uma das componentes de uma medida de potência ou de PMU resulta na eliminação de ambas as componentes desta mesma medida. Isto porque tais medidas são convertidas para sua utilização no algoritmo, o que acaba por acoplar suas componentes.

5.1 Trabalhos Futuros

Com base no que foi apresentado, torna-se possível listar os seguintes trabalhos futuros:

- Expandir os modelos desenvolvidos neste trabalho de modo a considerar conexões não contempladas para os transformadores, tal como enrolamentos conectados em

Δ aberto ou Y aberto;

- Realizar um estudo acerca de paralelismo de processamento computacional e implementar o algoritmo desacoplado delegando a tarefa de cada fase para um núcleo de processamento diferente, melhorando assim o tempo computacional;
- Sabe-se que a taxa de atualização de medidas SCADA é muitas vezes inferior à taxa de atualização de medidas PMU. Desta maneira, pode-se vislumbrar um estudo que leve em conta a presença de medidas que chegam ao estimador de estado em tempos diferentes.

5.2 Publicações

5.2.1 Artigos publicados

- ISMAIL NETO, M. S.; ASADA, E. N. State Estimation for Distribution Systems using Branch Currents as State Variables. In: 12th IEEE International Conference on Industry Applications - IEEE INDUSCON, 2016, Curitiba. Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Industry Applications - IEEE INDUSCON, 2016.

5.2.2 Artigos submetidos para periódico internacional

- ISMAIL NETO, M. S.; ASADA, E. N. Modeling Transformer and Regulator in Branch-Current State Estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*.

Referências

- ABUR, A.; EXPOSITO, A. G. *Power System State Estimation*. 1. ed. Nova Iorque: Marcel Dekker, 2004. ISBN 0-8247-5570-7. Citado 11 vezes nas páginas 30, 32, 33, 37, 39, 40, 41, 44, 45, 47 e 49.
- ALMEIDA, M. C.; ASADA, E. N.; GARCIA, A. V. A numerical method for finding spanning trees in power system state estimation. In: *2006 International Conference on Power System Technology*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1–6. Citado na página 43.
- ALMEIDA, M. C. de; ASADA, E. N.; GARCIA, A. V. Power system observability analysis based on gram matrix and minimum norm solution. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 4, p. 1611–1618, Nov 2008. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 43.
- ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. P.; HARKER, B. J. *Computer Modelling of Electrical Power Systems*. Nova Iorque: John Wiley & Sons Ltd., 1983. 423 p. ISBN 047110406X. Citado na página 76.
- ASCHMONEIT, F.; PETERSON, N.; ADRIAN, E. State estimation with equality constraints. In: *10th PICA Conference Proceedings*. Toronto: [s.n.], 1977. p. 427–430. Citado na página 38.
- BARAN, M.; JUNG, J.; MCDERMOTT, T. Including voltage measurements in branch current state estimation for distribution systems. In: *Power Energy Society General Meeting, 2009. PES '09. IEEE*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–5. ISSN 1944-9925. Citado 2 vezes nas páginas 64 e 75.
- BARAN, M.; KELLEY, A. State estimation for real-time monitoring of distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 3, p. 1601–1609, Aug 1994. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 52.
- BARAN, M.; KELLEY, A. A branch-current-based state estimation method for distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 1, p. 483–491, Feb 1995. ISSN 0885-8950. Citado 9 vezes nas páginas 25, 51, 52, 55, 58, 60, 64, 74 e 75.
- BOLFARINI, H.; SANDOVAL, M. C. *Introdução à Inferência Estatística*. 1. ed. São Paulo: SBM, 2000. 35-55 p. Citado na página 33.
- BRETAS, N.; LONDON J.B.A., J.; ALBERTO, L.; BRETAS, A. A topological approach to the identification of critical measurements in power-system state estimation. *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on*, v. 52, n. 1, p. 139–147, Jan 2005. ISSN 1549-8328. Citado na página 48.
- BRETAS, N. G. Network observability: theory and algorithms based on triangular factorisation and path graph concepts. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, v. 143, n. 1, p. 123–128, Jan 1996. ISSN 1350-2360. Citado na página 42.
- CLEMENTS, K.; DAVIS, P. Multiple bad data detectability and identifiability: A geometric approach. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 1, n. 3, p. 355–360, July 1986. ISSN 0885-8977. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.

- CLEMENTS, K.; KRUMPHOLZ, G.; DAVIS, P. Power system state estimation residual analysis: An algorithm using network topology. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-100, n. 4, p. 1779–1787, April 1981. ISSN 0018-9510. Citado na página 48.
- CLEMENTS, K.; WOODZELL, G.; BURCHETT, R. A new method for solving equality-constrained power system static-state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 4, p. 1260–1266, Nov 1990. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 41.
- CLEMENTS, K. A.; KRUMPHOLZ, G. R.; DAVIS, P. W. Power system state estimation with measurement deficiency: An observability/measurement placement algorithm. *IEEE Power Engineering Review*, PER-3, n. 7, p. 28–28, July 1983. ISSN 0272-1724. Citado na página 31.
- COSTA, I.; PIAZZA, T.; MANDEL, A. Qualitative methods to solve qualitative problems in power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 3, p. 941–949, Aug 1990. ISSN 0885-8950. Citado na página 48.
- DEVORE, J. *Probabilidade e Estatística para Engenharia e Ciências*. 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2006. ISBN 9788522104598. Citado na página 133.
- DUGAN, R. C. *The Open Distribution System Simulator: Reference guide*. [S.l.], 2013. Citado na página 107.
- DUGAN, R. C. *OpenDSS Type Library Documentation*. [S.l.], 2014. Citado na página 107.
- FANTIN, C. A.; CASTILLO, M. R. C.; CARVALHO, B. E. B. de; LONDON, J. B. A. Using pseudo and virtual measurements in distribution system state estimation. In: *2014 IEEE PES Transmission Distribution Conference and Exposition - Latin America (PES T D-LA)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6. Citado na página 107.
- GARCIA, A.; MONTICELLI, A.; ABREU, P. Fast decoupled state estimation and bad data processing. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-98, n. 5, p. 1645–1652, Sept 1979. ISSN 0018-9510. Citado na página 69.
- GJELSVIK, A.; AAM, S.; HOLTEN, L. Hachtel's augmented matrix method - a rapid method improving numerical stability in power system static state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-104, n. 11, p. 2987–2993, Nov 1985. ISSN 0018-9510. Citado 3 vezes nas páginas 39, 40 e 41.
- GOMEZ-EXPOSITO, A.; CONEJO, A. J.; CANIZARES, C. *Sistemas de Energia Elétrica: Análise e Operação*. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011. ISBN 978-85-216-1802-7. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 33.
- HANDSCHIN, E.; SCHWEPPE, F.; KOHLAS, J.; FIECHTER, A. Bad data analysis for power system state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, v. 94, n. 2, p. 329–337, Mar 1975. ISSN 0018-9510. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 50.
- HAYES, B.; PRODANOVIC, M. State estimation techniques for electric power distribution systems. In: *Modelling Symposium (EMS), 2014 European*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 303–308. Citado na página 51.

- HOUARI, M.; KOCAR, I.; THERRIEN, F.; LACROIX, J. Treatment of transformers and voltage regulators in branch current state estimation for distribution networks. In: *Power and Energy Society General Meeting (PES), 2013 IEEE*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–5. ISSN 1944-9925. Citado na página 75.
- IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY. *IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems*: IEEE C37.118.1-2011. Nova Iorque, 2011. Citado na página 107.
- KANG, J.; FU, L. Three-phase transformer models for load flow calculations in power systems. In: *2008 International Conference on Electrical Machines and Systems*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 4114–4118. Citado na página 79.
- KERSTING, W. H. *Distribution System Modeling and Analysis*. 1. ed. Nova Iorque: CRC Press, 2001. ISBN 0-8493-0812-7. Citado 4 vezes nas páginas 25, 51, 52 e 78.
- KERSTING, W. H. Radial distribution test feeders. In: *Power Engineering Society Winter Meeting, 2001. IEEE*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 2, p. 908–912 vol.2. Citado 2 vezes nas páginas 91 e 108.
- KORRES, G. N. A robust method for equality constrained state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 2, p. 305–314, May 2002. ISSN 0885-8950. Citado na página 38.
- KORRES, G. N.; CONTAXIS, G. C. Identification and updating of minimally dependent sets of measurements in state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 3, p. 999–1005, Aug 1991. ISSN 0885-8950. Citado na página 48.
- KORRES, G. N.; CONTAXIS, G. C. A reduced model for bad data processing in state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 2, p. 550–557, May 1991. ISSN 0885-8950. Citado na página 48.
- KRUMPHOLZ, G.; CLEMENTS, K.; DAVIS, P. Power system observability: A practical algorithm using network topology. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-99, n. 4, p. 1534–1542, July 1980. ISSN 0018-9510. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- LI, H.; YANG, M. A branch-current-based state estimation for distribution systems non-measurement loads. In: *Power Engineering Society General Meeting, 2004. IEEE*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 440–444 Vol.1. Citado na página 62.
- LIACCO, T. Real-time computer control of power systems. *Proceedings of the IEEE*, v. 62, n. 7, p. 884–891, July 1974. ISSN 0018-9219. Citado na página 29.
- LIN, W.-M.; TENG, J.-H.; CHEN, S.-J. A highly efficient algorithm in treating current measurements for the branch-current-based distribution state estimation. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 16, n. 3, p. 433–439, Jul 2001. ISSN 0885-8977. Citado 2 vezes nas páginas 64 e 75.
- LONDON, J.; ALBERTO, L.; BRETAS, N. Analysis of measurement set qualitative characteristics for state estimation purposes. *IET Generation Transmission & Distribution*, v. 1, p. 39–45, Jan 2007. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 48.

- LONDON, J.; BRETAS, N.; ALBERTO, L. Analysis of measurement set qualitative characteristics for state estimation purposes. In: *Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 294–301 Vol. 1. Citado na página 48.
- LUO, G.; SEMLYEN, A. Efficient load flow for large weakly meshed networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 4, p. 1309–1316, Nov 1990. ISSN 0885-8950. Citado 4 vezes nas páginas 53, 55, 56 e 58.
- MASHHOUR, E.; MOGHADDAS-TAFRESHI, S. Three-phase backward/forward power flow solution considering three-phase distribution transformers. In: *Industrial Technology, 2009. ICIT 2009. IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–5. Citado 3 vezes nas páginas 53, 54 e 76.
- MERRILL, H.; SCHWEPPE, F. Bad data suppression in power system static state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-90, n. 6, p. 2718–2725, Nov 1971. ISSN 0018-9510. Citado na página 50.
- MITCHELL, H. *Multi-Sensor Data Fusion: An Introduction*. 1. ed. Nova Iorque: Springer, 2007. ISBN 978-3-540-71559-7. Citado na página 96.
- MONTICELLI, A. *State Estimation in Electric Power Systems: A Generalized Approach*. 1. ed. Norwell: Kluwer Academic, 1999. ISBN 0792385195. Citado 4 vezes nas páginas 29, 30, 32 e 41.
- MONTICELLI, A.; GARCIA, A. Reliable bad data processing for real-time state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-102, n. 5, p. 1126–1139, May 1983. ISSN 0018-9510. Citado na página 49.
- MONTICELLI, A.; WU, F. Network observability: Identification of observable islands and measurement placement. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-104, n. 5, p. 1035–1041, May 1985. ISSN 0018-9510. Citado na página 42.
- MONTICELLI, A. J. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. 1. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1983. 100-108 p. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 52.
- MORAES, R. M. de. *Sincrofasores em Sistemas de Potência: Aplicações na Estimação de Estado*. 2009. 220 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Instituto de Computação, Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, 2009. Citado na página 35.
- MUSCAS, C.; PAU, M.; PEGORARO, P.; SULIS, S. Effects of measurements and pseudomeasurements correlation in distribution system state estimation. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, v. 63, n. 12, p. 2813–2823, Dec 2014. ISSN 0018-9456. Citado na página 31.
- MUSCAS, C.; PAU, M.; PEGORARO, P.; SULIS, S. An efficient method to include equality constraints in branch current distribution system state estimation. In: *Journal on Advances in Signal Processing*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–11. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 75.
- PAU, M.; PEGORARO, P.; SULIS, S. WLS distribution system state estimator based on voltages or branch-currents: Accuracy and performance comparison. In: *Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2013 IEEE International*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 493–498. ISSN 1091-5281. Citado 5 vezes nas páginas 26, 51, 53, 58 e 75.

PAU, M.; PEGORARO, P. A.; SULIS, S. Branch current state estimator for distribution system based on synchronized measurements. In: *Applied Measurements for Power Systems (AMPS), 2012 IEEE International Workshop on*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–6. Citado 3 vezes nas páginas 51, 69 e 72.

SCHWEPPE, F. Power system static-state estimation, part iii: Implementation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-89, n. 1, p. 130–135, Jan 1970. ISSN 0018-9510. Citado na página 30.

SCHWEPPE, F.; ROM, D. Power system static-state estimation, part ii: Approximate model. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-89, n. 1, p. 125–130, Jan 1970. ISSN 0018-9510. Citado na página 30.

SCHWEPPE, F.; WILDES, J. Power system static-state estimation, part i: Exact model. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-89, n. 1, p. 120–125, Jan 1970. ISSN 0018-9510. Citado 6 vezes nas páginas 25, 30, 31, 32, 44 e 96.

SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H.; SEMLYEN, A.; LUO, G. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 2, p. 753–762, May 1988. ISSN 0885-8950. Citado 4 vezes nas páginas 53, 55, 56 e 58.

SIMÕES COSTA, A.; ALBUQUERQUE, A.; BEZ, D. An estimation fusion method for including phasor measurements into power system real-time modeling. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 28, n. 2, p. 1910–1920, May 2013. ISSN 0885-8950. Citado na página 96.

TENG, J. Using voltage measurements to improve the results of branch-current-based state estimators for distribution systems. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings*-, v. 149, n. 6, p. 667–672, Nov 2002. ISSN 1350-2360. Citado 5 vezes nas páginas 25, 52, 64, 68 e 75.

THUKARAM, D.; BANDA, H. W.; JEROME, J. A robust three phase power flow algorithm for radial distribution systems. *Electric Power Systems Research*, v. 50, n. 3, p. 227 – 236, 1999. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779698001503>>. Citado na página 53.

WANG, H.; SCHULZ, N. A revised branch current-based distribution system state estimation algorithm and meter placement impact. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 1, p. 207–213, Feb 2004. ISSN 0885-8950. Citado 4 vezes nas páginas 25, 52, 59 e 75.

WANG, Z.; CHEN, F.; LI, J. Implementing transformer nodal admittance matrices into backward/forward sweep-based power flow analysis for unbalanced radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 19, n. 4, p. 1831–1836, Nov 2004. ISSN 0885-8950. Citado na página 80.

WU, F.; LIU, W.-H.; LUN, S.-M. Observability analysis and bad data processing for state estimation with equality constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 2, p. 541–548, May 1988. ISSN 0885-8950. Citado na página 38.

WU, F.; MONTICELLI, A. Network observability: Theory. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-104, n. 5, p. 1042–1048, May 1985. ISSN 0018-9510. Citado na página 42.

XIAO, P.; YU, D. C.; YAN, W. A unified three-phase transformer model for distribution load flow calculations. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 1, p. 153–159, Feb 2006. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 79 e 80.

YANG, H.; ZHANG, T. *Error theory and data disposal*. Tianjing: Tianjing University Publishing Company, 1992. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 71.

ZHOU, M.; CENTENO, V. A.; THORP, J. S.; PHADKE, A. G. An alternative for including phasor measurements in state estimators. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 4, p. 1930–1937, Nov 2006. ISSN 0885-8950. Citado na página 107.

ZIVANOVIC, R.; CAIRNS, C. Implementation of pmu technology in state estimation: an overview. In: *AFRICON, 1996., IEEE AFRICON 4th*. [S.l.: s.n.], 1996. v. 2, p. 1006–1011 vol.2. Citado na página 69.

APÊNDICE A – Conceitos Estatísticos

A.1 Variáveis Aleatórias

Em geral, cada resultado de um experimento é associado a um número a partir de uma regra de associação, chamada de variável aleatória. É variável pois é possível obter diferentes valores numéricos, e é aleatória pois o valor observado depende de qual dos resultados possíveis é obtido pelo experimento. Em outras palavras, uma variável aleatória (VA) é uma função que associa números reais aos eventos de um espaço amostral. Um espaço amostral consiste no conjunto de todos os resultados possíveis de ocorrer em um experimento sujeito às leis do acaso (DEVORE, 2006). As VA podem ser classificadas de uma forma geral como:

- VA contínua: é uma variável que pode assumir qualquer valor dentro de um certo intervalo razoável de variação. Os valores das VA contínuas resultam normalmente de uma medição e possuem alguma unidade de medida. Por esta razão, trata-se o valor de uma VA contínua como aproximado, pois não existem instrumentos de medição capazes de oferecer precisão absoluta. São exemplos de VA contínuas o diâmetro externo de peças produzidas em uma fábrica e o peso líquido de sabonete de uma determinada marca.
- VA discreta: é uma variável cujos valores possíveis pertencem a um conjunto de números naturais. Os valores de VA discretas são obtidos por meio de alguma forma de contagem. São exemplos de VA discretas o resultado do lançamento de um dado e o número de filhos de casais residentes em uma cidade.

Neste trabalho, será dado foco às VA contínuas.

A.2 Esperança Matemática

A esperança matemática, também chamada de valor médio ou valor esperado de uma VA Z , é o valor médio de Z ponderado pela sua função de probabilidade correspondente. O valor esperado de uma VA contínua Z com função densidade de probabilidade

(fdp) $f(z)$ é:

$$\mu = \mathbb{E}(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} z \cdot f(z) dz \quad (\text{A.1})$$

A.3 Variância

A variância de uma VA contínua Z com fdp $f(z)$ e média μ é dada por:

$$\sigma^2 = \text{Var}(Z) = \int_{-\infty}^{\infty} (z - \mu)^2 \cdot f(z) dz = \mathbb{E}[(Z - \mu)^2] \quad (\text{A.2})$$

Ou seja, a variância de uma medida é a média dos quadrados das diferenças dos valores em relação a sua média. O desvio padrão de Z será dado por:

$$\sigma = \sqrt{(\text{Var}(Z))} \quad (\text{A.3})$$

Quando duas VA Z_1 e Z_2 não são independentes, avalia-se o nível de inter-relação através da covariância (ou variância conjunta) entre elas, dada por:

$$\text{Cov}(Z_1, Z_2) = \mathbb{E}[(Z_1 - \mu_1)(Z_2 - \mu_2)] \quad (\text{A.4})$$

A.4 Vetores e Variáveis Aleatórias

Seja \bar{Z} um vetor de variáveis aleatórias dado por:

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_m \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

A partir de (A.4), a covariância de \bar{Z} será dada por:

$$\text{Cov}(\bar{Z}) = \mathbb{E}\{[\bar{Z} - \bar{\mu}][\bar{Z} - \bar{\mu}]^T\} \quad (\text{A.6})$$

Expandindo (A.6) matricialmente:

$$\text{Cov}(\bar{Z}) = \mathbb{E} \left\{ \begin{bmatrix} (Z_1 - \mu_1) \\ (Z_2 - \mu_2) \\ \vdots \\ (Z_n - \mu_m) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (Z_1 - \mu_1) & (Z_2 - \mu_2) & \cdots & (Z_n - \mu_m) \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{A.7})$$

Finalmente, desenvolvendo a multiplicação matricial em (A.7):

$$\text{Cov}(\bar{Z}) = \begin{array}{cc} \begin{array}{c} \text{Variância} \\ \mathbb{E}[(Z_1 - \mu_1)^2] \\ \mathbb{E}[(Z_2 - \mu_2)(Z_1 - \mu_1)] \\ \vdots \\ \mathbb{E}[(Z_m - \mu_m)(Z_1 - \mu_1)] \end{array} & \begin{array}{c} \text{Covariância} \\ \mathbb{E}[(Z_1 - \mu_1)(Z_2 - \mu_2)] \\ \mathbb{E}[(Z_2 - \mu_2)^2] \\ \vdots \\ \mathbb{E}[(Z_m - \mu_m)(Z_2 - \mu_2)] \end{array} & \begin{array}{c} \cdots \\ \cdots \\ \ddots \\ \cdots \end{array} & \begin{array}{c} \mathbb{E}[(Z_1 - \mu_1)(Z_m - \mu_m)] \\ \mathbb{E}[(Z_2 - \mu_2)(Z_m - \mu_m)] \\ \vdots \\ \mathbb{E}[(Z_m - \mu_m)^2] \end{array} \end{array} \quad (\text{A.8})$$

Na diagonal principal de $\text{Cov}(Z)$ encontram-se as variâncias σ_i^2 . Se existirem elementos fora da diagonal principal, significa que as VA correspondentes têm alguma correlação.

A.5 Distribuição Normal (Gaussiana)

A distribuição de probabilidade ou função de densidade de probabilidade de uma VA contínua Z é definida como uma função $f(z)$ tal que, para quaisquer dois números a e b ($a < b$):

$$P(a \leq Z \leq b) = \int_a^b f(z) dz \quad (\text{A.9})$$

A função $P(a \leq Z \leq b)$ representa a probabilidade de Z assumir valores entre a e b . Esta probabilidade está associada a área contida entre o intervalo e abaixo da curva da função de densidade de probabilidade. A fdp associada à distribuição normal (ou gaussiana) é dada pela expressão (A.10):

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{(z-\mu)^2}{\sigma^2}} \quad (\text{A.10})$$

A Figura 10 exibe e interpretação gráfica de (A.10) para dois valores diferentes de desvio padrão, σ_1 e σ_2 , tal que $\sigma_1 > \sigma_2$. Nota-se que quanto menor o valor de σ , mais estreita será a curva normal, ou seja, as medidas estarão mais concentradas ao redor do valor esperado.

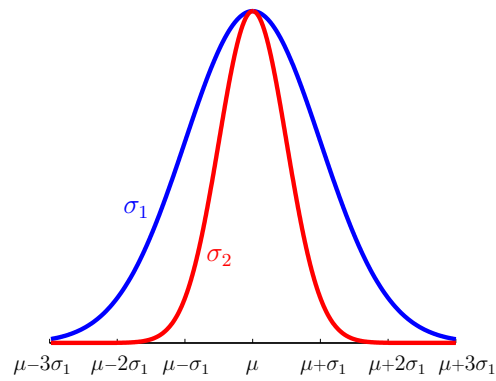


Figura 10: Distribuição gaussiana.

Uma VA Z com média μ e variância σ^2 que segue a distribuição normal pode ser representada como:

$$Z \sim N(\mu, \sigma^2) \tag{A.11}$$

B.3 IEEE 123 Barras

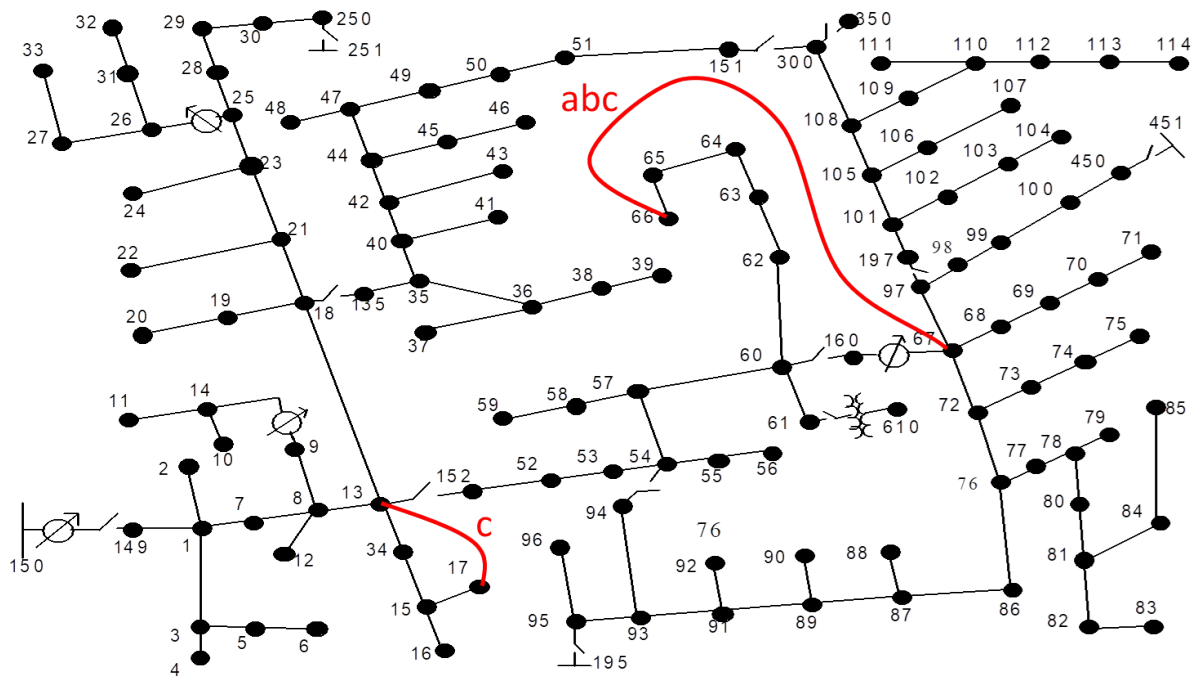


Figura 13: Malha formada no sistema IEEE 123 barras.